

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 19.07.2023 11:08:15
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания
по выполнению практических работ по дисциплине
«Дискретная математика»
для направления подготовки 09.03.02 Информационные системы и
технологии, направленность (профиль) Информационные системы и
технологии обработки цифрового контента

**Пятигорск
2023**

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
Практическая работа №1. Способы задания множеств. Операции над множествами.	5
Практическая работа №2. Отношения. Отношения эквивалентности. Отношение порядка. Свойства отношений. Отображения. Инъекция, сюръекция, биекция. Понятие функции.	7
Практическая работа №3. Основные алгебраические структуры.	9
Практическая работа №4. Операции над высказываниями. Таблицы истинности. Логические задачи.	10
Практическая работа №5. Исчисление высказываний. Алгоритм унификации. Правила вывода.	14
Практическая работа №6. Исчисление предикатов. Автоматическое доказательство теорем. Метод резолюций.	16
Практическая работа №7. Способы задания булевой функции. Таблица истинности булевой функции.	19
Практическая работа №8. Применение законов алгебры логики.	21
Практическая работа №9. Дизъюнктивные и конъюнктивные совершенные нормальные формы.	24
Практическая работа №10. Алгоритмы построения полиномов Жегалкина.	29
Практическая работа №11. Размещения, перестановки, сочетания в комбинаторике.	32
Практическая работа №12. Подстановки. Биномиальные коэффициенты. Разбиения.	35
Практическая работа №13. Основные характеристики графов. Матрицы смежности и инцидентности. Операции над графами.	37
Практическая работа №14. Эйлеров граф. Критерий эйлеровости.	41
Практическая работа №15. Гамильтонов граф.	43
Практическая работа №16. Алгоритм Форда – Беллмана нахождения минимального пути в нагруженном ориентированном графе.	44
Практическая работа №17. Задача нахождения критического пути в графе.	48
Практическая работа №18. Построение минимального остовного дерева нагруженного графа	50

Введение

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель дисциплины: формирование набора общепрофессиональных компетенций бакалавра по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии».

Задачи освоения дисциплины: формирование представлений о роли и месте математики в современном мире, этапах развития, универсальности ее понятий и представлений; формирование умений конструирования и анализа математических моделей объектов, систем и процессов при решении задач, связанных со сферой будущей профессиональной деятельности; овладение навыками точного и сжатого выражения математической мысли в устном и письменном изложении, с использованием соответствующей символики, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

2. Оборудование и материалы

Практические работы по дисциплине «Дискретная математика» проводятся в учебной аудитории с мультимедиа оборудованием: проектор, компьютер, экран настенный.

3. Наименование практических работ

№ темы	Наименование тем дисциплины, их краткое содержание	Объем часов	Из них практическая подготовка, часов
3 семестр			
1	Способы задания множеств. Операции над множествами.	0,75	1,5
2	Отношения. Отношения эквивалентности. Отношение порядка. Свойства отношений. Отображения. Инъекция, сюръекция, биекция. Понятие функции.	0,75	1,5
4	Основные алгебраические структуры.	0,75	1,5
5	Операции над высказываниями. Таблицы истинности. Логические задачи.	0,75	1,5
5	Исчисление высказываний. Алгоритм унификации. Правила вывода.	0,75	1,5
6	Исчисление предикатов. Автоматическое доказательство теорем. Метод резолюций.	0,75	1,5
7	Способы задания булевой функции. Таблица истинности булевой функции.	0,75	1,5
7	Применение законов алгебры логики.	0,75	1,5
8	Дизъюнктивные и конъюнктивные совершенные нормальные формы.	0,75	1,5
8	Алгоритмы построения полиномов Жегалкина.	0,75	1,5
9	Размещения, перестановки, сочетания в комбинаторике.	0,75	1,5
9	Подстановки. Биномиальные коэффициенты. Разбиения.	0,75	1,5
13	Основные характеристики графов. Матрицы смежности и инцидентности. Операции над	0,75	1,5

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

	графами.		
14	Эйлеров граф. Критерий эйлеровости.	0,75	1,5
14	Гамильтонов граф.	0,75	1,5
15	Алгоритм Форда – Беллмана нахождения минимального пути в нагруженном ориентированном графе.	0,75	1,5
15	Задача нахождения критического пути в графе.	0,75	1,5
16	Построение минимального остовного дерева нагруженного графа.	0,75	1,5
	Итого за 3 семестр	13,5	27

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

4. Содержание практических работ

Практическая работа №1. Способы задания множеств. Операции над множествами.

Цель занятия. Приобрести навыки задания множеств, выполнения операций над множествами.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Знает и умеет применять базовые операции над множествами.

Теоретическая часть.

