

18. Ферромагнетики и их свойства.

Задачи для самостоятельного решения

1. Расстояние d между двумя длинными параллельными проводами равно 5 см. По проводам в одном направлении текут одинаковые токи силой $I = 30$ А каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4$ см от одного и $r_2 = 3$ см от другого провода.
2. По тонкому проводящему кольцу радиусом $R = 15$ см течет ток силой $I = 60$ А. Найти магнитную индукцию B в точке, равноудаленной от центра кольца на $r = 20$ см.
3. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи силой $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в противоположных направлениях. Расстояние d между проводами равно 20 см. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 25$ см от первого и на $r_2 = 40$ см от второго провода.
4. По двум бесконечно длинным параллельным проводам текут токи силой $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в одном направлении. Расстояние d между проводами равно 10 см. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние $r = 10$ см.
5. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток силой $I = 40$ А. Длина a стороны треугольника равна 30 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения высот.
6. По контуру в виде квадрата идет ток силой $I = 50$ А. Длина a стороны квадрата равна 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.
7. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток силой $I = 60$ А. Длины сторон прямоугольника равны $a = 30$ см и $b = 40$ см. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.
8. По двум одинаковым квадратным контурам со стороной $a = 20$ см текут токи силой $I = 10$ А в каждом. Определить силу F взаимодействия контуров, если расстояние d между соответственными сторонами контуров равно 2 мм.
9. По двум тонким проводам, изогнутым в виде кольца радиусом $R = 10$ см, текут одинаковые токи силой $I = 10$ А в каждом. Найти силу F взаимодействия этих колец, если плоскости, в которых лежат кольца, параллельны, а расстояние d между центрами колец равно 1 мм.
10. По трем прямым параллельным проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $a = 10$ см друг от друга, текут одинаковые токи силой $I = 100$ А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу F , действующую на отрезок длиной $l = 1$ м каждого провода.

11. По двум параллельным

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 18.07.2023 16:25:16
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

11. По двум параллельным проводам длиной $l = 1$ м каждый текут токи одинаковой силы. Расстояние d между проводами равно 1 см. Токи взаимодействуют с силой $F = 1$ мН. Найти силу тока I в проводах.

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

12. По двум параллельным прямым проводам длиной $l = 2,5$ м каждый, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи силой $I = 1$ кА. Вычислить силу взаимодействия токов.

13. Прямой провод длиной $l = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 20$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Найти угол α между направлениями вектора B и тока, если на провод действует сила $F = 10$ мН.

14. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01$ Тл находится прямой провод длиной $l = 8$ см, расположенный перпендикулярно линиям индукции. По проводу течет ток силой $I = 2$ А. Под действием сил поля провод переместился на расстояние $s = 5$ см. Найти работу A сил поля.

15. Соленоид индуктивностью $L = 4$ мГн содержит $N = 600$ витков. Определить магнитный поток Φ , если сила тока I , протекающего по обмотке, равна 12 А.

16. С помощью реостата равномерно увеличивают силу тока в катушке на $\Delta I = 0,1$ А в 1 с. Индуктивность L катушки равна 0,01 Гн. Найти среднее значение ЭДС самоиндукции $\langle \mathcal{E}_i \rangle$.

Практическое занятие 11.

Тема занятия. Электромагнитное поле

Цель занятия. Изучить действие магнитного поля на движущийся заряд.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Сила Лоренца. Модуль силы Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Действие магнитного поля на движущийся заряд применяется при решении инженерных задач.

Теоретическая часть.

Сила Лоренца

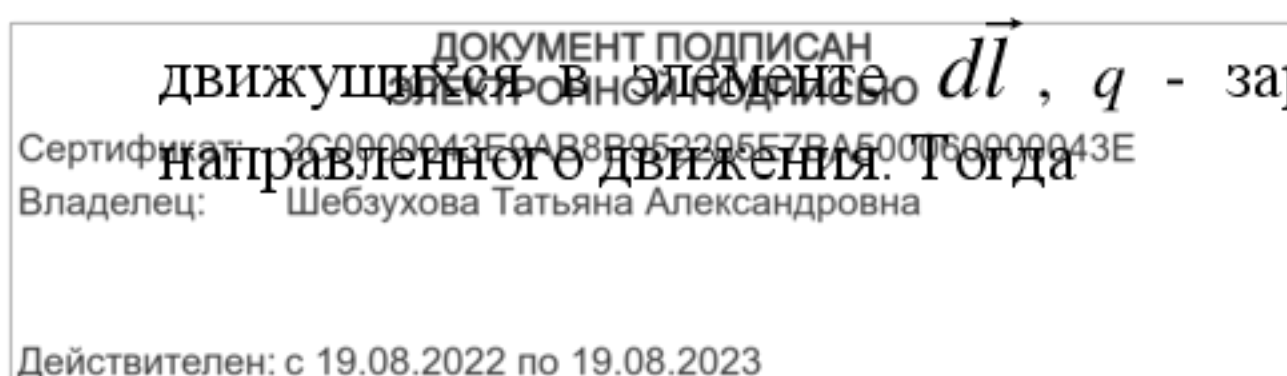
На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера:

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}. \quad (1)$$

Сила Ампера обусловлена суммарным действием магнитного поля на все движущиеся в проводнике заряды. Определим силу, действующую на единичный движущийся в магнитном поле заряд.

Возьмем элемент длины проводника $d\vec{l}$. Обозначим N - число заряженных частиц, движущихся в элементе $d\vec{l}$, q - заряд каждой частицы, $\vec{v}$ - среднюю скорость их направленного движения. Тогда

$$i d\vec{l} = Nq\vec{v}. \quad (2)$$



Подставим выражение (4.46) в формулу для силы Ампера (4.45), получим:

$$d\vec{F} = Nq\vec{v} \times \vec{B}. \quad (3)$$

Здесь $d\vec{F}$ - суммарная сила, действующая со стороны магнитного поля на N носителей заряда. На одиночный электрический заряд в магнитном поле действует сила, равная

$$\vec{F}_n = \frac{d\vec{F}}{N}. \quad (4)$$

Подставим в это выражение формулу (4.47), получим:

$$\vec{F}_n = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (5)$$

Эта сила называется *силой Лоренца*.

Свойства силы Лоренца определяются свойствами векторного произведения, поэтому она перпендикулярна плоскости, в которой лежат векторы $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Для положительных зарядов ($q>0$) направление силы Лоренца совпадает с направлением векторного произведения $\vec{v} \times \vec{B}$. Если заряд частицы отрицателен ($q<0$), то направления векторов $\vec{F}_n$ и $\vec{v} \times \vec{B}$ противоположны.

Модуль силы Лоренца равен:

$$F_n = qvB \sin \alpha, \quad (6)$$

где α - угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Из формулы (6) следует, что магнитное поле не действует на заряженную частицу в двух случаях:

- когда частица покоится ($v = 0$);
- когда частица движется вдоль линий магнитного поля ($\vec{v} \parallel \vec{B}$).

Так как сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно вектору

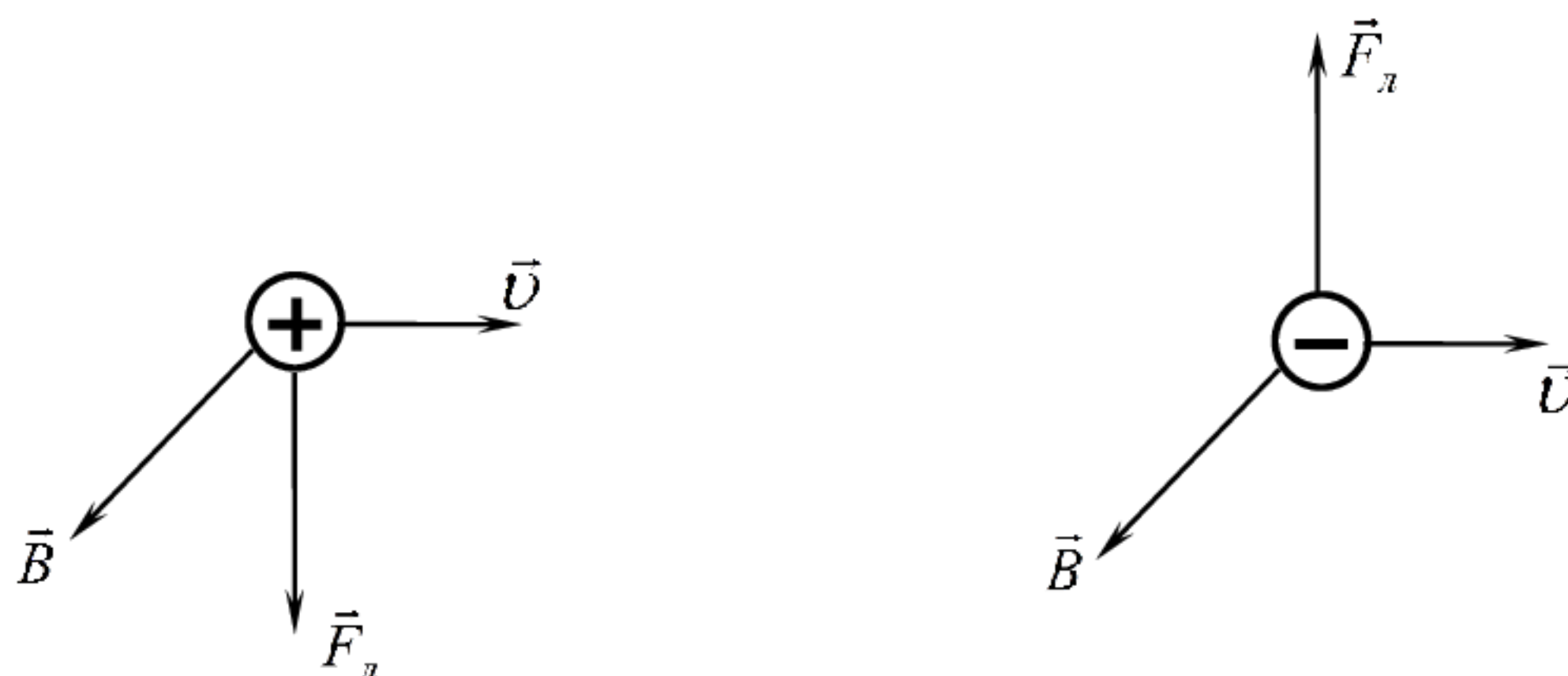


Рис.1. Взаимная ориентация векторов $\vec{v}$, $\vec{B}$ и $\vec{F}_L$.

скорости, то она не совершает работы над частицей. Следовательно, постоянное магнитное поле не изменяет кинетическую энергию частицы.

Движение заряженных частиц в магнитном поле

Пусть заряженная частица влетает в однородное поле с индукцией $\vec{B}$.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда скорость частицы перпендикулярна вектору магнитной индукции. На частицу будет действовать сила Лоренца, перпендикулярная к направлению ее движения. Так как $\vec{v} \perp \vec{B}$ ($\alpha = \pi/2$), то модуль силы Лоренца равен: $F_L = qvB$. В результате траекторией заряженной частицы будет окружность (рис.4.14).

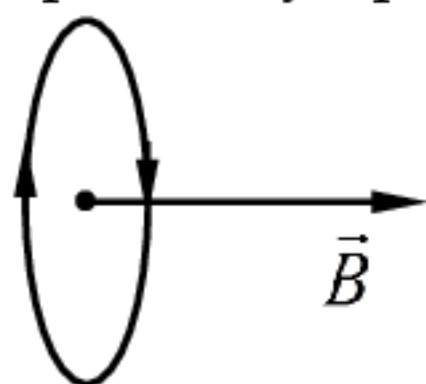


Рис. 2.

Сила Лоренца сообщает частице нормальное ускорение и играет роль центростремительной силы. Нормальное ускорение определяется выражением:

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (7)$$

где R - радиус окружности.

Запишем второй закон Ньютона для этого случая:

$$ma_n = F_L, \quad (8)$$

или

$$\frac{mv^2}{R} = qvB. \quad (9)$$

Для радиуса окружности получим выражение:

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (10)$$

Формулу (10) также можно записать в виде:

$$R = \frac{v}{\frac{q}{m}B}. \quad (11)$$

Здесь $\frac{q}{m}$ - удельный заряд частицы.

Период обращения частицы по окружности равен:

$$T = \frac{2\pi R}{v}. \quad (12)$$

Подставляя в (12) выражение для радиуса траектории и производя сокращения, получим:

$$T = \frac{2\pi}{\left(\frac{q}{m}\right)B}. \quad (13)$$

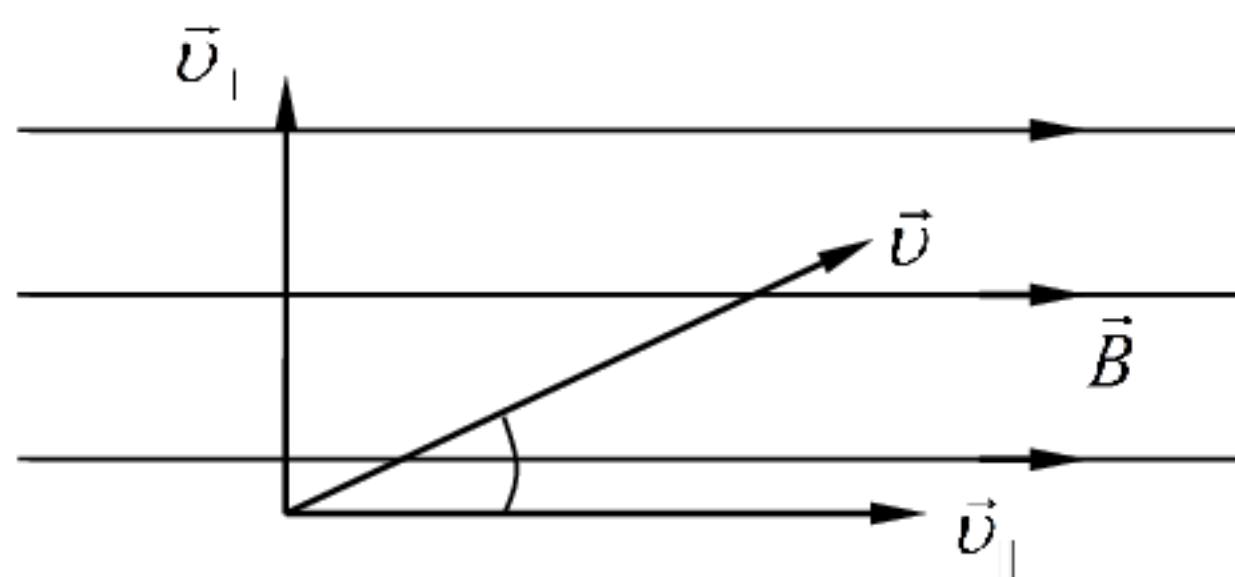
Из выражений (11) и (13) следует:

- радиус окружности тем меньше, чем больше магнитная индукция;
- период обращения частицы в магнитном поле не зависит от её скорости, а зависит от величины удельного заряда и от магнитной индукции поля.

Изменяется лишь направление скорости, а это означает, что заряженная частица в однородном магнитном поле должна двигаться точно по окружности, если нет составляющей скорости вдоль магнитного поля.

Рассмотрим случай, когда скорость частицы составляет с магнитным полем угол α , отличный от $\pi/2$.

Разложим вектор скорости на две составляющие: перпендикулярную магнитному полю $\vec{v}_\perp$ и параллельную полю $\vec{v}_\parallel$ (рис.3). Модули этих составляющих равны:



$$v_\perp = v \cdot \sin \alpha,$$

$$v_\parallel = v \cdot \cos \alpha.$$

Сила Лоренца обусловлена только составляющей $\vec{v}_\perp$ и равна (по модулю):

$$F_\perp = qvB \sin \alpha. \quad (14)$$

Заряженная частица будет участвовать в двух движениях:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

- в равномерном движении в направлении вектора $\vec{B}$ со скоростью $\vec{v}_{\parallel}$;
- в движении по окружности в плоскости, перпендикулярной направлению вектора $\vec{B}$, со скоростью $\vec{v}_{\perp}$.

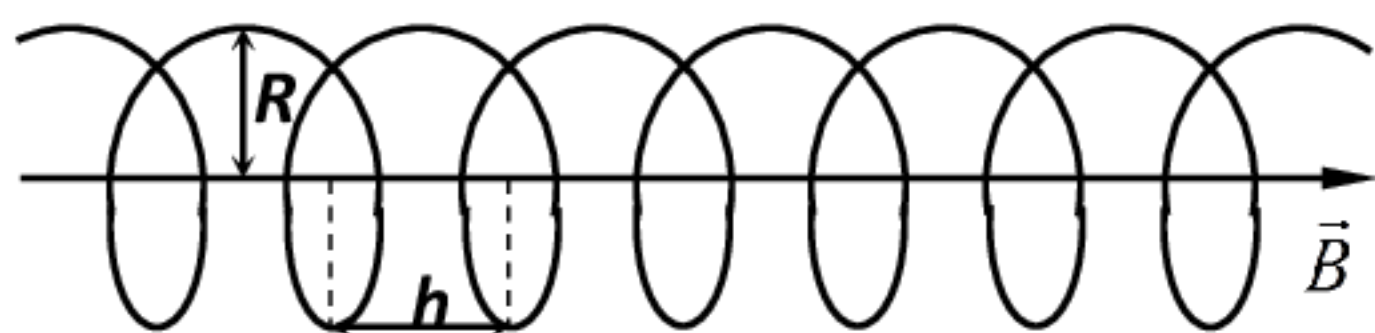


Рис. 4. Винтовая линия

В результате наложения этих двух движений траекторией частицы будет винтовая линия (рис.4.).

Определим параметры траектории частицы. Радиус винтовой линии будет равен:

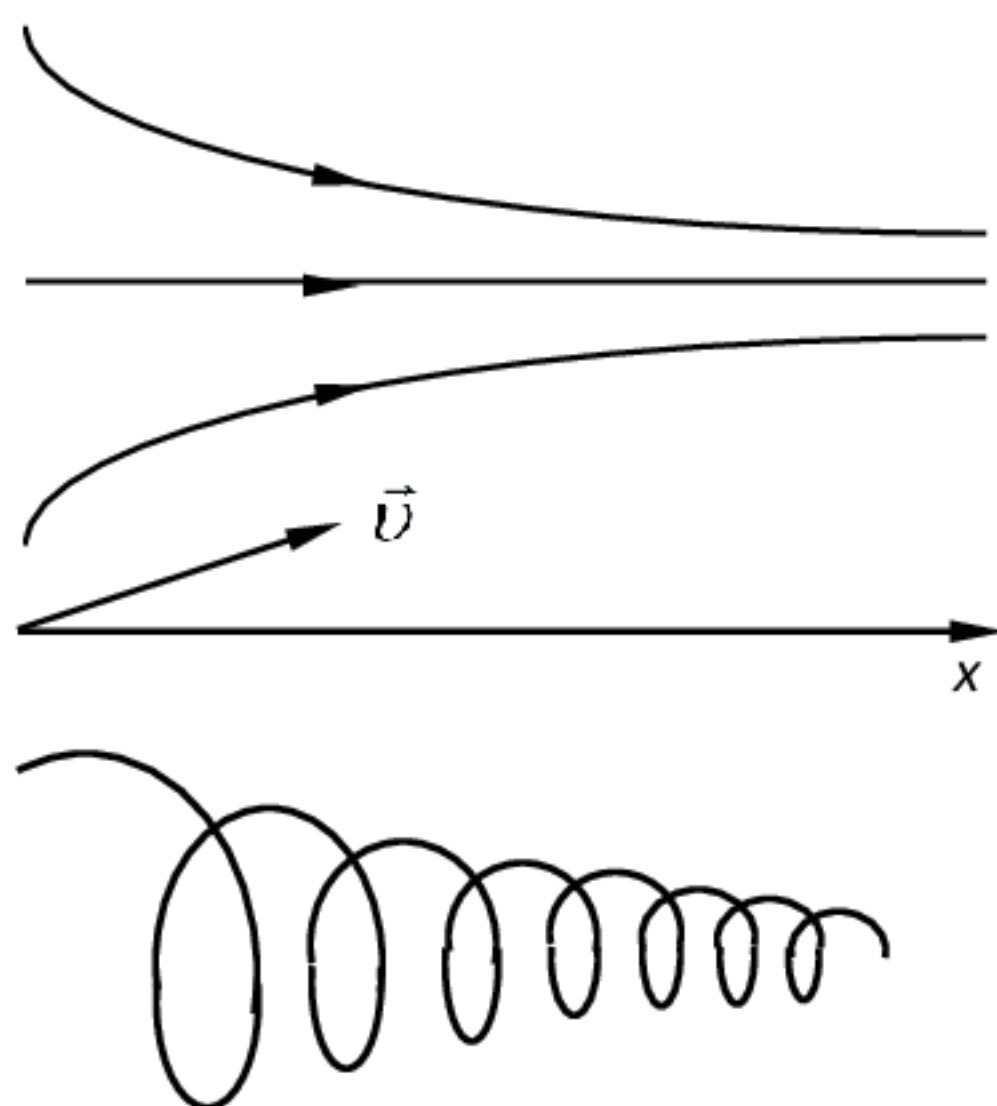
$$R = \frac{v_{\perp}}{\left(\frac{q}{m}\right)B} = \frac{v \sin \alpha}{\left(\frac{q}{m}\right)B}. \quad (15)$$

Шаг винтовой линии

$$h = v_{\parallel}T = v \cos \alpha \frac{2\pi}{\left(\frac{q}{m}\right)B}. \quad (16)$$

Рассмотрим случай, когда заряженная частица влетает в неоднородное магнитное поле. Пусть магнитная индукция возрастает в направлении x (рис.3). Тогда заряженная частица будет двигаться по винтовой линии, радиус и шаг которой уменьшаются.

Таким образом, заряженные частицы, влетающие в постоянное магнитное поле, изменяют направление своего движения и "навиваются" на линии вектора $\vec{B}$. Этим свойством пользуются в некоторых приборах, чтобы удерживать пучки заряженных частиц от распыливания.



Сущность метода магнитной фокусировки (в кратком варианте) состоит в следующем. Если частица движется точно вдоль линии вектора $\vec{B}$, то магнитное поле не оказывает на нее никакого воздействия. Если частица по каким-то причинам получит составляющую скорости, перпендикулярную к линиям поля, то она все равно не уйдет далеко в сторону от основной траектории и будет двигаться по винтовой линии.

Примеры решения задач

Рис. 5. Движение заряженной частицы в неоднородном магнитном поле

Сертификат
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Задача 1. α -частица, ускоренная разностью потенциалов 250 В, влетает в однородное магнитное поле индукцией 25 мТл, перпендикулярно линиям магнитной индукции и движется по окружности. Найдите радиус окружности и период обращения α -частицы.

Запишем краткое условие задачи.

Дано:	СИ
$e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	
$m_p=1,67 \cdot 10^{-27}$ кг	
$U=250$ В	
$B=25$ мТл	
	$=25 \cdot 10^{-3}$ Тл
$\alpha=90^\circ$.	
R, T-?	

Решение:

Работа электрического поля затрачивается на увеличение кинетической энергии частицы:

$$qU = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

В магнитном поле на движущуюся заряженную частицу действует сила Лоренца: $F_L = qBv \sin \alpha$, угол $\alpha=90^\circ$ и $\sin \alpha = 1$. Согласно второму закону Ньютона $F_L = ma_n$,

где $a_n = \frac{mv^2}{R}$ - центростремительное ускорение частицы, движущейся по окружности

радиуса R. Получаем $qBv = \frac{mv^2}{R}$. Окончательно радиус окружности:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{m \sqrt{\frac{2qU}{m}}}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{q}}.$$

Период обращения частицы найдем, разделив длину окружности на скорость частицы:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{qB}}{v} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

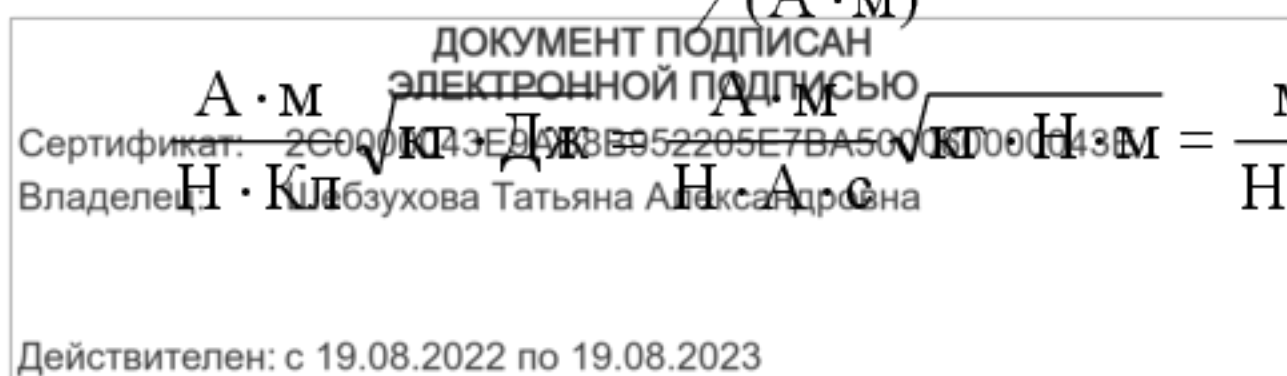
Заряд α -частицы: $q = 2e = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл = $3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл, ее масса

$m = 4m_p = 4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг = $6,68 \cdot 10^{-27}$ кг

Проведем проверку размерности:

$$[R] = \frac{1}{\text{Тл}} \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{Кл}}} = \frac{1}{\frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}} \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}}{\text{Кл}}} = \frac{\text{А} \cdot \text{м}}{\text{Н}} \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{Дж}}{\text{Кл}^2}} =$$

$$\frac{\text{А} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{Кл}} \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{Дж}}{\text{Кл}}} = \frac{\text{А} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{А} \cdot \text{с}} \sqrt{\frac{\text{Кл} \cdot \text{Дж}}{\text{Кл}}} = \frac{\text{м}}{\text{Н} \cdot \text{с}} \sqrt{\text{Н}^2 \cdot \text{с}^2} = \text{м}$$



$$[c] = \frac{\text{кг}}{\text{Кл} \cdot \text{Тл}} = \frac{\text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{Н}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{Н}} = \text{с}$$

Произведем вычисления: $R = \frac{1}{25 \cdot 10^{-3}} \sqrt{\frac{2 \cdot 6,68 \cdot 10^{-27} \cdot 250}{3,2 \cdot 10^{-19}}} = 0,13 \text{ м}$

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6,68 \cdot 10^{-27}}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 5,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$$

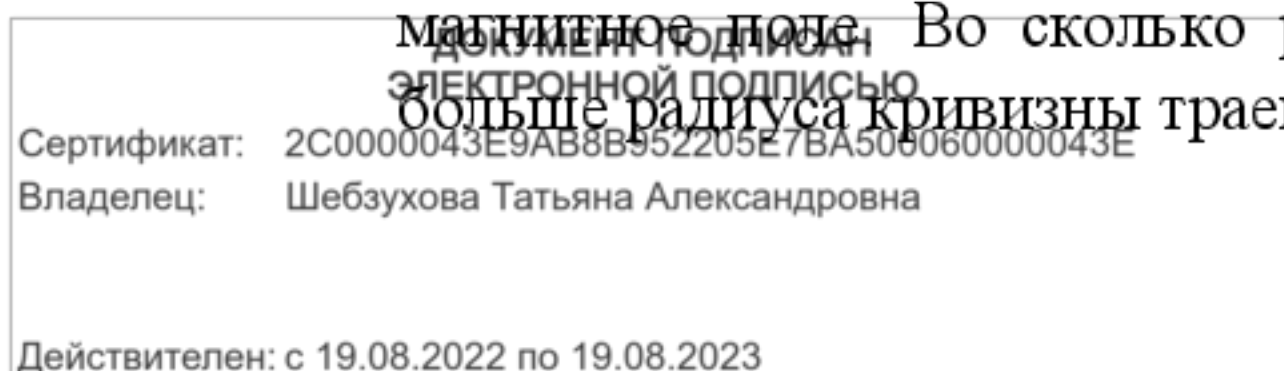
Ответ: 0,13 м; $5,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$.

Вопросы и задания.

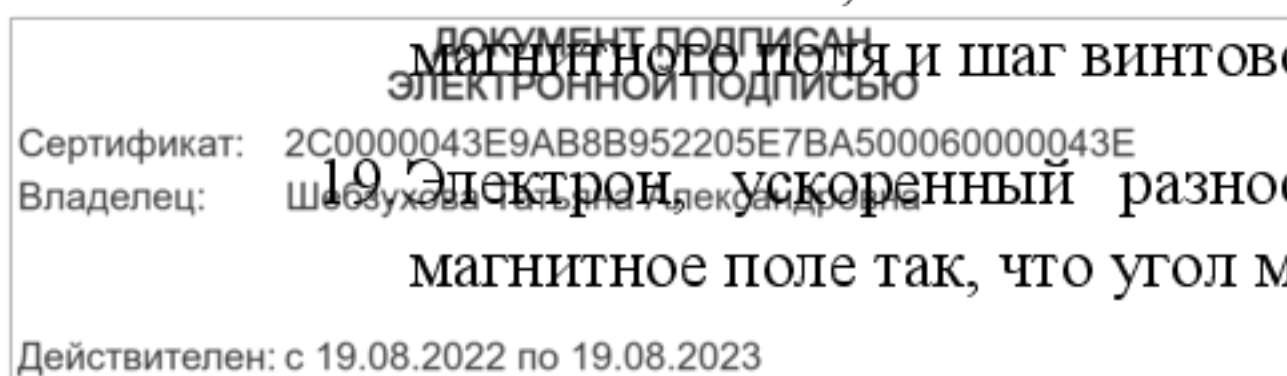
1. Сила Лоренца.
2. Модуль силы Лоренца
3. Движение заряженных частиц в магнитном поле.

Задачи для самостоятельного решения

1. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 3 В, движется параллельно длинному проводу на расстоянии 4 мм от него. Какая сила будет на него действовать, если по проводнику пропустить ток силой 5 А?
2. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 5 В, движется параллельно длинному проводу на расстоянии 4 мм от него. Какое ускорение приобретет электрон, если по проводнику пропустить ток силой 10 А?
3. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, попадают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?
4. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, впадают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?
5. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 10 В, влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Индукция поле равна 0,01 Тл. Определить радиус кривизны траектории электрона.
6. Электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Индукция поля равна 0,001 Тл. Определить период и частоту обращения электрона по окружности.
7. Протон и альфа-частица, двигаясь с одинаковой скоростью, попадают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории альфа-частицы больше радиуса кривизны траектории протона?



8. Протон и альфа-частица, двигаясь с одинаковой скоростью, попадают в однородное магнитное поле. Во сколько раз период обращения альфа- частицы больше периода обращения протона?
9. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 10В, влетает в однородное магнитное поле так, что направление его скорости составляет угол 30° с направлением силовых линий. Индукция поля равна 0,01 Тл. Определить радиус кривизны траектории электрона.
10. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 10В, влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Индукция поля равна 0,01 Тл. Чему равны тангенциальное и нормальное ускорения электрона?
11. Протон, ускоренный разностью потенциалов 1000В, влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Индукция поля равна 0,01 Тл. Определить тангенциальное и нормальное ускорение протона.
12. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 10В, влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 30° . Индукция поля равна 0,01 Тл. Определить тангенциальное и нормальное ускорение электрона.
13. Протон, ускоренный разностью потенциалов 5000В, влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 45° . Индукция поля равна 0,005 Тл. Определить тангенциальное и нормальное ускорение протона.
14. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 60 В, влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 30° . Индукция поля равна 0,01 Тл. Определить радиус кривизны траектории электрона и шаг винтовой линии, по которой движется электрон.
15. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 30В, влетает в магнитное поле соленоида под углом 30° к его оси. Число ампер-витков соленоида равно 5000. Длина соленоида 25 см. Определить шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле соленоида.
16. Протон влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 30° . Индукция поля равна 0,1 Тл. Определить кинетическую энергию протона, если радиус кривизны его траектории 1,5 см.
17. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 10$ мТл перпендикулярно линиям индукции влетает электрон с кинетической энергией $K = 30$ эВ. Определить радиус кривизны траектории электрона.
18. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 71 В, влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 37° , и описывает спираль радиусом 54 мм. Определить индукцию магнитного поля и шаг винтовой линии, по которой движется электрон.



- составляет 53° . Индукция поля равна $0,1$ Тл. Определить радиус кривизны траектории и шаг винтовой линии, по которой движется электрон.
20. Определить кинетическую энергию протона, движущегося по дуге окружности радиусом 60 см в магнитном поле, индукция которого $2 \cdot 10^{-3}$ Тл.
21. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью 106 м/с. Индукция магнитного поля $0,3$ Тл. Радиус окружности 4 см. Определить заряд частицы, если известно, что ее энергия равна 12 кэВ.
22. В однородное магнитное поле с индукцией $0,01$ Тл перпендикулярно линиям индукции влетает электрон с кинетической энергией 30 кэВ. Определить радиус кривизны траектории движения частицы.
23. Протон и альфа-частица попадают в однородное магнитное поле, двигаясь перпендикулярно линиям индукции. Сравнить радиусы кривизны их траекторий, если они имеют одинаковую энергию.
24. Электрон, влетевший в однородное магнитное поле с индукцией $0,02$ Тл перпендикулярно направлению магнитного поля, движется в нем по окружности радиусом 2 см. Определить разность потенциалов, которую прошел электрон перед тем, как влетел в магнитное поле.
25. Электрон, прошедший некоторую разность потенциалов, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $1,5 \cdot 10^{-2}$ Тл перпендикулярно магнитным силовым линиям. В магнитном поле электрон описывает окружность радиусом 114 мм. Определить разность потенциалов, которую прошел электрон перед тем, как влетел в магнитное поле.

Практическое занятие 12.

Тема занятия. Переменный электрический ток.

Цель занятия. Изучить электромагнитные колебания в переменного тока.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Электрические колебания в колебательном контуре, дифференциальное уравнение собственных электрических колебаний. Затухающие колебания. Добротность контура. Вынужденные колебания. Резонанс. Переменный ток, его промышленное получение. Переменный ток в цепи с индуктивностью, емкостью и активным сопротивлением, векторная диаграмма напряжений и токов. Электромагнитная индукция. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла. Ток смещения. Второе уравнение Максвелла. Система уравнений Максвелла. Электромагнитные волны. Основные свойства электромагнитных волн. Шкала электромагнитных волн. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Электромагнитные колебания в колебательном контуре

применяется при решении инженерных задач.

Сертификат: 20000043E9AB8952203E7BA30000000043E1

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Теоретическая часть.

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Электромагнитные колебания в колебательном контуре

Уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний

Колебательный контур – это электрическая цепь, состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью L , конденсатора емкостью C и резистора сопротивлением R . В **идеальном колебательном контуре** считается, что сопротивление R пренебрежимо мало ($R \approx 0$), что позволяет в **идеальном контуре** (рис. 18), состоящем только из катушки индуктивности и конденсатора, получить **незатухающие электромагнитные колебания**.

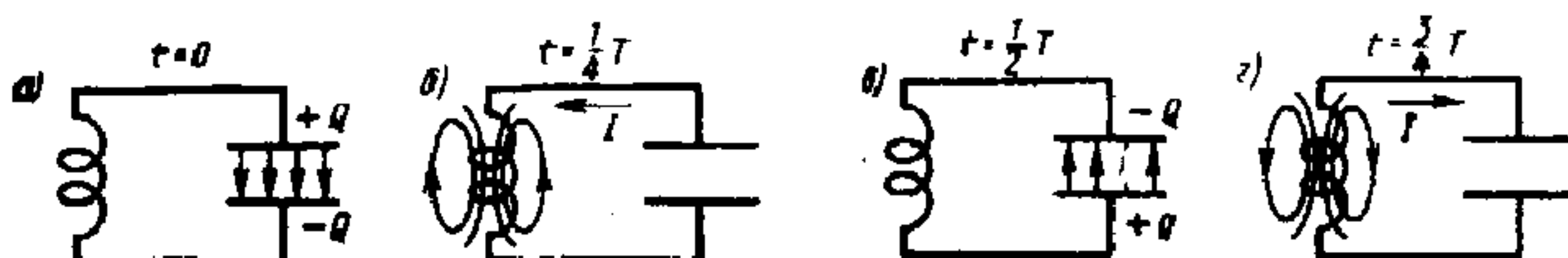


Рис. 18

Для возбуждения в контуре колебаний предварительно заряжают конденсатор, сообщая его обкладкам заряд $\pm q$. Тогда в начальный момент времени $t=0$ (рис. 18, а) между обкладками конденсатора возникнет электрическое поле. Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, конденсатор начнет разряжаться, и в контуре потечет возрастающий со временем ток I . Когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля конденсатора полностью перейдет в энергию магнитного поля катушки (рис. 18, б). Начиная с этого момента ток в контуре будет убывать, и, следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки, тогда в ней согласно закону Фарадея индуцируется ток, который течет в соответствии с правилом Ленца в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора. Конденсатор начнет перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который, в конце концов, обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума (рис. 18, в). Далее те же процессы начнут протекать в обратном направлении (рис. 18, г), и система к моменту времени $t=T$ (T – период колебаний) придет в первоначальное состояние (рис. 18, а). После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора, то есть начнутся периодические незатухающие колебания величины заряда q на обкладках конденсатора, напряжения U_C на конденсаторе и силы тока I , текущего через катушку индуктивности. Согласно закону Фарадея напряжение U_C на конденсаторе определяется скоростью изменения силы тока в катушке индуктивности идеального контура, то есть:

$$U_C = \varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}.$$

Исходя из того, что $U_C = q/C$, а $I = dq/dt$, получаем дифференциальное уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний величины заряда q на обкладках конденсатора:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B932205E7BA500060000043E
Владелец: ООО "Техносерв"
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} q \quad \text{или} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 .$$

Решением этого дифференциального уравнения является функция $q(t)$, то есть **уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний** величины заряда q на обкладках конденсатора:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) ,$$

где $q(t)$ – величина заряда на обкладках конденсатора в момент времени t ;

q_0 – амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора;

ω_0 – круговая (или циклическая) частота колебаний ($\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$);

$\omega_0 = 2\pi/T$ (T – период колебаний, $T = 2\pi\sqrt{LC}$ – **формула Томсона**);

$(\omega_0 t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент времени t ;

φ_0 – начальная фаза колебаний, то есть фаза колебаний в момент времени $t=0$.

Уравнение свободных затухающих гармонических колебаний.

В реальном колебательном контуре учитывается, что, кроме катушки индуктивностью L , конденсатора емкостью C , в цепи также имеется резистор сопротивлением R , отличным от нуля, что является причиной затухания колебаний в реальном колебательном контуре. Свободные **затухающие колебания** – колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшается.

Для цепи реального колебательного контура напряжения на последовательно включенных конденсаторе емкостью C и резисторе сопротивлением R складываются. Тогда с учетом закона Фарадея для цепи реального колебательного контура можно записать:

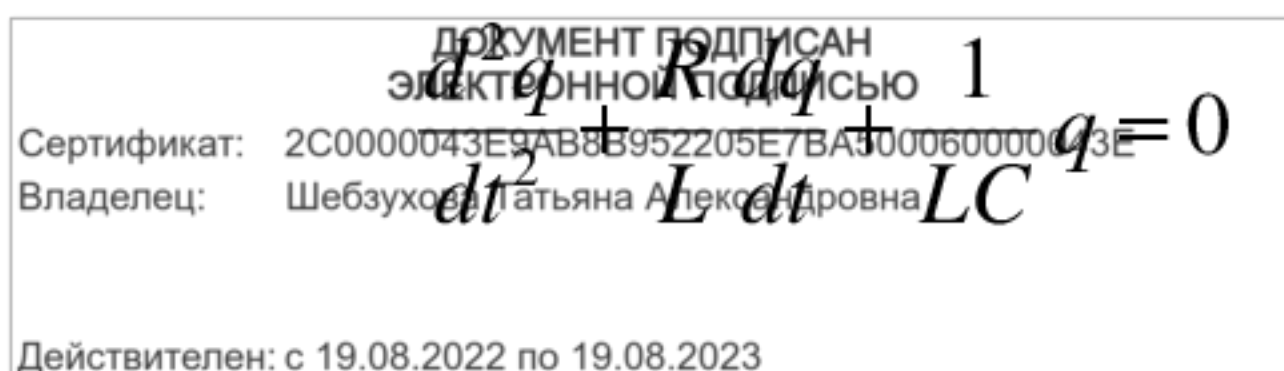
$$U_C + IR = \mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt} ,$$

где $\mathcal{E}_S$ – электродвижущая сила самоиндукции в катушке;

U_C – напряжение на конденсаторе ($U_C = q/C$);

IR – напряжения на резисторе.

Исходя из того, что $I = dq/dt$, получаем **дифференциальное уравнение свободных затухающих гармонических колебаний** величины заряда q на обкладках конденсатора:



$$\text{или} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 ,$$

где δ – коэффициент затухания колебаний ($\delta = \frac{R}{2L}$), $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.

Решением полученного дифференциального уравнения является функция $q(t)$, то есть **уравнение свободных затухающих гармонических колебаний** величины заряда q на обкладках конденсатора:

$$q(t) = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где $q(t)$ – величина заряда на обкладках конденсатора в момент времени t ;

$q_0 e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний заряда на обкладках конденсатора в момент времени t ;

q_0 – начальная амплитуда затухающих колебаний заряда на обкладках конденсатора;

ω – круговая (или циклическая) частота колебаний ($\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$);

$(\omega t + \varphi)$ – фаза затухающих колебаний в момент времени t ;

φ – начальная фаза затухающих колебаний.

Электромагнитные волны. Вектор Умова-Пойнтинга

Согласно теории Максвелла электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн, фазовая скорость v распространения которых определяется выражением:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}},$$

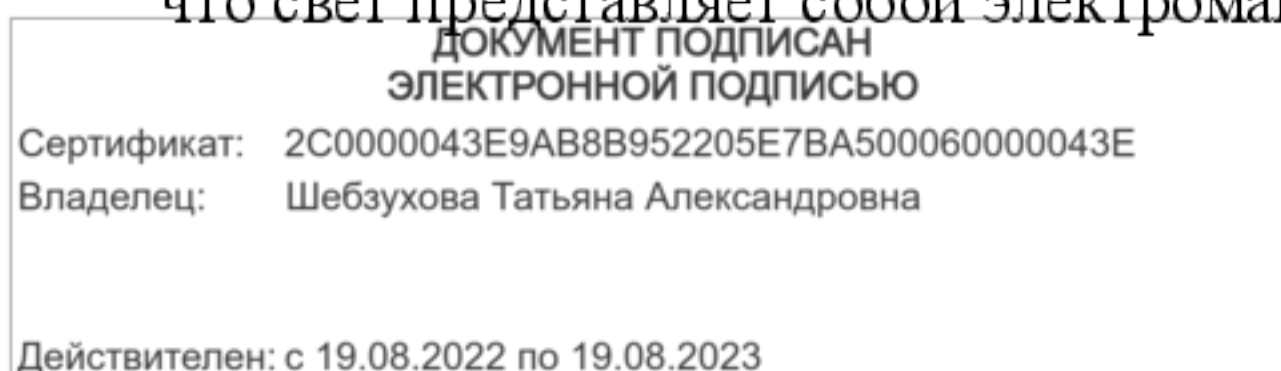
где ϵ_0 и μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные,

ϵ и μ – соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды,

c – скорость света в вакууме ($c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$).

В вакууме ($\epsilon = 1$, $\mu = 1$) скорость распространения электромагнитных волн совпадает со скоростью света (c), что согласуется с теорией Максвелла о том,

что свет представляет собой электромагнитные волны.



По теории Максвелла **электромагнитные волны** являются **поперечными**, то есть векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ напряженностей электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{v}$

скорости распространения волны, причем векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{v}$ образуют правовинтовую систему (рис. 19).