Понятие множества не определяется, а лишь иллюстрируется примерами. Например, можно говорить о множестве статей ГК РФ, о множестве логических возможностей и т.д. Множества будем обозначать прописными латинскими буквами: $A, B, \dots$. Если элемент x принадлежит множеству A , пишут $x \in A$ (читают: « x принадлежит множеству A »), в противном пишут $x \notin A$ (« x не принадлежит множеству A »). Множество, не содержащее ни одного элемента, называют *пустым*; его обозначают символом $\emptyset$.

Множество считается заданным, если о любом данном объекте можно однозначно сказать принадлежит он этому множеству или нет. Рассмотрим два способа задания множества:

- дается полный перечень элементов множества; например, множество результатов голосования присяжного таково: {«за», «против», «воздержался»};
- указывается правило определения принадлежности любого объекта к рассматриваемому множеству; например, запись $A = \{x : |x| < 10\}$ означает, что A состоит из таких чисел x , модуль которых меньше 10 (после двоеточия записано правило, которому должно удовлетворять число x , чтобы его можно было отнести к множеству A).

Два множества, состоящие из одних и тех же элементов, называются *равными*. Если множества A и B равны, то пишут $A = B$.

Если каждый элемент множества B является в то же время элементом множества A , то говорят, что B – *подмножество* множества A . В этом случае пишут $B \subset A$ (читают « B – подмножество множества A »).

В последующем, исходное множество будем называть *у*

Пример. Вступительный экзамен по физической подготовке в Московский университет МВД России сдавали 2500 абитуриентов, оценку ниже "5" получили 1800 человек, а выдержали этот экзамен 2100 абитуриентов. Сколько человек получили оценки "3" и "4"?

Решение. Предположим, что N — множество абитуриентов, выдержавших экзамен по физической подготовке, M — множество абитуриентов, получивших оценки ниже "5". По условию задачи имеем $k(N) = 2100$, $k(M) = 1800$, $k(N \cup M) = 2500$. Абитуриенты, получившие оценки "3" и "4", образуют множество $N \cap M$. Применяя приведенную выше формулу, находим:

$$\begin{aligned} k(N \cup M) &= k(N) + k(M) - k(N \cap M). \\ k(N \cap M) &= k(N) + k(M) - k(N \cup M), \\ k(N \cap M) &= 2100 + 1800 - 2500 = 1400. \end{aligned}$$

Ответ: 1400 человек получили оценки «3» и «4».

Контрольные вопросы и задания

Задача 1. На первом курсе следственного факультета Московского университета МВД России 1500 курсантов, из которых 1050 курсантов изучают английский язык, 675 курсантов изучают немецкий язык и 345 курсантов изучают оба языка. Сколько курсантов следственного факультета не изучают ни английского, ни немецкий язык?

Задача 2. В олимпиаде по информатике и математике принимали участие 40 курсантов Московского университета МВД России, им было предложено решить одно задание по информатике, одно по правовой информатике и одно по математике. Результаты проверки решений заданий представлены в таблице:

Решены задания	Количество решивших	Решены задания	Количество решивших
По информатике	20	По информатике и правовой информатике	7
По правовой информатике	18	По информатике и математике	8
По математике	18	По правовой информатике и математике	9

Известно также, что ни одного задания не решили трое. Сколько курсантов решили все 3 задания? Сколько курсантов решили

Дизъюнкцией двух высказываний X и Y называется новое высказывание, которое считается истинным, если хотя бы одно из высказываний X , Y истинно, и ложным, если они оба ложны. Дизъюнкция высказываний обозначается $X \vee Y$ (читается: « X или Y »).

Импликацией двух высказываний X , Y называется новое высказывание, которое считается ложным, если X истинно, а Y – ложно, и истинным во всех остальных случаях. Импликация высказываний обозначается символом $X \rightarrow Y$ (читается: «если X , то Y »).

Эквиваленцией двух высказываний X , Y называется новое высказывание, которое считается истинным, когда оба высказывания X и Y либо одновременно истинны, либо одновременно ложны, и ложным во всех остальных случаях. Эквиваленция высказываний обозначается символом $X \Leftrightarrow Y$ (читается: « X тогда и только тогда, когда Y »).

Всякое сложное высказывание, которое может быть получено из элементарных высказываний посредством применения перечисленных логических операций, называется *формулой алгебры логики*. Две формулы алгебры логики A и B называются *равносильными*, если они принимают одинаковые логические значения на любом наборе значений входящих в формулы элементарных высказываний. Равносильность формул обозначают знаком $\equiv$, а запись $A \equiv B$ означает, что формулы A и B равносильны.

Важнейшие равносильности алгебры логики можно разбить на три группы:

1. Основные равносильности:

1. $x \& x \equiv x$
2. $x \vee x \equiv x$
3. $x \& u \equiv x$
4. $x \vee u \equiv u$
5. $x \& \lambda \equiv \lambda$
6. $x \vee \lambda \equiv x$
7. $x \& \bar{x} \equiv \lambda$ – закон противоречия.
8. $x \vee \bar{x} \equiv u$ – закон исключенного третьего.
9. $\bar{\bar{x}} \equiv x$ – закон снятия двойного отрицания.
10. $x \$

Пример: Доказать, что формула $A \equiv x \rightarrow (y \rightarrow x)$ тождественно истинная.

Решение: Подвергнем формулу A равносильным преобразованиям:

$$A \equiv x \rightarrow (y \rightarrow x) \equiv \bar{x} \vee (\bar{y} \vee x) \equiv \bar{x} \vee (x \vee \bar{y}) \equiv (\bar{x} \vee x) \vee \bar{y} \equiv 1 \vee \bar{y} \equiv 1.$$

Вывод: формула тождественно истинна, так как всегда имеет значение «истина» или «1». Доказать тождественную истинность формулы можно и с помощью таблицы истинности. Например, для рассмотренной формулы A таблица истинности имеет вид:

x	y	$y \rightarrow x$	$x \rightarrow (y \rightarrow x)$
И	И	И	<u>И</u>
И	Л	И	<u>И</u>
Л	И	Л	<u>И</u>
Л	Л	И	<u>И</u>

Для того, чтобы решить задачу с помощью алгебры логики, необходимо:

- ввести краткие обозначения для сформулированных условий и составить логическую формулу, выражающую условие задачи в символической форме;
- для полученной формулы найти с помощью равносильных преобразований возможно более простую равносильную формулу;
- пользуясь найденной более простой формулой, перейдя к словесной ее формулировке, определить решение задачи.

Пример:

После обсуждения состава участников, отправляемых на конференцию, было решено, что должны выполняться два условия: а) если поедет Арбузов, то должны поехать еще Брюквин или Вишневский; б) если поедут Арбузов и Вишневский, то поедет и Брюквин. Найти более простую словесную формулировку принятого решения о составе участников конференции.

Решение: Назначение на конференцию Арбузова, Брюквина и Вишневого обозначим буквами А, Б, В соответственно. Тогда условие а) можно записать в виде $A \rightarrow B \$

истинность которого следует из истинности посылок. Запишем первую посылку на «предикатном» языке: « $\forall x$ если x - человек, то x смертен». На основании общезначимой формулы $\forall x P(x) \rightarrow P(a)$ логично, опустив в высказывании квантор $\forall$, подставить вместо x Сократа: «если Сократ - человек, то Сократ смертен». Поставим рядом с полученным высказыванием вторую посылку силлогизма и получим результат, который оформляется в следующем виде:

Если Сократ человек, то Сократ смертен. Сократ - человек.
Сократ смертен.

В общем случае над чертой помещаются логические формулы-посылки A, B , истинность которых гарантирует истинность заключения C :

$$\frac{A, B}{C}$$

Словесная запись правил логического вывода звучит так: «Из данных формул-посылок A, B следует формула-заключение C » (сокращенно: $A \wedge B \rightarrow C$). При этом считается, что формула-заключение истинна по крайней мере при всех таких значениях предикатных, предметных и высказывательных переменных, при которых обращаются в истину все формулы-посылки. Метод математической индукции, оформленный как правило вывода, примет вид:

$$\frac{P(1), P(k) \rightarrow P(k+1)}{\forall n P(n)}$$

Приведем некоторые правила вывода, работающие в базах знаний:

$$\frac{A \rightarrow B, A}{B}$$

B

- правило заключения (modus ponens),

$$\frac{A \rightarrow B, B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

$A \rightarrow C$

- правило силлогизма,

$$\frac{\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))}{P(a) \rightarrow Q(a)}</$$

$$\text{РУК(К,Я)} \rightarrow \text{ОТЧ(Я,К)}.$$

Применяем к ней и факту 3 правило вывода modus ponens:

$$\frac{\text{РУК(К,Я)} \rightarrow \text{ОТЧ(Я,К)}, \text{РУК(К,Я)}}{\text{ОТЧ(Я,К)}}$$

Так как исходные выражения были истинны, то заключение ОТЧ(Я,К) - новый факт - также является истинным.

Применяя к ОТЧ(Я,К) и факту 2: РУК(И,К) правило 2, получим формулу:

$$\text{РУК(И,К)} \wedge \text{ОТЧ(Я,К)} \rightarrow \text{ОТЧ(Я,И)},$$

указывающую на ответ ОТЧ(Я,И) , который однако, надо еще проверить. Для этого связываем факт 2 и ОТЧ(Я,К) правилом «введения конъюнкции»:

$$\frac{\text{РУК(И,К)}, \text{ОТЧ(Я,К)}}{\text{РУК(И,К)} \wedge \text{ОТЧ(Я,К)}}$$

и наконец, применяя modus ponens, обосновываем результат

$$\frac{\text{РУК(И,К)} \wedge \text{ОТЧ(Я,К)} \rightarrow \text{ОТЧ(Я,И)}, \text{РУК(И,К)} \wedge \text{ОТЧ(Я,К)}}{\text{ОТЧ(Я,И)}}$$

дающий утвердительный ответ на запрос, действительно ли Яковлев отчитывается перед Ивановым.