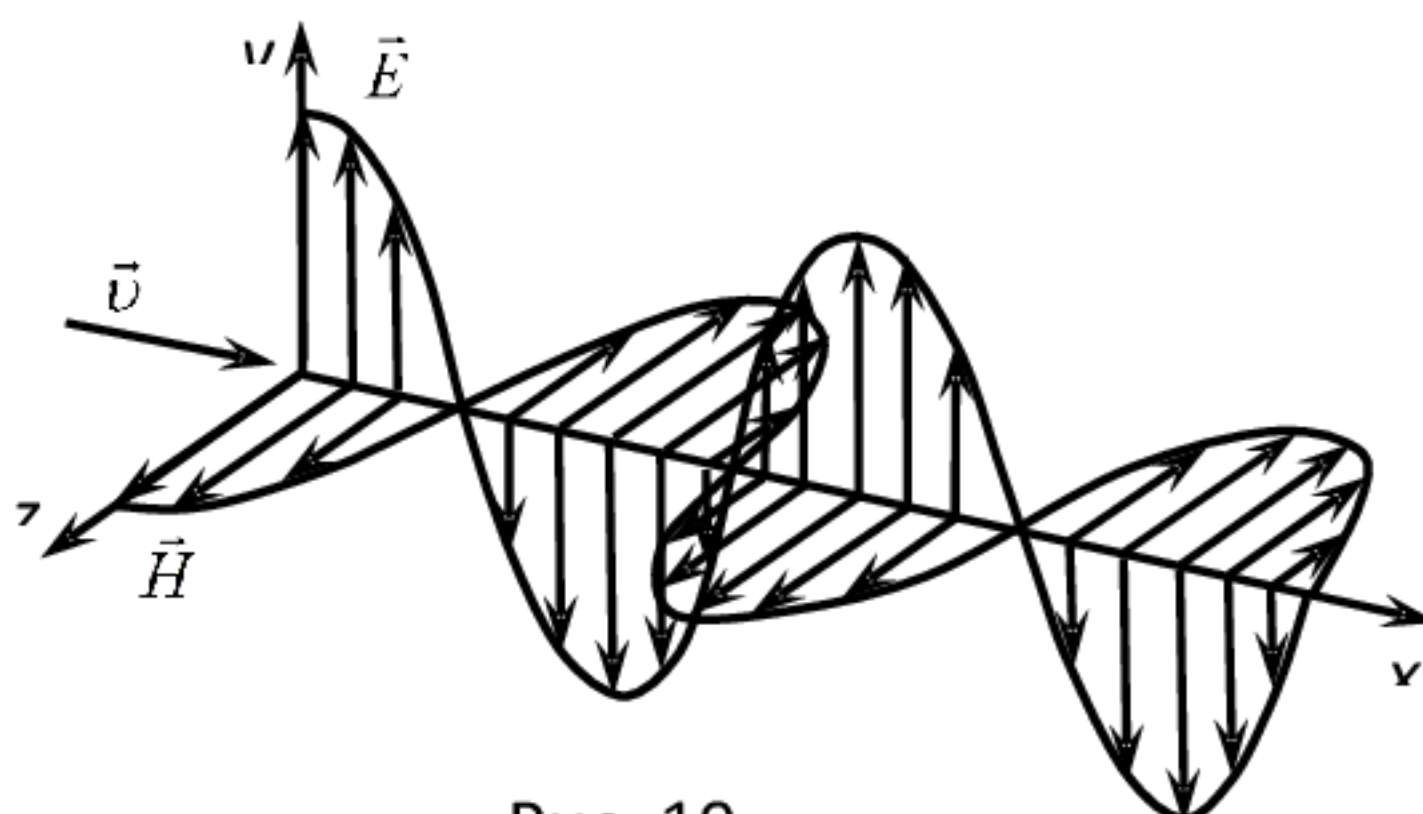


Рис. 19

Из теории Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются в одинаковых фазах (рис. 19), то есть значения напряженностей E и H электрического и магнитного полей одновременно достигают максимума и одновременно обращаются в нуль, причем мгновенные значения E и H связаны соотношением:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

Уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны (индексы y и z при E и H подчеркивают лишь то, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей в соответствии с рис. 19):

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где E_0 и H_0 – соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей,

ω – круговая частота волны, $\omega = 2\pi/T$ (T – период колебаний),

k – волновое число, $k = 2\pi/\lambda$ (λ – длина волны),

φ – начальная фаза колебаний (начальная фаза колебаний φ имеет одинаковое значение как для колебания электрического, так и магнитного векторов, так как в электромагнитной волне эти колебания происходят в одинаковых фазах).

Энергия электромагнитных волн. Электромагнитные волны переносят энергию. Объемная плотность w энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей $w_{эл}$ электрического и w_m магнитного полей:

$$w = w_{\vec{E}} + w_{\vec{H}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Учитывая выражение связи между величинами E и H , можно получить, что суммарная плотность энергии электрического и магнитного полей:

$$w = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\epsilon \mu} E H.$$

Умножив плотность энергии w на скорость v распространения волны в среде, получим модуль плотности потока энергии:

$$S = w v = E H.$$

Так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны, то произведение $E H$ совпадает с модулем вектора $[\vec{E} \vec{H}]$ ($[\vec{E} \vec{H}]$ – векторное произведение векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$). Кроме того, направление вектора $[\vec{E} \vec{H}]$ совпадает с направлением распространения волны, то есть с направлением переноса энергии, что позволило ввести **вектор $\vec{S}$** , равный векторному произведению $[\vec{E} \vec{H}]$, как **вектор плотности потока электромагнитной энергии**, называемый **вектором Умова–Пойнтинга**:

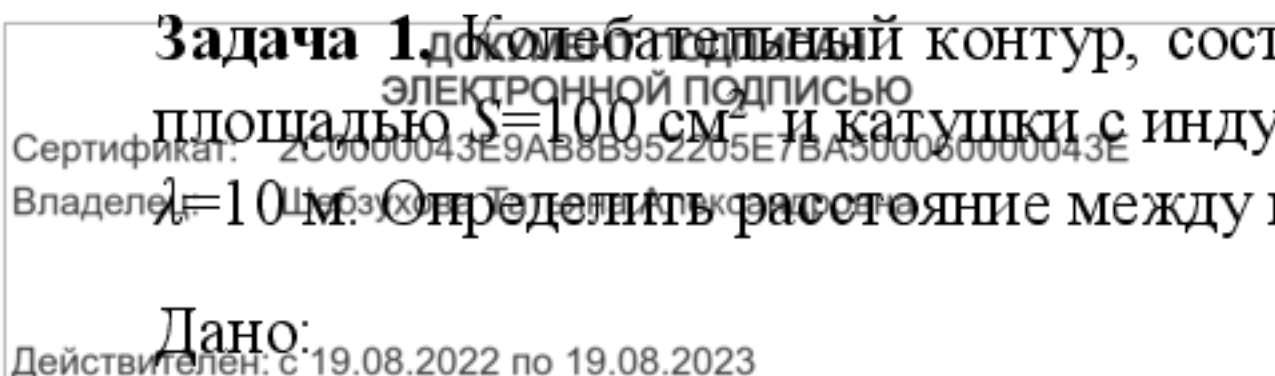
$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}].$$

Модуль **вектора $\vec{S}$** равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Примеры решения задач

Задача 1. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с пластинами площадью $S=100 \text{ см}^2$ и катушки с индуктивностью $L=1 \text{ мкГн}$, резонирует на волну длиной $\lambda=10 \text{ м}$. Определить расстояние между пластинами конденсатора.

Дано:



$S=100 \text{ см}^2=10^{-2} \text{ м}^2$	Емкость плоского конденсатора определяется по формуле
$L=1 \text{ мкГн}=10^{-6} \text{ Гн}$	$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$
$\lambda=10 \text{ м}$	Следовательно, $d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{C}$. (1)
$d=?$	Длина волны связана с периодом колебаний T и скоростью

c электромагнитных волн соотношением

$$\lambda = c \cdot T . \quad (2)$$

По формуле Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC} .$$

Выразив C из формулы Томсона, с учетом (2) и (1), получим

$$d = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon c^2 SL}{\lambda^2} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}}{10^2} = 3,14 \cdot 10^{-3} = 3,14 \text{ мм}$$

Задача 2. Резонанс в колебательном контуре, содержащем конденсатор емкостью $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, наступает при частоте $\nu_1 = 400 \text{ Гц}$. Когда же параллельно конденсатору C_1 подключили еще один емкостью C_2 , резонансная частота становится равной $\nu_2 = 100 \text{ Гц}$. Найти емкость конденсатора C_2 .

Дано: $C_1 = 1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$; $\nu_1 = 400 \text{ Гц}$; $\nu_2 = 100 \text{ Гц}$.

Найти: C_2 .

Решение

Резонанс в колебательном контуре наступает, когда собственная частота колебаний становится равной частоте вынужденных колебаний, возбуждаемых внешним передатчиком. При этом амплитуда электромагнитных колебаний в контуре становится максимальной. Частота вынужденных колебаний, равная собственной частоте колебательного контура, называется резонансной частотой. Резонансная частота ν_1 в колебательном контуре, содержащем только один конденсатор C_1 , определяется формулой

$$\text{Томсона: } \nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \quad (1),$$

Сертификат: 2C0000043E9AB8B332705E7B1500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

где L – индуктивность катушки колебательного контура. Когда к конденсатору C_1 подключили параллельно конденсатор C_2 , емкость батареи конденсаторов стала равна

$$C_1 + C_2. \text{ Резонансная частота } \nu_2 \text{ при этом равна: } \nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}}. \quad (2)$$

Обе частоты ν_1 и ν_2 , а также емкость C_2 известны. Неизвестна индуктивность катушки L и искомая емкость C_2 . Следовательно, необходимо исключить из уравнений (1) и (2) индуктивность L , например, поделив левые и правые части этих уравнений соответственно друг на друга. После деления, сокращения и упрощения получаем:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}}{2\pi\sqrt{LC_1}}, \quad \frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{L(C_1 + C_2)}{LC_1}} = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1}}$$

$$\text{Отсюда } \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 = 1 + \frac{C_2}{C_1}; \quad \frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 - 1; \quad C_2 = C_1 \left(\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 - 1 \right).$$

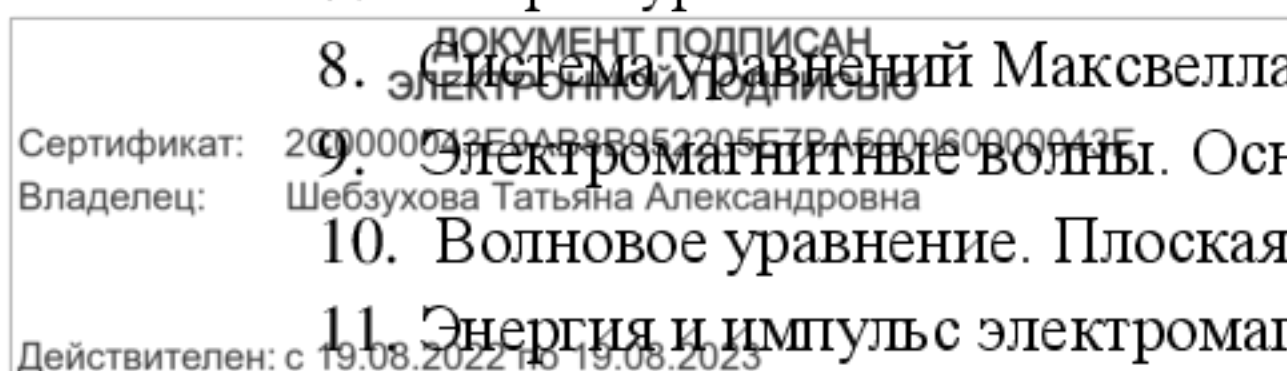
Задача в общем, виде решена. Проведем вычисления:

$$C_2 = 10^{-6} \left(\left(\frac{400}{100} \right)^2 - 1 \right) = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф.}$$

Ответ: $C_2 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф.}$

Вопросы и задания.

1. Электрические колебания в колебательном контуре, дифференциальное уравнение собственных электрических колебаний.
2. Затухающие колебания. Добротность контура. Вынужденные колебания. Резонанс.
3. Переменный ток, его промышленное получение.
4. Переменный ток в цепи с индуктивностью, емкостью и активным сопротивлением, векторная диаграмма напряжений и токов.
5. Электромагнитная индукция. Вихревое электрическое поле.
6. Первое уравнение Максвелла. Ток смещения.
7. Второе уравнение Максвелла.
8. Система уравнений Максвелла.
9. Электромагнитные волны. Основные свойства электромагнитных волн.
10. Волновое уравнение. Плоская электромагнитная волна.
11. Энергия и импульс электромагнитного поля. Вектор Умова - Пойнтинга.



12. Экспериментальное исследование электромагнитных волн.
13. Шкала электромагнитных волн.

Задачи для самостоятельного решения

1. По обмотке соленоида индуктивностью $L=0,2$ Гн течет ток $I=10$ А. Определить энергию W магнитного поля соленоида.
2. Индуктивность L катушки (без сердечника) равна $0,1$ мГн. При какой силе тока I энергия W магнитного поля равна 100 мкДж?
3. Соленоид содержит $N=1000$ витков. Сила тока I в его обмотке равна 1 А, магнитный поток Φ через поперечное сечение соленоида равен $0,1$ мВб. Вычислить энергию W магнитного поля.
4. На железное кольцо намотано в один слой $N=200$ витков. Определить энергию W магнитного поля, если при токе $I=2,5$ А магнитный поток Φ в железе равен $0,5$ мВб.
5. При некоторой силе тока I плотность энергии w магнитного поля соленоида (без сердечника) равна $0,2$ Дж/м³. Во сколько раз увеличится плотность энергии поля при той же силе тока, если соленоид будет иметь железный сердечник?
6. Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет $n=10$ витков на каждый сантиметр длины. Определить плотность энергии w поля, если по обмотке течет ток $I=16$ А.
7. Обмотка тороида содержит $n=10$ витков на каждый сантиметр длины. Сердечник не магнитный. При какой силе тока I в обмотке плотность энергии w магнитного поля равна 1 Дж/м³?
8. Катушка индуктивностью $L=1$ мГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D=20$ см каждая, соединены параллельно. Расстояние d между пластинами равно 1 см. Определить период T электрических колебаний в таком контуре.
9. Конденсатор электроемкостью $C=500$ пФ соединен параллельно с катушкой длиной $l=40$ см и площадью S сечения, равной 5 см². Катушка содержит $N=1000$ витков. Сердечник немагнитный. Найти период T электрических колебаний в этом контуре.
10. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=20$ мкГн и конденсатора электроемкостью $C=80$ нФ. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 2% . Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

Практическое занятие 13.

Практическое занятие 13.

Сертификат: 2020-03-31 15:07:05
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Цель занятия. Изучить основные законы геометрической оптики.

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Закон прямолинейного распространения света в однородной среде. Основные законы оптики. Полное отражение. Линзы. Формула линзы. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Основные законы геометрической оптики применяется при решении инженерных задач.

Теоретическая часть.

Закон прямолинейного распространения света в однородной среде

Прямолинейность световых лучей означает, что форма тени предмета при его освещении точечным источником соответствует геометрической *центральной проекции* контура предмета (с центром в источнике). Представление о прямолинейных световых лучах используется в инструментальной оптике для конструирования и расчета оптических приборов. В оптически неоднородных средах геометрическая оптика допускает и непрямолинейное распространение света.

Закон независимости световых лучей

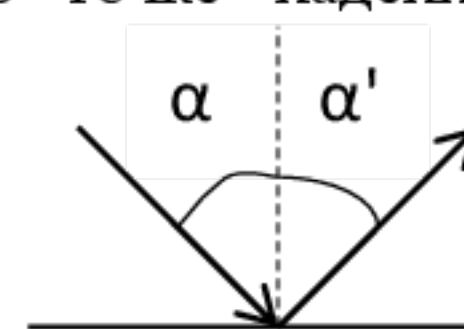
Опыт показывает, что световые пучки при пересечении, как правило, не возмущают друг друга. Производимое одним пучком действие не зависит от наличия других пучков. Математически это означает, что при наложении нескольких световых пучков результирующая интенсивность пучков равна сумме интенсивностей, каждого из пучков

$I = \sum_{i=1}^n I_i$, то есть здесь мы пренебрегаем волновыми свойствами света (интерференцией и

дифракцией). Кроме того, этот закон строго справедлив для вакуума. Для световых лучей в веществе закон независимости световых лучей справедлив для *линейных* сред, оптические свойства которых не зависят от интенсивности света. Это выполняется точно при небольшой и приближенно при умеренной интенсивности света. При распространении света высокой интенсивности в веществе этот закон нарушается.

Закон отражения света

При падении луча света на границу раздела двух сред, в точке падения восстанавливают нормаль к границе раздела и отсчитывают угол падения α , как угол между падающим лучом и нормалью, а угол отражения α' - как угол между отраженным лучом и нормалью. Тогда закон *отражения света* гласит: *луч падающий, луч отраженный и нормаль к отражающей поверхности лежат в одной плоскости, причем угол падения равен углу отражения $\alpha = \alpha'$.*



Закон преломления света

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

Более сложный закон имеет место при переходе света из одной среды в другую. При падении света на границу раздела прозрачных сред с абсолютными показателями преломления

$n_1 = \frac{c}{v_1}$ и $n_2 = \frac{c}{v_2}$ часть света отражается, а часть проходит во

вторую среду, изменяя направление распространения (преломляется). Здесь c – скорость света в вакууме, v – скорость света в соответствующей среде. Угол к нормали, под которым свет распространяется во второй среде, называют углом преломления β . Тогда закон преломления гласит: *луч падающий, луч преломленный и нормаль к преломляющей поверхности лежат в одной плоскости. Угол падения и угол преломления связаны соотношением:*

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}, \text{ где } n_{21}$$

- относительный коэффициент преломления второй среды относительно первой.

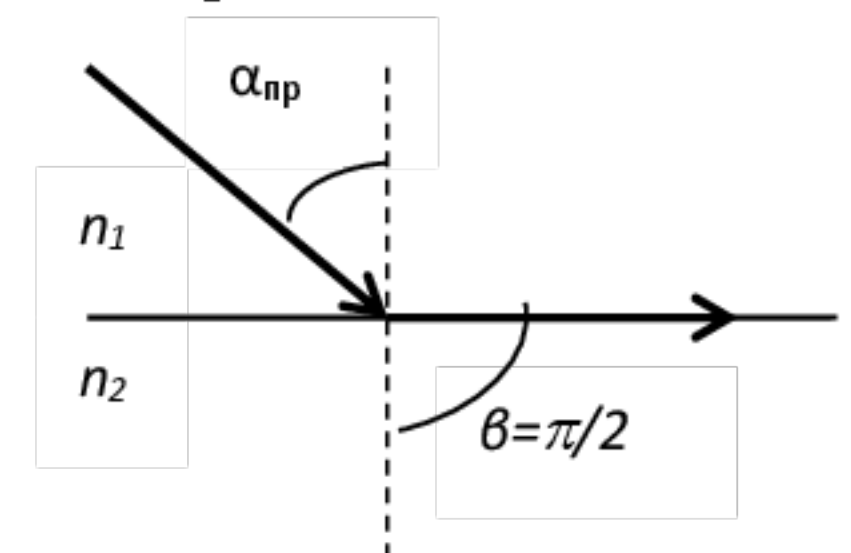
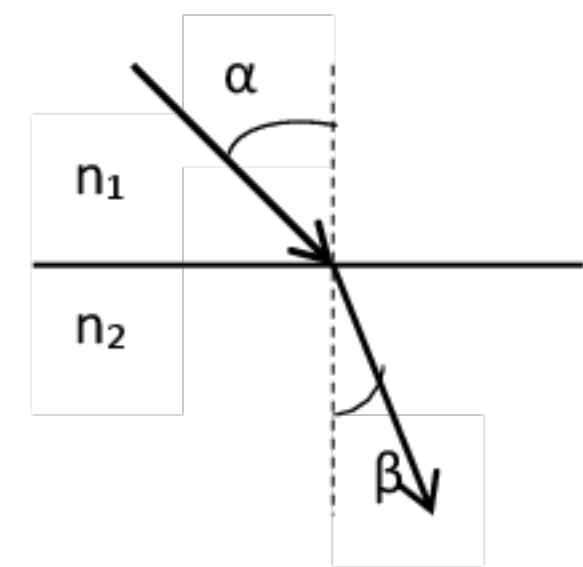
$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Здесь различают два случая:

1. Когда свет переходит из оптически менее плотной среды в оптически более плотную среду ($n_2 > n_1$), угол преломления меньше угла падения ($\beta < \alpha$). В этом случае доля отраженной энергии светового луча от границы раздела двух сред сильно возрастает по мере увеличения угла падения. Однако даже при очень больших углах падения, близких к 90° , когда световой луч почти скользит вдоль поверхности раздела двух сред, все же часть световой энергии переходит во вторую среду.

2. Новое интересное явление возникает тогда, когда свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду ($n_2 < n_1$). Тогда угол преломления больше угла падения ($\beta > \alpha$). Здесь также доля отраженной энергии возрастает с увеличением угла падения, однако возрастание идет по иному закону: *начиная с некоторого угла падения, вся световая энергия отражается от границы раздела. Это явление носит название полного внутреннего отражения.*

Угол падения $\alpha_{пр}$, начиная с которого вся световая энергия отражается от границы раздела, называется *предельным углом полного внутреннего отражения*. Значение этого угла определяется выражением: $\sin \alpha_{пр} = n_{21}$. При падении луча с углом падения $\alpha > \alpha_{пр}$, вся световая энергия отражается в первую среду и не проходит во вторую, преломленного луча во второй среде нет.



Следствия из законов геометрической оптики

Фокусное расстояние сферического зеркала

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

где R – радиус кривизны зеркала.

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$F = R / 2,$$

Оптическая сила сферического зеркала

$$D = 1 / F.$$

Формула сферического зеркала

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

где d и f – расстояния от полюса зеркала соответственно до предмета и изображения. Знак плюс соответствует действительным величина, а знак минус – мнимым.

Оптическая сила тонкой линзы

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где F – фокусное расстояние линзы; $n_{\text{л}}$ – абсолютный показатель преломления вещества линзы; $n_{\text{ср}}$ – абсолютный показатель преломления окружающей среды.

Радиусы выпуклых поверхностей (R_1 и R_2) берутся со знаком плюс, вогнутых – со знаком минус.

Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вплотную

$$D = D_1 + D_2.$$

Формула тонкой линзы

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

где d и f – расстояния от оптического центра линзы соответственно до предмета и изображения. Знак плюс соответствует действительным величина, а знак минус – мнимым.

Угловое изображение лупы

$$\Gamma = \frac{d_0}{F},$$

где d_0 – расстояние наилучшего зрения ($d_0 = 25$ см).

Угловое увеличение телескопа в случае, когда в телескоп наблюдают удаленные предметы

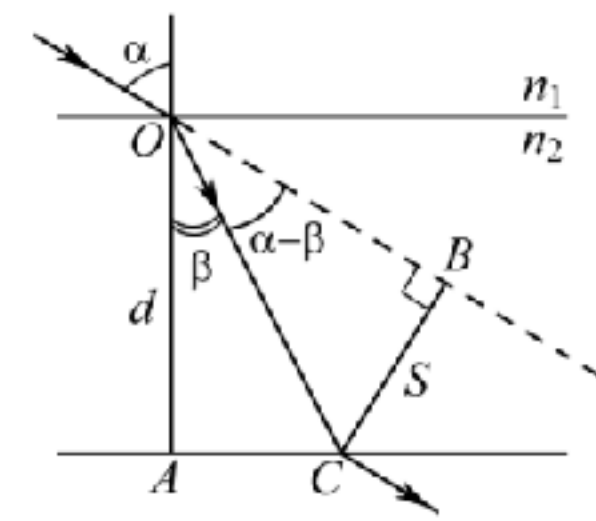
$$\Gamma = \frac{F_1}{F_2},$$

где F_1 и F_2 – фокусные расстояния соответственно объектива и окуляра.

Примеры решения задач

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

Задача 1. Световой луч падает под углом $\alpha = 60^\circ$ на плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $d = 10$ см. Определите смещение S луча пластинкой, если пластинка погружена в воду. Показатели преломления стекла и воды соответственно равны $n_2 = 1,5$, $n_1 = 1,33$.



см.

Дано:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$d = 10 \text{ см}$$

$$n_1 = 1,33$$

$$n_2 = 1,5$$

$S = ?$

Решение. Из прямоугольных треугольников AOB и BOC следует:

$$\frac{d}{\cos \beta} = \frac{S}{\sin(\alpha - \beta)} = CO.$$

$$S = \frac{d \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = d \left(\sin \alpha - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \beta} \right). \quad (1)$$

По закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \sin \beta = \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2}. \quad (2)$$

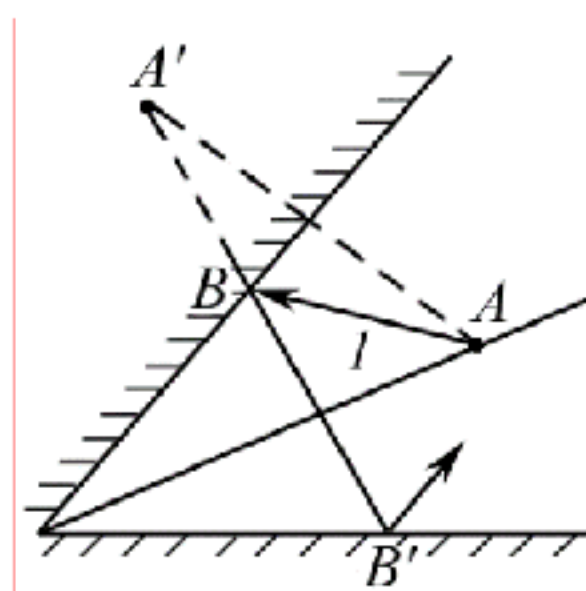
Следовательно,

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{1}{n_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}. \quad (3)$$

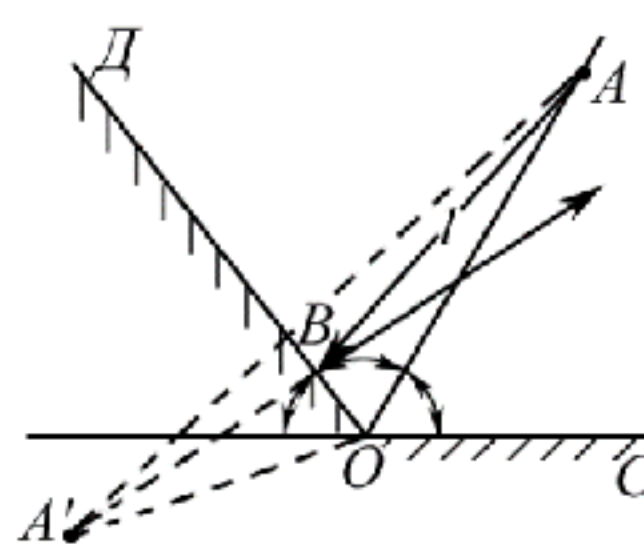
Подставляя выражения (2) и (3) в формулу (1), получим

$$\begin{aligned} S &= d \left(\sin \alpha - \frac{n_1 n_2 \cos \alpha \sin \alpha}{n_2 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right) = d \left(\sin \alpha - \frac{n_1 \sin 2\alpha}{2 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right) = \\ &= 10 \left(\sin 60^\circ - \frac{1,33 \sin 120^\circ}{2 \sqrt{1,5^2 - 1,33^2 \sin^2 60^\circ}} \right) \approx 2,67 \text{ см.} \end{aligned}$$

Задача 2. Внутренняя поверхность конуса покрыта отражающим слоем, образующим коническое зеркало. Вдоль оси конуса внутри него натянута светящаяся нить. Определите минимальный угол раствора конуса $\alpha_{\min}$, при котором лучи, идущие от нити, будут отражаться от поверхности конуса не более одного раза.



а)



б)

Решение. Рассмотрим ход луча (1), испущенного точкой A , лежащей на нити. После первого отражения от конической поверхности в точке B луч 1 пойдет так, как если бы он вышел из точки A' – мнимого изображения точки A . Если угол раствора конуса мал, то точка A' – изображение точки A будет лежать выше прямой OC (рис. а). Тогда луч 1 может отразиться в точке D второй раз от нижней поверхности конуса. При большом угле раствора конуса точка A' лежит ниже прямой OC (рис. б).

Тогда ни один луч, вышедший из точки A второй раз не попадет на зеркало. Это будет иметь место, если

$$\angle A'OD + \angle AOD + \angle AOC \geq 180^\circ. \quad (1)$$

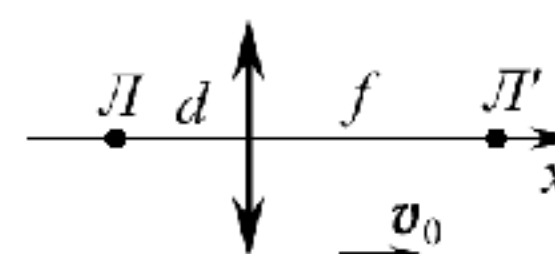
Но $\angle AOC = \angle AOD = \angle A'OD = \alpha / 2$. Подставим выражение для углов в (1): $3(\alpha / 2) \geq 180^\circ$.

Отсюда получим

$$\alpha_{\min} = \alpha \geq (2 / 3) \cdot 180^\circ.$$

$$\alpha_{\min} \geq 120^\circ.$$

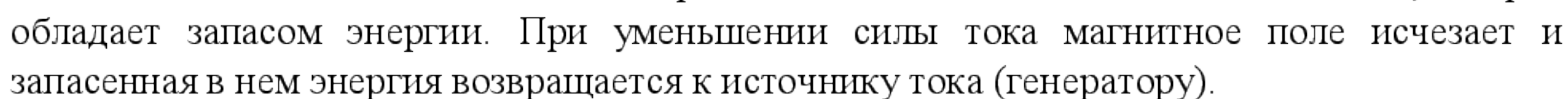
Задача 3. На оптической скамье установлена лампочка L (ее можно считать точечным источником света). От лампочки отодвигают с постоянной скоростью v_0 собирающую линзу, фокусное расстояние которой равно F . В какую сторону, и с какой скоростью будет двигаться изображение L' лампочки в тот момент, когда линза окажется от нее на расстоянии $1,5F$? Лампочка все время остается на главной оптической оси линзы.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt. \quad (13)$$


При $\varphi = \pi/2$ положительная мощность равна отрицательной мощности, работа тока за период равна нулю, следовательно, средняя мощность также равна нулю. При этом периодически энергия запасается в магнитном и электрическом полях, а затем снова передается генератору. Последний случай возможен лишь при $R=0$.

$$P = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi = UI \cos \varphi, \quad (14)$$

Формула (14) показывает, что развиваемая в цепи переменного тока мощность зависит не только от силы тока и напряжения, но и от сдвига фаз между напряжением и током.

характеризует потери энергии в цепи и, технико-экономической характеристикой при переменного тока. Если нагрузки в цепи имеют

большие емкостные и индуктивные сопротивления, то $\varphi \neq 0$ и $\cos \varphi$ может быть много меньше единицы.

В этих случаях для передачи требуемой активной мощности P (при заданном напряжении) необходимо увеличивать силу тока, что приводит к выделению в цепи большого количества теплоты. Поэтому приходится либо увеличивать сечение проводов ($R \sim 1/S$), либо распределять реактивные нагрузки так, чтобы $\cos \varphi$ был по возможности ближе к единице.

Резонанс в электрических цепях. Резонанс напряжений

Резонансом в электрической цепи называется режим участка, содержащего индуктивный и емкостный элементы, при котором угол φ сдвига фаз колебаний напряжения и тока равен нулю. Резонанс характеризуется рядом особенностей, которые обусловили его широкое применение в радиотехнике, электротехнике, измерительной технике и других областях.

Различают несколько видов резонанса: резонанс напряжений (при последовательном соединении элементов), резонанс токов (при параллельном соединении элементов), резонанс в магнитно-связанных цепях и др.

Резонанс напряжений. Из выражения (1) следует, что при последовательном соединении R, L, C ток в цепи приобретает максимальное значение при $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, то есть при $\omega L = \frac{1}{\omega C}$. Этому условию удовлетворяет частота

$$\omega_{рез} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (15)$$

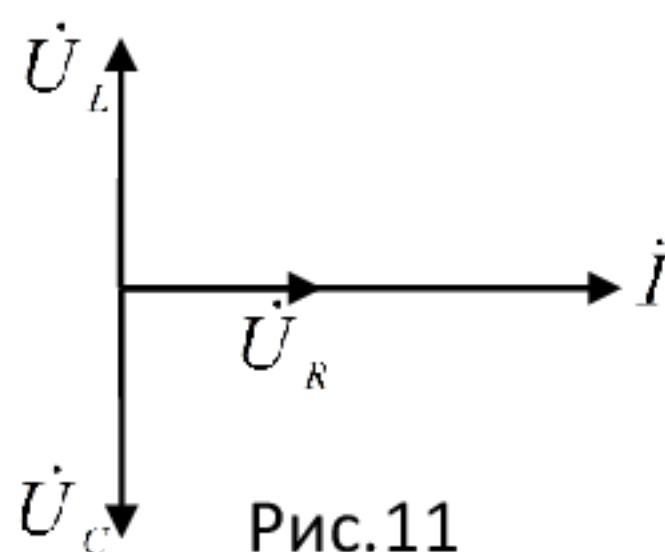


Рис.11

В этом случае $\varphi = 0$, $Z = R \rightarrow \min$, падения напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе одинаковы по величине и противоположны по фазе (рис.11). Таким образом, при резонансе напряжений

$$U_L = U_C,$$

и

$$U_L = \omega_{рез} LI = \frac{1}{\sqrt{LC}} LI = \sqrt{\frac{L}{C}} I = \frac{U}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = UQ, \quad (16)$$

где Q — добротность контура

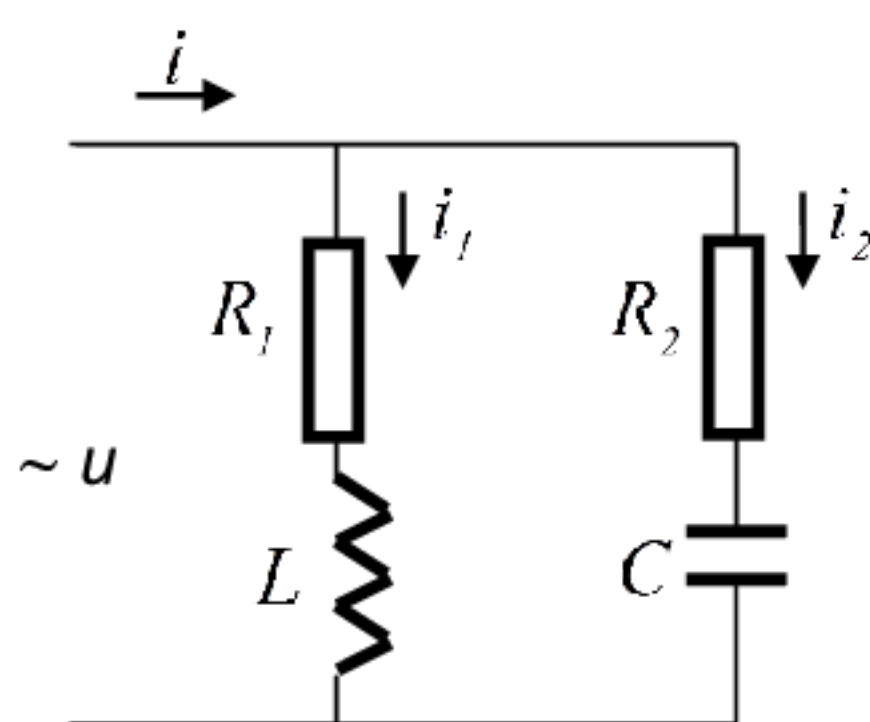


Рис.12

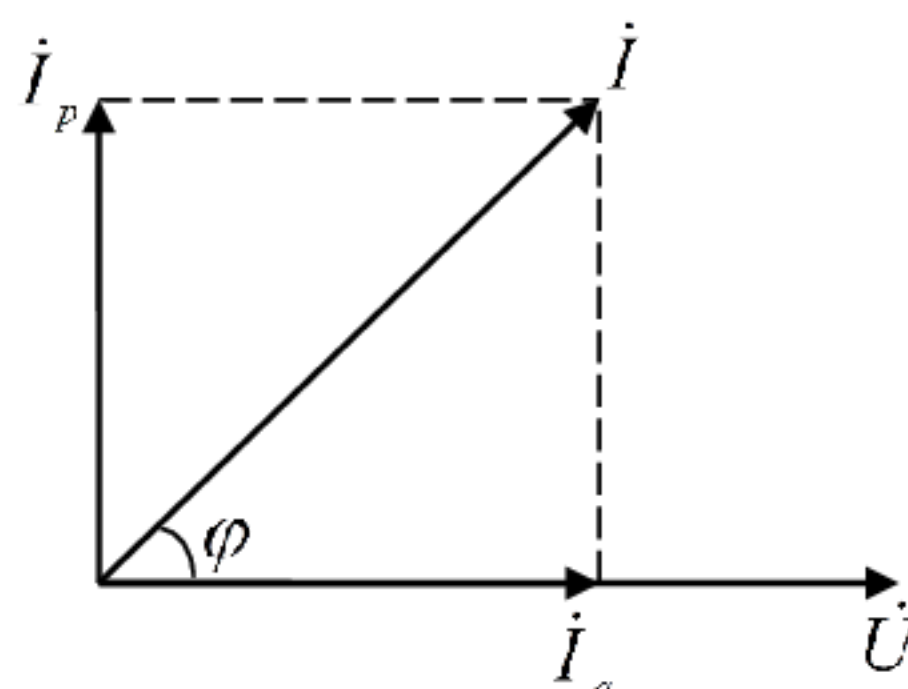


Рис.13

Так как добротность колебательных контуров больше единицы, то напряжение, как на катушке индуктивности, так и на конденсаторе превышает напряжение U , приложенное к цепи. Из выражения (16) следует, что добротность контура показывает, во сколько раз при резонансе напряжение на реактивных элементах больше по величине входного напряжения.

Явление резонанса напряжений используется в радиотехнике и электронике для усиления колебаний напряжения какой-либо определенной частоты. В электроэнергетике явление резонанса напряжений необходимо учитывать при выборе изоляции высоковольтного оборудования, так как иначе может произойти ее пробой.

Вопросы и задания.

1. Переменный электрический ток.
2. Действующее значение переменного тока.
3. Электрическая цепь с резистором.
4. Электрическая цепь с катушкой индуктивности.
5. Электрическая цепь с конденсатором.
6. Закон Ома для цепи переменного тока.
7. Мгновенная мощность.
8. Резонанс в электрических цепях. Резонанс напряжений.

Задачи для самостоятельного решения

1. В сеть переменного тока с действующим напряжением 220 В включено активное сопротивление 55 Ом. Определить действующее и амплитудное значение силы тока.
2. Неоновая лампа включена в сеть переменного тока с эффективным напряжением $V_3=71$ В и периодом $T=(1/50)$ с. Найти промежуток времени, в течение которого длится вспышка лампы, и частоту вспышек лампы n . Напряжение зажигания лампы $V_3=86,7$ В считать равным напряжению гашения $V_Г$.
3. В цепь последовательно включены резистор с сопротивлением R , конденсатор с емкостью C и катушка с индуктивностью L . По цепи протекает переменный ток. Определите амплитуды напряжения на каждом из элементов цепи и во всей цепи. По какому закону изменяется приложенное к цепи напряжение?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Практическое занятие 14.

Тема занятия. Волновая оптика. Интерференция и дифракция света.

Цель занятия. Изучить основные законы геометрической оптики.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Закон прямолинейного распространения света в однородной среде. Основные законы оптики. Полное отражение. Линзы. Формула линзы. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Основные законы геометрической оптики применяется при решении инженерных задач.

Теоретическая часть.

Закон прямолинейного распространения света в однородной среде

Прямолинейность световых лучей означает, что форма тени предмета при его освещении точечным источником соответствует геометрической *центральной проекции* контура предмета (с центром в источнике). Представление о прямолинейных световых лучах используется в инструментальной оптике для конструирования и расчета оптических приборов. В оптически неоднородных средах геометрическая оптика допускает и непрямолинейное распространение света.

Закон независимости световых лучей

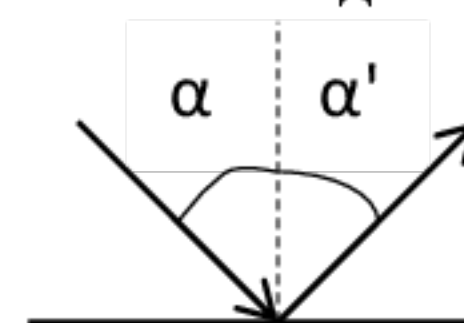
Опыт показывает, что световые пучки при пересечении, как правило, не возмущают друг друга. Производимое одним пучком действие не зависит от наличия других пучков. Математически это означает, что при наложении нескольких световых пучков результирующая интенсивность пучков равна сумме интенсивностей, каждого из пучков

$$I = \sum_{i=1}^n I_i, \text{ то есть здесь мы пренебрегаем волновыми свойствами света (интерференцией и}$$

дифракцией). Кроме того, этот закон строго справедлив для вакуума. Для световых лучей в веществе закон независимости световых лучей справедлив для *линейных* сред, оптические свойства которых не зависят от интенсивности света. Это выполняется точно при небольшой и приближенно при умеренной интенсивности света. При распространении света высокой интенсивности в веществе этот закон нарушается.

Закон отражения света

При падении луча света на границу раздела двух сред, в точке падения восстанавливают нормаль к границе раздела и отсчитывают угол падения α , как угол между падающим лучом и нормалью, а угол отражения α' - как угол между отраженным лучом и нормалью. Тогда закон *отражения света* гласит: *луч падающий, луч отраженный и*



нормаль к отражающей поверхности лежат в одной плоскости, причем угол падения равен углу отражения $\alpha = \alpha'$.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Закон преломления света

Более сложный закон имеет место при переходе света из одной среды в другую. При падении света на границу раздела прозрачных сред с абсолютными показателями преломления

$n_1 = \frac{c}{v_1}$ и $n_2 = \frac{c}{v_2}$ часть света отражается, а часть проходит во

вторую среду, изменяя направление распространения (преломляется). Здесь c – скорость света в вакууме, v – скорость

света в соответствующей среде. Угол к нормали, под которым свет распространяется во второй среде, называют углом преломления β . Тогда закон преломления гласит: *луч падающий, луч преломленный и нормаль к преломляющей поверхности лежат в одной*

плоскости. Угол падения и угол преломления связаны соотношением: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}$, где n_{21}

- относительный коэффициент преломления второй среды относительно первой.

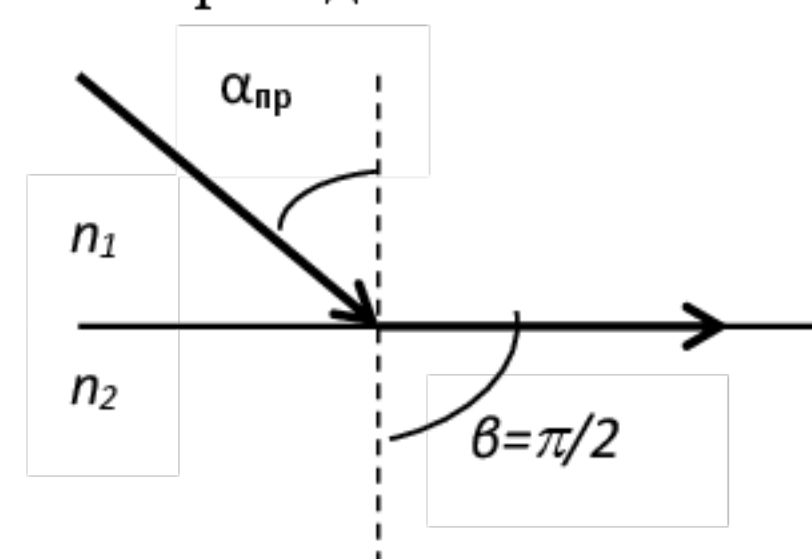
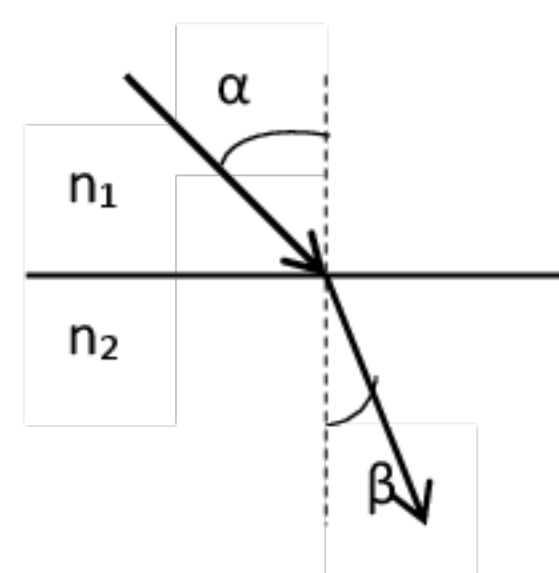
$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Здесь различают два случая:

1. Когда свет переходит из оптически менее плотной среды в оптически более плотную среду ($n_2 > n_1$), угол преломления меньше угла падения ($\beta < \alpha$). В этом случае доля отраженной энергии светового луча от границы раздела двух сред сильно возрастает по мере увеличения угла падения. Однако даже при очень больших углах падения, близких к 90° , когда световой луч почти скользит вдоль поверхности раздела двух сред, все же часть световой энергии переходит во вторую среду.

2. Новое интересное явление возникает тогда, когда свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду ($n_2 < n_1$). Тогда угол преломления больше угла падения ($\beta > \alpha$). Здесь также доля отраженной энергии возрастает с увеличением угла падения, однако возрастание идет по иному закону: *начиная с некоторого угла падения, вся световая энергия отражается от границы раздела*. Это явление носит название *полного внутреннего отражения*.

Угол падения α_{np} , начиная с которого вся световая энергия отражается от границы раздела, называется *предельным углом полного внутреннего отражения*. Значение этого угла определяется выражением: $\sin \alpha_{np} = n_{21}$. При падении луча с углом падения $\alpha > \alpha_{np}$, вся световая энергия отражается в первую среду и не проходит во вторую, преломленного луча во второй среде нет.



Следствия из законов геометрической оптики

Фокусное расстояние сферического зеркала

$$F = R / 2,$$

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 2C80969D3E7AB8B422293E7BA30A009C06143E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

где R – радиус кривизны зеркала.

Оптическая сила сферического зеркала

$$D = 1 / F.$$

Формула сферического зеркала

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

где d и f – расстояния от полюса зеркала соответственно до предмета и изображения. Знак плюс соответствует действительным величинам, а знак минус – мнимым.

Оптическая сила тонкой линзы

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где F – фокусное расстояние линзы; $n_{\text{л}}$ – абсолютный показатель преломления вещества линзы; $n_{\text{ср}}$ – абсолютный показатель преломления окружающей среды.

Радиусы выпуклых поверхностей (R_1 и R_2) берутся со знаком плюс, вогнутых – со знаком минус.

Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вплотную

$$D = D_1 + D_2.$$

Формула тонкой линзы

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

где d и f – расстояния от оптического центра линзы соответственно до предмета и изображения. Знак плюс соответствует действительным величинам, а знак минус – мнимым.

Угловое изображение лупы

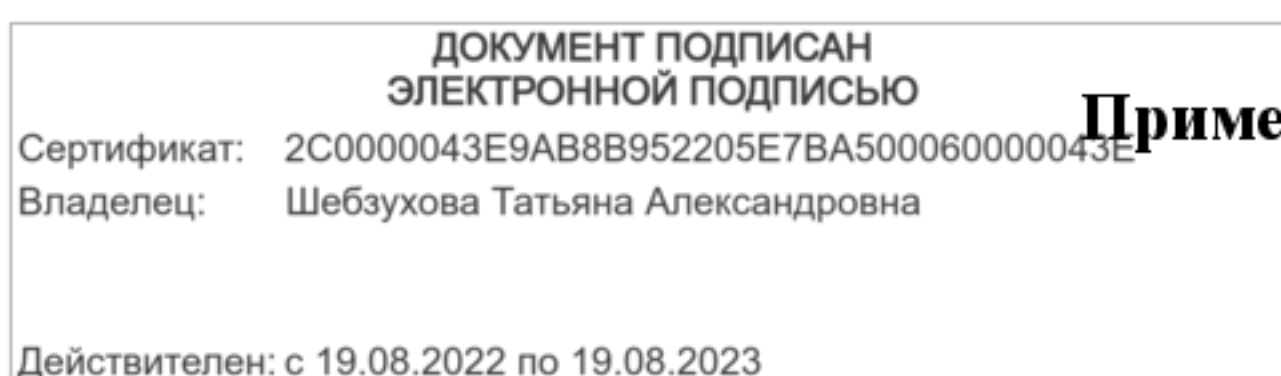
$$\Gamma = \frac{d_0}{F},$$

где d_0 – расстояние наилучшего зрения ($d_0 = 25$ см).

Угловое увеличение телескопа в случае, когда в телескоп наблюдают удаленные предметы

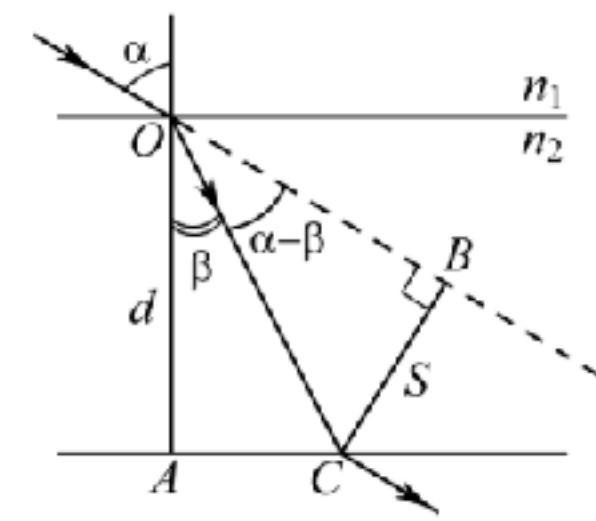
$$\Gamma = \frac{F_1}{F_2},$$

где F_1 и F_2 – фокусные расстояния соответственно объектива и окуляра.



Примеры решения задач

Задача 1. Световой луч падает под углом $\alpha = 60^\circ$ на плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $d = 10$ см. Определите смещение S луча пластинкой, если пластинка погружена в воду. Показатели преломления стекла и воды соответственно равны $n_2 = 1,5$, $n_1 = 1,33$.



см.

Дано:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$d = 10 \text{ см}$$

$$n_1 = 1,33$$

$$n_2 = 1,5$$

$S = ?$

Решение. Из прямоугольных треугольников AOB и BOC следует:

$$\frac{d}{\cos \beta} = \frac{S}{\sin(\alpha - \beta)} = CO.$$

$$S = \frac{d \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = d \left(\sin \alpha - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \beta} \right). \quad (1)$$

По закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \sin \beta = \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2}. \quad (2)$$

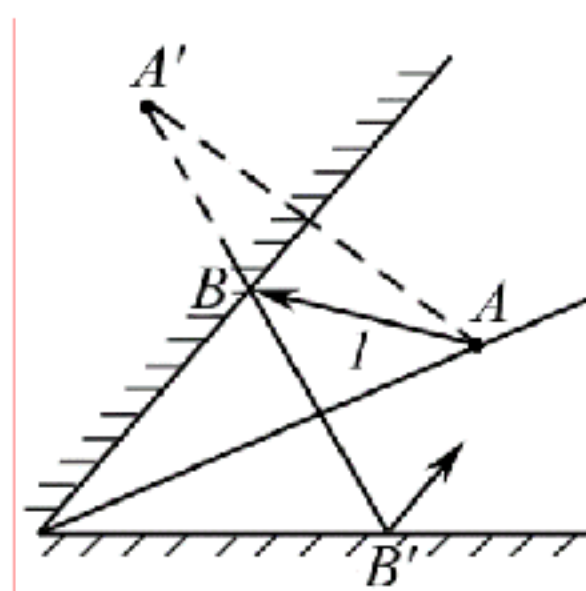
Следовательно,

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{1}{n_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}. \quad (3)$$

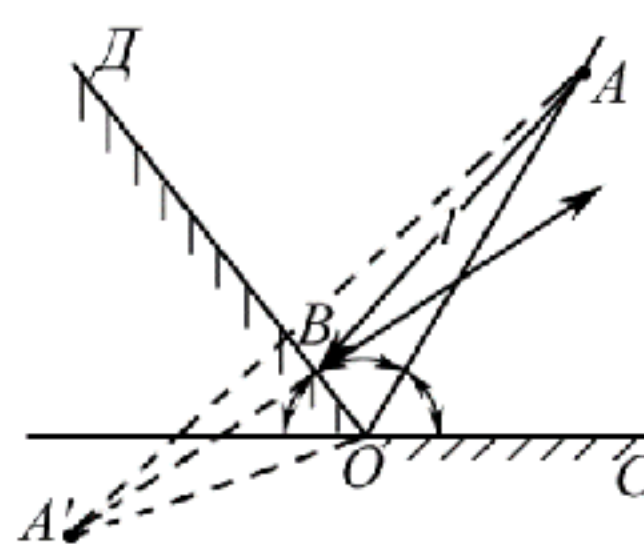
Подставляя выражения (2) и (3) в формулу (1), получим

$$\begin{aligned} S &= d \left(\sin \alpha - \frac{n_1 n_2 \cos \alpha \sin \alpha}{n_2 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right) = d \left(\sin \alpha - \frac{n_1 \sin 2\alpha}{2 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right) = \\ &= 10 \left(\sin 60^\circ - \frac{1,33 \sin 120^\circ}{2 \sqrt{1,5^2 - 1,33^2 \sin^2 60^\circ}} \right) \approx 2,67 \text{ см.} \end{aligned}$$

Задача 2. Внутренняя поверхность конуса покрыта отражающим слоем, образующим коническое зеркало. Вдоль оси конуса внутри него натянута светящаяся нить. Определите минимальный угол раствора конуса $\alpha_{\min}$, при котором лучи, идущие от нити, будут отражаться от поверхности конуса не более одного раза.



а)



б)

Решение. Рассмотрим ход луча (I), испущенного точкой A , лежащей на нити. После первого отражения от конической поверхности в точке B луч I пойдет так, как если бы он вышел из точки A' – мнимого изображения точки A . Если угол раствора конуса мал, то точка A' – изображение точки A будет лежать выше прямой OC (рис. а). Тогда луч I может отразиться в точке D второй раз от нижней поверхности конуса. При большом угле раствора конуса точка A' лежит ниже прямой OC (рис. б).

Тогда ни один луч, вышедший из точки A второй раз не попадет на зеркало. Это будет иметь место, если

$$\angle A'OD + \angle AOD + \angle AOC \geq 180^\circ. \quad (1)$$

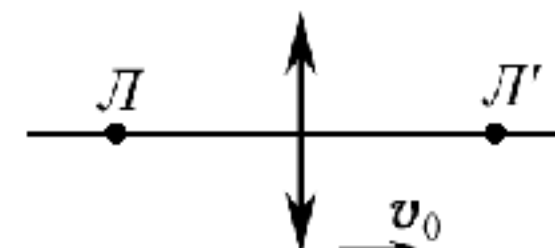
Но $\angle AOC = \angle AOD = \angle A'OD = \alpha / 2$. Подставим выражение для углов в (1): $3(\alpha / 2) \geq 180^\circ$.

Отсюда получим

$$\alpha_{\min} = \alpha \geq (2 / 3) \cdot 180^\circ.$$

$$\alpha_{\min} \geq 120^\circ.$$

Задача 3. На оптической скамье установлена лампочка L (ее можно считать точечным источником света). От лампочки отодвигают с постоянной скоростью v_0 собирающую линзу, фокусное расстояние которой равно F . В какую сторону, и с какой скоростью будет двигаться изображение L' лампочки в тот момент, когда линза окажется от нее на расстоянии $1,5F$? Лампочка все время остается на главной оптической оси линзы.



Дано:

$$d = 1,5F$$

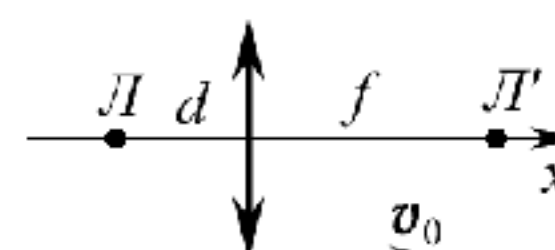
$$v_0$$

$$v_x = ?$$

Решение. В системе отсчета, связанной с линзой, скорость лампочки

$$v' = -v_0.$$

Продифференцируем формулу линзы



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad (1)$$

где d – расстояние от предмета до линзы; f – расстояния от изображения до линзы; F – фокусное расстояние.

$$-\frac{dd}{d^2 dt} - \frac{1}{f^2} \frac{df}{dL} = 0.$$

Здесь $\frac{dd}{dt} = v_0$ – положительная величина, так как расстояние до предмета увеличивается.

Скорость изменения f обозначим U :

$$U = \frac{df}{dt} = -\frac{f^2}{d^2} v_0.$$

Из выражения (1) находим f :

$$f = \frac{Fd}{d - F} = \frac{F \cdot 1,5F}{1,5F - F} = 3F.$$

Тогда

$$U = -\frac{9F^2 v_0}{(1,5F)^2} = -4v_0.$$

Знак «минус» говорит о том, что f уменьшается по величине, т.е. изображение лампочки движется по направлению к линзе.

Скорость изображения в неподвижной системе отсчета

$$v_x = U_x + v_{0x} = -4v_0 + v_0 = -3v_0.$$

Таким образом, изображение лампочки движется по направлению к линзе со скоростью $3v_0$.

Задача 4. Луч света падает под углом α на поверхность среды с показателем преломления, изменяющемся по закону $n = n_0 + ky$, где n_0 и k – положительные постоянные; y – координата. Определите траекторию луча света в среде.

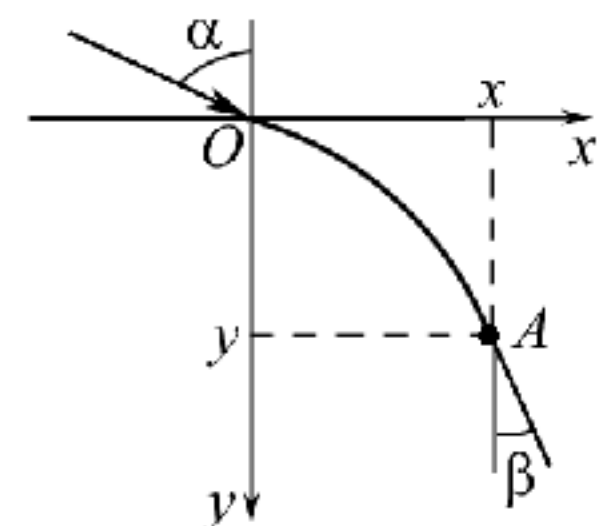
Решение. Для любой точки A , лежащей на траектории луча (см. рис.) можно записать:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{ctg} \beta, \quad (1)$$

где β – угол преломления луча.

Из закона преломления света следует

$$\sin \alpha / \sin \beta = n.$$



Отсюда

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$\sin \beta = \sin \alpha / n, \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n}. \quad (2)$$

Подставим выражения (2) в (1):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}.$$

Отсюда

$$dx = dy \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

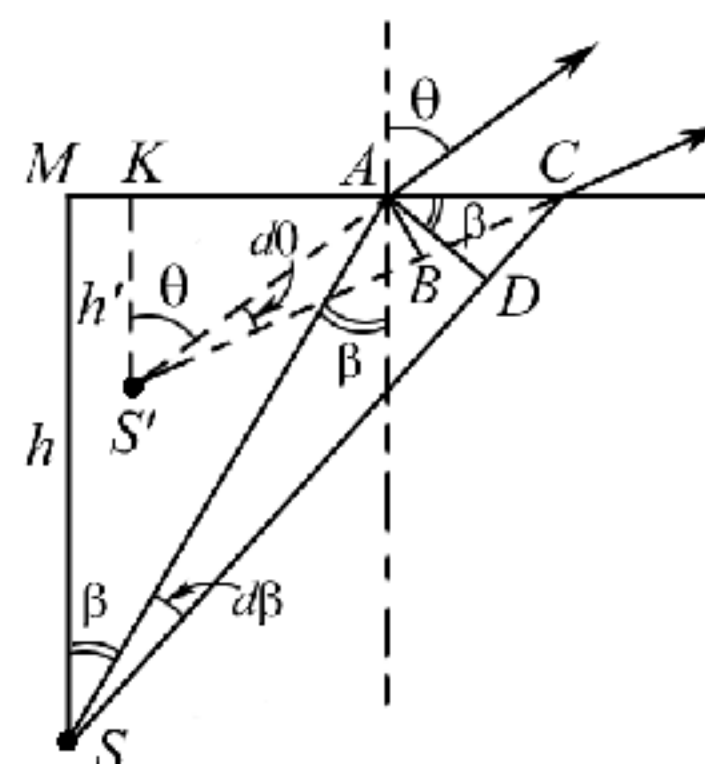
Интегрируя это уравнение, найдем траекторию луча

$$\begin{aligned} x &= \int_0^y \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} dy = \int_0^y \frac{\sin \alpha}{\sqrt{(n_0 + ky)^2 - \sin^2 \alpha}} dy = \\ &= \frac{\sin \alpha}{k} \ln \left[\left(\frac{n_0 + ky}{\sin \alpha} \right) + \sqrt{\frac{n_0 + ky}{\sin \alpha} - 1} \right] \Big|_0^y. \end{aligned}$$

После несложных преобразований получим:

$$X = \frac{\sin \alpha}{k} \ln \left[(n_0 + ky) + \sqrt{(n_0 + ky)^2 - \sin^2 \alpha} \right] + C,$$

где $C = -\frac{\sin \alpha}{k} \ln(n_0 + \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha})$.



Задача 5. Две плосковыпуклые линзы, сложенные плоскими сторонами, образуют линзу с фокусным расстоянием F_1 . Найти фокусное расстояние F_2 линзы, которая получится, если сложить эти линзы выпуклыми сторонами, а пространство между ними заполнить водой. Показатель преломления стекла $n_1=1,66$, воды $n_2=1,33$.

Дано:

В первом случае мы имеем двояковыпуклую линзу, оптическая сила которой определяется по формуле $F_1=10\text{см}$
 $n_1=1,66$

$$\Phi_1 = \frac{1}{F_1} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (1)$$

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны выпуклых поверхностей линз.

Во втором случае к двум плосковыпуклым линзам добавляется третья линза (водяная) с вогнутыми поверхностями, с отрицательными радиусами кривизны R_1 и R_2 и оптической силой $F_2 = ?$

$$\Phi = \frac{1}{F} = (n_{21} - 1) \cdot \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (2)$$

Здесь $n_{21} = n_2 / n_1$ – относительный показатель преломления.

Оптическая сила сложенных вплотную линз

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi \quad \text{или} \quad \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F} \quad (3)$$

Подставим в (3) выражение (2)

$$\begin{aligned} \frac{1}{F_2} &= \frac{1}{F_1} + (n_2 - 1) \cdot \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{F_1} - (n_2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \\ &= \frac{1}{F_1} - (n_2 - 1) \cdot \frac{n_1 - 1}{n_1 - 1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Подставим в (4) левую часть (1):

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{F_1} - \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} \cdot \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F_1} \cdot \left(1 - \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} \right) = \frac{1}{F_1} \cdot \frac{n_1 - n_2}{n_1 - 1},$$

$$\text{откуда} \quad F_2 = \frac{n_1 - 1}{n_1 - n_2} \cdot F = \frac{1,66 - 1}{1,66 - 1,33} \cdot 10 = \frac{0,66}{0,33} \cdot 10 = 20 \text{ см.}$$

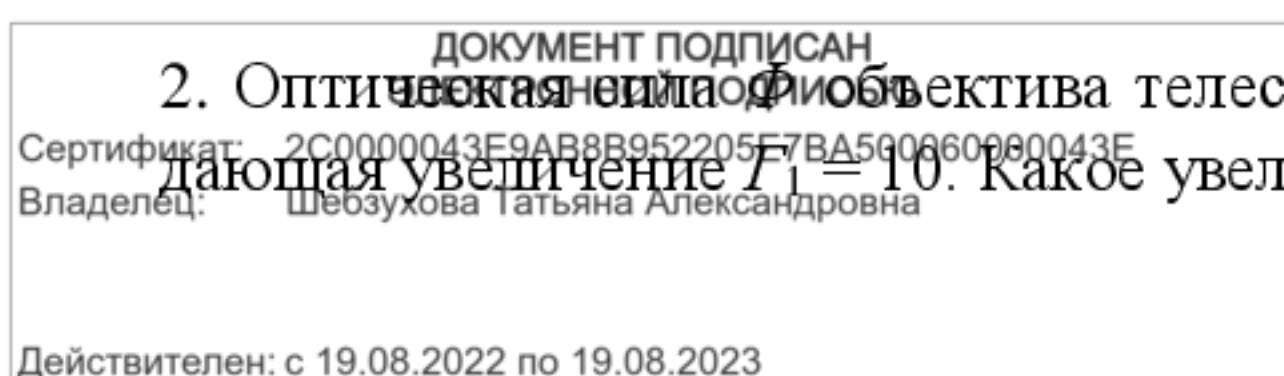
Вопросы и задания.

1. Закон прямолинейного распространения света в однородной среде.
2. Основные законы оптики.
3. Полное отражение.
4. Линзы. Формула линзы.

Задачи для самостоятельного решения

1. Плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием $f = 1$ м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_5 = 1,1$ мм. Определить длину световой волны λ .

2. Оптическая сила объектива телескопа равна 0,5 дптр. Окуляр действует как лупа, дающая увеличение $\Gamma_1 = 10$. Какое увеличение Γ_2 дает телескоп?



3. Лупа дает увеличение $\Gamma=2$. Вплотную к ней приложили собирающую линзу с оптической силой $\Phi_1=20$ дптр. Какое увеличение Γ_2 будет давать составная лупа?
4. Пределы аккомодации глаза близорукого человека без очков лежат между $a_1 = 16$ см и $a_2 = 80$ см. В очках он хорошо видит удаленные предметы. На каком минимальном расстоянии d он может держать книгу при чтении в очках? Считать расстояние наилучшего зрения $D=25$ см.
5. Человек без очков читает книгу, располагая ее перед собой на расстоянии $a = 12,5$ см. Какой оптической силы Φ очки следует ему носить?
6. Главное фокусное расстояние f собирающей линзы в воздухе равно 10 см. Определить, чему оно равно: 1) в воде; 2) в коричневом масле.
7. Каково возможное наименьшее расстояние l между предметом и его действительным изображением, создаваемым собирающей линзой с главным фокусным расстоянием $f=12$ см?
8. Луч света переходит из среды с показателем преломления n_1 в среду с показателем преломления n_2 . Показать, что если угол между отраженным и преломленным и преломленным лучами равен $\pi/2$, то выполняется условие $\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{n_2}{n_1}$ (ε_1 - угол падения).
9. Пучок параллельных лучей шириной a падает на толстую стеклянную пластину под углом $\varepsilon = 60^\circ$ и, преломляясь, переходит в стекло. Ширина a пучка в воздухе равна 10 см. Определить ширину b пучка в стекле.
10. Луч падает под углом $\varepsilon = 60^\circ$ на стеклянную пластинку толщиной $d=30$ мм. Определить боковое смещение Δx луча после выхода из пластинки.

Практическое занятие 15.

Тема занятия. Квантовая природа излучения

Цель занятия. Изучить основы волновой оптики. Интерференцию и дифракцию света. Дисперсию и поляризацию света.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Электромагнитная природа света. Когерентность и монохроматичность световых волн. Оптическая длина пути и оптическая разность хода лучей. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Интерференция в тонких пленках. Интерференция многих волн. Дифракционная решетка. Дифракция световых волн. Принцип Гюйгенса — Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера. Дифракция от щели. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах. Естественный и поляризованный свет. Закон Малюса. Поляризация света при отражении и преломлении. Двойное лучепреломление. Нормальная и аномальная дисперсии. Электронная теория дисперсии света. Рассеяние света. Поглощение света. Связь дисперсии с поглощением. Спектры поглощения и цвета тел. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Документ подписан
Электронной подписью
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шибзукова Татьяна Викторовна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Актуальность темы. Элементы волновой оптики применяется при решении инженерных задач.

Теоретическая часть.

Интерференция света

В волновой оптике рассматриваются оптические явления, в которых проявляется волновая природа света (например, явления интерференции, дифракции, поляризации и дисперсии света). Свет представляет собой электромагнитные волны, в которых совершают колебания векторы электрической напряженности E и магнитной напряженности H . Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие свойства света вызываются колебаниями электрического вектора.

В соответствии с этим, в дальнейшем, говоря о световом векторе, будем подразумевать под ним вектор напряженности электрического поля E . *Явление интерференции света состоит в усилении или ослаблении колебаний, которое происходит в результате сложения двух или нескольких волн с одинаковыми периодами, распространяющихся в пространстве, и зависит от соотношения между фазами складывающихся колебаний.*

Необходимым условием интерференции волн является их когерентность, то есть равенство их частот и постоянная во времени разность фаз. Этому условию удовлетворяют только монохроматические световые волны, то есть волны одного цвета. Для световых волн, так же как и для любых других, справедлив принцип суперпозиции, то есть результирующий световой вектор двух волн, проходящих через одну точку, равен векторной сумме световых векторов каждой из волн в отдельности.

Амплитуда результирующего колебания находится путем геометрического сложения амплитуд исходных колебаний. Условия усиления или ослабления результирующего колебания обычно формулируются не через разность фаз $\Delta\varphi$, а через разность хода волн δ . Известно, что фазе $\varphi = \pi$, соответствует пройденный волновой путь, равный половине длины волны $\lambda/2$ (Рис.1). Тогда условие максимумов интерференции можно сформулировать следующим образом: максимальное усиление результирующего колебания наступает, если разность хода световых волн равна четному числу полуволн, или целому числу длин волн, то есть

$$\delta = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda. \quad (1)$$

Аналогично формулируется условие минимумов: ослабление результирующего колебания будет, если разность хода слагаемых волн равна нечетному числу полуволн, то есть

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$ называется порядком интерференционного максимума или минимума.

Решение задач на интерференцию света надо обязательно сопровождать

рисунком, указать в нем, какие лучи интерферируют. Следует различать путь геометрический и путь оптический. Если свет проходит в среде, показатель преломления которой относительно вакуума равен n , то оптическая длина его пути S связана с геометрической ℓ следующим соотношением

$$S = n\ell \quad (3)$$

При отражении луча от среды более плотной, чем та среда, в которой идет падающий луч, фаза колебаний изменяется на π радиан, то есть в данной точке, говорят, происходит «потеря» половины длины волны. Наиболее типичным и распространенным примером интерференции света в природе является интерференция в тонких пленках: мыльные пузыри, радужная пленка нефти на воде, оксиды пленки на металлах и т.д. Допустим, что тонкую пленку толщиной d окружает воздух (рис.2). На нее под углом α к нормали падает параллельный пучок лучей, из которого можно выделить два луча 1 и 2 (рассматривается интерференция в отраженном и проходящем свете). Для разности хода этих лучей имеют место следующие выражения:

а) в отраженном свете: 2-ой луч, отражаясь в точке C от среды более плотной пленки «теряет» $\lambda/2$, поэтому разность хода

$$\delta = 2dncos d + \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}; \quad (4)$$

б) в проходящем же свете ни 1-ый, ни 2-ой лучи не имеют «потери» $\lambda/2$ и поэтому

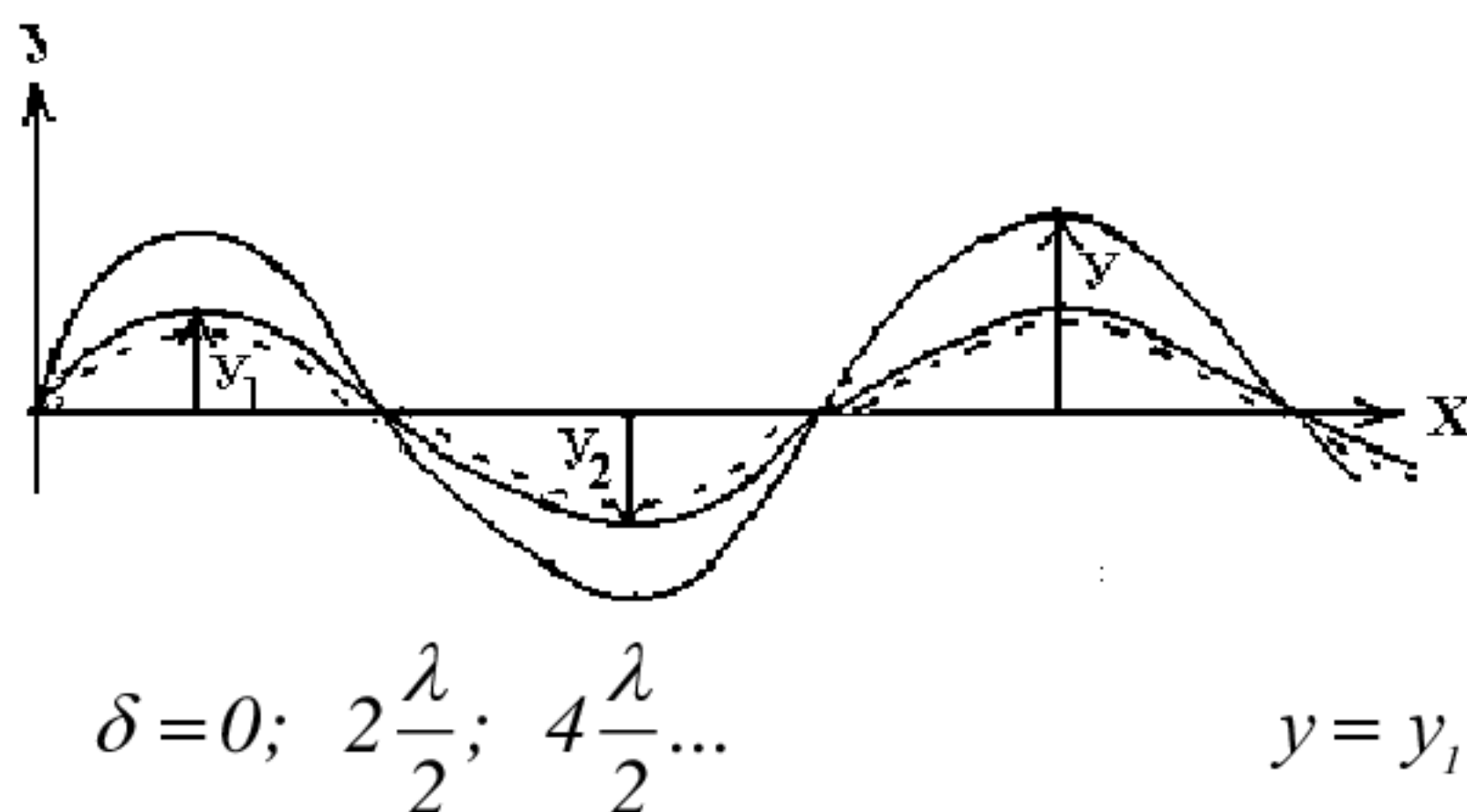
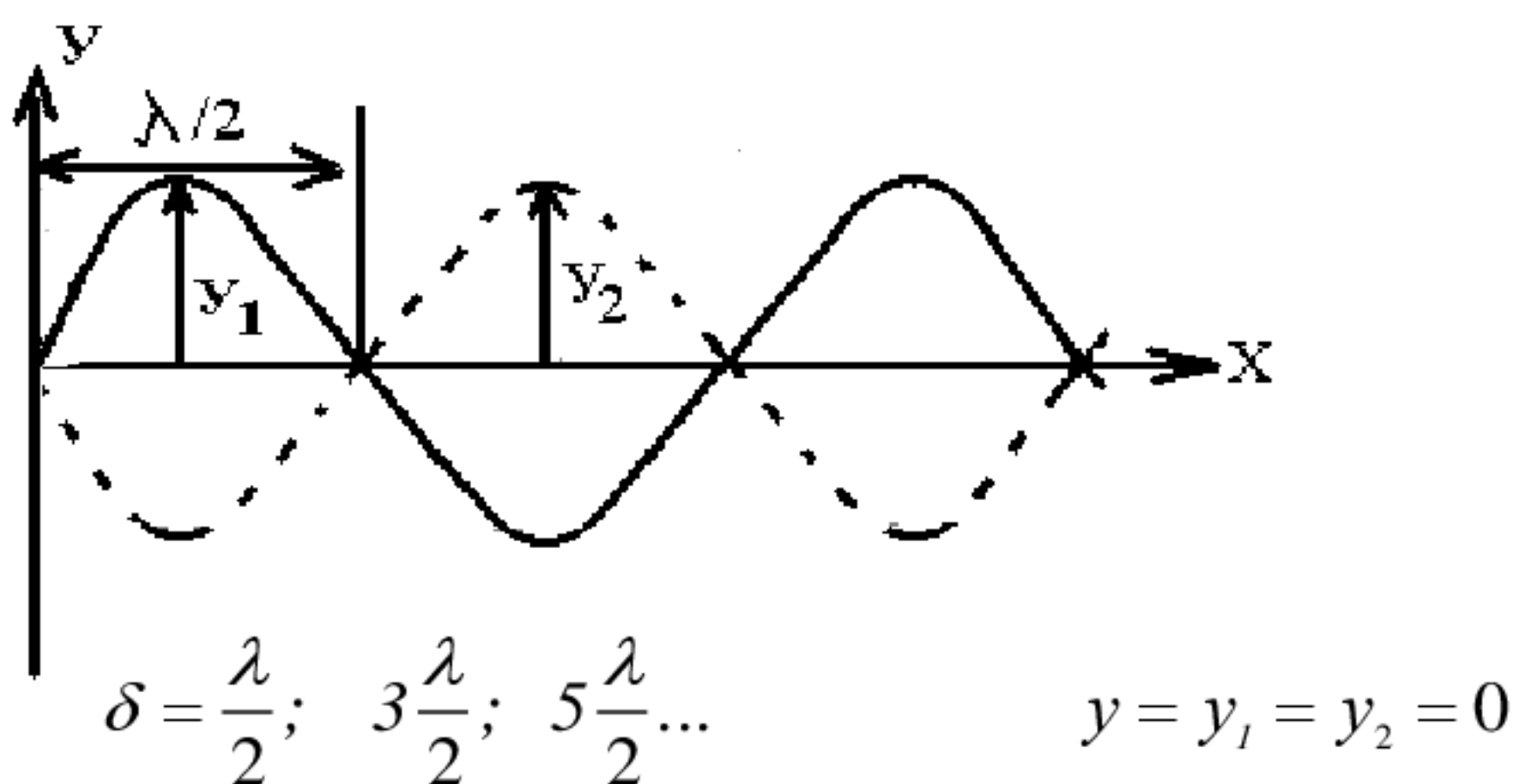


Рис. 1.

$$\delta = 2dn \cos \gamma = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (5)$$

Рассматривая интерференцию света в тонких пленках, различают полосы равной толщины. Первые наблюдаются в тех случаях, когда на плоскопараллельную, тонкую пленку падает под разными углами α расходящийся (или сходящийся) пучок света. Интерференционную картину можно видеть на экране Э, установленном в фокальной плоскости собирающей линзы.

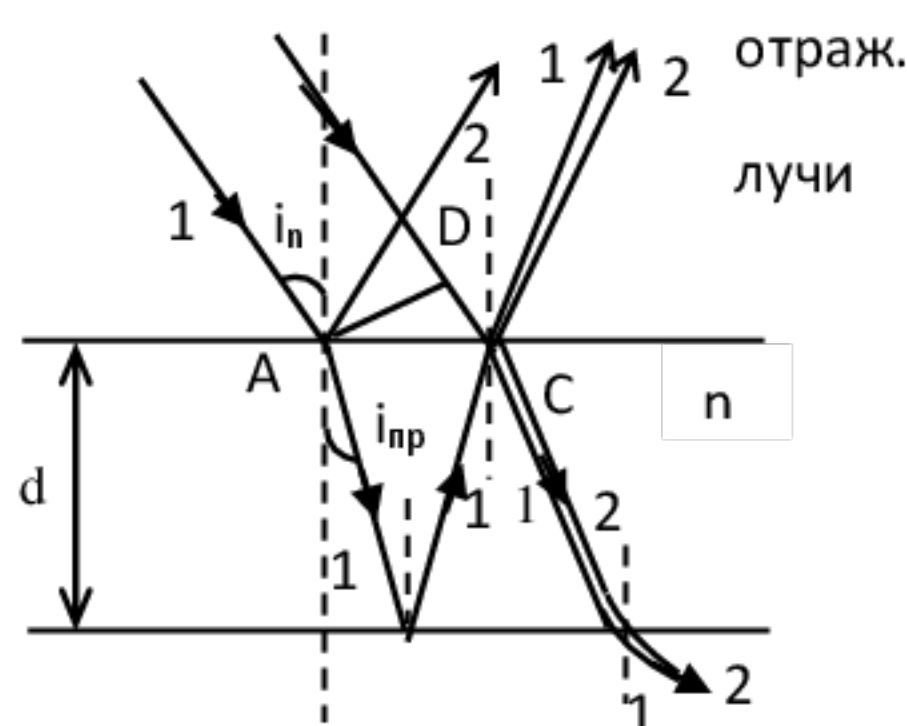


Рис. 2.

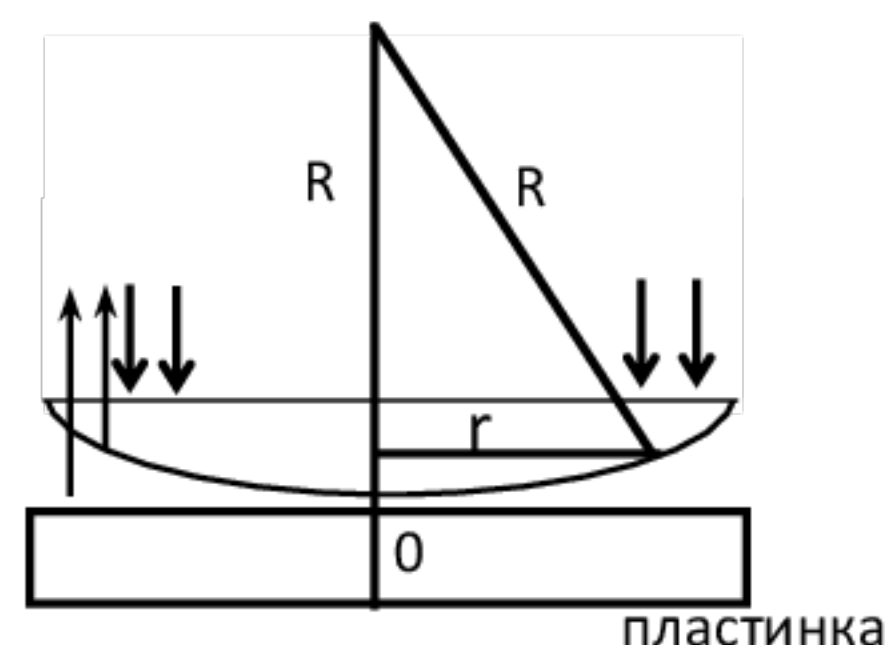


Рис. 3.

Результаты интерференции отраженного света в различных точках экрана зависят только от углов α падения на пленку. Интерференционные полосы в этом случае называются полосами равного наклона, так как они получаются в результате интерференции лучей, падающих на пленку под одним и тем же углом. Для разных полос углы падения различны.

Полосы равной толщины наблюдаются при отражении параллельного пучка лучей света ($d = \text{const}$) от тонкой прозрачной пленки, толщина d которой не одинакова в разных местах. Оптическая разность хода интерферирующих волн изменяется при переходе от одних точек на поверхности пленки к другим, в соответствии с изменением толщины d , так что условия интерференции одинаковы в точках, соответствующих одинаковым значениям d . При проектировании пленки на экран посредством линзы таким образом, чтобы на экране получилось изображение пленки, последняя оказывается покрытой полосами, проходящими по точкам, соответствующим равной толщине d пленки (рис.2). Эти полосы называются полосами равной толщины.

Частным случаем полос равной толщины являются кольца Ньютона (рис.3). Плосковыпуклая линза с большим радиусом R кривизны выпуклой поверхности обращена

этой поверхностью к плоской пластинке и соприкасается с ней в точке O . Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного промежутка между линзой и пластинкой. При наложении отраженных волн возникают интерференционные кольца равной толщины. Радиус k -того светлого кольца в отраженном свете (или темного в проходящем) равен

$$r_k = \sqrt{(2k+1)\frac{\lambda}{2}R}. \quad (6)$$

Радиус k -того темного кольца в отраженном свете (или светлого в проходящем) равен

$$r_k = \sqrt{k\lambda R}, \quad (7)$$

где R – радиус кривизны линзы.

Дифракция света. Дифракция Фраунгофера. Дифракционная решетка. Дифракция рентгеновских лучей

Дифракцией называется отклонение света от прямолинейного распространения в однородной среде, когда свет, огибая препятствия, заходит в область геометрической тени. Дифракция света всегда сопровождается интерференцией дифрагированных лучей. Дифракция возникает в том случае, когда фронт волны не является безграничным, а частично экранирован. (Например, вблизи границ непрозрачных или прозрачных тел, сквозь малые отверстия). Проникновение световых волн в область геометрической тени может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волновое движение, служит центром вторичных волн. Огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент (рис.1). Пусть на плоскую преграду с отверстием падает параллельный ей фронт волны (рис.2).

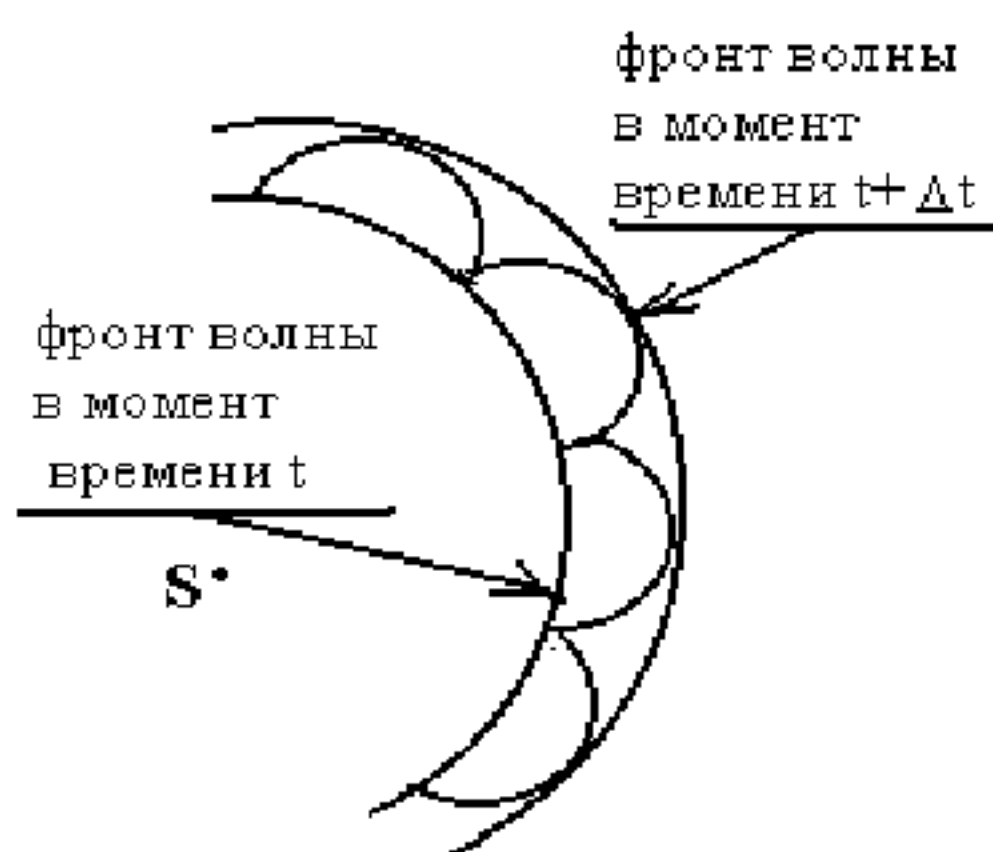


Рис. 1.

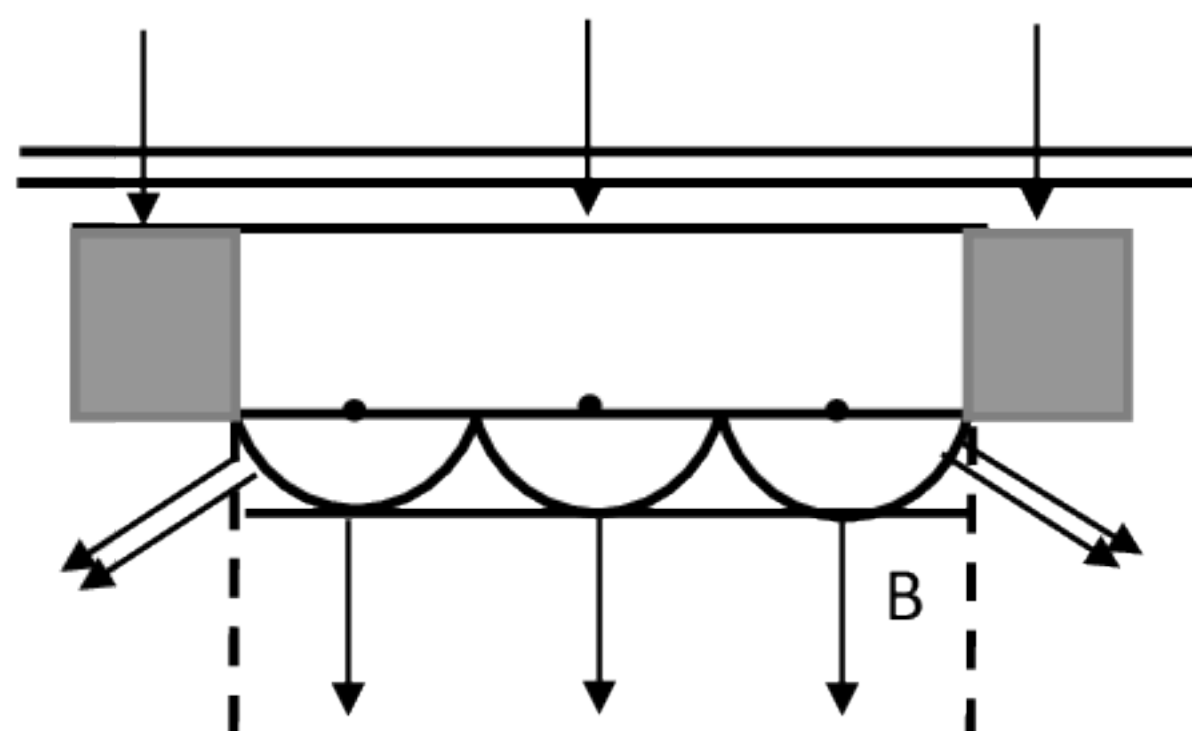


Рис. 2.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000643E2A00B852265E7BA506066000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

По Гюйгенсу каждая точка выделяемого отверстием участка открытого фронта волны служит центром вторичных волн, которые в однородной и изотропной среде будут

сферическими. Построив огибающую вторичных волн AB , можно убедиться в том, что за отверстием волна проникает в область геометрической тени, огибая края преграды.

Принцип Гюйгенса не дает никаких сведений об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Этот недостаток был устранен Френелем. Последний впервые предположил, что все вторичные волны являются когерентными и поэтому могут интерферировать в любой точке пространства. Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет рассмотреть многие случаи дифракции света и дает результаты, удовлетворительно согласующиеся с опытом. Чтобы понять суть метода, разработанного Френелем, определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке P сферической волной от источника S (рис.3).

Разобьем изображенную на рисунке волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки P отличаются на $\lambda/2$. Это зоны Френеля. Колебания, приходящие в точку P от аналогичных точек двух соседних зон, находятся в противофазе, поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на π . При небольшом числе k зон Френеля площади их примерно одинаковы, а высота сегмента $h_k \ll a$. Поэтому можно легко вывести радиус k -той зоны Френеля;

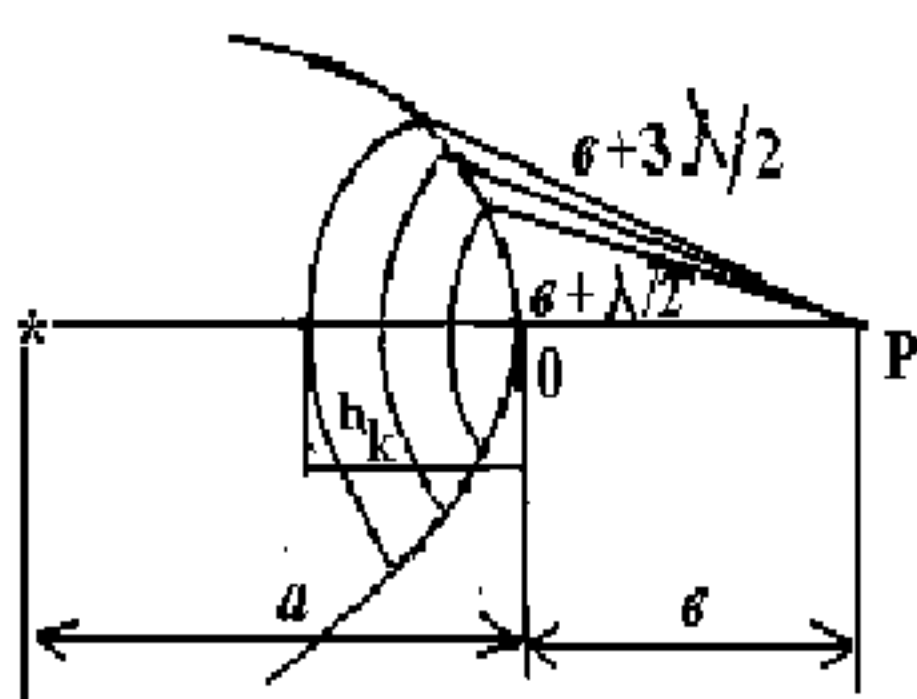


Рис.3

$$r_k = \sqrt{\frac{a \cdot b}{a + b}} k \lambda. \quad (8)$$

Расстояние b_k от зоны до точки P медленно растет с ростом номера зоны k , значит амплитуда A_k колебания, возбуждаемого k -той зоной в точке P монотонно убывает. Вследствие этого можно приближенно считать, что

$$A_k = \frac{A_{k-1} + A_{k+1}}{2} \quad \text{и} \quad A = \frac{A_1}{2}.$$

То есть амплитуда в точке P равна половине амплитуды центральной зоны. Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, открывающим только центральную зону, то амплитуда в точке P будет равна A , а интенсивность света будет в четыре раза больше, чем при отсутствии преград между точками S и P .

Если же отверстие таково, что открывает две зоны Френеля, то амплитуды от этих зон (примерно одинаковые) придут в точку P в противофазе, и в ней будет наблюдаться минимум интенсивности света. Можно заключить, что, *если в открытый фронт волны входит четное число зон Френеля, то наблюдается минимум интенсивности света, если k – нечетное, то в точке P наблюдается максимум интенсивности света.*

него. Во втором случае на препятствие падает плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, который находится в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через препятствие света.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на щели. Пусть параллельный пучок монохроматического света падает нормально на непрозрачный экран, в котором прорезана узкая щель шириной a (рис. 4). В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля все точки щели являются когерентными источниками света, колеблющимися в одной фазе.

Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND , идущими от щели в произвольном направлении φ

$$\delta = a \sin \varphi. \quad (9)$$

Разобьем щель MN на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Все зоны в заданном направлении излучают свет совершенно одинаково. При интерференции света от каждой пары соседних зон амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как эти зоны вызывают колебания с одинаковыми амплитудами, но противоположными фазами. Результат интерференции в точке B определяется тем, сколько зон Френеля укладывается в щели. Если число зон четное, то есть

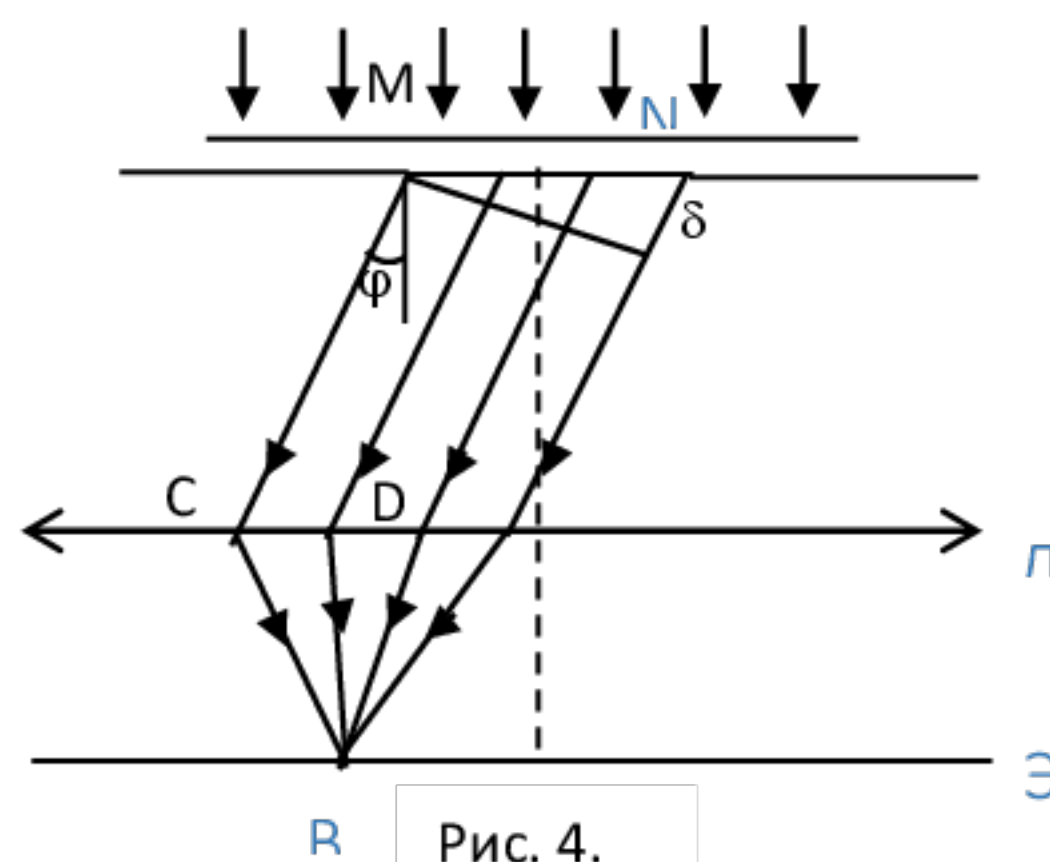


Рис. 4.

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (10)$$

то наблюдается дифракционный минимум.

Если число зон нечетное, то есть

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (11)$$

то наблюдается дифракционный максимум.

Величина k называется порядком дифракционного максимума (или минимума).

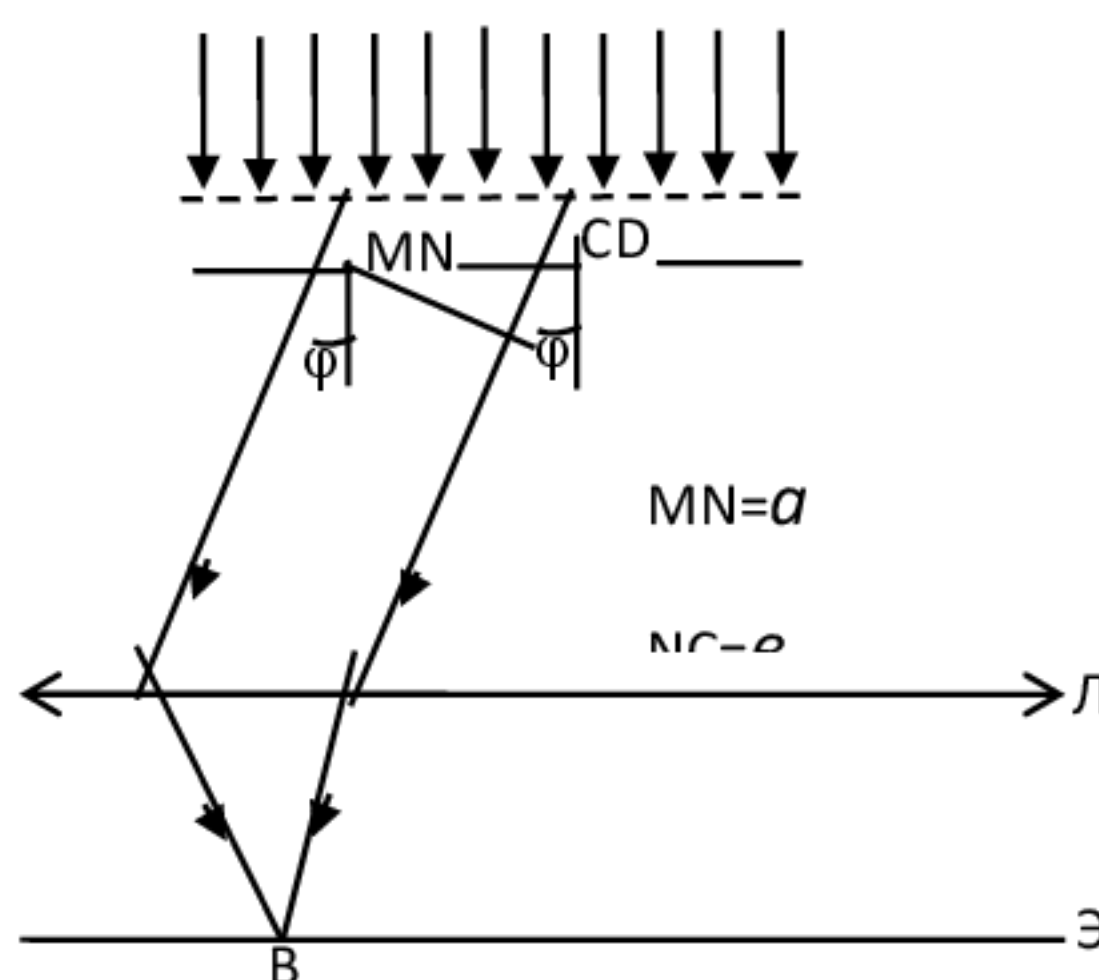


Рис. 5.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Широкое распространение в науке и технике получили дифракционные решетки, которые представляют собой множество щелей одинаковой ширины, разделенных одинаковой ширины непрозрачными промежутками. Общая ширина промежутка и щели называется постоянной (или периодом решетки), то есть $d = a + b$.

Дифракционная картина от решетки сложнее, чем от одной щели, потому, что свет от разных щелей также интерферирует. Если на решетку нормально к ее поверхности падает свет с длиной волны λ , то (рис.5) лучи, идущие под углом φ к первоначальному направлению от соответствующих точек каждой щели, обладают разностью хода

$$\delta = d \sin \varphi.$$

Если эта разность хода равна целому числу длин волн, то наблюдается максимум интерференции. Условия главных максимумов для решетки записываются в виде

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (12)$$

Как следует из формулы, если на решетку падает белый свет, то для более коротких волн условие максимума выполняется при меньших углах.

Разрешающая способность R дифракционной решетки, то есть способность ее представить раздельно две спектральные линии, определяется по формуле

$$R = kN, \quad (13)$$

где N – общее число штрихов дифракционной решетки, k – порядок дифракционного максимума.

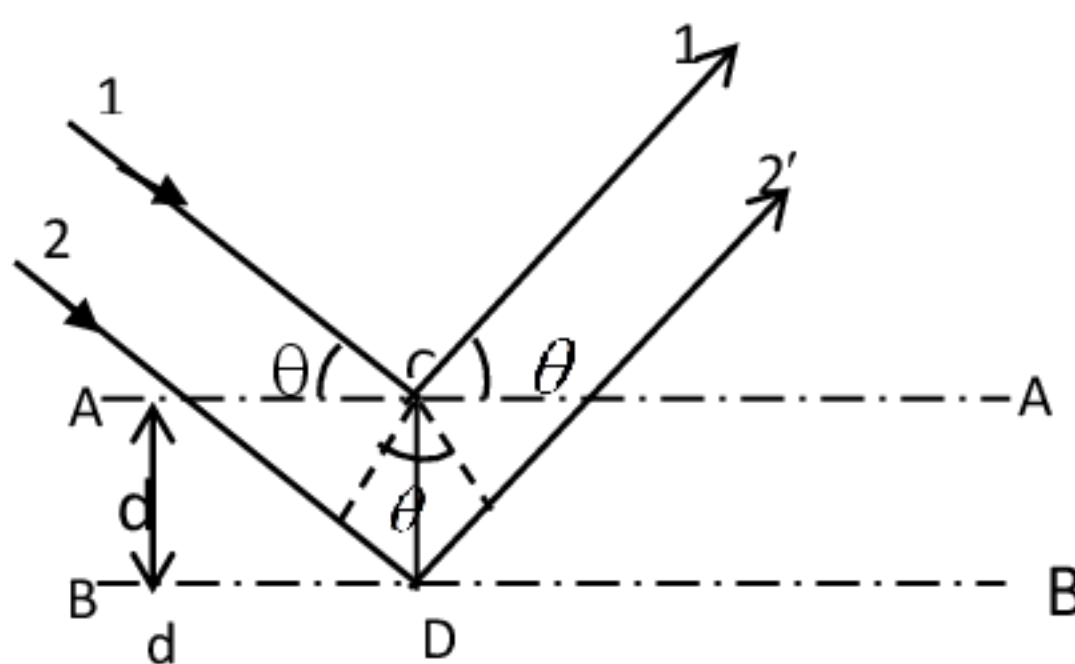


Рис.6.

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего света. Поэтому для рентгеновского излучения в качестве дифракционных решеток можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с $\lambda_{\text{рентг. изл.}}$ ($\approx 10^{-12} - 10^{-8}$ м).

Дифракцию рентгеновского излучения можно рассматривать как результат его отражения от системы параллельных сетчатых плоскостей кристалла, то есть плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки. Это отражение, в отличие от обычного, осуществляется лишь при таких условиях падения лучей на кристалл, которые соответствуют интерференционным максимумам для лучей, отраженных от разных плоскостей.

Абсолютный показатель преломления всех сред для рентгеновского излучения близок к единице, поэтому оптическая разность хода между двумя лучами 1' и 2', отражающимися от плоскостей AA и BB равна (рис.6)

$$2 d \sin \theta, \quad (14)$$

где d – межплоскостное расстояние, θ - угол скольжения. Дифракционные максимумы наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют условию Вульфа-Брэггов

$$\delta = 2 d \sin \theta = m\lambda, (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (15)$$

Поляризация света. Двойное лучепреломление.

Вращение плоскости поляризации

Обычные источники света испускают естественный свет, то есть свет, в котором имеются колебания светового вектора, совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных к лучу (рис.7).

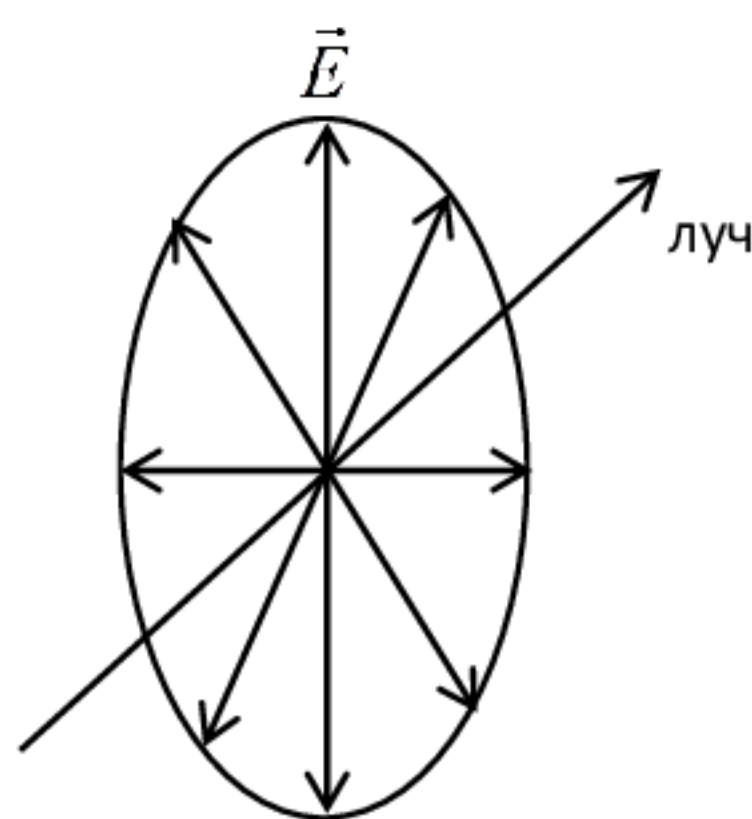


Рис. 7.

Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых его атомами. Процесс излучения отдельного атома продолжается около 10^{-8} с. За это время успевает образоваться последовательность горбов и впадин (или, как говорят, цуг волн), протяженностью примерно 3 м. «Погаснув», атом через некоторое время «вспыхивает» вновь. Одновременно вспыхивает множество атомов. Возбуждаемые ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. Плоскость колебаний для каждого цуга ориентирована случайно. Поэтому в результирующей волне колебания различных направлений равновероятны. В естественном свете колебания различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора E упорядочены каким-либо образом, называется *поляризованным*. Если колебания светового вектора происходят только в одной плоскости, проходящей через луч, свет называется плоско - (или линейно) поляризованным. Упорядоченность может заключаться еще и в том, что вектор E поворачивается вокруг луча, одновременно пульсируя по величине. В результате, конец вектора E описывает или эллипс (эллиптически поляризованный свет) или окружность (поляризованный по кругу свет). Плоскость, в которой колеблется световой вектор E , называется *плоскостью колебаний*, а перпендикулярная ей плоскость называется *плоскостью поляризации*.

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Плоскополяризованный свет можно получить с помощью различных устройств, называемых поляризаторами. Эти приборы пропускают свободно колебания, параллельные плоскости, которая называется плоскостью поляризатора, и полностью задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости. Поляризованный свет можно получить также при отражении от диэлектрика. Как показывает опыт, отраженный и преломленный лучи всегда частично поляризованы. Степень поляризации зависит от угла падения и показателя преломления.

Изучая это явление, Брюстер установил, что при определенном значении угла падения отраженный луч полностью линейно поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. При этом отражается только та компонента вектора напряженности электрического поля, которая параллельна поверхности диэлектрика (условно эту компоненту обозначаем точками, то есть колебания E происходят перпендикулярно плоскости чертежа). Преломленный луч поляризован лишь частично. Угол падения, при котором отраженный луч полностью поляризован, называется углом Брюстера (рис.8) и определяется соотношением

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (17)$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления

сред. При этом угол между отраженным и преломленным лучами равен 90° .

Действия различного типа поляризаторов основаны на законе Брюстера, либо на явлении двойного лучепреломления, которое состоит в

том, что в оптически анизотропных кристаллах

луч света, падающий на поверхность кристалла, раздваивается в нем на два преломленных луча

(рис. 9). Один из них лежит в плоскости падения, подчиняется законам преломления света и называется обыкновенным лучом (о). Второй не удовлетворяет этим условиям и называется необыкновенным (е). Двойное лучепреломление свидетельствует о том, что падающая на оптически анизотропный кристалл световая волна возбуждает

две волны, распространяющиеся в кристалле по различным направлениям. Обыкновенная и необыкновенная волны линейно поляризованы. Направления векторов E в этих волнах условно показывают точками на обыкновенном луче и черточками на необыкновенном. В одноосном кристалле

скорость обыкновенного луча v_0 численно одинакова по всем направлениям: $v_0 = c/n_0$, где n_0 – показатель преломления кристалла для обыкновенного луча. Соответственно, для

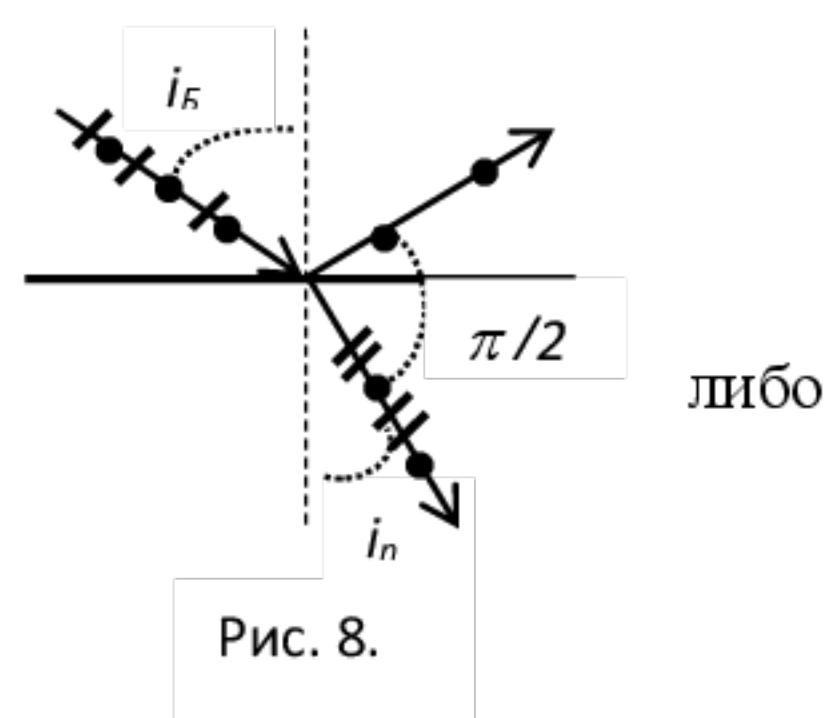


Рис. 8.

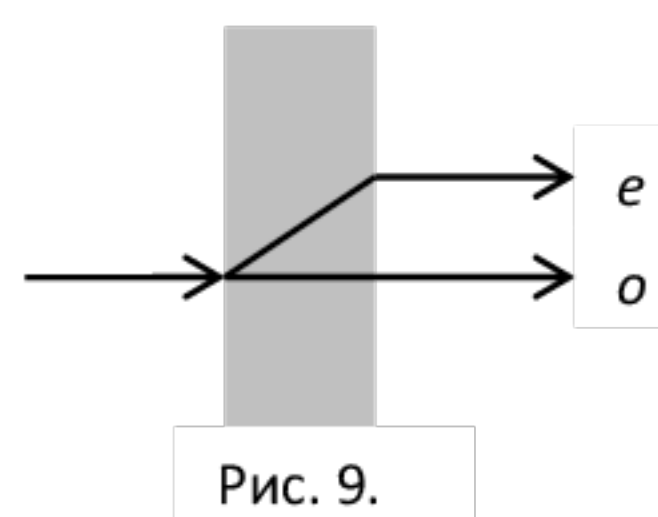


Рис. 9.

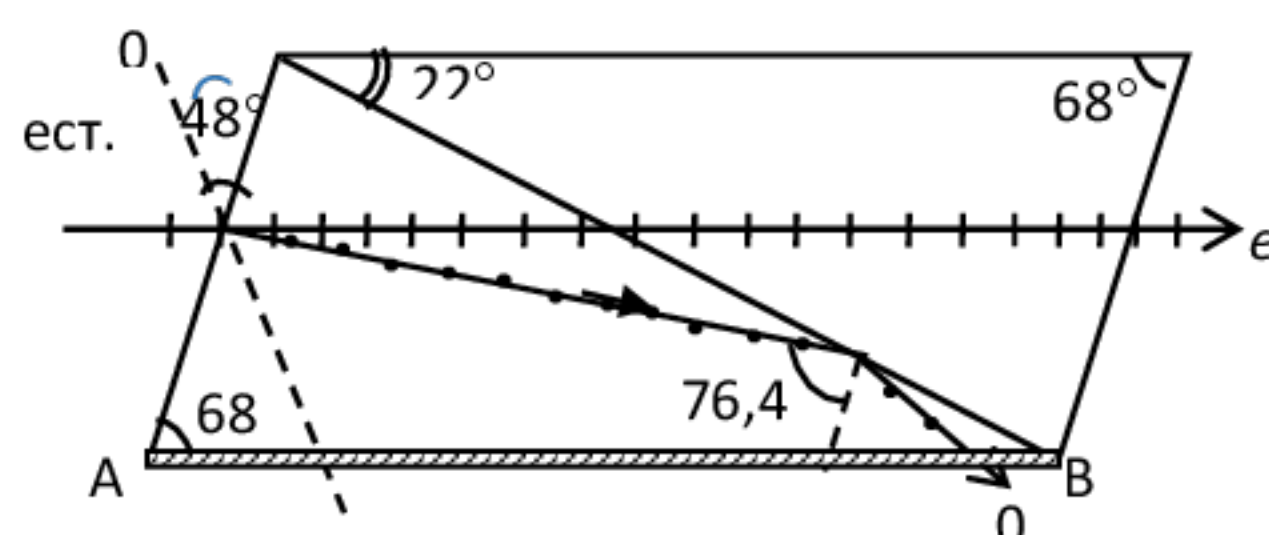


Рис. 10.

необыкновенного луча: $v_e = C / n_e$. Значения n_e и v_e зависят от направления необыкновенного луча по отношению к оптической оси кристалла (это направление в кристалле, вдоль которого не наблюдается двойное лучепреломление). Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси, $n_e = n_0$, $v_e = v_0$.

Примером поляризации может служить призма Николя (рис.10). Она вырезается из кристалла исландского шпата, и в поперечном сечении имеет форму ромба. По плоскости СВ кристалл разрезан и склеян канадским бальзамом.

Обыкновенный луч o полностью отражается от него и поглощается зачерненной поверхностью АВ. Из призмы Николя выходит только необыкновенный луч e , который поляризован в плоскости, параллельной главной плоскости призмы. *Устройства, служащие для анализа степени поляризации света, называются анализаторами.*

Ими могут служить те же призмы Николя. Всякий анализатор можно условно изобразить в виде решетки, прутья которой параллельны направлению колебаний светового вектора E_a в проходящем сквозь нее свете (рис.11). Если на такую решетку-анализатор падает естественный луч, то интенсивность I_a проходящего света не изменится при повороте анализатора. Это происходит вследствие

того, что в естественном свете ни одно из направлений плоскости колебаний не является преобладающим. Если на анализатор падает линейно поляризованный свет, полученный с помощью поляризатора и имеющий интенсивность I_p , то интенсивность света, прошедшего через анализатор будет зависеть от угла α между главными плоскостями поляризации анализатора ($a - a$) и поляризатора (Р-Р) (рис. 12). E_p - амплитуда колебаний света,

прошедшего через поляризатор. На входе в анализатор луч разложится на два луча, поляризованные в главной плоскости анализатора ($a - a$) и перпендикулярной к ней плоскости

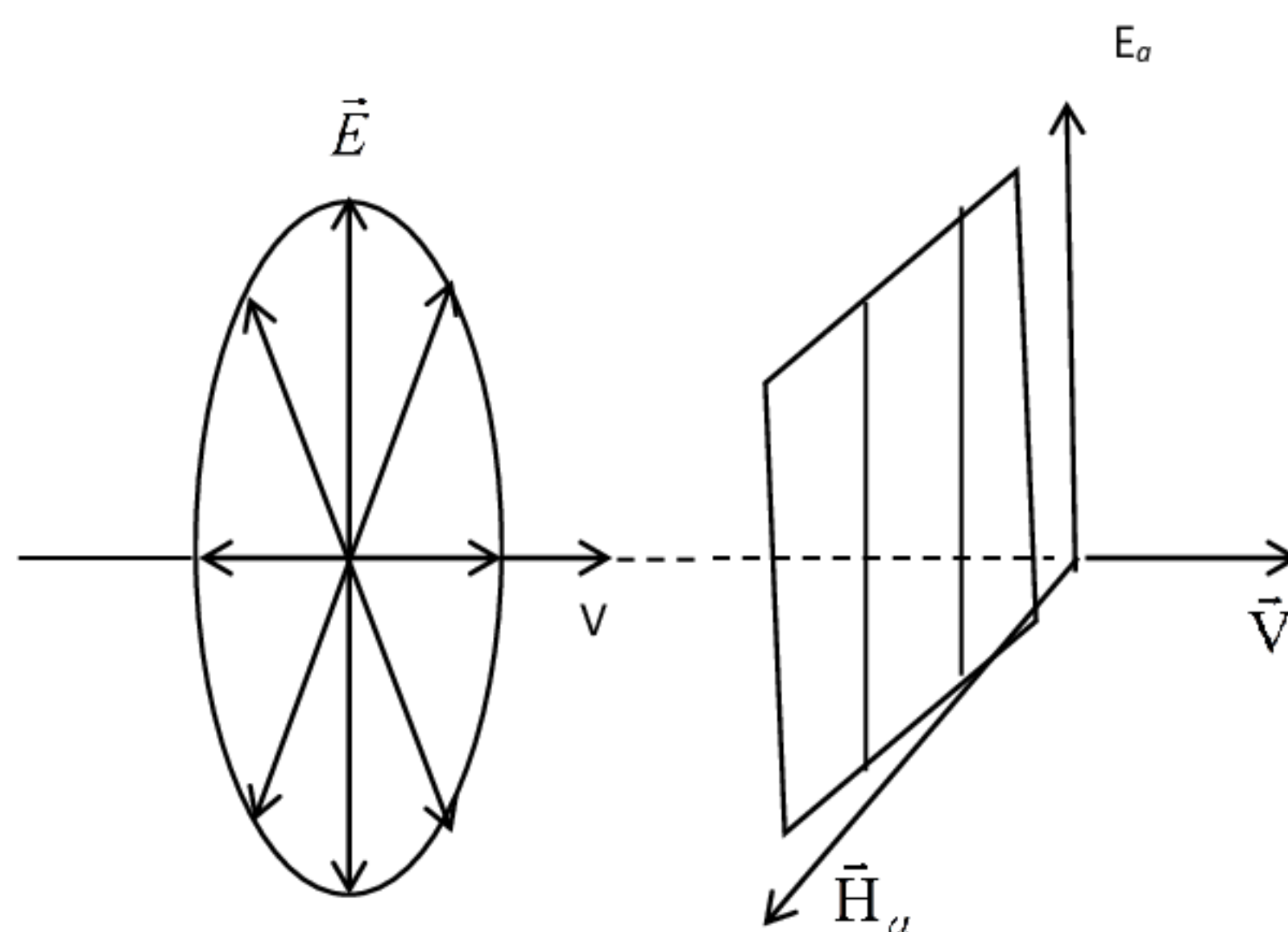


Рис.11

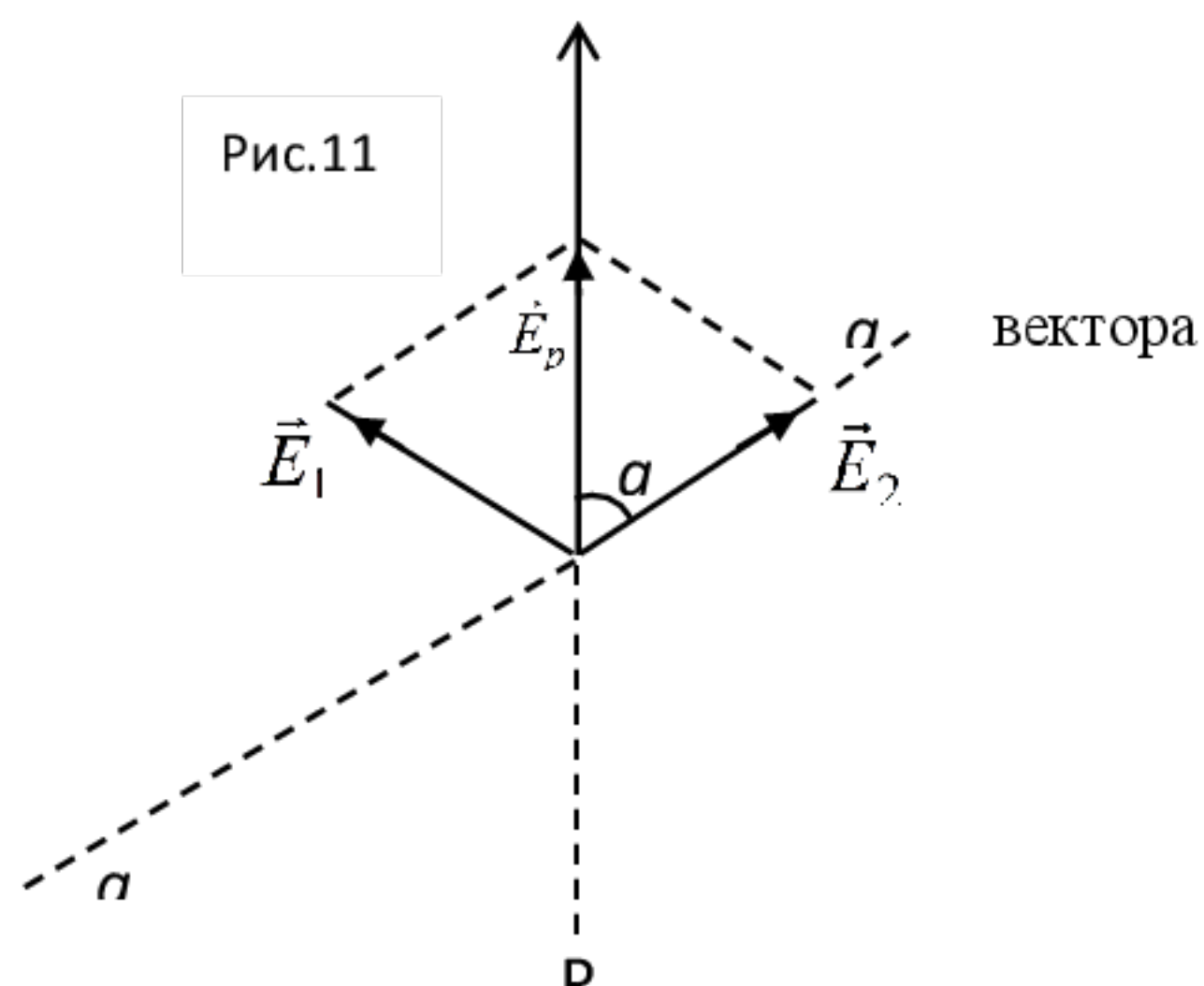


Рис. 12.

второй

документ подписан
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0900043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебухова Татьяна Александровна
Первый луч поглотится в анализаторе,
пройдет через него
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$E_a = E_p \cos \alpha$$

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через анализатор и поляризатор, меняется в зависимости от угла α по закону Малюса

$$I_a = I_p \cos^2 \alpha \quad (18)$$

Если $I_{ест}$ - интенсивность естественного света, то из поляризатора выходит плоскополяризованный свет, интенсивность которого

$$I_p = \frac{1}{2} I_{ест}.$$

Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора

$$I_a = \frac{1}{2} I_{ест} \cos^2 \alpha.$$

Откуда $I_{\max} = \frac{1}{2} I_{ест}$ (поляризаторы параллельны) и $I_{\min} = 0$ (поляризаторы скрещены).

Формулы приведены без учета потерь интенсивности. Некоторые растворы (например, раствор сахара) и твердые вещества (в частности кварц) обладают свойством вращать плоскость поляризации поляризованного луча. Угол φ поворота плоскости поляризации зависит от пути луча в этих веществах ℓ и концентрации раствора C .

Для твердых веществ

$$\varphi = [\alpha] \ell. \quad (19)$$

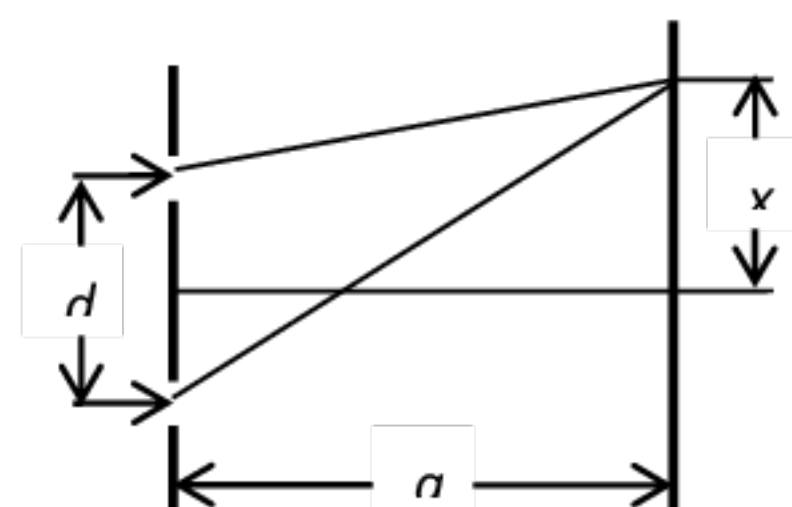
Для растворов

$$\varphi = [\alpha] \ell C, \quad (20)$$

где $[\alpha]$ – удельный угол вращения (постоянная вращения), показывающий, на какой угол повернется плоскость поляризации, если $\ell = 1$ и $C = 1$ (для растворов). Размерность $[\alpha]$ зависит от того, в каких единицах взяты ℓ и C в СИ. $[\alpha]$ – рад/м (для твердых веществ) для растворов $[\alpha] = \text{рад/м} \cdot (\text{кг/м}^3)$.

Примеры решения задач

Задача 1. Найти длину волны λ монохроматического излучения, если в опыте Юнга расстояние первого интерференционного максимума от центральной полосы $x = 0,05$ см. Данные установки $a = 5$ м, $d = 0,5$ см.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Дано:	Решение: Разность хода лучей, прошедших в точку наблюдения равна
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952203E7BA300060000043E	
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна	
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

$$x = 0,05 \text{ см}$$

$$a = 5 \text{ м}$$

$$d = 0,5 \text{ см}$$

$$\lambda = ?$$

$$\delta = r_2 - r_1; \quad (1)$$

$$r_2^2 = a^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2; \quad (2)$$

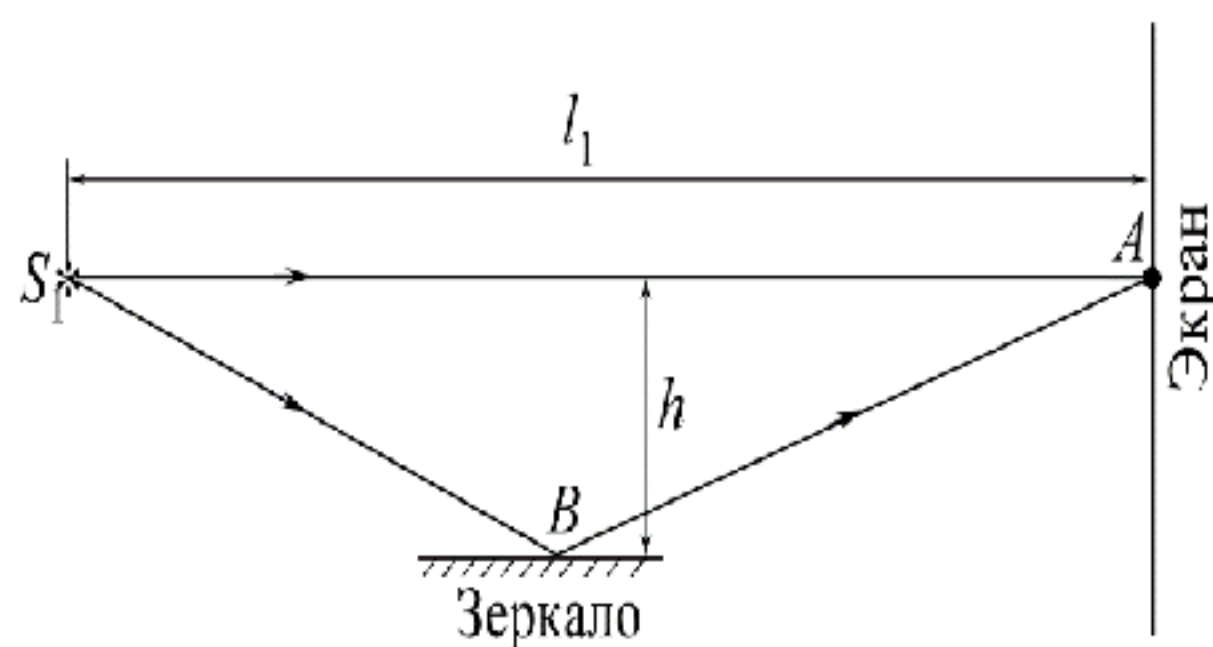
$$r_1^2 = \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + a^2. \quad (3)$$

Легко видеть, что

$$r_2 - r_1 = \frac{xd}{a} = m\lambda. \quad (4)$$

По условию задачи $m = 1$, поэтому

$$\lambda = \frac{xd}{a} = 500 \text{ нм}.$$



Задача 2. В точку A экрана от источника S_1 монохроматического света длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ приходит два луча: непосредственно от источника перпендикулярный экрану луч S_1A и луч S_1BA , отраженный в точке B от зеркала, параллельного лучу S_1A . Расстояние l_1 равно 1 м, расстояние h равно 2 мм. Определите, что будет наблюдаться в точке A экрана – усиление или ослабление освещенности.

Дано:

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм}$$

$$l_1 = 1 \text{ м}$$

$$h = 2 \text{ мм}$$

min, max - ?

Решение: Источник S_1 и мнимый S_2 являются когерентными, поэтому на экране возникает интерференционная картина. Максимум или минимум возникает в той или иной точке экрана зависит от оптической разности хода δ интерферирующих лучей

$$m = \frac{2\delta}{\lambda}. \quad (1)$$

Если m – целое четное число, то имеем максимум, если m – целое нечетное, то минимум.

Оптическая разность хода δ_1 будет складываться из геометрической разности $l_2 - l_1$ (оба луча идут в воздухе) и дополнительной разности $\lambda/2$, обусловленной изменением фазы колебаний на π при отражении от среды, оптически более плотной. Таким образом

$$\delta_1 = l_2 - l_1 + \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

По теореме Пифагора $l_2^2 = l_1^2 + (2h)^2$, $(l_2 - l_1) = \frac{(2h)^2}{2l_1}$, так как

$$l_2^2 - l_1^2 = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1), \text{ где } l_2 + l_1 \approx 2l_1, 2h = l.$$

Подставив это выражение $l_2 - l_1$ в формулу (2), найдем:

$$\delta_1 = \frac{(2h)^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Зная δ_1 , можно по формуле (1) найти m_1 :

$$m_1 = \frac{\frac{(2h)^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}}{\lambda/2} = \frac{(2h)^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Тогда окончательно получим

$$m_1 = 4 \frac{h^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Выразим h , l_1 и λ в микрометрах и вычислим:

$$m_1 = 4 \frac{(2 \cdot 10^3)^2}{1 \cdot 10^6 \cdot 0,5} + 1 = 32 + 1 = 33.$$

Так как на разности хода укладывается нечетное число длин полуволн, то в точке A наблюдается максимальное ослабление освещенности.

Задача 3. На пути одного луча в интерференционной установке Юнга стоит трубка длиной $l = 2$ см с плоскопараллельными стеклянными основаниями и наблюдается интерференционная картина, когда эта трубка наполнена воздухом. Затем трубка наполняется хлором и при этом наблюдается смещение интерференционной картины на $m = 20$ полос. Вся установка помещена в термостат, поддерживающий постоянную температуру. Наблюдения производятся со светом линии D натрия ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$). Принимая показатель преломления воздуха $n = 1,000276$, вычислите показатель преломления хлора. В какую сторону смещаются полосы интерференции при наполнении сосуда хлором?

Документ подписан
электронной подписью
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Дано:

$$l = 2 \text{ см}$$

$$m = 20$$

$$\lambda = 5890 \text{ Å}$$

$$n_l = 1,000276$$

$$n_{Cl} = ?$$

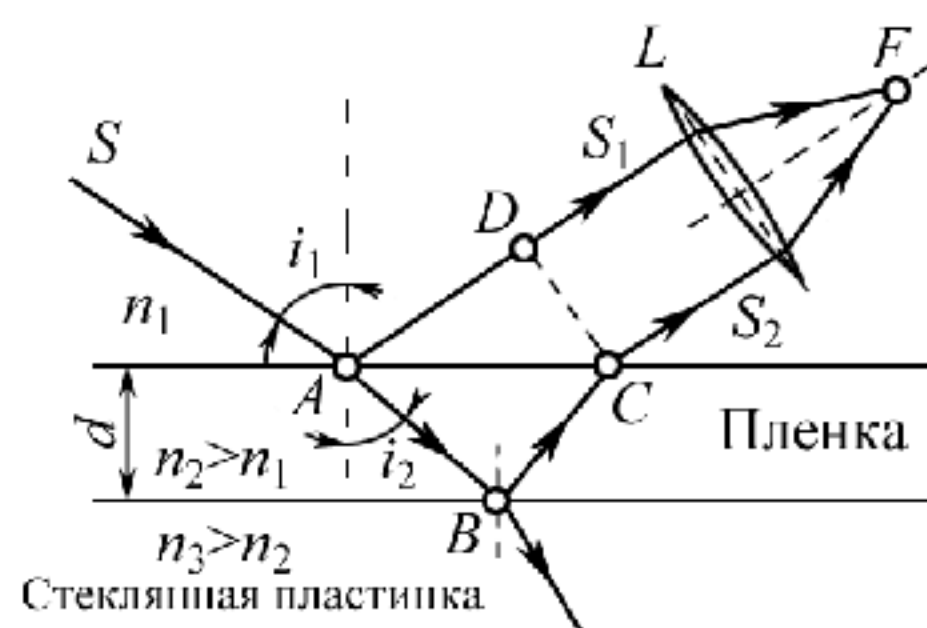
Решение. Легко догадаться, что разность хода лучей при усилении света по определению равна $m\lambda$. В данном случае оптическая разность хода равна $(n_{Cl} - n)l$. Из полученного равенства находим

$$(n_{Cl} - n)l = m\lambda \quad (1)$$

$$n_{Cl} = n + \frac{m\lambda}{l}. \quad (2)$$

Вычисляя, получаем $n_{Cl} = 1,000865$.

Задача 4. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, коэффициент преломления вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определите толщину пленки.



Дано:

$$\lambda = 0,6 \text{ мкм}$$

$$n_2 = 1,4$$

$$d = ?$$

Решение. В точках A и B падающий луч SA отражается и частично преломляется. Отраженные лучи AS_1 и BCS_2 падают на собирающую линзу L , пересекаются в ее

фокусе F и интерферируют между собой.

Показатель преломления воздуха ($n_1 = 1,0029$) меньше показателя преломления вещества пленки ($n_2 = 1,4$), который в свою очередь меньше показателя преломления стекла ($n_3 = 1,5$). В обоих случаях отражение происходит от среды оптически более плотной.

Следовательно, никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого луча не происходит.

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Как видно из рисунка, оптическая разность хода

$$\delta = (AB + BC) n_2 - ADn_1.$$

Следовательно,

$$(AB + BC) n_2 - ADn_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Если угол падения i_1 будет уменьшаться, то в пределе при $i_1 = 0$ будем иметь

$$\delta = 2dn_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

откуда искомая толщина пленки

Полагая $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, получим возможные значения толщины пленки:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{0,6}{4 \cdot 1,4} = 0,11 \text{ мкм};$$

$$d_1 = \frac{3\lambda}{4n_2} = 3d_0 = 0,33 \text{ мкм}.$$

Задача 5. Почему центр колец Ньютона, наблюдаемых в отраженном свете, обычно темный, а в проходящем светлый?

Решение. В проходящем свете на границе стекло-воздух вектор напряженности электрического поля E не испытывает изменения фазы, а при отражении на границе воздух – стекло меняет фазу на 180° , что соответствует приобретению разности хода, равной половине длины волны.

Задача 6. На дифракционную решетку от разрядной трубки, наполненной гелием, нормально падает пучок света. На какую линию λ_1 (в нанометрах) в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия длиной волны $\lambda_2 = 706 \text{ нм}$ в спектре второго порядка?

Дано:

$$k_1 = 3$$

$$k_2 = 2$$

$$\lambda_2 = 706 \text{ нм}$$

$$\lambda_1 = ?$$

Решение: Условия главных максимумов освещенности для дифракционной решетки выглядит следующим образом:

$$d \sin \varphi_1 = k_1 \lambda_1; \quad d \sin \varphi_2 = k_2 \lambda_2$$

Спектральные линии накладываются одна на другую, поэтому углы дифракции будут равными, то есть $\varphi_1 = \varphi_2$. Разделив первое уравнение на второе:

$$1 = \frac{k_1 \lambda_1}{k_2 \lambda_2},$$

откуда

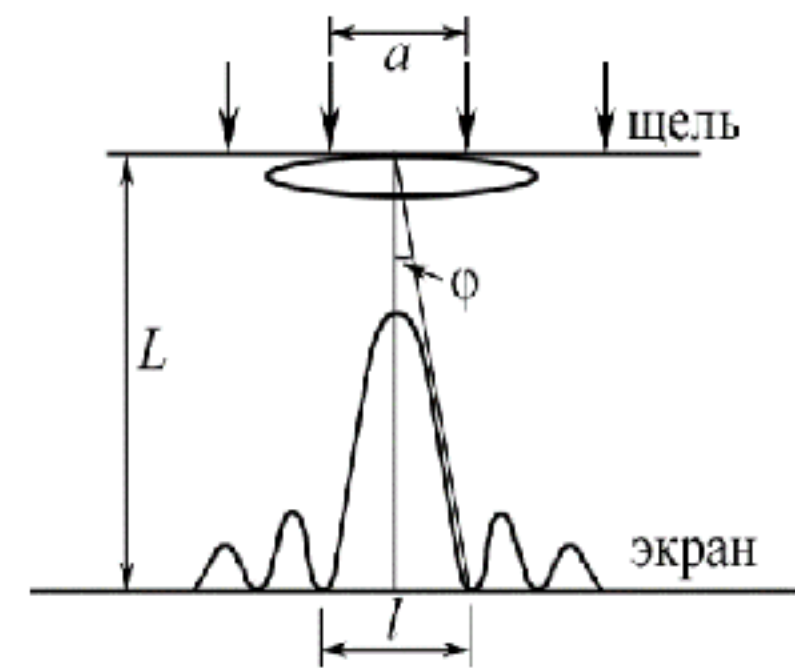
$$\lambda_1 = \frac{k_2 \lambda_2}{k_1}$$

Подставим численные значения:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	200000413E9A3B952203E7E7A30006000015E
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

$$\lambda_1 = \frac{2 \cdot 706 \cdot 10^{-9}}{3} = 471 \text{ нм.}$$

Задача 7. На щель (рис.) шириной $a = 0,1$ мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0,6$ мкм). Определить ширину l центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии $L = 1$ м.



Дано:

$$a = 0,1 \text{ мм}$$

$$\lambda = 0,6 \text{ мкм}$$

$$L = 1 \text{ м}$$

$$l = ?$$

Решение: Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева максимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивности примем равной

расстоянию между двумя минимумами интенсивности (рис.).

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами φ , определяемыми условием

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (1)$$

где k – порядок минимума. В нашем случае $k = 1$.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим по рисунку: $l = 2L \tan \varphi$. При малых углах $\tan \varphi \approx \sin \varphi$, тогда

$$l = 2L \sin \varphi. \quad (2)$$

Выразим $\sin \varphi$ из уравнения (1) и подставим в равенство (2):

$$l = \frac{2Lk\lambda}{a} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{10^{-4}} \text{ м} = 1,2 \cdot 10^{-2} = 1,2 \text{ см.}$$

Задача 8. Дифракционная решетка содержит $n = 200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,6$ мкм). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

Дано:

$$\lambda = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$n = 200 \text{ мм}^{-1}$$

Решение: Период дифракционной решетки найдем из формулы

$$n = 1 / d.$$

$$k_{\max} = ? \quad \text{Отсюда } d = 1 / n = 1 / 200 = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение $k_{\max}$, исходя из того, что максимальный угол отклонения

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен с 19.08.2022 по 19.08.2023

лучей решеткой не может превышать 90° . Постоянная решетки d , длина волны λ и угол отклонения φ , соответствующий k -му дифракционному максимуму, связаны соотношением:

$$d \sin \varphi = k\lambda,$$

где $\varphi = 90^\circ$ – максимальный угол отклонения лучей решеткой. Отсюда

$$k_{\max} = d \sin \varphi / \lambda = 0,5 \cdot 10^{-5} / 0,6 \cdot 10^{-6} = 8,3.$$

Число k обязательно должно быть целым. В то же время оно не может принять значение, равное 9, так как при этом значении $\sin \varphi$ должен быть больше единицы, что невозможно. Следовательно, $k_{\max} = 8$.

Задача 9. На дифракционную решетку, содержащую $n = 100$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 20^\circ$. Определите длину волны света λ .

Дано:

$$n = 100 \text{ мм}^{-1}$$

$$\Delta\varphi = 20^\circ$$

$$k = 3$$

$$\lambda = ?$$

Решение: Период дифракционной решетки найдем из формулы

$$n = 1 / d.$$

Отсюда

$$d = 1 / n = 1 / 10^5 = 10^{-5} \text{ м}.$$

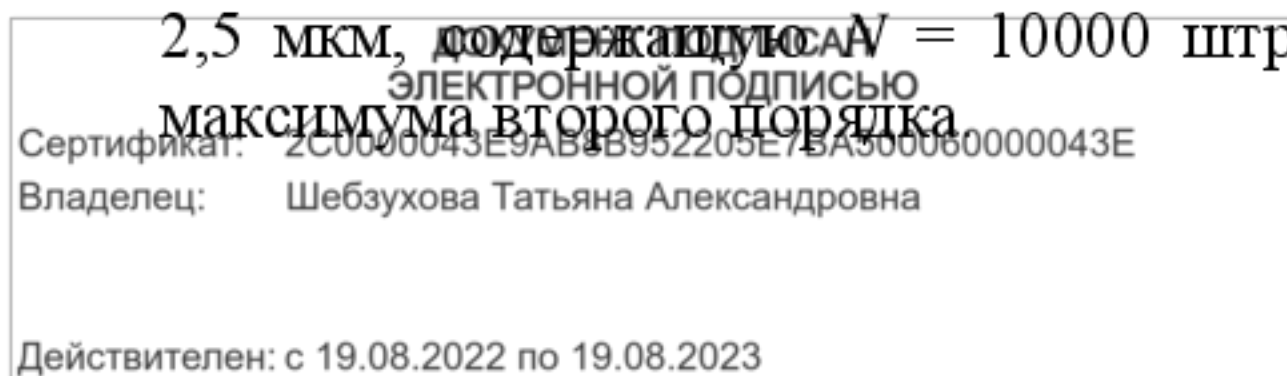
Максимумы интенсивности света одного порядка при дифракции на дифракционной решетке находятся на одинаковом расстоянии от центрального максимума и, следовательно, наблюдаются под одинаковыми углами дифракции φ :

$$d \sin \varphi = k\lambda. \quad (1)$$

По условию задачи, чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 20^\circ$. Следовательно, угол дифракции $\varphi = \Delta\varphi / 2 = 10^\circ$. Тогда из уравнения (1) длина волны света равна

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{k} = \frac{10^{-5} \cdot \sin 10^\circ}{3} = 0,0578 \cdot 10^{-5} \approx 580 \text{ нм}.$$

Задача 10. Свет с $\lambda = 589$ нм падает нормально на дифракционную решетку с периодом $d = 2,5$ мкм, содержащую $N = 10000$ штрихов. Найдите угловую ширину дифракционного максимума второго порядка.



Дано:

$$\lambda = 589 \text{ нм}$$

$$d = 2,5 \text{ мкм}$$

$$N = 10000$$

$$k = 2$$

$$\Delta\theta - ?$$

Решение: Угловая дисперсия дифракционной решетки, состоящей из одной щели:

$$D = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos\theta}.$$

Тогда угловая ширина дифракционного максимума, создаваемого решеткой, содержащей N штрихов:

$$\Delta\theta = \frac{k\lambda}{Nd \cos\theta} = \left[\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \right] = \frac{k\lambda}{Nd \sqrt{1 - \sin^2\theta}}.$$

Свет падает на дифракционную решетку нормально. Условие главных максимумов:

$$d \sin\theta = k\lambda.$$

Отсюда $\sin\theta = \frac{k\lambda}{d}$. Тогда угловая ширина дифракционного максимума второго порядка будет равна:

$$\Delta\theta = \frac{k\lambda}{Nd \cos\theta} = \frac{k\lambda}{Nd \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}}.$$

Подставим численные значения:

$$\Delta\theta = \frac{2 \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{2,5 \cdot 10^{-6}}\right)^2}} = 11''$$

Задача 11. С помощью дифракционной решетки с периодом $d = 20 \text{ мкм}$ требуется разрешить дублет натрия ($\lambda_1 = 589 \text{ нм}$ и $\lambda_2 = 589,6 \text{ нм}$) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине решетки это возможно?

Дано:

$$d = 20 \text{ мкм}$$

$$\lambda_1 = 589 \text{ нм}$$

$$\lambda_2 = 589,6 \text{ нм}$$

$$k = 2$$

$$l - ?$$

Решение: Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN, \text{ где } N - \text{число штрихов решетки.}$$

Число штрихов решетки можно найти, зная длину решетки l и период решетки d : $N = \frac{l}{d}.$

Тогда

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = k \frac{l}{d}.$$

Отсюда наименьшая длина решетки, при которой возможно разрешить дублет натрия:

$$l = \frac{d\lambda}{k\delta\lambda},$$

где $\delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 0,6 \cdot 10^{-9} \text{ м}$, а $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = 589,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}$.

Тогда

$$l = \frac{d\lambda}{k\delta\lambda} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 589,3 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-9}} \text{ м} = 982 \cdot 10^{-5} \text{ м} \approx 10 \text{ мм}.$$

Задача 12. Показатели преломления кристаллического кварца для света с длиной волны 600 нм равны $n_0 = 1,544$ и $n_e = 1,553$ для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно. В кристалле кварца, вырезанном параллельно оптической оси, можно получить максимальную разность скоростей обыкновенного и необыкновенного лучей, если они нормально падают на поверхность кристалла. Какова должна быть толщина кристалла, чтобы произошел сдвиг фаз этих лучей на 90° , если используется свет указанной длины волны?

Дано:

$$\lambda = 600 \text{ нм}$$

$$n_0 = 1,544$$

$$n_e = 1,553$$

$$\Delta\varphi = 90^\circ$$

$$d - ?$$

Решение. Сдвиг фаз вычисляется по формуле

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_0) d,$$

где d – расстояние, пройденное светом. Полагая $\Delta\varphi = \pi / 2$ и произведя вычисления, находим:

$$d = 16,7 \text{ мм}.$$

Вопросы и задания.

1. Электромагнитная природа света.
2. Когерентность и монохроматичность световых волн.
3. Оптическая длина пути и оптическая разность хода лучей.
4. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Интерференция в тонких пленках.
5. Интерференция многих волн. Дифракционная решетка.
6. Дифракция световых волн. Принцип Гюйгенса — Френеля.
7. Метод зон Френеля.
8. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера.
9. Дифракция от щели.
10. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах.
11. Естественный и поляризованный свет.

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзузьян Александрович

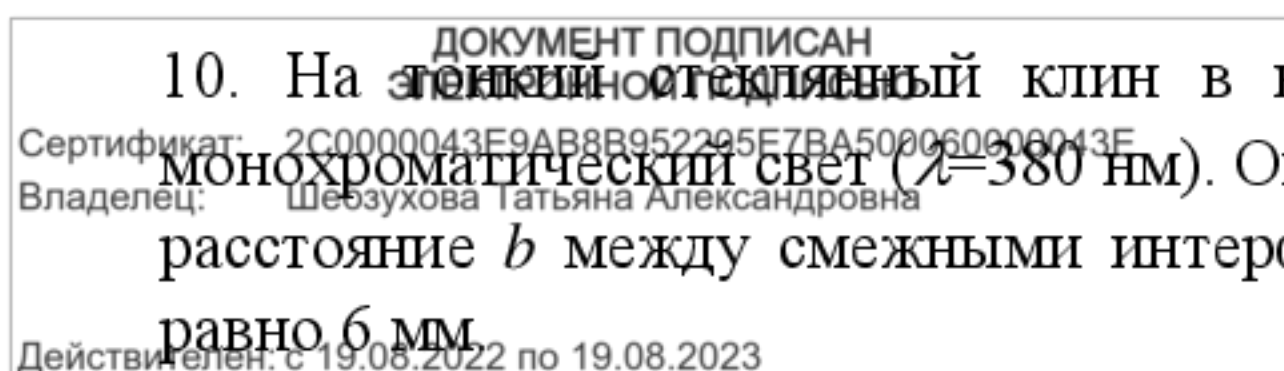
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

12. Закон Малюса.
13. Поляризация света при отражении и преломлении.
14. Двойное лучепреломление.
15. Нормальная и аномальная дисперсии.
16. Электронная теория дисперсии света. Рассеяние света.
17. Поглощение света.

Задачи для самостоятельного решения

1. На мыльную пленку ($n=1,3$), находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине d пленки отраженный свет с длиной волны $\lambda=0,55$ мкм окажется максимально усиленным в результате интерференции.
2. Пучок монохроматических ($\lambda=0,6$ мкм) световых волн падает под углом $\varepsilon_1=30^\circ$ на находящуюся в воздухе мыльную пленку ($n=1,3$). При какой наименьшей толщине d пленки отраженные световые волны будут максимально ослаблены интерференцией? Максимально усилены?
3. На тонкий стеклянный клин ($n=1,55$) падает нормально монохроматический свет. Двугранный угол α между поверхностями клина равен $2'$. Определить длину световой волны λ , если расстояние b между соседними интерференционными максимумами в отраженном свете равно $0,3$ мм.
4. Двугранный угол стеклянного клина равен $0,2'$. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda=0,55$ мкм. Определить ширину b интерференционной полосы.
5. На тонкий стеклянный клин в направлении нормали к его поверхности падает монохроматический свет ($\lambda=600$ нм). Определить угол θ между поверхностями клина, если расстояние b между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 4 мм.
6. В опыте Юнга расстояние d между щелями равно $0,8$ мм. На каком расстоянии l от щелей следует расположить экран, чтобы ширина b интерференционной полосы оказалась равной 2 мм? ($\lambda=640$ нм).
7. Расстояние d между двумя щелями в опыте Юнга равно 1 мм, расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Определить длину волны λ , испускаемой источником монохроматического света, если ширина b полос интерференции на экране равна $1,5$ мм.
8. Расстояние d между двумя когерентными источниками света ($\lambda=500$ нм) равно $0,1$ мм. Расстояние b между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно 1 см. Определить расстояние l от источников до экрана.
9. Найти все длины волн видимого света (от $0,76$ до $0,38$ мкм), которые будут: 1) максимально усилены; 2) максимально ослаблены при оптической разности хода Δ интерферирующих волн, равной $1,8$ мкм.

10. На тонкий стеклянный клин в направлении нормали к его поверхности падает монохроматический свет ($\lambda=380$ нм). Определить угол θ между поверхностями клина, если расстояние b между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 6 мм.



11. Какое наименьшее число $N_{\min}$ штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре 2-го порядка можно было видеть отдельно две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1=589$ нм и $\lambda_2=589,6$? Какова длина l такой решетки, если постоянная решетки $d=5$ мкм?

12. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол $\varphi_1=14^\circ$. На какой угол φ_2 отклонен максимум третьего порядка?

13. Дифракционная решетка содержит $n=200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

14. На дифракционную решетку, содержащую $n=400$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Найти общее число дифракционных максимумов, которое дает эта решетка. Определить угол φ дифракции, соответствующий последнему максимуму.

15. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ($\lambda=0,4$ мкм) спектра третьего порядка.

16. На дифракционную решетку, содержащую $n=600$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину b спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L=1,2$ м. Границы видимого спектра $\lambda_{\text{кр}}=780$ нм, $\lambda_{\text{ф}}=400$ нм.

17. Сколько штрихов на каждый миллиметр содержит дифракционная решетка, если при наблюдении в монохроматическом свете ($\lambda=0,6$ мкм), максимум пятого порядка отклонен на угол $\varphi=18^\circ$?

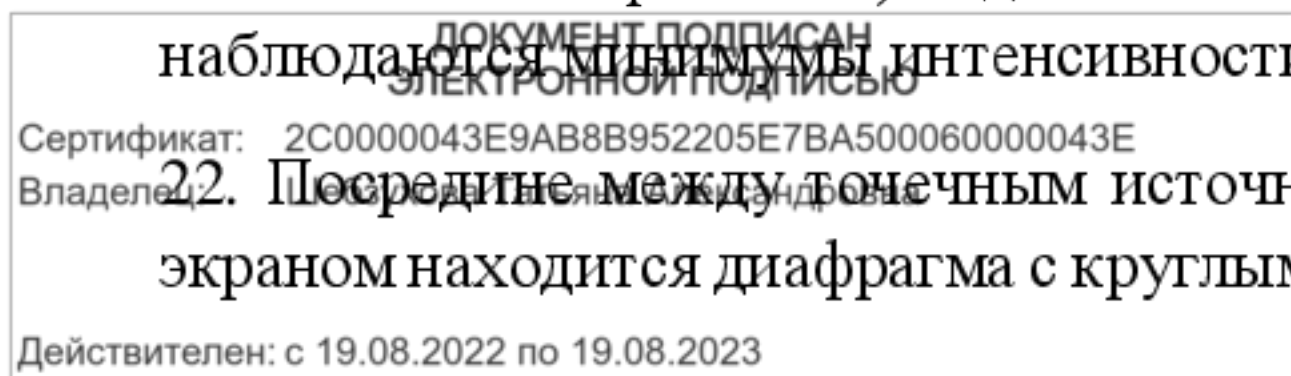
18. На щель шириной $a=0,1$ мм падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,5$ мкм). За щелью помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран. Что будет наблюдаться на экране, если угол φ дифракции равен: 1) $17'$; 2) $43'$.

19. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол φ отклонения пучков света, соответствующих второй светлой дифракционной полосе, равен 1° . Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

20. На щель шириной $0,05$ мм падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Определить угол φ между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

21. Плоская световая волна падает нормально на диафрагму с круглым отверстием. В результате дифракции в некоторых точках оси отверстия, находящихся на расстояниях b_i от его центра, наблюдаются максимумы интенсивности. 1) Получить вид функции $b=f(r, \lambda, n)$, где r -радиус отверстия; λ - длина волны; n -число зон Френеля, открываемых для данной точки оси отверстия. 2) Сделать то же самое для точек оси отверстия, в которых наблюдаются минимумы интенсивности.

22. Посередине между точечным источником монохроматического света $\lambda=550$ нм и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Дифракционная картина наблюдается



на экране, расположенном на расстоянии 5 м от источника. Определите радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным.

23. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $\varepsilon_1 = 54^\circ$. Определить угол преломления ε_2 пучка, если отраженный пучок полностью поляризован.

24. На какой угловой высоте φ над горизонтом должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован?

25. Угол Брюстера ε_B при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57° . Определить скорость света в этом кристалле.

Практическое занятие 16.

Тема занятия. Модели атома Томсона и Резерфорда. Теория атома водорода по Бору

Цель занятия. Теория атома водорода по Бору.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Законы теплового излучения. Закон Стефана-Больцмана. Фотоэффект. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Давление света. Эффект Комптона. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Элементы квантовой теории применяется при решении научных задач.

Теоретическая часть.

Законы теплового излучения

Тепловым излучением называют электромагнитное излучение, возникающее за счет внутренней энергии излучающего тела и зависящее только от температуры и оптических свойств этого тела. Тепловое излучение – единственное излучение, способное находиться в термодинамическом равновесии с веществом (равновесное).

Количественной характеристикой теплового излучения служит энергетическая светимость (излучательность) R_T – мощность излучения абсолютно черного тела с единицы площади поверхности тела во всем интервале частот (длин волн) от 0 до ∞ . Спектральной характеристикой теплового излучения тела является спектральная плотность энергетической светимости (спектральная плотность излучательности) $r_{\nu,T}$ – энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$.

Распределение энергии излучения абсолютно черного тела в зависимости от частоты и температуры приведено на рис.1.

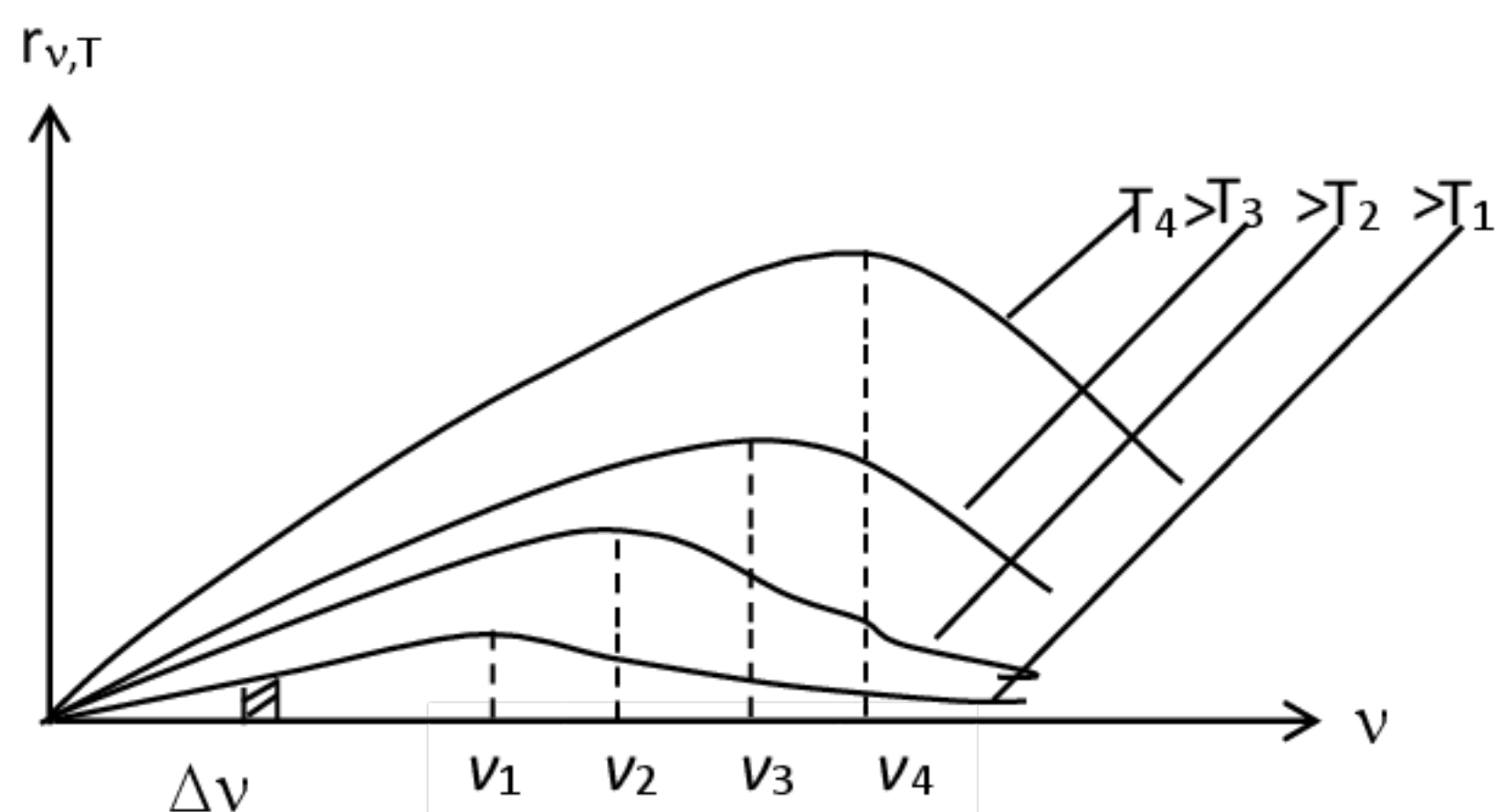


Рис. 1.

Величина излучательности может быть рассчитана по закону Стефана-Больцмана

$$R_T = \sigma T^4, \quad (1)$$

где σ - постоянная Стефана-Больцмана, T – абсолютная температура. Если взять на графике единичный интервал частоты $\Delta \nu$, то площадь заштрихованного участка определит величину спектральной плотности излучательности.

Максимальное значение спектральной плотности излучательности определяется законом Вина

$$(r_{\nu,T})_{\max} = cT^5, \quad (2)$$

где c – вторая постоянная Вина.

При увеличении температуры абсолютно черного тела частота, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности, смещается в сторону более высоких частот. Длина волны $\lambda_{\max}$, соответствующая максимальному значению излучательности, обратно пропорциональна его температуре (закон смещения Вина)

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где b – первая постоянная Вина.

Дать теоретическое обоснование спектральным закономерностям теплового излучения абсолютно черного тела удалось М. Планку. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться непрерывно, то есть, может принимать любые сколь угодно близкие значения. *М.Планк выдвинул квантовую гипотезу, заключающуюся в том, что энергия атомов-осцилляторов может изменяться дискретно, порциями, пропорциональными некоторой элементарной порции – кванту энергии*

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda}, \quad (3)$$

где h – постоянная Планка.

Используя статистические методы и представления о квантовом характере теплового излучения, М.Планк вывел формулу

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (4)$$

которая согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела во всем интервале частот от 0 до ∞ и при различных температурах. Кроме того, формула М.Планка содержит в себе законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в этих законах.

Эйнштейн, создавая квантовую теорию света, предположил, что не только излучение света, но и его распространение происходит в виде потока световых квантов-фотонов. Массу фотона можно найти из соотношения $mc^2 = h\nu$

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}, \quad (5)$$

а импульс фотона

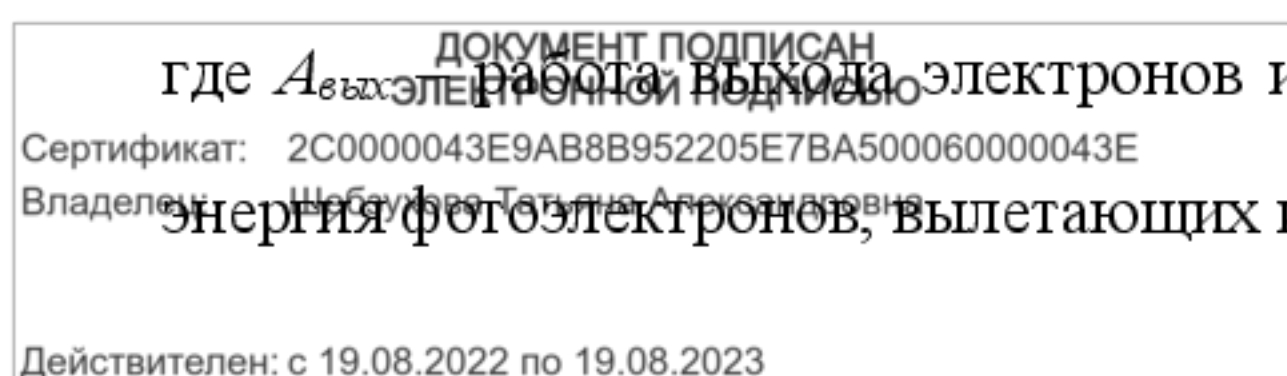
$$p = m \cdot c = \frac{h}{c \cdot \lambda} \cdot c = \frac{h}{\lambda}. \quad (6)$$

Внешний фотоэффект

Явление вырывания электронов с поверхности металлов световым потоком называется внешним фотоэффектом. При взаимодействии квантов света (фотонов) с металлами выполняется соотношение, которое называется уравнением Эйнштейна

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}, \quad (7)$$

где $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электронов из металла, $\frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, вылетающих из металла.



Если энергия падающего фотона много меньше энергии покоя электрона $E_0 = 0,51$ МэВ, то кинетическую энергию можно рассчитать по классической формуле, то есть

$$K = \frac{m v^2}{2}. \quad (8)$$

Если же энергия кванта света, падающего на металл сравнима или больше E_0 , то для вычисления кинетической энергии $E_{\text{кин}}$ фотоэлектронов следует воспользоваться релятивистской формулой

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right), \quad (9)$$

где $m_0 c^2$ – энергия покоя электрона.

Если скорость вырванных из металла электронов $v = 0$, то энергия фотона $\varepsilon = h \nu_{\kappa} = h \frac{c}{\lambda_{\kappa}}$, а ν_{κ} или λ_{κ} соответствует красной границе фотоэффекта для данного металла, то есть λ_{κ} – та максимальная длина волны фотона, при которой начинается для данного металла фотоэффект.

Давление света

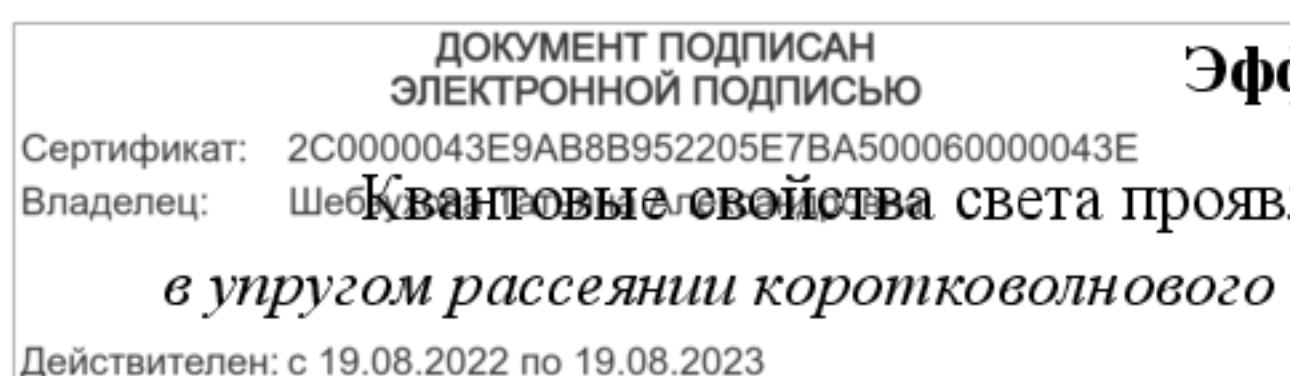
Современные квантовые представления о свойствах света существенно отличаются от ньютоновской корпускулярной теории света. С квантовой точки зрения давление света на поверхность какого-либо тела обусловлено тем, что при соударении с этой поверхностью каждый фотон передает ей свой импульс.

Отражение света от поверхности тела следует рассматривать как сложный процесс «переизлучения» фотонов – падающий фотон поглощается поверхностью, а затем вновь излучается ею с противоположным направлением импульсов. При этом давление света на отражающую поверхность должно быть таким же, каким оно было в том случае, если бы фотоны «зеркально отражались» от поверхности подобно абсолютно упругим шарикам.

Величина светового давления определяется формулой

$$P = \omega (1 + \rho), \quad (10)$$

где $\omega = E_{\Sigma}/c$ – объемная плотность энергии излучения (E_{Σ} – энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, c – скорость света в вакууме); ρ – коэффициент отражения света от поверхности тела.



Эффект Комптона

Квантовые свойства света проявляются в эффекте Комптона, который заключается в упругом рассеянии коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ -

излучения) на свободных или слабосвязанных электронах вещества, сопровождающемся увеличением длины волны $\Delta\lambda$. Величина $\Delta\lambda$ определяется формулой Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (11)$$

где λ - длина волны падающего излучения, λ' - длина волны рассеянного излучения, θ - угол рассеяния рентгеновского кванта, λ_c - комптоновская длина волны, $\lambda_c = \frac{2h}{m_0 c}$, $\lambda_c = 2,426$ пм (m_0 - масса покоя электрона).

Объяснение эффекта Комптона может быть дано на основе квантовых представлений о природе света, как результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. В процессе столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения.

Примеры решения задач

Задача 1. Длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $\lambda_{max} = 0,6$ мкм. Определите: 1) энергетическую светимость этого тела R_T ; 2) спектральную плотность энергетической светимости $r_{\lambda T}$ или $r_{\lambda T}$, рассчитанную на 1 нм вблизи λ_{max} в спектре излучения абсолютно черного тела.

Дано:

$$\lambda_{max} = 0,6 \text{ мкм}$$

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ К} \cdot \text{м}$$

$$c = 1,23 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вм}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вм}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$$

$$\Delta\lambda = 1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$$

$$R_T = ? \quad r_{\lambda T} = ?$$

Решение. Согласно закону смещения Вина, длина волны, на которую приходится максимум энергетической светимости, обратно пропорциональна температуре

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

отсюда

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}},$$

а энергетическая светимость R_T определяется законом Стефана-Больцмана, то есть, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры

$$R_T = \sigma T^4 = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{max}} \right)^4.$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$R_T = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-7}} \right) = 33 \text{ MBT} / \text{м}^2.$$

Максимум спектральной плотности энергетической светимости, согласно закону Вина, пропорционален пятой степени температуры

$$r_{\lambda,T} = cT^5 = c \left(\frac{\epsilon}{\lambda_{\max}} \right)^5,$$

Но мы получили $r_{\lambda,T}$ в интервале длин волн $\Delta\lambda' = 1 \text{ м}$ (единичный интервал в СИ). Так как 1 нм в 10^9 раз меньше, то и $(r_{\lambda,T})_{\max}$, приходящаяся на $\Delta\lambda = 1 \text{ нм}$ вблизи $\lambda_{\max}$, во столько же раз будет меньше. Таким образом, искомое значение определится выражением:

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = \frac{c \left(\frac{\epsilon}{\lambda_{\max}} \right)^5}{10^9}$$

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = 1,23 \cdot 10^{-5} \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-7}} \cdot 10^{-9} = 3,8 \cdot 10^4 \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{нм} = 38 \text{ кВт} / \text{м}^2 \cdot \text{нм}$$

Итак, спектральная плотность энергетической светимости, приходящаяся на интервал длин волн $\Delta\lambda = 1 \text{ нм}$ вблизи $\lambda_{\max}$ равна $38 \text{ кВт} / \text{м}^2 \cdot \text{нм}$.

Задача 2. Раскаленная металлическая поверхность $S = 10 \text{ см}^2$ излучает в 1 мин энергию $E = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Температура поверхности $T = 2500 \text{ К}$. Найдите отношение энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

Дано:

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$$

$$E = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T = 2500 \text{ К}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$$

$$n = ?$$

Решение. Искомая величина $n = \frac{R_{\text{э}}}{R_{\text{ч.т.}}}$, где $R_{\text{э}}$ и $R_{\text{ч.т.}}$ —

энергетическая светимость металлической поверхности и черного тела, соответственно, по закону Стефана-Больцмана

$$R_{\text{ч.т.}} = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2500^4 = 2,21 \cdot 10^6 \text{ Вт} / \text{м}^2.$$

Энергия, излучаемая раскаленной металлической поверхностью, равна $E = R_{\text{э}} \cdot t \cdot S$. Отсюда

$$R_{\text{э}} = \frac{E}{t \cdot S}$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA5000600000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$R_{\text{э}} = \frac{4 \cdot 10^4}{60 \cdot 10^{-3}} = 0,67 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Найдем отношение $\frac{R_3}{R_{ч.м.}} = n; \quad n = \frac{0,67 \cdot 10^6}{2,21 \cdot 10^6} = 0,3.$

Задача 3. Во сколько раз увеличится мощность излучения черного тела, если максимум энергии излучения сместится от красной границы видимого спектра к его фиолетовой границе?

Дано:

$$\lambda_{\kappa} = 0,76 \text{ мкм}$$

$$\lambda_{\phi} = 0,38 \text{ мкм}$$

$$N_{\kappa}/N_{\phi} - ?$$

Решение. Согласно закону смещения Вина, длина волны, на которую приходится максимум энергетической светимости, обратно пропорциональна температуре

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \text{ отсюда } T_{\kappa} = \frac{b}{\lambda_{\kappa}}, \quad T_{\phi} = \frac{b}{\lambda_{\phi}}.$$

Мощность излучения равна $N = RS$.

В соответствии с законом Стефана – Больцмана $R = \sigma T^4$, для температур T_{κ} и T_{ϕ} имеем: $N_{\kappa} = \sigma T_{\kappa}^4 S$ и $N_{\phi} = \sigma T_{\phi}^4 S$. Тогда их отношение равно

$$\frac{N_{\phi}}{N_{\kappa}} = \left(\frac{T_{\phi}}{T_{\kappa}} \right)^4 = \left(\frac{\lambda_{\kappa}}{\lambda_{\phi}} \right)^4 = \left(\frac{0,76}{0,38} \right)^4 = 16.$$

Задача 4. На платиновую пластинку падает ультрафиолетовое излучение. Для прекращения фотоэффекта нужно приложить задерживающее напряжение $U_1 = 3,7$ В. Если платиновую пластинку заменить пластинкой из другого металла, то задерживающее напряжение нужно увеличить до $U_2 = 6$ В. Определите работу выхода (в электронвольтах) из второго металла.

Дано:

$$U_1 = 3,7 \text{ В}$$

$$U_2 = 6 \text{ В}$$

$$A_1 = 6,3 \text{ эВ}$$

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$A_2 = ?$$

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта, имеем

$$h\nu = A_1 + \frac{m\nu_1^2}{2}$$

Чтобы задержать вылетающие электроны, необходимо приложить задерживающее напряжение U_1 .

$$eU_1 = \frac{m\nu_1^2}{2},$$

где e и m – заряд (по модулю) и масса электрона.

Таким образом,

$$h\nu = A_1 + eU_1. \quad (1)$$

Аналогичное выражение запишем для пластинки из второго металла

$$h\nu = A_2 + eU_2. \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2)

$$A_1 + eU_1 = A_2 + eU_2$$

$$A_2 = A_1 + eU_1 - eU_2 = A_1 - e(U_2 - U_1)$$

$$A_2 = 10,1 \cdot 10^{-19} - 1,6 \cdot 10^{-19}(6-3,7) = 6,42 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$A_2 = \frac{6,42 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 4 \text{ эВ}.$$

Задача 5. Облучение литиевого фотокатода производится фиолетовыми лучами, длина волны которых равна 0,4 мкм. Определите скорость фотоэлектронов, если длина волны красной границы фотоэффекта для лития равна 0,52 мкм.

Дано:

$$\lambda = 0,4 \text{ мкм}$$

$$\lambda_k = 0,52 \text{ мкм}$$

$v = ?$

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта энергия фотона $E_\phi = hc/\lambda$ расходуется на работу выхода электрона $A = hc/\lambda_k$ и сообщение электрону кинетической энергии K .

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_k} + K. \quad K = \frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_k}.$$

Тогда

$$v = \sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_k}\right) \frac{2}{m}} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{\lambda_k - \lambda}{\lambda_k \lambda}\right)}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (5,2 - 4) \cdot 10^{-7}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,2 \cdot 4 \cdot 10^{-14}}} \cong 5 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Задача 6. Определите максимальную скорость электрона, вырванного с поверхности металла γ -квантом с энергией 1,53 МэВ.

Дано:

$$E_\gamma = 1,53 \text{ МэВ}$$

Решение. По формуле Эйнштейна для фотоэффекта

$E_\gamma = A + K$. Работа выхода электрона из металла составляет величину порядка единиц электронвольт, что много меньше энергии фотона, следовательно меньшей

ДОКУМЕНТ ПОДЛИНА	
Сертификат: 2C0000043E9AB8B95220	Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

величиной можно пренебречь. Тогда $E_\gamma = K$. Так как энергия гамма-кванта превышает энергию покоя электрона $E_0 = m_0 c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$, то кинетическая энергия фотоэлектрона должна рассчитываться для релятивистского случая.

$$K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - E_0.$$

Тогда

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{K + E_0} \right)^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(\frac{0,511}{1,53 + 0,511} \right)^2} = 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Задача 7. Определите силу светового давления солнечных лучей перпендикулярных поверхности на площадь 100 м^2 , если коэффициент отражения лучей равен $0,2$ и солнечная постоянная $1,4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. (Солнечной постоянной называется величина, равная поверхностной плотности потока энергии излучения Солнца вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца).

Дано:

$$S = 100 \text{ м}^2$$

$$\rho = 0,2$$

$$E = 1,4 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$F = ?$$

Решение. Сила светового давления F на поверхность равна произведению светового давления P на площадь S поверхности $F = P \cdot S$.

Световое давление может быть найдено по формуле $P = \frac{E(1 + \rho)}{c}$

. Тогда искомая сила $F = \frac{E \cdot S(1 + \rho)}{c}$,

$$F = \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 1,2}{3 \cdot 10^8} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Задача 8. На зачерненную поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны $0,65 \text{ мкм}$, производя давление $5 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$. Определите концентрацию фотонов вблизи поверхности и число фотонов, падающих на площадь 1 м^2 в 1 с .

Дано:

$$\lambda = 0,65 \text{ мкм}$$

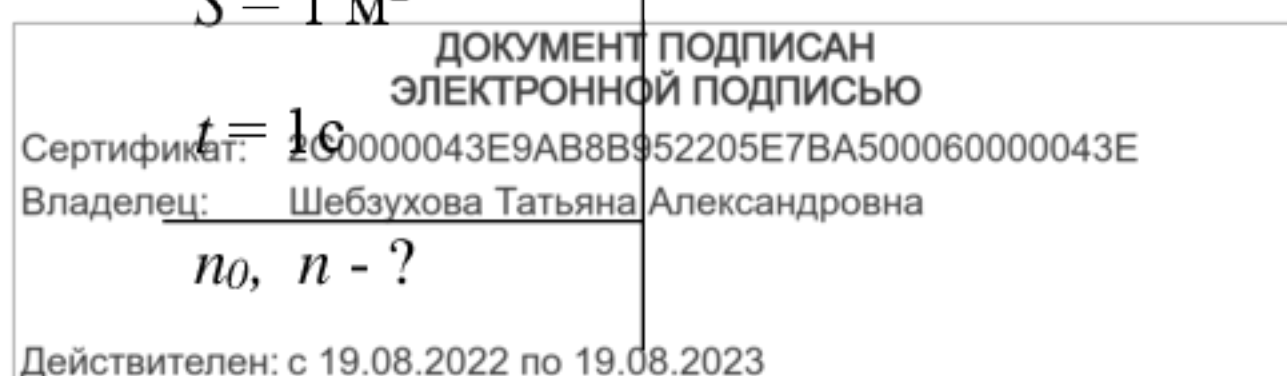
$$P = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$$

$$S = 1 \text{ м}^2$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$n_0, n = ?$$

Решение: Давление света при нормальном падении на поверхность с коэффициентом отражения ρ вычисляется по формуле $P = \omega(1 + \rho)$, где ω – объемная плотность энергии, которая связана с полной энергией (освещенностью) E_0 падающих фотонов на единицу площади поверхности в единицу времени соотношением $\omega = E_0 / c$.



С учетом того, что для зачерненной поверхности коэффициент отражения ρ равен нулю получим формулу для давления света в виде $P = \omega = E_0 / c$. Объемная плотность энергии равна произведению концентрации фотонов n_0 на энергию одного фотона E_1 , $\omega = n_0 E_1 = n_0 h c / \lambda$, откуда

$$n_0 = \frac{\omega \lambda}{h c} = \frac{P \lambda}{h c} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6,5 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,6 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

Число фотонов, падающих на единицу площади поверхности в единицу времени, равно отношению энергетической освещенности E_0 к энергии одного фотона E_1 :

$$n = \frac{E_0}{E_1} = \frac{P \lambda}{h} = n_0 c = 1,6 \cdot 10^{13} \cdot 3 \cdot 10^8 = 4,8 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

Задача 9. В явлении Комптона энергия падающего фотона E распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\theta = \pi/2$. Найдите энергию и импульс рассеянного фотона.

Дано:

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$\theta = \pi/2$$

$$E/E' = 2$$

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

$$E', P' = ?$$

Решение. Энергия падающего фотона определяется формулой

$$E = h \frac{c}{\lambda}, \text{ где } \lambda - \text{длина волны падающего фотона. Энергия}$$

$$\text{рассеянного фотона } E' = h \frac{c}{\lambda'}, \text{ где } \lambda' - \text{длина волны рассеянного}$$

на электроны фотона. По условию задачи $E = E' = 2$, тогда

$$\lambda'/\lambda = 2, \quad \lambda = \lambda'/2. \quad (1)$$

По формуле Комптона изменение длины волны фотона при рассеянии выражается формулой

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta), \quad (2)$$

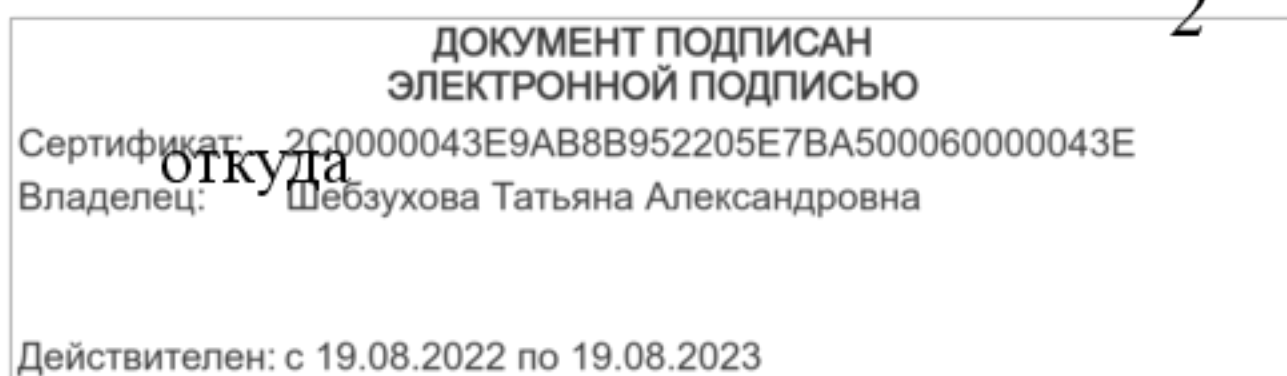
учитывая (1), имеем

$$\lambda' - \frac{\lambda'}{2} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta),$$

или

$$\frac{\lambda'}{2} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta),$$

откуда



$$\lambda' = \frac{2h}{m_e c} (1 - \cos \theta).$$

Подставляя выражение (3) в формулу для энергии рассеянного фотона, получаем окончательно

$$E' \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hcm_e c}{2h(1 - \cos \theta)} = \frac{m_e c^2}{2(1 - \cos \theta)}.$$

$$E' = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{2 \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi}{2}\right)} = 4,1 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,26 \text{ МэВ}.$$

Для определения импульса рассеянного фотона воспользуемся следующими соображениями.

Энергия фотона $E' = m_\phi c^2$, а импульс фотона $p' = m_\phi c$, тогда

$$p' = \frac{E'}{c}.$$

Импульс рассеянного фотона равен

$$p' = \frac{4,1 \cdot 10^{-14}}{3 \cdot 10^8} = 1,18 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Задача 10. Фотон с импульсом $5,44 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ был рассеян на свободном электроном на угол 30° в результате эффекта Комптона. Определите импульс рассеянного фотона.

Дано:

$$p_1 = 5,44 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$p_2 = ?$$

Решение. Импульс фотонов $p_1 = h/\lambda_1$; $p_2 = h/\lambda_2$, откуда $\lambda_1 = h/p_1$, $\lambda_2 = h/p_2$. Изменение длины волны $\Delta\lambda$ при эффекте Комптона равно

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta), \text{ или } \frac{h}{p_2} - \frac{h}{p_1} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta).$$

Отсюда

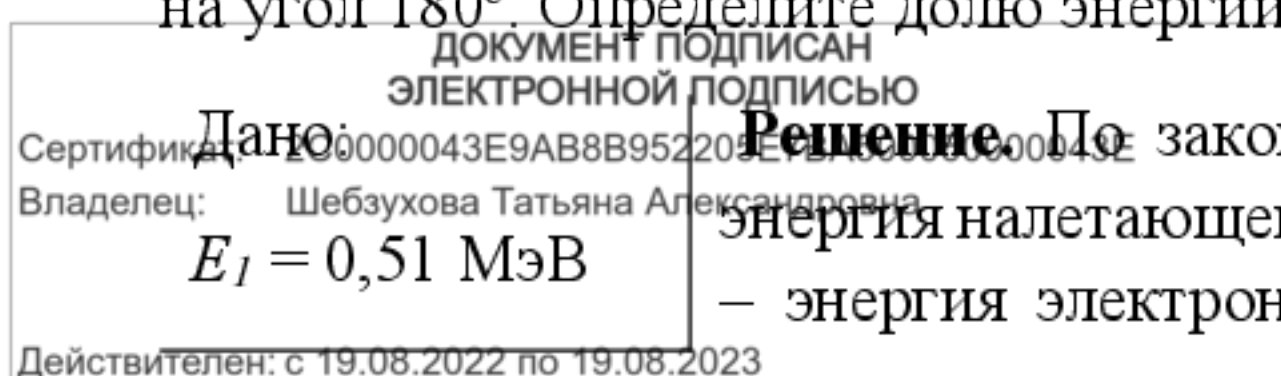
$$p_2 = \frac{p_1 m_0 c}{p_1 (1 - \cos \theta) + m_0 c} = \frac{5,44 \cdot 10^{-22} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,44 \cdot 10^{-22} \cdot 0,134 + 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 4,3 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Задача 11. Фотон с энергией 0,51 МэВ в результате комптоновского рассеяния отклонился на угол 180° . Определите долю энергии в процентах, оставшуюся у рассеянного фотона.

Дано:

$$E_1 = 0,51 \text{ МэВ}$$

Решение. По закону сохранения энергии $E_1 = E_2 + E_3$, где E_1 – энергия налетающего фотона, E_2 – энергия рассеянного фотона, E_3 – энергия электрона. Энергия налетающего электрона равна E_1



$$\theta = 180^\circ \quad \left| \begin{array}{l} = hc/\lambda_l, \text{ отсюда } \lambda_l = hc/E_l, \text{ где } \lambda_l - \text{длина волны налетающего} \\ \text{фотона. Аналогично} \end{array} \right.$$

$\lambda_2 = hc/E_2$. Изменение длины волны при комптоновском рассеянии равно

где $\lambda_C = h/m_0c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ – комптоновская длина волны электрона.

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda_1 + 2\lambda_c} = \frac{hc}{hc/E_1 + 2\lambda_c}.$$

А ее доля

Вопросы и задания.

Задачи для самостоятельного решения

2. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности $(R_{\lambda,T})_{\max}$ сместился с $\lambda_1 = 2,4$ мкм на $\lambda_2 = 0,8$ мкм. Как и во сколько раз изменилась энергетическая светимость R_Σ тела и максимальная спектральная плотность энергетической светимости?

3. При увеличении термодинамической температуры T черного тела в два раза длина волны λ_m , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости $(R_{\lambda,T})_{\max}$, уменьшилась на $\Delta\lambda=400$ нм. Определить начальную и конечную температуры T_1 и T_2 .

4. Этапон единицы силы света – кандела – представляет собой полный (излучающий волны всех длин) излучатель, поверхность которого площадь

$S = 0,5305 \text{ мм}^2$ имеет температуру t затвердевания платины, равную 1063°C . Определить мощность P излучателя.

5. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости $(R_{\lambda,T})_{\max}$ черного тела равна $4,16 \cdot 10^{11} \text{ Вт/м}^2$. На какую длину волны λ_m она приходится?

6. Температура черного тела равна 2 К . Определить: 1) Спектральную плотность энергетической светимости $(r_{\lambda,T})$ для длины волны $\lambda = 600 \text{ нм}$; 2) Энергетическую светимость R_λ в интервале длин волн от $\lambda_1 = 590 \text{ нм}$ до $\lambda_2 = 610 \text{ нм}$. Принять, что средняя спектральная плотность энергетической светимости тела в этом интервале равна значению, найденному для волны $\lambda = 600 \text{ нм}$.

7. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его γ - фотонами с энергией $\varepsilon = 1,82 \text{ МэВ}$.

8. Максимальная скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его γ -фотонами, равна 291 Мм/с . Определить энергию ε фотонов.

9. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его γ - фотонами с энергией $\varepsilon = 1,53 \text{ МэВ}$.

10. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла под действием γ - излучения с длиной волны $\lambda = 0,3 \text{ нм}$.

11. Определить длину волны λ ультрафиолетового излучения, падающего на поверхность некоторого металла, при максимальной скорости фотоэлектронов, равной 10^7 м/с . Работой выхода электронов из металла пренебречь.

12. На цинковую пластину падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 220 \text{ нм}$. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов.

13. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов $U_1 = 3,7 \text{ В}$. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6 В . Определить работу A выхода электронов с поверхности этой пластинки.

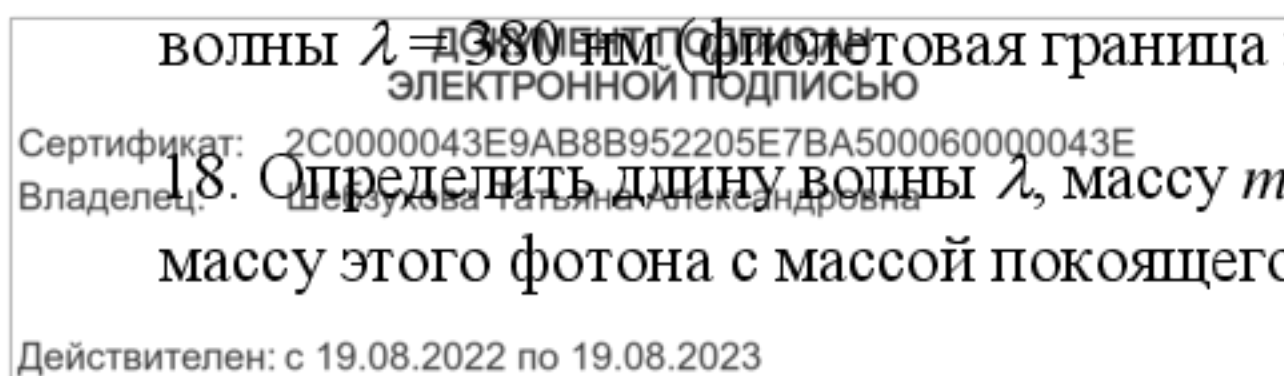
14. На поверхность лития падает монохроматический свет ($\lambda = 310 \text{ нм}$). Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U не менее $1,7 \text{ В}$. Определить работу выхода A .

15. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 307 \text{ нм}$ и максимальная кинетическая энергия $T_{\max}$ фотоэлектрона равна 1 эВ ?

16. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны $\lambda = 300 \text{ нм}$.

17. Определить энергию E , массу m и импульс p фотона, которому соответствует длина волны $\lambda = 380 \text{ нм}$ (фиолетовая граница видимого спектра).

18. Определить длину волны λ , массу m и импульс p фотона с энергией $\varepsilon = 1 \text{ МэВ}$. Сравнить массу этого фотона с массой покоящегося электрона.



19. Определить длину волны λ фотона, импульс которого равен импульсу электрона, обладающего скоростью $V = 10^7$ м/с.
20. Определить длину волны λ фотона, масса которого равна массе покоя: 1) электрона; 2) протона.
21. Давление p монохроматического света ($\lambda = 600$ нм) на черную поверхность расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 1$ с на поверхность площадью $S = 1$ см²
22. Спутник в форме шара движется вокруг Земли на такой высоте, что поглощением солнечного света в атмосфере можно пренебречь. Диаметр спутника $d = 40$ м. Зная солнечную постоянную $C = 1,4$ кДж/м²·с и принимая, что поверхность спутника полностью отражает свет, определить силу давления F солнечного света на спутник.
23. Определить поверхностную плотность I потока энергии излучения, падающего на зеркальную поверхность, если световое давление p при перпендикулярном падении лучей равно 10 мкПа.
24. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,4$ МэВ рассеялся под углом $\theta = 90^\circ$ на свободном электроны. Определить энергию ε' рассеянного фотона и кинетическую энергию T электрона отдачи.
25. Определить импульс p электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол $\theta = 180^\circ$.
26. Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи, если фотон претерпел рассеяние на угол $\theta = 180^\circ$? Энергия ε фотона до рассеяния равна 0,255 МэВ.
27. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,25$ МэВ рассеялся на свободном электроны. Энергия ε' рассеянного фотона равна 0,2 МэВ. Определить угол рассеяния θ .
28. Угол рассеяния θ фотона равен 90° . Угол отдачи φ электрона равен 30° . Определить энергию ε падающего фотона.
29. Фотон ($\lambda = 1$ пм) рассеялся на свободном электроны под углом $\theta = 90^\circ$. Какую долю своей энергии фотон передал электрону?
30. Длина волны λ фотона равна комптоновской длине волны λ_k электрона. Определить энергию ε и импульс p фотона.

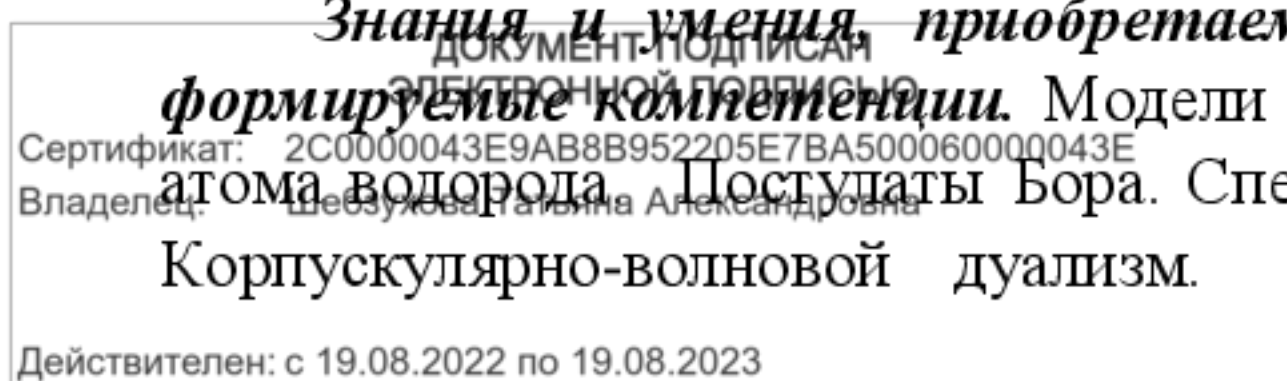
Раздел 6. Элементы квантовой механики и ядерной физики

Практическое занятие 17.

Тема занятия. Основы физики атомного ядра.

Цель занятия. Изучить вопросы квантовой теории излучения.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Модели атома Томсона и Резерфорда. Линейчатый спектр атома водорода. Постулаты Бора. Спектр атома водорода по Бору. Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.



Уравнение Шредингера. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Элементы квантовой механической теории применяется при решении научных задач.

Теоретическая часть.

На основании опытов по рассеянию α -частиц тонкими металлическими фольгами Э. Резерфордом была предложена ядерная модель атома. Согласно этой модели, в ядре атома сосредоточен весь положительный заряд и практически вся масса атома. Линейные размеры ядра равны 10^{-15} - 10^{-14} м, вокруг ядра в области с линейными размерами 10^{-10} м движутся электроны, масса которых составляет лишь весьма малую долю массы ядра. Ядерная модель атома Резерфорда внешне очень напоминает солнечную систему: в центре системы находится «Солнце» – ядро, и вокруг него по орбитам движутся «планеты» – электроны. Поэтому данную модель часто называют планетарной.

Опыты показывают, что атому свойственна исключительная устойчивость, однако устойчивость атома не может быть согласована с классическим истолкованием ядерной модели. Электрон, движущийся ускоренно по орбите вокруг ядра, должен излучать электромагнитные волны. Это излучение (и связанная с ним потеря электроном его энергии) должно происходить непрерывно. Поэтому, на основании классических представлений, электрон не может удержаться на орбите, а должен по спирали приближаться к ядру. Отсюда следует, что атом за очень короткое время прекратит свое существование, кроме того, излучение атома должно иметь непрерывный спектр. Однако обширный экспериментальный материал указывает на стабильность и на дискретный (линейчатый) спектр атомов, что находится в прямом противоречии с классическим истолкованием модели атома Резерфорда.

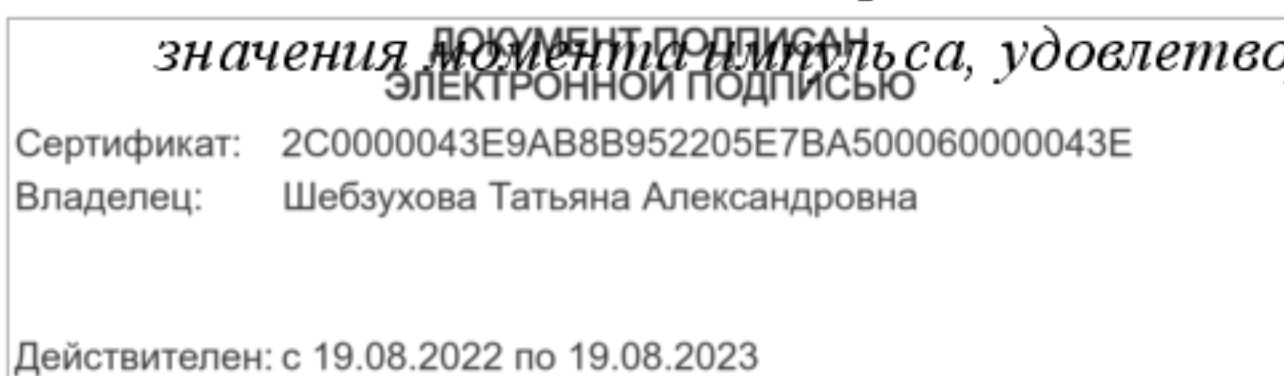
Первая попытка построения неклассической теории атома, которая в настоящее время представляет только исторический интерес, была предпринята Н. Бором. В основе этой теории лежала идея связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ядерную модель атома Резерфорда и квантовый характер поглощения и излучения света. В теории Бора сохранялось описание поведения электронов в атоме при помощи законов классической физики. Однако классические законы ему пришлось дополнить некоторыми ограничениями, которые были сформулированы в виде постулатов, физический смысл которых не мог быть объяснен в рамках применяемой теории.

Теория Бора применима к атому водорода и так называемым водородоподобным атомам, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона, вращающегося вокруг ядра на внешней орбите.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний (орбит)) заключается в следующем: *существуют некоторые состояния электрона в атоме, находясь в которых он не излучает энергии.*

Второй постулат Бора (правило квантования орбит) утверждает, что *в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию*

$$L_n = m v_n r_n = n \hbar, \quad (1)$$



где n – ряд натуральных чисел ($n = 1, 2, 3, \dots$), m – масса электрона, v – его скорость, r – радиус его орбиты.

Третий постулат Бора (правило частот) устанавливает, что *при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один квант энергии в виде фотона*

$$E_{n1} - E_{n2} = h\nu \quad (2)$$

где E_{n1} и E_{n2} – энергии электрона в двух стационарных состояниях, ν – частота фотона. При $E_{n2} < E_{n1}$ происходит излучение фотона, при $E_{n2} > E_{n1}$ – его поглощение.

Боровская модель атома водорода

Чтобы получить согласие с результатами наблюдений, Бор предположил, что электрон в атоме водорода движется только по тем круговым орбитам, для которых его момент импульса

$$M = mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3)$$

где n — квантовые числа, m – масса электрона, v – его скорость, r – радиус орбиты. (Рассуждения, которые привели Бора к этому предположению мы опустим.)

С помощью этого *правила квантования* можно найти радиусы круговых стационарных орбит водорода и водородоподобных систем: ионов атомов с одним оставшимся электроном ($H, He^+, Li^{++}, \dots$) и соответствующие им энергии. Пусть заряд ядра водородоподобной системы равен e . Масса ядра значительно больше массы электрона, поэтому ядро при движении электрона можно считать неподвижным. Следуя Бору, будем предполагать, что электрон движется вокруг ядра по окружности радиуса r .

Согласно 2-му закону Ньютона

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}, \quad (4)$$

Решая совместно (3) и (4), можно найти радиусы электронных орбит и их скорости на этих орбитах:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{mZe^2} n^2; v_n = \frac{Ze^2}{\hbar} \frac{1}{n}. \quad (5)$$

Таким образом, радиус первой (ближайшей к ядру) орбиты электрона в атоме водорода (его обозначают обычно r_0 и называют *первым Боровским радиусом*)

$$r_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 5,29 \text{ нм} \quad (6)$$

Внутренняя энергия атома складывается из кинетической энергии электрона (ядро полагают неподвижным) и потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром. С учетом (5) получим:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} + \left(-\frac{Ze^2}{r_n} \right) = -\frac{mZ^2e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}. \quad (7)$$

При переходе атома водорода ($Z = 1$) из состояния n_1 в состояние n_2 излучается фотон

$$\hbar\omega = E_{n_1} - E_{n_2} = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (8)$$

Тогда частота испущенного света равна

$$\omega = \frac{me^4}{2\hbar^3} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad (9)$$

Что соответствует обобщенной формуле Бальмера, если постоянная Ридберга определяется

$$R = \frac{me^4}{2\hbar^3}. \quad (10)$$

Расчет по этой формуле хорошо согласуется с экспериментально определенным значением.

Схема энергетических уровней (разрешенных значений энергии) атома водорода приведена на рис.1. Там же показаны возможные переходы, сопровождающиеся излучением фотонов определенной частоты.

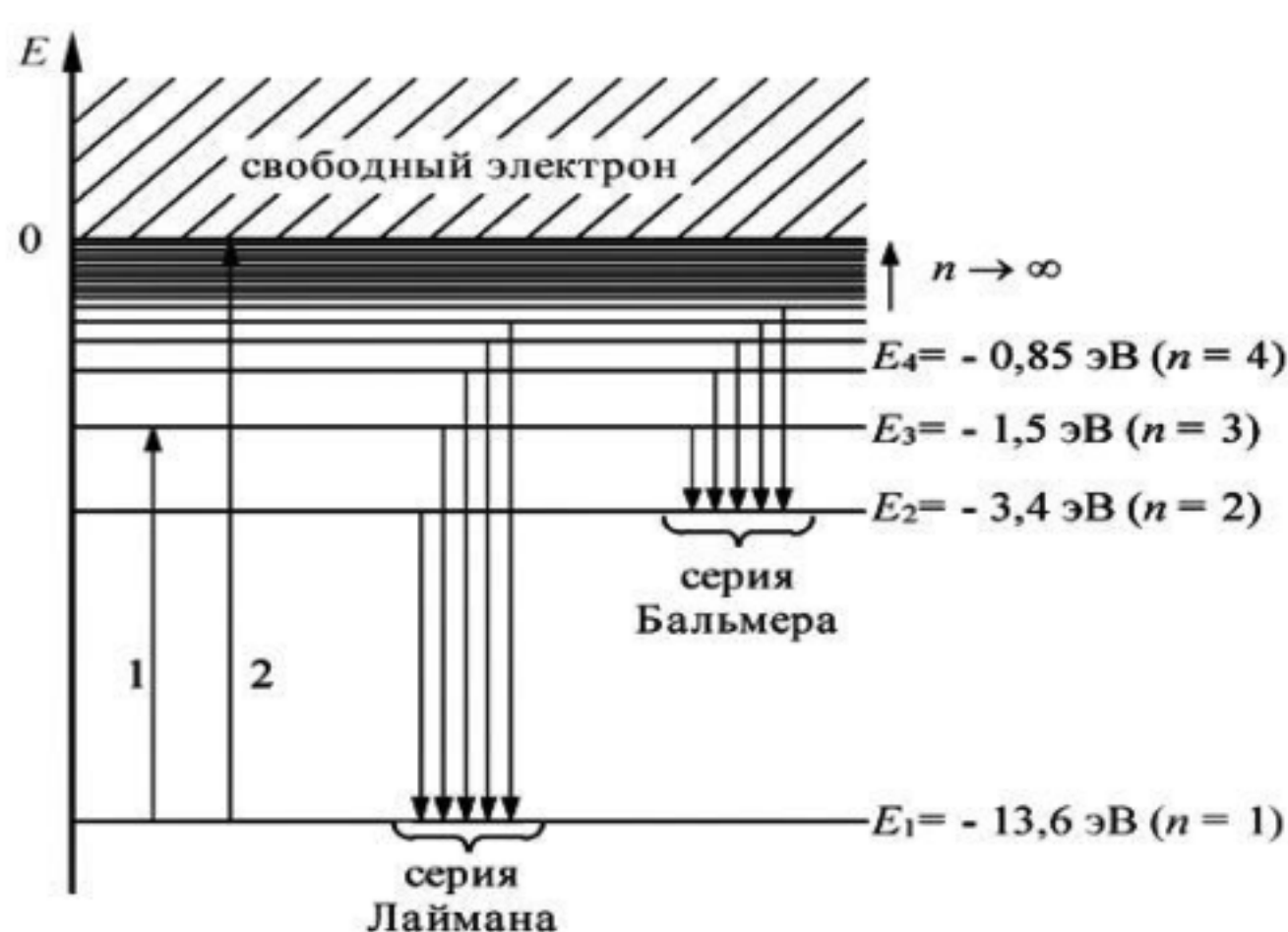


Рис.1.

Спектральные закономерности

Изучение спектров излучения сыграло большую роль в познании строения атомов. В первую очередь это касается спектров, обусловленных излучением невзаимодействующих друг с другом атомов. Эти спектры состоят из отдельных узких спектральных линий, и их называют линейчатыми.

Наличие многих спектральных линий указывает на сложность внутреннего строения атома. Изучение атомных спектров послужило ключом к познанию внутренней структуры атомов. Прежде всего, было замечено, что спектральные линии расположены не беспорядочно, а образуют серии линий. Изучая линейчатый спектр *атомарного водорода*, Бальмер (1885) установил некоторую закономерность. Для части линий соответствующие им частоты можно в современных обозначениях представить так:

$$\omega = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots, \quad (11)$$

где ω — циклическая частота, соответствующая каждой спектральной линии ($\omega = 2\pi c/\lambda$), R — постоянная, называемая *постоянной Ридберга*:

$$R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}. \quad (12)$$

Формулу (11) называют формулой *Бальмера*, а соответствующую серию спектральных линий — *серией Бальмера* (рис.2). Основные линии этой серии находятся в видимой части спектра.

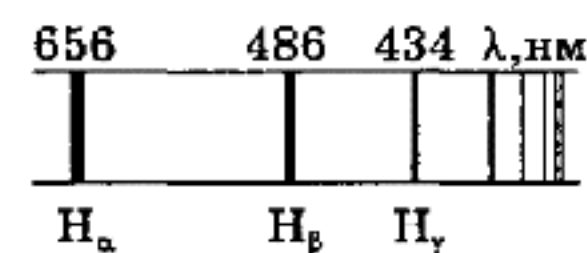


Рис.2.

Дальнейшие исследования спектра атомарного водорода показали, что имеется еще несколько серий.

В ультрафиолетовой части спектра — *серия Лаймана*:

$$\omega = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots, \quad (13)$$

а в инфракрасной части спектра — *серия Пашена*:

$$\omega = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots, \quad (14)$$

и так далее.

Все эти серии можно представить в виде *обобщенной формулы Бальмера*:

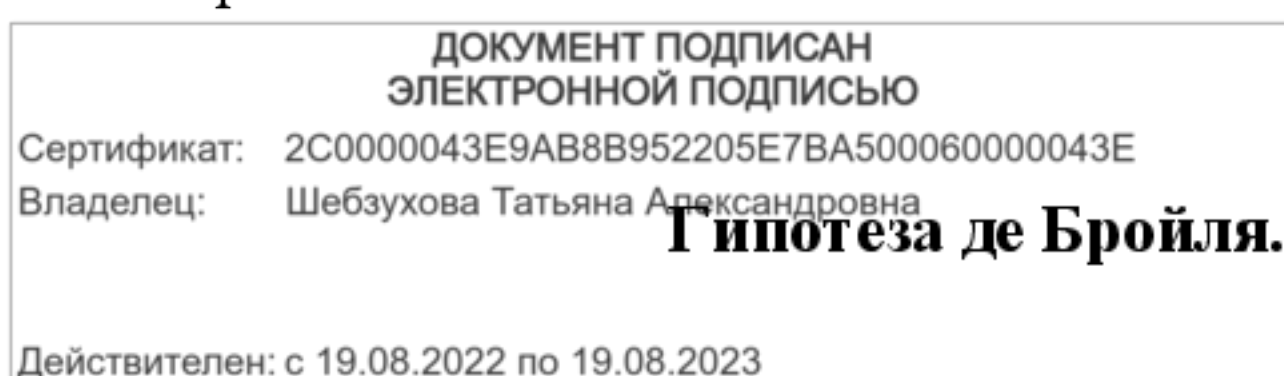
$$\omega = R \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (15)$$

где n_0 - постоянное для каждой серии число: $n_0 = 1$ для серии *Лаймана*, $n_0 = 2$ для серии *Бальмера* и т. д. При заданном n_0 число n принимает все целочисленные значения, начиная с $n_0 + 1$.

Максимальной длине волны серии *Лаймана* (13) отвечает $n = 2$, это $\lambda_{\text{макс}} = 2\pi c/\omega_{\text{мин}} = 8 \pi c/3R = 121,6 \text{ нм}$. Соответствующую спектральную линию называют резонансной линией водорода.

С ростом n частота линий в каждой серии стремится к предельному значению R/n_0^2 , которое называют границей серии (рис.2). За границей серии спектр не обрывается, а становится сплошным. Это присуще не только всем сериям водорода, но и атомам других элементов.

Таким образом, интересующая нас серия Бальмера заключена в спектральном интервале от 365 нм до 656 нм, т. е. действительно, все основные линии ее расположены в видимой области спектра.



Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм материи

Существование волновых и корпускулярных свойств у физических объектов было сначала обнаружено в световых явлениях. Оптические явления (например, интерференция и дифракция), которые объяснялись на основе волновой (электромагнитной) теории, были в основном явления распространения света и взаимодействия световой волны с макроскопическими телами: линзами, призмами, дифракционными решетками и т. д. Однако в некоторых явлениях (например, Комpton-эффект и фотоэффект), течение которых определяется взаимодействием света с микроскопическими объектами – отдельными заряженными частицами, атомами или молекулами, обнаруживается расхождение между предсказаниями волновой теории и результатами наблюдений и измерений.

В 1924 г., Луи де Бройль высказал гипотезу, что корпускулярно-волновой дуализм (двойственность, т.е. одновременное наличие корпускулярных и волновых свойств), должен быть распространен не только на световые частицы – фотоны, но и на частицы вещества: электроны, протоны, атомы и т.д.

Соотношение длины волны фотона λ_{ϕ} с его импульсом P_{ϕ}

$$\lambda_{\phi} = \frac{h}{P_{\phi}} \quad (16)$$

де Бройль обобщил, предположив, что оно имеет универсальный характер для любых волновых процессов, связанных с частицами, обладающими импульсом P :

$$\lambda = \frac{h}{P}, \quad (17)$$

где λ – длина волны де Бройля для частицы, h – постоянная Планка.

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия K . Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя E_0) и для релятивистского случая (когда $K \geq E_0$).

В нерелятивистском случае $P = \sqrt{2m_0K}$, тогда

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0K}}, \quad (18)$$

где m_0 – масса покоя частицы.

В релятивистском случае $P = \frac{1}{c} \sqrt{K(2E_0 + K)}$, тогда

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{K(2E_0 + K)}}, \quad (19)$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
где $E_0 = m_0 c^2$ - энергия покоя частицы, c – скорость света.	
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

Опыты показали, что двойственность присуща не только полевой форме материи (например, электромагнитная волна – фотон), но и вещественной форме, т.е. волновыми (наряду с корпускулярными) свойствами обладают также частицы вещества – электроны, протоны, нейтроны, атомы, молекулы и т.д. Поэтому в настоящее время говорят о корпускулярно-волновом дуализме материи.

Уравнение Шредингера

При описании явлений, в которых участвуют микроскопические частицы вещества – электроны, протоны, нейтроны и др., на основе представлений и законов классической физики (механики, электродинамики, волновой оптики и т.д.) встретились затруднения, оказавшиеся непреодолимыми. Для объяснения новых явлений (фотоэффект, дифракция электронов и других частиц и т.д.) потребовались новые представления, которые не укладывались в рамки классической физики, явно противоречили ее основным положениям.

Со временем отдельные разрозненные предположения и гипотезы, возникшие в различных областях атомной физики, были связаны между собой и привели к формированию единой физической теории, получившей название квантовой физики.

Важнейшими свойствами квантовых объектов являются следующие:

- 1) существование у частиц корпускулярных и волновых свойств, неотделимых друг от друга и несводимых друг к другу;
- 2) существование у физических систем дискретного спектра устойчивых состояний, что следует, например, из дискретного спектра излучения атомов.

Корпускулярные свойства заключаются в том, что каждая частица имеет некоторую сосредоточенную в малом объеме энергию и импульс; при взаимодействии частиц между собой соблюдаются законы сохранения и импульса.

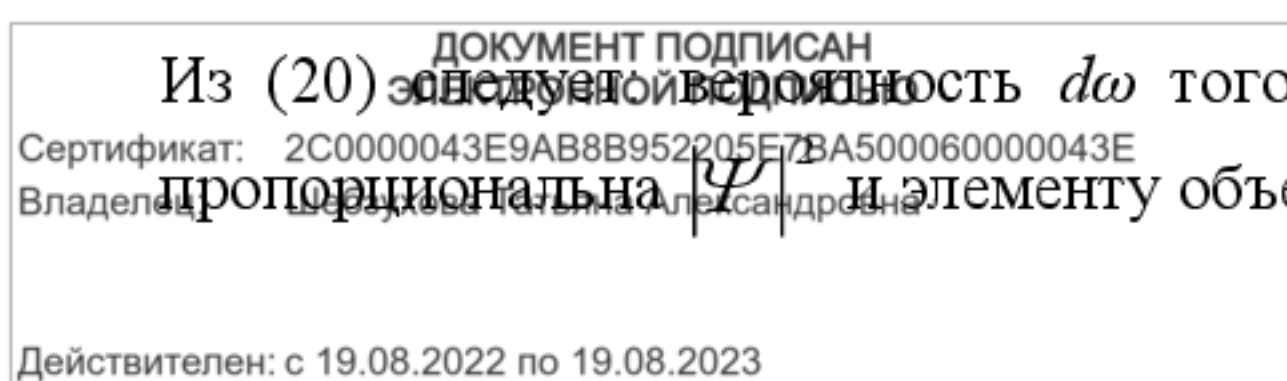
Волновые свойства заключаются в том, что траектория частицы определяется некоторой связанной с ней волной, распространение которой подчинено принципу Гюйгенса и для которой соблюдается принцип суперпозиции. Однако это утверждение требует расшифровки, какова природа этих волн, какая физическая величина характеризует эти волны и изменяется в соответствии с волновым уравнением, каким образом поведение частицы связано со значениями этой величины в различных точках пространства, т.е. как взаимодействуют между собой «волна» и «частица». Заметим, что для одной из частиц – фотона – частота колебаний связана с энергией, а длина волны – с импульсом частицы.

Однако для электронов, протонов, нейтронов и других частиц волны, которые были бы ответственны за дифракцию и в тоже время доступны непосредственному изучению при помощи соответствующей физической аппаратуры, не обнаружены. Отсюда следует, что волны де Бройля (волны частиц) имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии в классической физике.

Для описания волновых свойств квантовых частиц введем некоторую функцию $\Psi(x, y, z, t)$, называемую волновой функцией (или пси-функцией). Волны де Бройля получили своеобразное статистическое (вероятностное) истолкование. Физический смысл имеет не сама функция Ψ , а квадрат ее модуля. Величина $|\Psi|^2$ имеет смысл плотности вероятности

$$\frac{d\omega}{dV} = |\Psi|^2. \quad (20)$$

Из (20) следует, что вероятность $d\omega$ того, что частица находится в элементе объема dV , пропорциональна $|\Psi|^2$ и элементу объема dV .



Из вышесказанного следует, что в квантовой физике возникает важнейшая проблема – отыскание такого уравнения движения квантовых частиц, которое явилось бы тем же, чем является уравнение движения Ньютона для классической механики. При этом искомое уравнение должно быть уравнением относительно функции $\Psi(x, y, z, t)$. Это уравнение было найдено в 1926 г. Э. Шредингером и имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (21)$$

Здесь $\hbar = h/2\pi$ – постоянная Дирака, $U(x, y, z, t)$ – потенциальная энергия частицы в силовом поле, где частица движется, $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, i – мнимая единица.

Из-за присутствия в уравнении (21) мнимой единицы волновые функции Ψ , удовлетворяющие этому уравнению, всегда комплексны. Поэтому сами эти функции не наблюдаемы. Измеримы только квантовомеханические вероятности, всегда содержащие функции Ψ в произведениях совместно с комплексно сопряженными им величинами.

Уравнение (21) справедливо для любой частицы, движущейся со скоростью $v \ll c$. В релятивистской области движения при $v \sim c$ уравнение Шредингера заменяется более сложным уравнением Дирака.

Уравнение (21) называют нестационарным (временным) уравнением Шредингера, ибо оно содержит производную от функции Ψ по времени. Однако для большого числа физических явлений, происходящих в микромире, например, для описания поведения электронов в атоме, в ряде случаев важно находить стационарные решения уравнения Шредингера, не содержащие времени. В этом уравнении должна быть исключена зависимость Ψ от времени.

Стационарное уравнение Шредингера обычно записывают в форме

$$\Delta \psi + \frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (22)$$

Здесь E – полная энергия частицы, $\psi = \Psi(x, y, z)$.

Уравнение (22) является важнейшим соотношением нерелятивистской квантовой физики, играющим основную роль в атомной физике.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Физические величины никогда не могут быть измерены абсолютно точно. Всегда есть некоторая ошибка измерений. Ошибка называется также неточностью или неопределенностью, причем последний термин используется преимущественно только в квантовой физике.

В классической физике не было принципиальных ограничений на точность измерений. Считалось, что при достаточно совершенной аппаратуре все величины, характеризующие физическую систему, могут быть измерены со сколь угодно точностью. Этот взгляд подтверждается всеми опытными фактами макроскопической физики. Но, как выяснилось, для микроскопических систем неограниченное повышение точности

измерений имеет место не всегда. В ряде случаев существуют принципиальные ограничения на точность измерения физических величин. Эти ограничения не определяются совершенством измерительной техники. Каждое из них является фундаментальным свойством материи. Но проявление этих свойств существенны только в микроскопических системах. Принципиальные ограничения на точность измерения физических величин называются соотношениями неопределенностей. Впервые они были сформулированы в 1927 г. В. Гейзенбергом.

Наиболее важными являются два соотношения неопределенностей.

Первое ограничивает точность одновременного измерения координат частицы и соответствующих компонент ее импульса. Эти соотношения выглядят так:

$$\begin{aligned}\Delta x \Delta P_x &\geq \hbar \\ \Delta y \Delta P_y &\geq \hbar \\ \Delta z \Delta P_z &\geq \hbar.\end{aligned}\tag{23}$$

Второе соотношение устанавливает предел точности измерения энергии за данный промежуток времени. Оно имеет вид

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar,\tag{24}$$

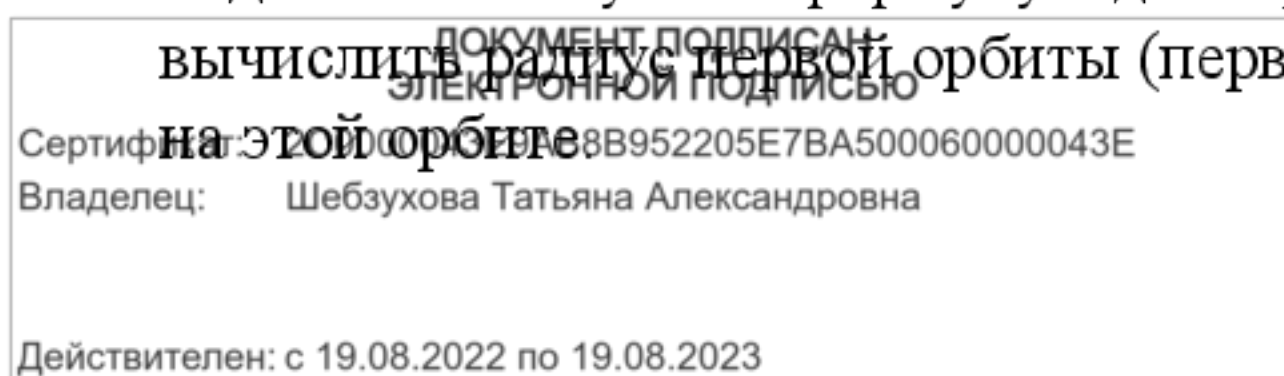
где Δt – длительность измерения энергии, а ΔE – ее неопределенность.

Соотношения (23) означают, что если, например, местоположение частицы по координатной оси x известно с точностью Δx , то в тот же момент времени x компоненту импульса частицы можно измерить только с точностью $\Delta P_x \approx \hbar/\Delta x$. Согласно (24) для измерения энергии с точностью до ΔE необходимо время, не меньшее чем $\Delta t \approx \hbar/\Delta E$. Отличие $\hbar$ от нуля исключает обращение в нуль неопределенностей в импульсе и энергии при заданных Δx и Δt . Только переход к классической физике, при котором $\hbar \rightarrow 0$, снимает ограничения на точность измерений.

Соотношения неопределенностей являются следствием объективно существующей двойственности частиц микромира – наличия у них корпускулярных и волновых свойств. Эти соотношения свидетельствуют об объективно существующих ограничениях в возможности описания поведения микрообъектов с помощью, например, классических понятий координат и импульсов. В частности, эти соотношения исключают движение квантовых частиц по траекториям, т.к. для существования траектории требуется, чтобы одновременно можно было точно задать x и v_x (т.е. P_x). Но именно это и запрещается соотношением неопределенностей.

Примеры решения задач

Задача 1. Получить формулу для радиусов орбит электрона в атоме водорода и вычислить радиус первой орбиты (первый боровский радиус), а также скорость электрона на этой орбите.



Решение.

Из первого постулата Бора имеем

$$mvr = n \frac{h}{2\pi},$$

где m – масса электрона, v – его скорость, r – радиус орбиты, h – постоянная Планка.

$$\text{Для первой орбиты } n=1, \text{ и поэтому } mvr = \frac{h}{2\pi}. \quad (1)$$

Сила кулоновского притяжения электрон-ядро является центростремительной силой, поэтому из второго закона Ньютона имеем

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \text{или} \quad mv^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}, \quad (2)$$

где e – заряд электрона.

Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем

$$r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-16}} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

Из формулы (1) получим, что

$$v = \frac{h}{2\pi m r} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}} = 2,18 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Задача 2. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) $U_1 = 51 \text{ В}$; 2) $U_2 = 510 \text{ кВ}$.

Дано:

$$U_1 = 51 \text{ В}$$

$$U_2 = 510 \text{ кВ}$$

$$\lambda_1, \lambda_2 - ?$$

Решение. Работа сил электрического поля равна изменению кинетической энергии электрона

$$A = \Delta K = K_2 - K_1. \text{ Здесь } A = eU, \text{ а } \Delta K = K_2 = K, \text{ так как } K_1 = 0,$$

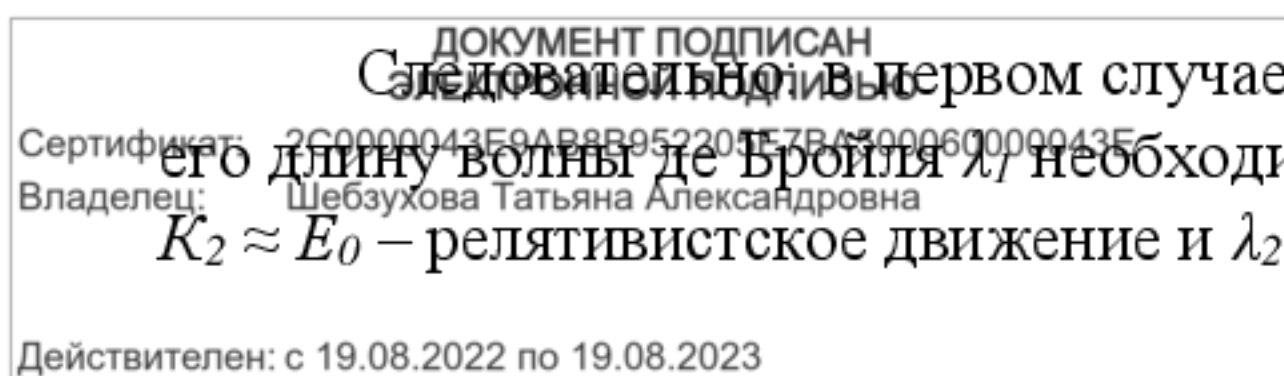
$$\text{то есть } K = eU.$$

Теперь необходимо определить характер движения электрона, нерелятивистский или релятивистский

$$E_0 = m_0 c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,51 \text{ МэВ}.$$

В первом случае $K_1 = eU_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 51 = 8,16 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 51 \text{ эВ}$. Во втором случае $K_2 = eU_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,1 \cdot 10^5 = 8,16 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \approx 51 \cdot 10^4 \text{ эВ} = 0,51 \text{ МэВ}$.

Следовательно, в первом случае $K_1 \ll E_0$ – нерелятивистское движение электрона и его длину волны де Бройля λ_1 необходимо рассчитывать по формуле (3), во втором случае $K_2 \approx E_0$ – релятивистское движение и λ_2 рассчитывается по формуле (4).



Принимая во внимание то, что $K_1 = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ} = 10^{-4} E_0$, а $K_2 = E_0$, рассчитаем λ_1 и λ_2 .

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_0 K_1}} = \frac{h}{\sqrt{2 \frac{E_0}{c^2} 10^{-4} E_0}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{hc}{E_0} =$$

$$= \frac{10^2 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{2} \cdot 8,19 \cdot 10^{-14}} = 1,71 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 171 \text{ нм}.$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{K_2(2E_0 + K_2)}} = \frac{hc}{\sqrt{E_0(2E_0 + E_0)}} = \frac{hc}{\sqrt{3}E_0} =$$

$$= \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{3} \cdot 8,19 \cdot 10^{-14}} = 1,40 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 1,40 \text{ нм}.$$

Задача 3. Волновая функция $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике

шириной l . Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0,01l$ в двух случаях: 1) вблизи стенки ($0 \leq x \leq \Delta l$); в средней части ящика ($\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}$.)

Дано:

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$

$$\Delta l = 0,01l$$

$\omega - ?$

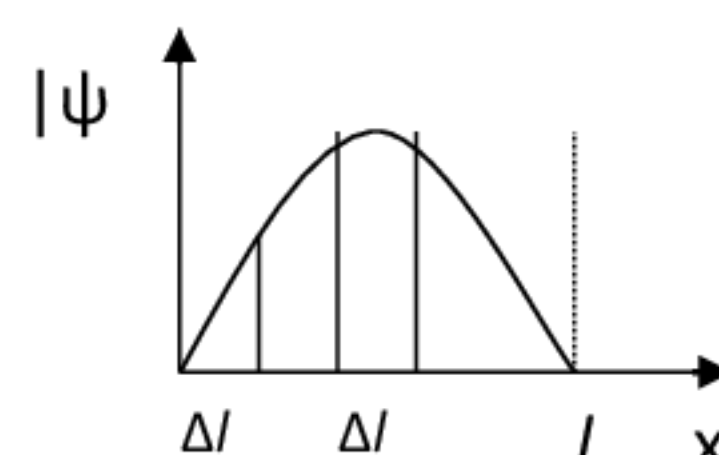
Решение. Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале dx , согласно соотношению (5) запишется в виде: $d\omega = |\Psi|^2 dV$. В первом случае вероятность найдется интегрированием в пределах от

$$0 \text{ до } 0,01l: \quad \omega_1 = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l}x\right) dx.$$

Знак модуля опущен, т.к. Ψ - функция, в данном случае, не является комплексной. Так как x изменяется в интервале ($0 \leq x \leq 0,01l$) и,

следовательно, $\frac{\pi x}{l} \ll 1$, справедливо приближенное равенство

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{l}x\right) \approx \left(\frac{\pi}{l}x\right)^2. \text{ С учетом этого искомая вероятность примет вид:}$$



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$\omega_1 = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \left(\frac{\pi}{l}x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3} \frac{x^3}{3} \Big|_0^{0,01l} = \frac{2\pi^2}{3} 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-6}.$$

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля волновой функции вблизи ее максимума в заданном малом интервале ($\Delta l = 0,01l$) практически не изменяется. Искомая вероятность во втором случае определяется выражением

$$\omega_2 = \left| \Psi\left(\frac{l}{2}\right) \right|^2 \Delta x = \frac{2}{l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} \frac{l}{2}\right) \Delta l = \frac{2}{l} \cdot 1^2 \cdot 0,01l = 0,02.$$

Из сравнения видно, что $\omega_1 \ll \omega_2$ и, следовательно, частица с наибольшей вероятностью находится в средней части ящика.

Задача 4. Кинетическая энергия K электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные размеры атома.

Дано:

$$K = 10 \text{ эВ}$$

$l = ?$

Решение. Для решения воспользуемся соотношением неопределенностей (8) $\Delta x \cdot \Delta P_x \geq \hbar$. Из соотношения неопределенностей следует, что чем точнее определяется

положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а, следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = l/2$. Соотношение неопределенностей можно записать в этом случае в виде:

$$\frac{l}{2} \cdot \Delta P_x \geq \hbar,$$

откуда

$$l \geq \frac{2\hbar}{\Delta P_x}.$$

Физическая разумная неопределенность импульса ΔP_x , во всяком случае, не должна превышать значения самого импульса P_x , то есть $\Delta P_x \leq P_x$. Импульс P_x связан с кинетической энергией K соотношением

$$P_x = \sqrt{2m_0 K}.$$

Заменим ΔP_x на P_x (такая замена не увеличит l). Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l_{\min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2m_0 K}} = \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-18}}} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 124 \text{ нм}.$$

Задача 5. Какой кинетической энергией должен обладать протон, чтобы длина волны де Бройля протона λ_p равнялась его комптоновской длине волны λ_C ?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Дано: Ефзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$\lambda_B = \lambda_C$$

$K - ?$

Решение. Длина волны де Бройля и комптоновская длина волны определяются по формулам: $\lambda_B = h/p$, $\lambda_C = h/m_0c$.

Импульс движущегося протона

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Так как $\lambda_B = \lambda_C$, то $p = m_0 c = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,

Откуда $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, следовательно $\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}$. Кинетическая энергия протона $K = E - E_0$, где

$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ - полная энергия протона, $E_0 = m_0 c^2$ - его энергия покоя.

Окончательно

$$K = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = E_0 (\sqrt{2} - 1) = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 0,41 = 6,23 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} = 389 \text{ МэВ}.$$

Задача 6. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии равно 12 нс. Вычислите минимальную неопределенность длины волны $\lambda = 0,12 \text{ мкм}$ излучения при переходе атома в основное состояние.

Дано:

$$\Delta t = 12 \text{ нс}$$

$$\lambda = 0,12 \text{ мкм}$$

$\Delta \lambda - ?$

Решение. Энергия излучаемого фотона $E = hc/\lambda$.
Продифференцируем E по λ :

$$dE = -hc \frac{d\lambda}{\lambda^2}, \text{ или } \Delta E = -\frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda.$$

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга для энергии и времени $\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ выразим ΔE . $\Delta E = \frac{h}{2\pi \Delta t}$, здесь ΔE и Δt - неопределенность энергии и времени.

Приравняем выражения для ΔE :

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

откуда
Действителен с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$\frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda = \frac{h}{2\pi \Delta t},$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c \Delta t} = \frac{1,2^2 \cdot 10^{-14}}{6,28 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}} = 6,4 \cdot 10^{-16} \text{ м.}$$

Задача 7. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы $l = 1$ нм. Определите наименьшую разность энергетических уровней электрона.

Дано:

$l = 1$ нм

$\Delta E_{\min} - ?$

Решение. Энергия электрона E_n , находящегося в потенциальной яме шириной l , на n -м энергетическом уровне определяется по формуле

$$E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2.$$

Разность $\Delta E_{n,n+1}$ энергий электрона на соседних n и $(n+1)$ -м уровнях равна

$$\Delta E_{n,n+1} = \frac{h^2}{8ml^2} (2n+1).$$

Очевидно, что ΔE будет минимальна при $n = 1$.

$$\Delta E_{\min} = \frac{3 \cdot 6,63^2 \cdot 10^{-68}}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = 1,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,1 \text{ эВ.}$$

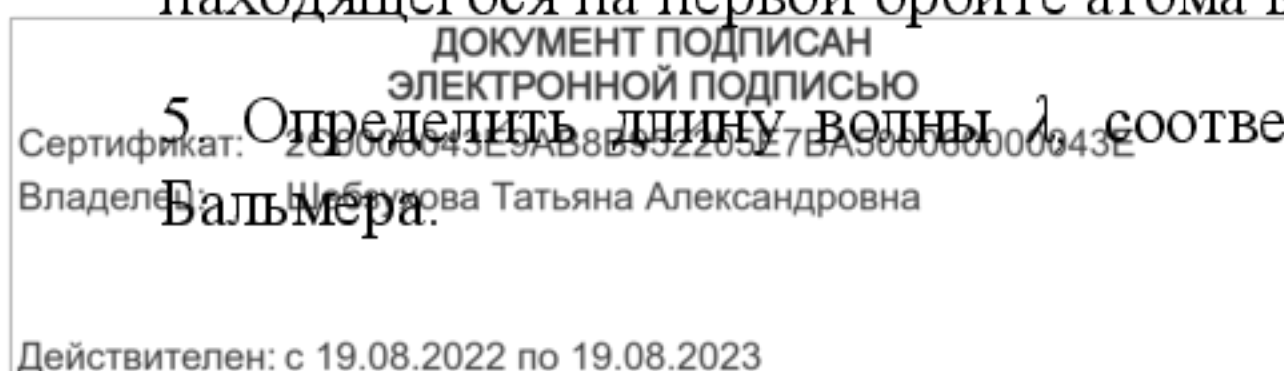
Вопросы и задания.

1. Модели атома Томсона и Резерфорда.
2. Линейчатый спектр атома водорода.
3. Постулаты Бора.
4. Спектр атома водорода по Бору.
5. Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм.
6. Соотношение неопределенностей Гейзенберга
7. Уравнение Шредингера.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить радиусы r_2 и r_3 второй и третьей орбит в атоме водорода.
2. Определить скорость v электрона на второй орбите атома водорода.
3. Определить частоту обращения электрона на второй орбите атома водорода.
4. Определить потенциальную U , кинетическую T и полную E энергии электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.

5. Определить длину волны λ , соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера.



6. Найти наибольшую $\lambda_{\max}$ и наименьшую $\lambda_{\min}$ длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена).
7. Вычислить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.
8. Определить наименьшую $\varepsilon_{\min}$ и наибольшую $\varepsilon_{\max}$ энергии фотона в ультрафиолетовой серии спектра водорода (серии Лаймана).
9. Атомарный водород, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определить длины волн этих линий и указать, каким сериям они принадлежат.
10. Фотон с энергией $\varepsilon = 16,5$ эВ выбил электрон из невозбужденного атома водорода. Какую скорость U будет иметь электрон вдали от ядра атома?

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1.2 Перечень основной литературы:

1. Физика для вузов: механика и молекулярная физика [Электронный ресурс]: учебник / В.А. Никеров. - Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 136 с. : табл., граф., схем. - ISBN 978-5-394-00691-3;-URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450772>
2. Ташлыкова-Бушкевич, И.И. Физика: в 2 ч. / И.И. Ташлыкова-Бушкевич. – 2-е изд., испр. – Минск : Вышэйшая школа, 2014. – Ч. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм. – 304 с. : ил., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=235732>
3. Ташлыкова-Бушкевич, И.И. Физика: в 2 ч. / И.И. Ташлыкова-Бушкевич. – 2-е изд., испр. – Минск: Вышэйшая школа, 2014. – Ч. 2. Оптика. Квантовая физика. Строение и физические свойства вещества. – 232 с. : ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=460883>

5.1.3 Перечень дополнительной литературы:

1. Лекции по учебной дисциплине «Основы теоретической физики». Электродинамика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Е.И. Кухарь. — Электрон. текстовые данные. — Волгоград: Волгоградский государственный социально-педагогический университет, 2017. — 57 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70731.html>
2. Никеров, В.А. Физика: современный курс / В.А. Никеров. – 2-е изд. – Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. – 452 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453287>.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «ФИЗИКА» для студентов направления подготовки
08.03.01 Строительство, Строительство зданий и сооружений

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

- Фотометрия. Основы геометрической оптики. Законы отражения и преломления света. Явление полного внутреннего отражения. Принцип Ферма. Линзы, формула тонкой линзы. Оптическая сила линзы. Изображение предметов с помощью линз. Зеркала. Система линз как основа оптических приборов
- 4.14 Лабораторная работа №14. **Волновая оптика.**
Явление интерференции световых волн. Дифракция световых волн. Дифракционная решетка.
- 4.15 Лабораторная работа №15. **Интерференция и дифракция света. Дисперсия и поляризация света**
Дисперсия света. Поглощение света. Рассеяние света. Эффект Доплера. Поляризация света
- 4.16 Лабораторная работа №16. **Квантовая природа излучения.** Изучение космического излучения.
- 4.17 Лабораторная работа №17. **Интерференция и дифракция света. Дисперсия и поляризация света.** Проверка закона Малюса.
- 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
- 5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины
- 5.2 Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине
- 5.3 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

Введение

Лабораторные занятия создают оптимальные дидактические условия для деятельностного освоения студентами содержания и методологии изучаемой дисциплины «Физика», использование специального лабораторного оборудования и технических средств. Лабораторные занятия занимают преимущественное место при изучении общепрофессиональных и профессиональных дисциплин. Лабораторные занятия проводятся с целью выработки практических умений и приобретения навыков в решении экспериментных задач, отработки упражнений, выполнении чертежей, производстве расчётов и т.п.

Целью лабораторных занятий является формирование практических умений – профессиональных (выполнять определённые действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных, необходимых в последующей учебной деятельности по общепрофессиональным и профессиональным дисциплинам.

Библиографический список содержит сведения о справочной литературе и дополнительных изданиях, необходимых для углубленного изучения отдельных вопросов.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Физика» является формирование у студентов компетенций позволяющий выработать навыки физических исследований в сферах академической, профессиональной и общенаучной деятельности.

Задачи освоения дисциплины:

- изучение законов окружающего мира в их взаимосвязи;
- овладение фундаментальными принципами и методами решения научно-технических задач;
- формирование навыков по применению положений фундаментальной физики к грамотному научному анализу ситуаций, с которыми инженеру приходится сталкиваться при создании новых технологий;
- освоение основных физических теорий, позволяющих описать явления в природе, и пределов применимости этих теорий для решения современных и перспективных технологических задач.

2. Оборудование и материалы

Лабораторный стенд «Скамья Жуковского». Лабораторный стенд «Машина Атвуда». Лабораторный стенд «Маятник Максвелла». Набор демонстрационный «Механические явления». Набор лабораторный «Механика» (расширенный).

Весы технические настольные с разновесами демонстрационный. Набор демонстрационный «Динамика вращательного движения». Трубка Ньютона. Набор демонстрационный «Газовые законы и свойства насыщенных паров». Набор демонстрационный «Молекулярная физика и тепловые явления». Набор демонстрационный «Звуковые колебания и волны». Набор демонстрационный «Динамика вращательного движения». Набор демонстрационный «Газовые законы и свойства насыщенных паров». Набор демонстрационный «Молекулярная физика и тепловые явления».

Комплект учебной мебели.

3. Наименование практических работ

№ Темы дисциплины	Наименование тем дисциплины, их краткое содержание	Объем часов	Из них практическая подготовка, часов
1 семестр			
1	Лабораторная работа № 1. Простейшие физические модели, положение материальной точки. Обработка результатов физического эксперимента.	1,5	

Сертификат: 2C0000043E9AB03300000000000000000
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Документ подписан ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

	Изучение движения тела брошенного под углом к горизонту. Изучить методы количественного и графического представления экспериментальных результатов. Подтвердить на опыте справедливость формул кинематики.		
2	Лабораторная работа № 2. Скорость. Вычисление пройденного пути. Изучение законов динамики поступательного движения с помощью машины Атвуда. Проверка законов поступательного движения с помощью машины Атвуда.	1,5	
3	Лабораторная работа № 3. Нормальное и тангенциальное ускорение Определение скорости полета пули с помощью физического маятника. Научиться определять скорость полета пули с помощью физического маятника.	1,5	
4	Лабораторная работа № 4. Прямолинейное равнопеременное движение. Определение периода колебаний физического маятника. Определение скорости полета пули с помощью физического маятника.	1,5	
5	Лабораторная работа № 5. Кинематическая часть основной задачи механики. Определение коэффициента внутреннего трения жидкости методом падающего шарика (метод Стокса). Познакомиться с методом измерения вязкости жидкой среды.	1,5	
6	Лабораторная работа № 6. Потенциальная энергия. Закон сохранения полной механической энергии. Определение отношения удельных теплоемкостей воздуха методом адиабатического расширения. Изучить газовые законы, первый закон термодинамики и понятие теплоёмкости. Определить отношение теплоемкостей воздуха при постоянном давлении и постоянном объеме (коэффициент Пуассона) в условиях, близких к нормальным.	1,5	
7	Лабораторная работа № 7. Кинематика вращательного движения. Изучение электростатического поля. Изучение электростатического поля; построение эквипотенциальных поверхностей поля.	1,5	

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

8	Лабораторная работа № 8. Момент силы и момент инерции. Измерение сопротивления с помощью моста Уитстона. Целью работы является изучение метода измерения сопротивления проводников с помощью мостовой схемы и определение удельного сопротивления материала проводника.	1,5	
9	Лабораторная работа № 9. Магнитное поле тока. Исследование электрической цепи постоянного тока. Изучение зависимости силы тока, напряжения, полной полезной мощности и к.п.д. источника от сопротивления нагрузки.	1,5	
Итого за 1 семестр:		13,5	
2 семестр			
10	Лабораторная работа № 10. Электромагнитные колебания в колебательном контуре. Изучение явления электромагнитной индукции. Изучение электрических токов возникающих при явлении электромагнитной индукции.	1,5	
11	Лабораторная работа № 11. Магнитное поле тока. Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли. Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли.	1,5	
12	Лабораторная работа № 12. Переменный электрический ток. Электромагнитное поле. Исследование колебаний в колебательном контуре. Изучение затухающих электрических колебаний колебательном контуре.	1,5	
13	Лабораторная работа № 13. Волновая оптика. Измерение длины световой волны с помощью дифракционной решётки. Изучение движений зарядов в электрических и магнитных полях, измерение удельного заряда электрона.	1,5	
14	Лабораторная работа № 14. Интерференция и дифракция света. Дисперсия и поляризация света. Изучение внешнего фотоэффекта. Познакомится с явлением дифракции света в параллельных лучах дифракционной решетки.	1,5	
15	Лабораторная работа № 15. Квантовая природа излучения. Изучение энергетического спектра электронов	1,5	

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C9000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

	Проверить выполнение переноса электронов.		
16	Лабораторная работа № 16. Квантовая природа излучения. Изучение космического излучения Определение скорости перемещения.	1,5	
17	Лабораторная работа № 17. Интерференция и дифракция света. Дисперсия и поляризация света. Проверка закона Малюса. Проверить выполнение закона Малюса.	1,5	
Итого за 2 семестр		12	
Итого		25,5	

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

4. Содержание лабораторных работ

Лабораторная работа № 1

Тема работы. Обработка результатов физического эксперимента. Изучение движения тела, брошенного под углом к горизонту.

Цель работы. Изучить методы количественного и графического представления экспериментальных результатов. Подтвердить на опыте справедливость формул кинематики.

Теоретическая часть.

Классификация погрешностей

Истинное значение физической величины абсолютно точно определить нельзя. При измерениях физических величин под действием самых разнообразных причин возникают *погрешности* измерений. Все погрешности принято разделять на *систематические, случайные и промахи* (ошибки).

Систематической называют такую погрешность, которая остается постоянной или закономерно изменяется при повторных измерениях одной и той же величины. Такие погрешности появляются вследствие неисправности приборов, неточности метода исследования, каких-либо упущений экспериментатора, а также при использовании для вычислений неточных зависимостей (формул), констант и т.д.

Случайной называется погрешность, которая вызывается действием не поддающихся контролю многочисленных, независимых друг от друга факторов. Значение случайной погрешности колеблется от одного измерения к другому, что делает невозможным точное предсказание результата в каждом отдельном измерении. Однако при рассмотрении повторных измерений обнаруживается характерная закономерность результатов, их определенная устойчивость, которая и служит основой для математической обработки опытных данных, вычисления случайных погрешностей.

Промахом или *ошибкой* называют такую погрешность измерения, которая оказывается значительно больше ожидаемой при данных условиях. Ошибка обязательно должна быть исключена из результатов измерений.

Определение погрешностей при прямых измерениях

Прямыми называют такие измерения, при которых физическая величина измеряется непосредственно при помощи прибора.

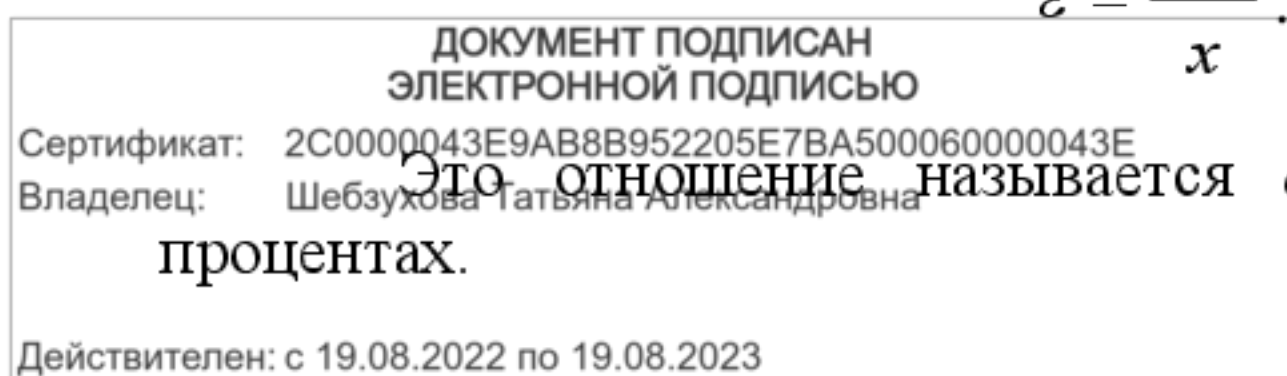
Пусть x – действительное значение измеряемой величины, а x_1 – показания прибора. Абсолютной погрешностью называется величина

$$|\Delta x| = |x_1 - x|. \quad (1)$$

Точность измерения характеризуется отношением абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины

$$\varepsilon = \frac{|\Delta x|}{x} \quad (2)$$

Это отношение называется *относительной погрешностью* и выражается в процентах.



Погрешности, допускаемые при прямых измерениях, нередко называются *приборными*, так как обусловлены классом точности прибора, который указывается либо на самом приборе, либо в паспорте. В тех случаях, когда на приборе класс точности не указан, абсолютная погрешность принимается равной половине цены деления.

Случайные погрешности имеют статистический характер, их математическая обработка производится с помощью теории вероятностей. При многократном измерении равновероятно получить результат как больший, так и меньший, чем истинное значение измеряемой величины.

Пусть проведено n измерений величины x и в результате получено n значений: $x_1, x_2, \dots, x_n$. Величина

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (3)$$

называется *средним арифметическим* значением, является хорошим приближением к истинному значению измеряемой величины и, как правило, используется как окончательный итог серии измерений.

Рассмотрим несколько основных этапов упрощенной математической обработки результатов измерений.

1. Находим среднее арифметическое значение измеряемой величины $\langle x \rangle$.
2. Вычисляем абсолютные погрешности результатов отдельных измерений

$$|\Delta x_i| = |x_i - \langle x \rangle| \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

Абсолютная погрешность имеет размерность измеряемой величины и характеризует качество отдельных измерений.

3. Вычисляем среднюю абсолютную погрешность

$$|\langle \Delta x \rangle| = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots + |\Delta x_n|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |\Delta x_i|}{n}. \quad (5)$$

4. Вычисляем относительную погрешность

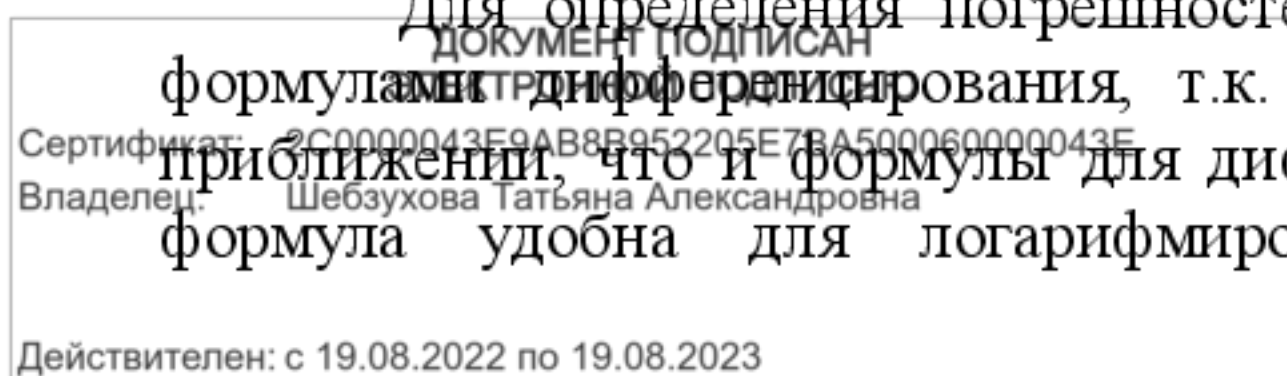
$$\varepsilon = \left| \frac{\langle \Delta x \rangle}{\langle x \rangle} \right| \cdot 100\%. \quad (6)$$

5. Записываем окончательный результат $x = \langle x \rangle \pm \langle \Delta x \rangle$. (7)

Определение погрешностей при косвенных измерениях

В большинстве случаев при проведении физических экспериментов исследуемая физическая величина не может быть измерена непосредственно, для ее определения требуется измерить ряд других величин, а искомую найти, подставив найденные значения в формулу, выражающую зависимость искомой величины от непосредственно измеряемых величин. Такие измерения называют косвенными.

Для определения погрешностей косвенных измерений можно воспользоваться формулами дифференцирования, т.к. формулы погрешностей получаются в том же приближении, что и формулы для дифференциала функции. Во многих случаях, когда формула удобна для логарифмирования, оказывается более удобной формула



относительной погрешности. Относительная погрешность $\varepsilon = \frac{\Delta x}{x}$, но $d(\ln x) = \frac{dx}{x}$ и, следовательно, $\Delta(\ln x) = \frac{\Delta x}{x}$.

Иначе говоря, относительную погрешность можно рассчитать, если взять дифференциал натурального логарифма, определяющий зависимость данной величины от измеряемых величин. Наиболее часто встречающиеся формулы приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Математическая операция	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
$x+y$	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$
$x-y$	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$
xy	$y\Delta x + x\Delta y$	$\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
xyz	$yz\Delta x + xz\Delta y + xy\Delta z$	$\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}$
x/y	$\frac{y\Delta x - x\Delta y}{y^2}$	$\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
x^n	$nx^{n-1} \cdot \Delta x$	$n \frac{\Delta x}{x}$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1} \Delta x$	$\frac{1}{n} \frac{\Delta x}{x}$
$\frac{x}{1 \pm x}$	$\frac{\Delta x}{(1 \pm x)^2}$	$\frac{\Delta x}{x(1 \pm x)}$
e^x	$e^x \Delta x$	Δx
$\ln x$	$\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta x}{x \ln x}$
$\sin x$	$\cos x \Delta x$	$ctgx \cdot \Delta x$
$\cos x$	$\sin x \Delta x$	$tgx \cdot \Delta x$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

tgx	$\frac{\Delta x}{\cos^2 x}$	$\frac{2\Delta x}{\sin 2x}$
$ctgx$	$\frac{\Delta x}{\sin^2 x}$	$\frac{2\Delta x}{\sin 2x}$

Изучение движения тела, брошенного под углом к горизонту

Тело, брошенное под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 , будет двигаться по криволинейной траектории, в любой точке которой вектор скорости может быть разложен на две составляющие – горизонтальную и вертикальную (рис.1).

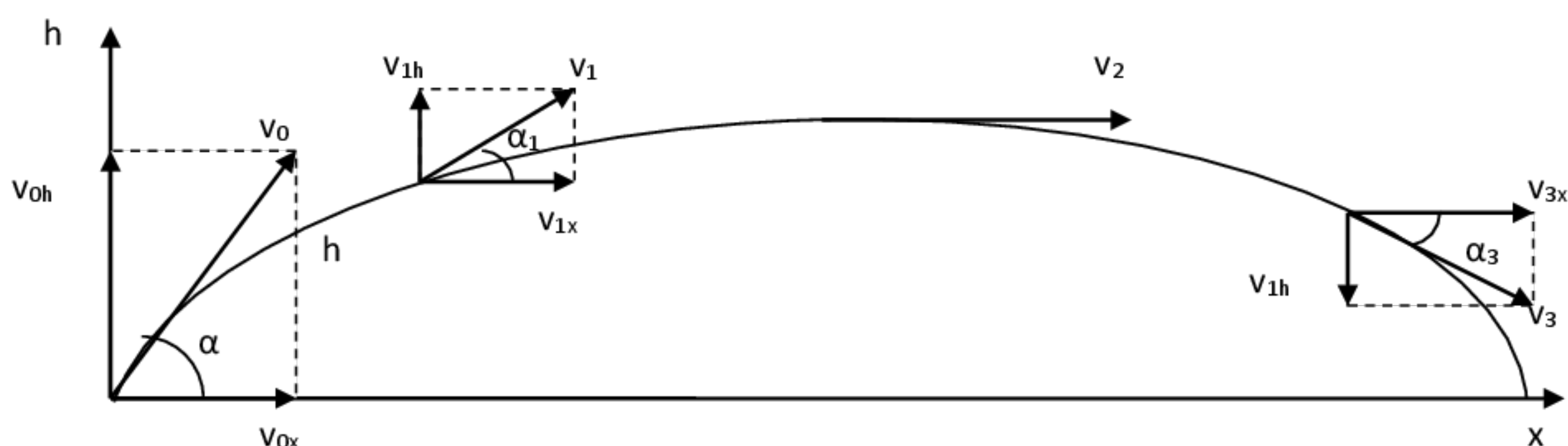


Рис.1.

Проекции этих векторов на оси координат, начало которых выбрано в точке бросания, равны:

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y &= v_0 \cdot \sin \alpha - gt \end{aligned} \quad (1)$$

При этом горизонтальная составляющая скорости не будет меняться с течением времени, т. к. ускорение свободного падения не имеет горизонтальной составляющей, а направленно вертикально вниз. Вертикальная составляющая скорости будет меняться по закону равнопеременного движения с ускорением $a = g$.

Изменение координат тела имеет вид.

$$\begin{aligned} x &= v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y = h &= v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

Траектория тела, брошенного под углом к горизонту, представляет собой параболу. В вершине этой параболы вертикальная составляющая скорости равна нулю. В точке падения скорость тела равна по абсолютной величине скорости тела в точке бросания, а

Начальную скорость тела, брошенного под углом к горизонту можно определить из уравнения (1).

$$v_0 = \frac{\ell}{\cos \alpha \cdot t} \quad (3)$$

Время полета можно определить из уравнения (2). В наивысшей точке траектории движения тела скорость $v_y=0$. Время, соответствующее этому моменту, составляет половину всего времени полета тела, тогда

$$0 = v_0 \cdot \sin \alpha - \frac{gt}{2}$$

$$t = \frac{2\nu_0 \cdot \sin \alpha}{g}. \quad (4)$$
$$v_0 = \sqrt{\frac{\ell \cdot g}{\sin 2\alpha}} \quad (5)$$

Оборудование и материалы.

Указания по технике безопасности.

1. К выполнению лабораторных работ допускаются студенты, изучившие правила техники безопасности.
2. Лабораторные работы могут проводиться только под руководством и наблюдением преподавателя.
3. Располагайте приборы, материалы, оборудование на рабочем месте в порядке, указанном преподавателем.
4. При выполнении лабораторных работ с применением полетов баллистических тел не следует находиться в области полета тела.
5. Не держите на рабочем столе предметы, не требующиеся для выполнения задания.
6. Перед тем, как приступить к работе тщательно изучите её описание, уясните ход выполнения работы.

1. Определите взвешиванием массу шарика m . Вычислите относительную погрешность массы m .

2. Закрепите пистолет на высоте h под углом α . Вычислите относительные погрешности высоты h и угла α .

3. Растянув пружину пистолета на x см, определите по динамометру силу F . Вычислите относительные погрешности x и F .

4. Выстрелите 5-7 раз при одинаковых и тех же значениях x и F . При каждом выстреле измеряйте дальность полета S . Вычислите относительную погрешность непосредственного измерения дальности S .

5. Вычислите:

- а) коэффициент жесткости пружины пистолета k ;
- б) начальную скорость полета шарика v_0 ;
- в) вертикальную составляющую начальной скорости v_{0y} ;
- г) вертикальную составляющую конечной скорости v_y ;
- д) горизонтальную составляющую начальной скорости v_{0x} ;
- е) горизонтальную составляющую конечной скорости v_x .

6. Вычислите дальность полета по и сравните со значением, полученным в пункте 4.

7. Вычислите изменение импульса шарика за время полета $|\Delta \vec{p}|$. Вычислите силу, изменившую импульс шарика за время полета.

8. Сравните значения потенциальной энергии сжатой пружины, начальной кинетической энергии шарика и конечной энергии шарика.

Содержание отчета.

Отчет по лабораторным работам должны содержать:

- титульный лист;
- цель работы;
- конспект основных законов, определений, понятий, формул;
- основное оборудование, схема установки;
- описание по пунктам выполненной работы;
- результаты измерений и расчетов (таблицы, графики);
- оценка погрешностей;
- ответы на контрольные вопросы;
- выводы по результатам выполненной работы, дата, подпись.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте принцип суперпозиции движений. Где он применяется?
2. Выведите уравнение для определения полета шарика, брошенного под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 .
3. Выведите максимальную высоту подъема шарика, брошенного под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 .
4. Выведите уравнение дальности полета шарика, брошенного под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 .
5. Под каким углом надо бросить тело, чтобы дальность полета была максимальна? При каком угле бросания высота полета равна его дальности?

Лабораторная работа № 2

Тема работы. Изучение законов динамики поступательного движения с помощью машины Атвуда

Цель работы. Проверка законов поступательного движения с помощью машины

Атвуда.

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шибуров Александр

Теоретическая часть.

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Поступательным движением называют движение, при котором любая линия, проведенная в теле, остается параллельной самой себе. При таком движении траектории, скорость и ускорения точек тела совпадают. Следовательно, движение тела можно заменить движением его одной точки. Чаще всего, выбирают движение центра тяжести тела.

Основное уравнение поступательного движения, (второй закон Ньютона) имеет вид:

$$m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}$$

где m – масса, $\vec{a}$ – ускорение тела, $\sum \vec{F}$ – сумма сил, действующих на тело.

Вращательным движением называют движение, при котором точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Основное уравнение вращательного движения (второй закон Ньютона) имеет вид:

$$I \cdot \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M},$$

Где $I_i = m_i \cdot r_i^2$ – момент инерции материальной точки, момент инерции вращающегося тела, равен сумме моментов инерции всех материальных точек этого тела:

$I = \sum I_i$ $\sum \vec{M}$ – сумма моментов сил, действующих на тело. Момент силы – величина равная произведению модуля силы на плечо этой силы. Плечом силы называют кратчайшее расстояние от оси (центра) вращения до линии действия силы.

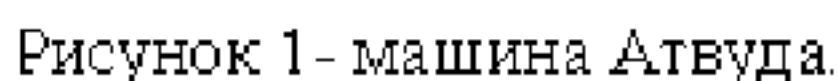
Машина Атвуда (рис.1) представляет собой блок радиуса R , через который перекинута нить с грузами m_1 и m_2 . Если $m_2 > m_1$, то, учитывая, что нить нерастяжима, грузы придут в движение с одинаковым ускорением $\vec{a}$. Блок будет вращаться с угловым ускорением $\vec{\varepsilon}$, точки на его ободе будут иметь тангенциальное ускорение равное ускорению грузов. Уравнения движения грузов и блока, принимая направление движения по оси Ox , будут иметь вид:

$$T_1 - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \quad (1)$$

$$T_2 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \quad (2)$$

$$T_2 \cdot R - T_1 \cdot R - M_{тр} = I \cdot \varepsilon \quad (3)$$

Где T_1 и T_2 – силы натяжения нити слева и справа от блока, $M_{тр}$ – момент силы трения, угловое ускорение $\varepsilon = a/R$.



При проведении опыта с одними значениями пройденного пути S и m массы перегрузки Δm_1 из первых двух уравнений системы можно определить силы натяжения нитей:

$$T_1 = m_1 \cdot (a + g)$$

$$T_2 = m_2 \cdot (a + g)$$

Зная силы натяжения третьего уравнения можно найти момент сил трения:

$$M_{тр} = (T_2 - T_1) \cdot R - I \cdot \varepsilon$$

Опыт с одними перегрузками провести для двух значений S (0,6 м и 0,8 м). Сравнить значения сил напряжения и моменты сил трения для этих двух серий момента.

Оборудование и материалы.

Машина Атвуда, электромагнит, секундомер, набор перегрузов.

Указания по технике безопасности.

1. К выполнению лабораторных работ допускаются студенты, изучившие правила техники безопасности.
2. Лабораторные работы могут проводиться только под руководством и наблюдением преподавателя.
3. Располагайте приборы, материалы, оборудование на рабочем месте в порядке, указанном преподавателем.
4. Не держите на рабочем столе предметы, не требующиеся для выполнения задания.
5. Проявлять осторожность и аккуратность при непосредственной работе с грузами, пружинами и иными необходимыми для работы приспособлениями.
6. Перед тем, как приступить к работе тщательно изучите её описание, уясните ход выполнения работы.

Задания.

1. Включить в сеть шнур питания прибора.
2. Переместить нить с грузами так, чтобы правый груз занял верхнее положение.
3. Включить электромагнит, удерживающий систему в положении покоя.
4. Положить на правый груз один из перегрузков. Установить средний кронштейн на отметке $h_1 = 0,6$ м, или 0,8 м. Включить секундомер одновременно с выключением электромагнита.
5. Записать по показаниям секундомера время движения груза.
6. Повторить опыт с выбранным перегрузком не менее пяти раз.
7. Повторить опыт при другой высоте. h_2 .
8. Определить по результатам опыта среднее значение времени t_{cp} и рассчитать по формуле значение ускорения.
9. Вычислить силы натяжения нитей и момент силы трения.
10. По данным опыта с одним значением S вычислять кинетическую энергию грузов в конечный момент движения

$$K_{cp} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot a^2 \cdot t^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot 2 \cdot S^2}{t^2}$$

11. Вычислить кинетическую энергию блока

$$K_{bl} = \frac{I \cdot \omega^2}{2} = \frac{m \cdot R^2 \cdot v^2}{2 \cdot 2 \cdot R^2} = \frac{m \cdot v^2}{4} = \frac{m \cdot S^2}{t^2}$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

12. Вычислить изменение потенциальной энергии грузов

$$\Delta\Pi = m \cdot g \cdot S$$

13. Найти значение выражения $\Delta\Pi - (K_{cp} + K_{бл})$
14. Объяснить полученный результат.

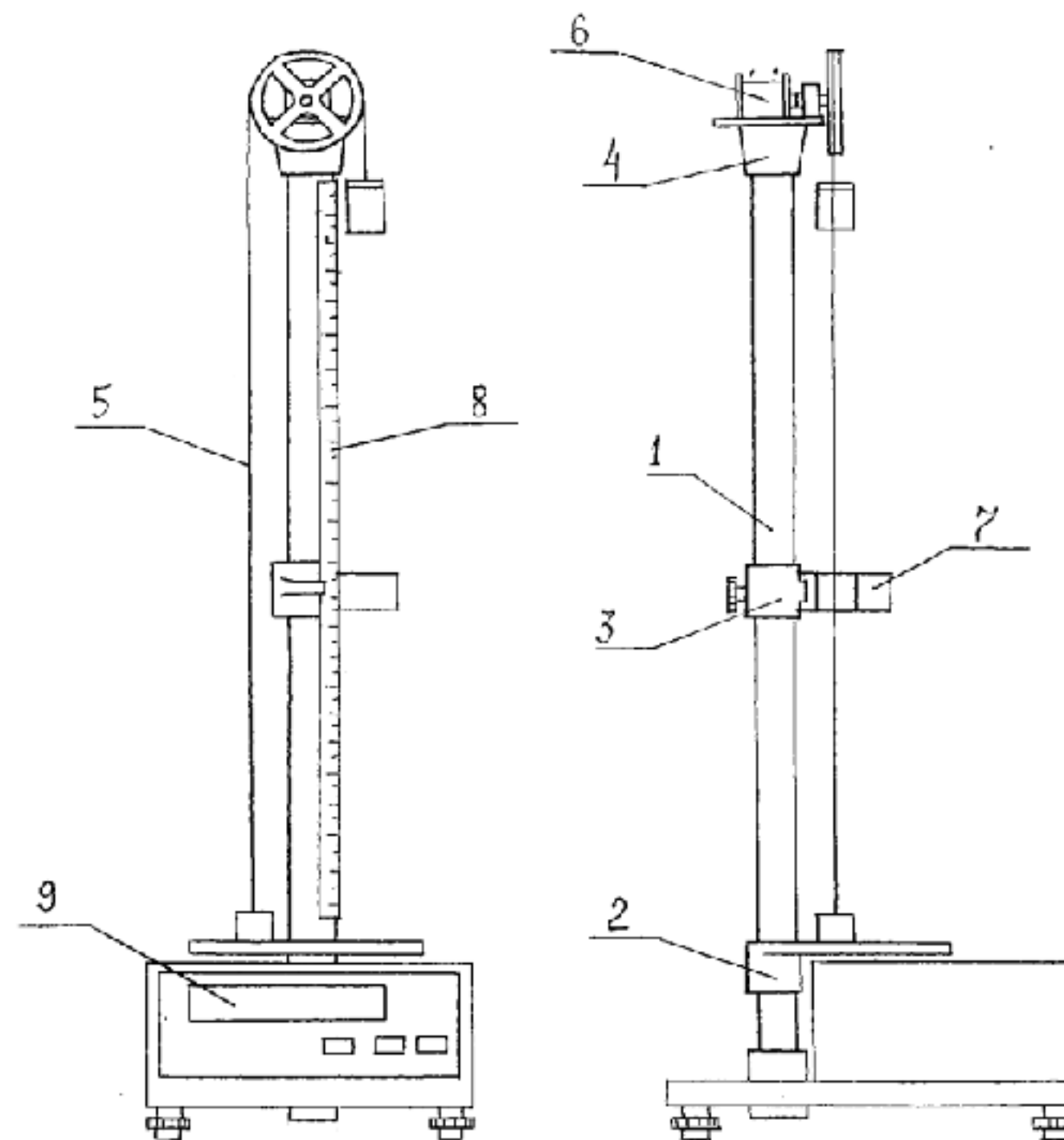


Рис. 2. Общий вид экспериментальной установки

Содержание отчета.

Отчет по лабораторным работам должны содержать:

- титульный лист;
- цель работы;
- конспект основных законов, определений, понятий, формул;
- основное оборудование, схема установки;
- описание по пунктам выполненной работы;
- результаты измерений и расчетов (таблицы, графики);
- оценка погрешностей;
- ответы на контрольные вопросы;
- выводы по результатам выполненной работы, дата, подпись.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение поступательного движения твердого тела.
2. Что такое материальная точка и абсолютно твердое тело?
3. Объясните, что такое система отсчета?
4. Перечислите и объясните основные кинематические характеристики поступательного движения.
5. Сформулируйте первый закон Ньютона.
6. Дайте определения массы и импульса тела.
7. Сформулируйте второй закон Ньютона.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
Электронно-подписью

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

8. Что такое равнодействующая сила?
9. Объясните третий закон Ньютона.
10. Дать определение сил упругости. Что такое упругая деформация ?
11. На чем основывается вывод расчетных формул в данной лабораторной работе?

Лабораторная работа № 3

Тема работы. Определение скорости полета пули с помощью физического маятника.

Цель работы. Научиться определять скорость полета пули с помощью физического маятника.

Теоретическая часть.

Физический маятник состоит из уловителя ("А" на рис.1) в виде цилиндра, заполненного пластичным материалом, который закреплен на стержне, способном свободно, с очень малым трением, качаться вместе с уловителем вокруг неподвижной оси. На рисунке 1 эта ось вращения (точка "О") перпендикулярна к плоскости рисунка.

Выстрел производится из пневматического пистолета, установленного так, чтобы вектор скорости пули был направлен горизонтально по прямой, проходящей через центр цилиндра с пластилином и перпендикулярно оси вращения О. Пуля, застревая в пластине, теряет свою начальную скорость и одновременно сообщает маятнику некоторый момент импульса.

По завершении неупругого удара маятник отклоняется от вертикальной линии ОС на некоторый максимальный угол φ , который измеряется транспортиром – по максимальному смещению указателя, жестко закрепленного на стержне.

Для двух моментов времени, до удара, и после неупругого удара (под "ударом" мы подразумеваем относительно быстрый процесс торможения пули в пластине) можно применить закон сохранения момента импульса:

$$mva = (I + ma^2)\omega_0, \quad (1)$$

где m – масса пули, v – скорость пули до удара, a – расстояние от оси до точки удара пули, I – момент инерции маятника после удара. Вторым членом в скобках в (1) можно пренебречь далеко не всегда (для нашего случая вам необходимо на основании измерений показать (или опровергнуть) возможность такого упрощения).

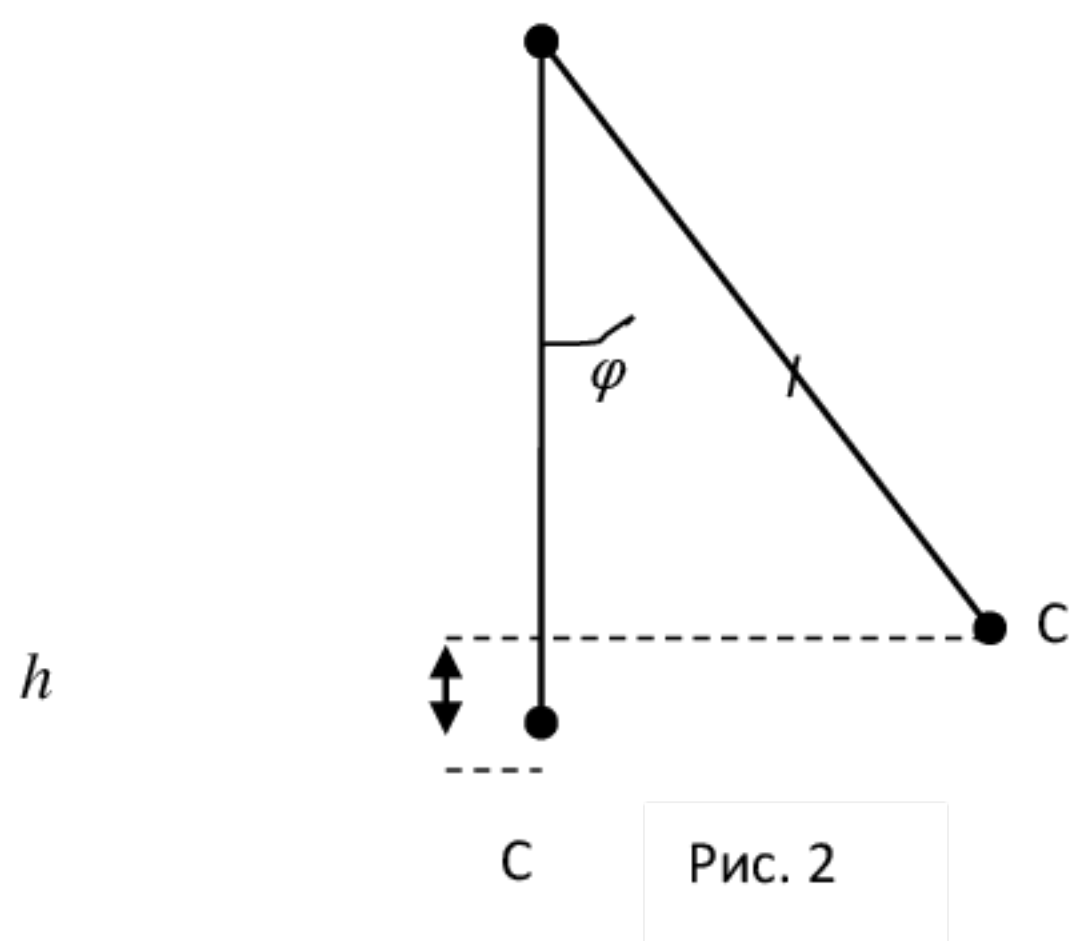
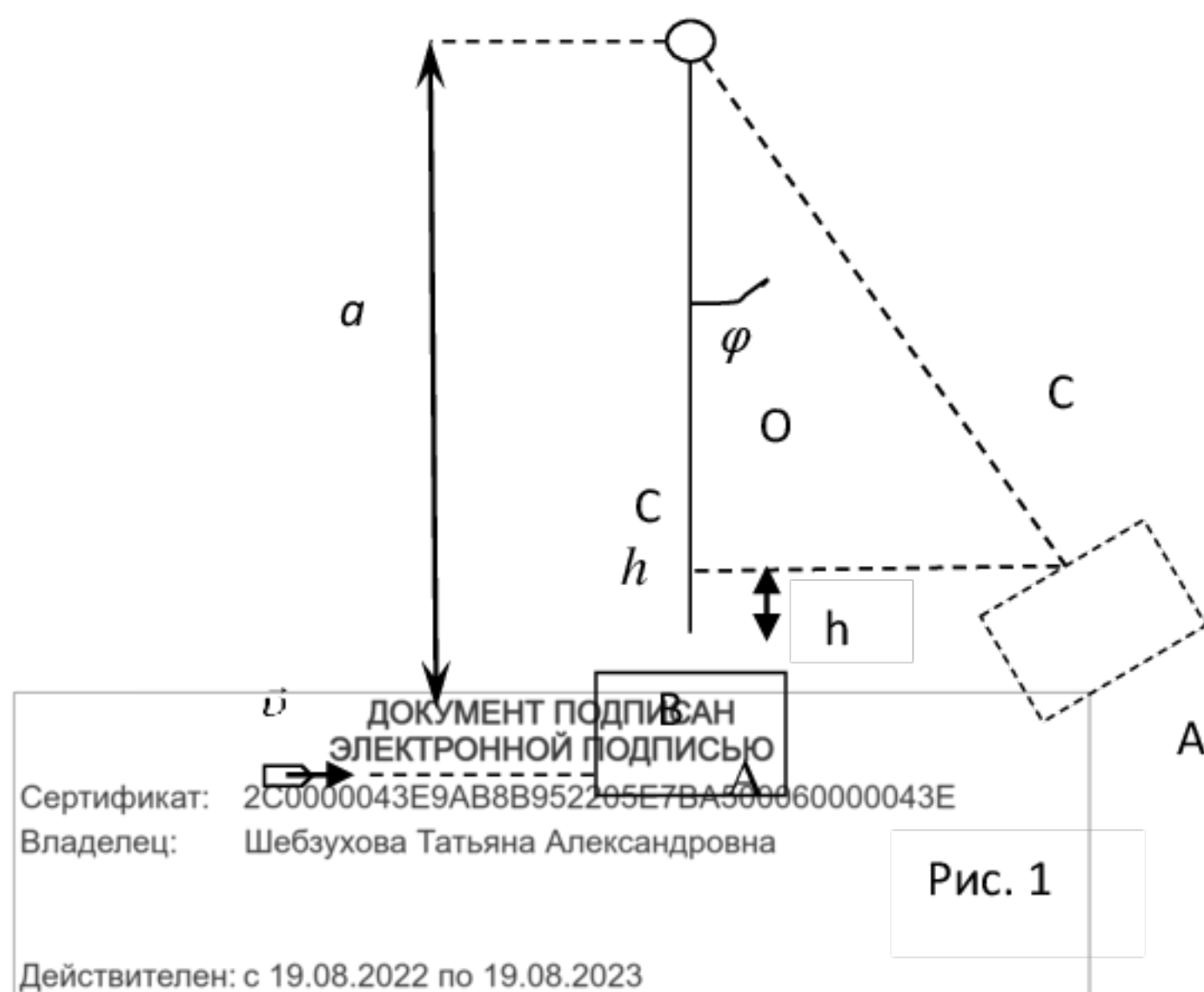


Рис.1. Физический маятник

При неупругом ударе закон сохранения механической энергии не выполняется, однако, к процессу качания маятника, мы можем применить закон сохранения энергии. Непосредственно после удара маятник вместе с зашедшей в него пулей будет, как мы видели из (1), иметь угловую скорость, равную ω_0 . Следовательно, он будет иметь и соответствующий ей запас кинетической энергии, который затем в момент наибольшего отклонения (и мгновенной остановки маятника) превратится в потенциальную энергию:

$$E_k = \frac{(I + ma^2)\omega_0^2}{2} \quad (2)$$

$$E_n = \left(M + m \frac{a}{l} \right) gh \quad (3)$$

$E_k = E_n$, следовательно

$$\frac{(I + ma^2)\omega_0^2}{2} = \left(M + m \frac{a}{l} \right) gh \quad (4)$$

где M – масса баллистического маятника, h – высота максимального поднятия его центра масс в точке остановки, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения на широте г. Пятигорска, l – расстояние от оси вращения до центра масс маятника (без пули).
Посредством балансировки используемого в данной работе физического маятника удалось установить, что центр масс маятника почти совпадает с точкой крепления стержня с цилиндром (т. В на рис. 1). Таким образом, расстояние l принимается равным длине стержня ОВ.

Второе (малое) слагаемое в выражении для потенциальной энергии (3) дополнительно учитывает, что центр масс пули в общем случае не совпадает с центром масс маятника.

Из рис.2 видно, что $h = l - l \cos \varphi = l(1 - \cos \varphi) = 2l \sin^2 \frac{\varphi}{2}$, где l – расстояние от оси вращения О до центра масс маятника С. Итак, мы получили уравнение

$$\frac{1}{2}(ma^2 + I)\omega_0^2 = \left(m\frac{a}{l} + M\right)gh = 2\left(m\frac{a}{l} + M\right)gl\sin^2\frac{\varphi}{2}. \quad (5)$$

Таким образом, на основании уравнений (1) и (5) получаем основную рабочую формулу

$$\nu = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{\sqrt{(ma^2 + I) \left(m \frac{a}{l} + M \right) gl}}{ma}. \quad (6)$$

Все величины, входящие в выражение (6), могут быть определены экспериментально

Оборудование и материалы.

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Установка, состоящая из физического маятника, подвешенного на горизонтальной оси и транспорта, пневматический пистолет, дротик.

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Указания по технике безопасности.

1. К выполнению лабораторных работ допускаются студенты, изучившие правила техники безопасности.
2. Лабораторные работы могут проводиться только под руководством и наблюдением преподавателя.
3. Располагайте приборы, материалы, оборудование на рабочем месте в порядке, указанном преподавателем.
4. При выполнении лабораторных работ с применением полетов баллистических тел не следует находиться в области полета тела.
5. Не держите на рабочем столе предметы, не требующиеся для выполнения задания.
6. Перед тем, как приступить к работе тщательно изучите её описание, уясните ход выполнения работы.

Задания.

Масса цилиндра-ловителя $m_1 = 91$ г. Линейная плотность стержня, масса, приходящаяся на единицу длины: $\mu = 1,97$ г/см, тогда полная масса стержня $m_2 = \mu \cdot l$. Следовательно, масса маятника $M = m_1 + m_2$. Расстояние - a от оси вращения до точки удара измеряют миллиметровой линейкой. Положение центра масс маятника соответствует точке соединения ловителя и стержня. Длину стержня l определяют как расстояние от точки подвеса до точки соединения ловителя и трубки.

1. Определение момента инерции баллистического маятника

Момент инерции физического маятника находят по периоду его качаний, равному

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgl}}, \quad (7)$$

(величины M и l уже определены).

Обратите внимание, что для достаточно надежного измерения периода качаний мы должны обеспечить выполнение следующих условий:

- амплитуда качаний должна быть достаточно мала, чтобы можно было пренебречь ее влиянием на период качаний;
- нужно проследить за отсутствием качаний маятника по другой ортогональной оси (или дождаться их полного затухания, если они по каким-либо причинам возникли);
- период качаний надо определить как среднее за 20—30 качаний, чтобы уменьшить погрешность измерения времени секундомером.

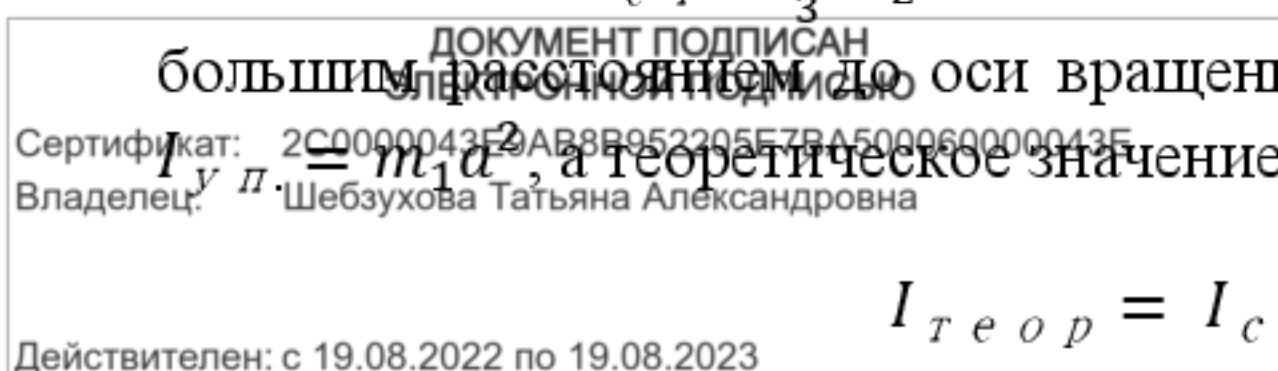
Момент инерции вычисляется, исходя из (7), как

$$I = \frac{MglT^2}{4\pi^2}. \quad (8)$$

Теоретическое значение момента инерции можно найти как сумму момента инерции стержня относительно оси вращения, перпендикулярной стержню и проходящей через один из его концов $I_{с\tau} = \frac{1}{3}m_2a^2$ и момент инерции ловителя, который (в связи с достаточно

большим расстоянием до оси вращения) можно принять за материальную точку, тогда $I_{уп} = m_1a^2$, а теоретическое значение момента инерции баллистического маятника

$$I_{теор} = I_{с\tau} + I_{уп} = \frac{1}{3}m_2a^2 + m_1a^2. \quad (9)$$



Рассчитать погрешность изменения. $\delta = \frac{|I_{теор} - I|}{I_{теор}} \cdot 100\%$.

2. Определение скорости полета пули

Масса каждой пули определяем взвешиванием. Это можно сделать потому, что логарифмический декремент затухания этих колебаний весьма мал и их амплитуда довольно долго остается почти постоянной (попытайтесь экспериментально оценить величину декремента!).

1) Измерить взвешиванием массу пули. Оценить погрешность определения массы.

2) Произвести выстрел. Отметить максимальный угол α отклонения указателя по транспортиру. Измерение угла отклонения α надежнее производить не только по амплитуде отклонения маятника при первом качании, но и по размаху его колебаний, длящихся некоторое время после удара (при этом полезно применять и усреднение отдельных отсчетов). Выстрел производить только по неподвижному цилиндру. Повторить опыт 5 раз. Найти среднее значение угла отклонения и погрешность измерения угла.

3) Вычислить значение скорости полета пули по формуле (6). Вычислить погрешность определения скорости полета пули.

4) Записать окончательный результат. Сделать вывод.

Содержание отчета.

Отчет по лабораторным работам должны содержать:

- титульный лист;
- цель работы;
- конспект основных законов, определений, понятий, формул;
- основное оборудование, схема установки;
- описание по пунктам выполненной работы;
- результаты измерений и расчетов (таблицы, графики);
- оценка погрешностей;
- ответы на контрольные вопросы;
- выводы по результатам выполненной работы, дата, подпись.

Контрольные вопросы.

1. Как определяется кинетическая энергия при поступательном движении? При вращательном движении?
2. Объясните, почему при неупругом ударе не выполняется закон сохранения механической энергии.
3. Сформулируйте и запишите закон сохранения импульса для неупругого взаимодействия пули и физического маятника (объясните вывод формулы (1)).
4. Сформулируйте теорему Штейнера.
5. Что такое момент инерции? Как определяется момент инерции стержня относительно оси, проходящей через один его концов.
6. Вывести формулу (6).

Лабораторная работа № 4

Тема работы. Определение периода колебаний физического маятника

Цель работы. Определить скорость полета пули с помощью физического маятника.

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шензукова Татьяна Александровна

Теоретическая часть.

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Физическим маятником называется твердое тело, совершающее колебания относительно неподвижной оси под действием силы тяжести (рис.1).

Эта ось является горизонтальной, и она не проходит через центр масс тела (такая ось называется осью качания маятника). При малых углах отклонения от положения равновесия и в отсутствие сил сопротивления движение маятника описывается уравнением

Рис.1.

$$I\ddot{\phi} = -mgl\phi \quad (1)$$

I – момент инерции маятника относительно оси колебаний,

m – масса маятника,

l – расстояние от оси до центра масс.

Период колебаний определяется соотношением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad (2)$$

Физическому маятнику может быть поставлен в соответствие математический маятник, имеющий тот же период

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (3)$$

L – длина математического маятника (приведенная длина физического маятника).

Длина математического маятника, период колебаний которого равен периоду колебаний физического маятника, называется приведённой длиной физического маятника

$$L = \frac{I}{ml} \quad (4)$$

В данной работе физический маятник представляет собой стальной стержень (рис. 1). На стержне просверлены отверстия на расстоянии 10 см друг от друга. Стержень подвешивают на штырь O . Выбирая отверстие на стержне, можно регулировать расстояние от точки подвеса стержня O до центра масс стержня C , например, на рис. 1 расстояние OC равно 40 см. Центр масс C однородного стержня находится посередине стержня.

Если стержень отклонить от положения равновесия на угол $3^\circ \div 5^\circ$, то он будет совершать колебания близкие к гармоническим. Время колебаний измеряется секундомером.

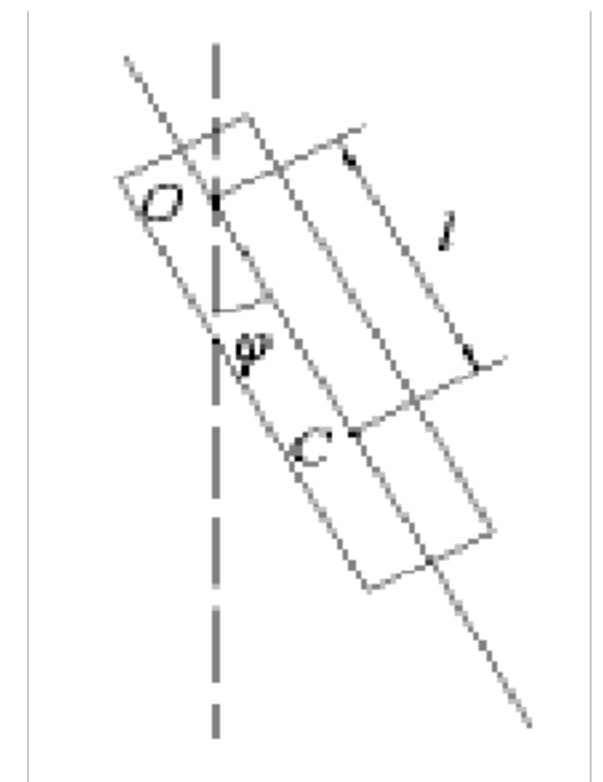


Рис. 1

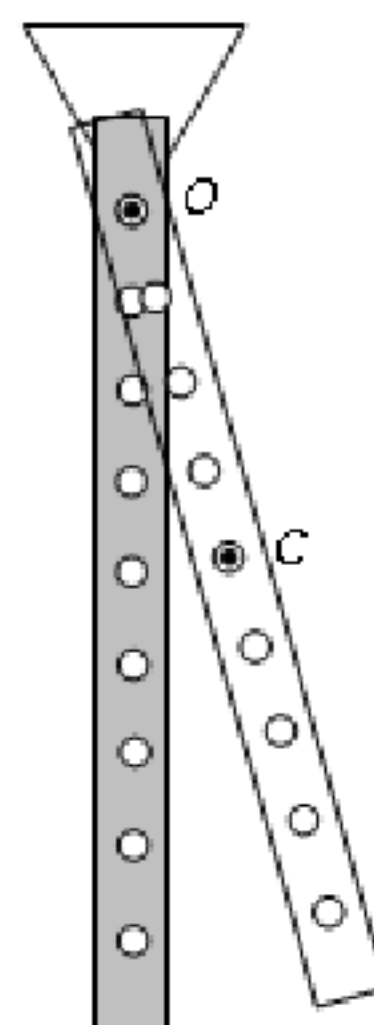


Рис. 1. Макет
"физический маятник"

Период колебаний физического или математического маятника в общем случае зависит от амплитуды колебаний маятника. Но если угол отклонения маятника $\varphi < 5^\circ$, то с хорошей точностью можно пренебречь зависимостью периода от амплитуды и приближенно считать, что маятник совершает гармонические колебания.

Период колебаний физического маятника определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

где L – приведенная длина физического маятника.

Приведенная длина физического маятника равна длине математического маятника, имеющего такой же период колебаний как у данного физического маятника.

Приведенная длина физического маятника определяется формулой

$$L = \frac{J}{md},$$

где: J – момент инерции маятника относительно точки подвеса O ;

m – масса маятника;

d – расстояние от точки подвеса O до центра масс маятника C .

Теорема Штейнера. Момент инерции J тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции J_0 тела относительно оси, проведенной через центр масс тела параллельно данной оси, и произведения массы m тела на квадрат расстояния d между этими осями:

$$J = J_0 + md^2.$$

В данной лабораторной работе момент инерции стержня относительно оси качания O вычисляется по теореме Штейнера. Для однородного стержня момент инерции относительно центра масс стержня (совпадает с центром стержня)

$$J_0 = \frac{1}{12} ml^2,$$

где l – длина стержня, m – масса стержня.

Таким образом

Документ подписан
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$J = J_0 + md^2 = \frac{1}{12} ml^2 + md^2 = \frac{m(l^2 + 12d^2)}{12}.$$

Приведенная длина физического маятника в данной лабораторной работе определяется по формуле:

$$L = \frac{J}{md} = \frac{m(l^2 + 12d^2)}{12md} = \frac{l^2 + 12d^2}{12d} \quad (5)$$

Тогда период колебаний физического маятника в данной лабораторной работе определяется по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2 + 12d^2}{12dg}}. \quad (6)$$

Оборудование и материалы. Установка для исследования колебаний физического маятника, линейка, секундомер.

Указания по технике безопасности.

1. К выполнению лабораторных работ допускаются студенты, изучившие правила техники безопасности.
2. Лабораторные работы могут проводиться только под руководством и наблюдением преподавателя.
3. Располагайте приборы, материалы, оборудование на рабочем месте в порядке, указанном преподавателем.
4. Не держите на рабочем столе предметы, не требующиеся для выполнения задания.
5. Перед тем, как приступить к работе тщательно изучите её описание, уясните ход выполнения работы.

Задания.

1. Подвешивают маятник на штырь первым отверстием. Это значит что расстояние $OC = d_1 = 40 \text{ см}$.

Отклоняют маятник на малый угол около $3^\circ \div 5^\circ$ и отпускают. При помощи секундомера измеряют время t_i ($i = 1, 2, 3$) для $N=30$ полных колебаний. Измерения повторяют $n = 3$ раза.

Вычисляют среднее значение времени

$$\langle t \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}.$$

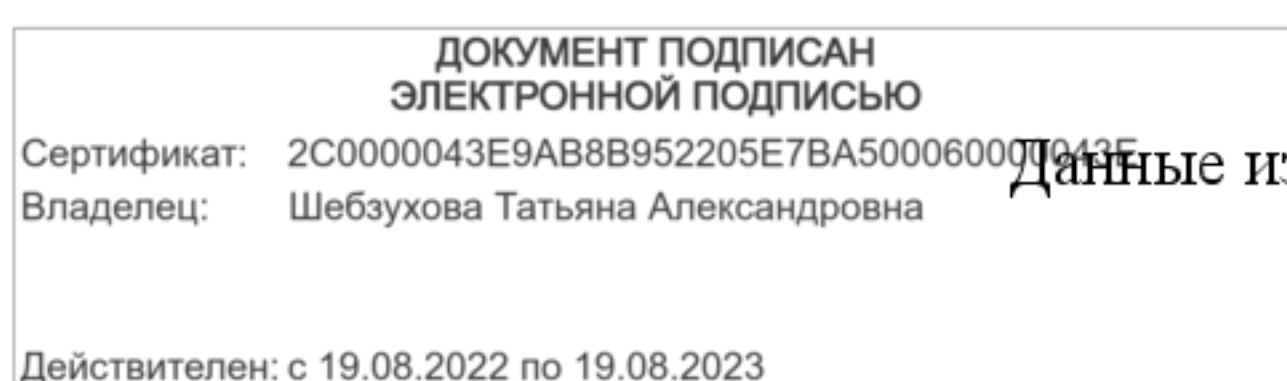
Период определяют по формуле

$$T_{изм} = \frac{\langle t \rangle}{N}.$$

2. Подвешивают маятник на штырь вторым, третьим и четвертым отверстиями по очереди и повторяют измерения пункта 1.

При этом $d_2 = 30 \text{ см}$, $d_3 = 20 \text{ см}$, $d_4 = 10 \text{ см}$.

Длина стержня $l = 1 \text{ м}$.



Данные измерений занести в таблицу

Таблица 1.

d м	$\langle t \rangle$ с	$T_{изм}$ с	L м	$T_{расч}$ с
0,4				
0,3				
0,2				
0,1				

3. Вычисляют приведенные длины физического маятника для всех d

$$L = \frac{l^2 + 12d^2}{12d}.$$

4. Вычисляют периоды колебаний физического маятника для всех значений приведенной длины физического маятника

$$T_{расч} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

5. Построить графики периода измеренного $T_{изм} = f(L)$ и расчетного $T_{расч} = f(L)$ в зависимости от приведенной длины L .

6. Сравнить измеренные и расчетные значения периодов колебаний.

Сделать вывод о характере зависимости периода колебаний физического маятника от приведенной длины.

Содержание отчета.

Отчет по лабораторным работам должны содержать:

- титульный лист;
- цель работы;
- конспект основных законов, определений, понятий, формул;
- основное оборудование, схема установки;
- описание по пунктам выполненной работы;
- результаты измерений и расчетов (таблицы, графики);
- оценка погрешностей;
- ответы на контрольные вопросы;
- выводы по результатам выполненной работы, дата, подпись.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение гармонических колебаний.
2. Что называется математическим маятником?
3. Что называется приведённой длиной физического маятника?
4. Сформулируйте теорему Штейнера.
5. Вывести формулу периода колебаний физического маятника.

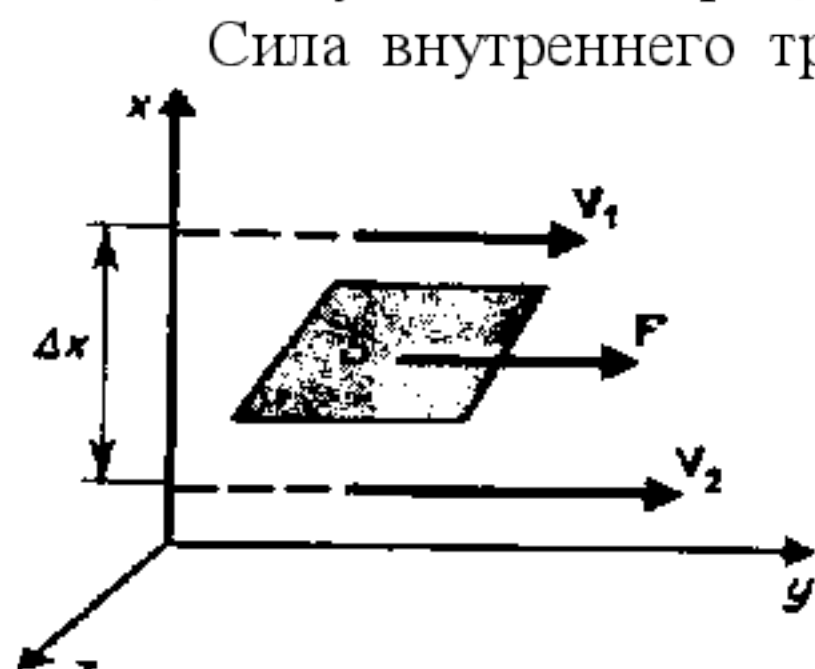
Лабораторная работа № 5

Тема работы. Определение коэффициента внутреннего трения жидкости методом падающего шарика (метод Стокса).

Сертификат: 2C69000043E9AB8B952205E7BA5000600000043E
 Владелец: Шедзухова Татьяна Александровна
Теоретическая часть.
 Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Цель работы. Познакомиться с методом измерения вязкости жидкой среды.

Вязкость (внутреннее трение) — это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленней, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.



Сила внутреннего трения F тем больше, чем больше рассматриваемая площадь поверхности слоев S , и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою. На рисунке представлены два слоя, отстоящие друг от друга на расстоянии Δx и движущиеся со скоростями v_1 и v_2 . При этом $v_1 - v_2 = \Delta v$. Направление, в котором отсчитывается расстояние между слоями, **перпендикулярно** скорости течения слоев. Величина $\Delta v / \Delta x$ показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении x , перпендикулярном направлению движения слоев, и называется **градиентом скорости**. Таким образом, можно считать, что модуль силы внутреннего трения равен:

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности η , зависящий от природы жидкости, называется **динамической вязкостью** (или просто **вязкостью**).

Единица вязкости — **паскаль-секунда** (Па·с): 1 Па·с равен динамической вязкости среды, в которой при ламинарном (гладком) течении и градиенте скорости с модулем, равным 1 м/с на 1 м, возникает сила внутреннего трения в 1 Н на 1 м² поверхности касания слоев (1 Па·с = 1 Н·с/м²). Применяется также внесистемная единица — **пуаз** (П): 1 Па·с = 10 П.

Чем больше вязкость, тем сильнее жидкость отличается от идеальной, и тем большие силы внутреннего трения в ней возникают. Вязкость зависит от температуры, причем характер этой зависимости для жидкостей и газов различен. Для жидкостей η с увеличением температуры уменьшается, у газов, наоборот, увеличивается, что указывает на различие в них механизмов внутреннего трения. Так, динамическая вязкость воды уменьшается от $1,792 \cdot 10^{-2}$ П до $0,284 \cdot 10^{-2}$ П (т.е. в 6,3 раза) при увеличении температуры от 0 °С до 100 °С, а у воздуха в этом же диапазоне вязкость увеличивается от $1,709 \cdot 10^{-4}$ П до $2,175 \cdot 10^{-4}$ П.

Существует два режима течения жидкостей. Течение называется **ламинарным (слоистым)**, если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними, и **турбулентным (вихревым)**, если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).

Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы.

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частицы жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их скорости в различных слоях мало отличаются. Из-за большого градиента скоростей у поверхностей трубы обычно происходит образование вихрей.

Профиль усредненной скорости при турбулентном течении в трубах отличается от параболического профиля при ламинарном течении более быстрым возрастанием скорости у стенок трубы и меньшей кривизной в центральной части течения.

Английский ученый О. Рейнольдс (1842—1912) установил, что характер течения зависит от безразмерной величины, называемой числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} . \quad (2)$$

где ρ — плотность жидкости;

$\langle v \rangle$ — средняя по сечению трубы скорость жидкости;

d — характерный линейный размер, например диаметр трубы;

η — динамическая вязкость жидкости.

Отношение $\nu = \eta/\rho$ называется **кинематической вязкостью**, поэтому (2) можно представить следующим образом:

$$\text{Re} = \frac{\langle v \rangle d}{\nu} . \quad (3)$$

При малых значениях числа Рейнольдса ($\text{Re} \leq 1000$) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области $1000 \leq \text{Re} \leq 2000$, а при $\text{Re} = 2300$ (для гладких труб) течение турбулентное. Если число Рейнольдса одинаково, то режим течения различных жидкостей (газов) в трубах разных сечений одинаков.

Теория метода и описание установки

Вязкость проявляется при движении не только жидкости по сосудам, но и тел в жидкости. При небольших скоростях в соответствии с уравнением Ньютона сила сопротивления движущемуся телу пропорциональна вязкости жидкости, скорости движения тела и зависит от размеров тела. Так как невозможно указать общую формулу для силы сопротивления, то ограничимся рассмотрением частного случая.

Наиболее простой формой тела является сфера. Для сферического тела (шарик) зависимость силы сопротивления при его движении в сосуде с жидкостью от перечисленных выше факторов выражается **законом Стокса**:

$$F_{\text{тр}} = 6\pi\eta r v , \quad (4)$$

где r — радиус шарика;

v — скорость движения.

Этот закон получен в предположении, что стенки сосуда не влияют на движение тела.

При падении шарика в вязкой среде (рис. 3) на него действуют три силы:

- сила тяжести $mg = \frac{4}{3}\rho\pi r^3 g$;

- выталкивающая (архимедова) $F_A = m_{\text{жс}} g = \frac{4}{3}\rho_{\text{жс}}\pi r^3 g$,

где $m_{\text{ж}}$ — масса вытесненной шаром жидкости; $\rho_{\text{ж}}$ — ее плотность;

- $F_{\text{тр}}$ — сила сопротивления, вычисляемая по формуле (4).