Контрольные вопросы и задания:

Доказать следующие тождества вначале на языке теории множеств, а затем — на языке теории доказательств:

- а) $A \cap (A \cup B) = A$;
- б) $A \cup (A \cap B) = A$;
- в) $A \cup (B \cap C)$

2) т.к. операция $\downarrow$ сильнее операции $\dot{\vee}$ согласно замечанию имеем $((x \downarrow y) \dot{\vee} z)$;

3) в формуле $(x \oplus y) \leftrightarrow z \rightarrow x \dot{\vee} y \dot{\vee} \neg z$ используя введенное старшинство связок; получаем, что данная формула равносильна $((x \oplus y) \leftrightarrow (z \rightarrow ((x \dot{\vee} y) \dot{\vee} (\neg z))))$.

Пример. Составить таблицы истинности для формул:

а) $x \leftrightarrow y \rightarrow (y \oplus x)$; б) $x | ((\bar{y} \vee z) \downarrow (\bar{x} \wedge z))$.

Решение:

а) используя введенное старшинство связок, получим, что данная формула равносильна $x \leftrightarrow (y \rightarrow (y \oplus x))$, а таблица истинности примет вид:

x	y	y	$(y \oplus x)$	$y \rightarrow (y \oplus x)$	$x \leftrightarrow (y \rightarrow (y \oplus x))$
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1

б) составим таблицу истинности для формулы $x | ((\bar{y} \vee z) \downarrow (\bar{x} \wedge z))$

x	y	z	$\bar{y}$	$\bar{z}$	$\bar{y} \dot{\vee} \bar{z}$	$x \dot{\vee} z$	$\bar{x} \wedge \bar{z}$	$(\bar{y} \vee \bar{z}) \downarrow (\bar{x} \wedge \bar{z})$	F (x, y)
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1				

					0	
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1		1

Формула равна 1 при всех значениях входящих в нее переменных, следовательно, она тождественно истинная (тавтология).

Контрольные вопросы и задания.

- Порядок выполнения логических операций.
- Как определить число строк в таблице истинности.
- Составить таблицу истинности данной булевой функции:
 - $(x \oplus yz) \rightarrow x \vee z$
 - $(x|y) \rightarrow (\bar{z}y \oplus x)$
 - $(x \rightarrow \bar{y}) \oplus (z \vee x)$
 - $(x \vee y) \oplus (\bar{z} \leftrightarrow y)$
 - $(x \vee \overline{y \rightarrow z}) \oplus y$
 - $\bar{x} \vee y \rightarrow zy$
 - $(x \downarrow y) \vee \overline{x \rightarrow z}$
 - $(xy \rightarrow z) \vee x \oplus y$
 - $(x|y)z \rightarrow \bar{y} \vee x$
 - $(x \rightarrow yz) \oplus \bar{x}$
 - $x \vee y \bar{z} \rightarrow xy$
 - $(x \oplus y)(z \vee \bar{x})$
 - $(x \vee y) \oplus (z \rightarrow \bar{y})$
 - $(x \downarrow y) \oplus z \vee \bar{x}$
 - $(x \vee y \rightarrow \bar{z}) \oplus y$
 - $x \leftrightarrow (y \oplus z \vee y)$
 - $x \vee y \bar{z} \oplus y$
 - $(x \oplus y)z \vee \bar{x}$
 - $(x \rightarrow \bar{y}) \oplus (z \vee y)$
 - $(x|y)z \vee \bar{x}$
 - $((x \rightarrow y) \oplus z) \leftrightarrow \bar{y}$
 - $(x \downarrow y) \leftrightarrow (z \oplus y)$
 - $((x \vee y) \oplus z) \rightarrow y$
 - $(xy \oplus z) \rightarrow \bar{x}$
 - $x \oplus (y \downarrow z) \oplus y$
 - $\overline{x \rightarrow y} \vee (\bar{y} \vee z)$
 - $(x|y) \oplus (y \rightarrow z \bar{x})$
 - $\overline{x \rightarrow y} (x \vee (\bar{y} \oplus z))$
 - $(x \oplus z) \leftrightarrow (zx \vee y)$
 - $x(\over$

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Знает основные законы алгебры логики и умеет применять их для преобразования булевых функций.

Теоретическая часть.

Булевы функции f_1 и f_2 называются эквивалентными, если на всяком наборе

$(a_1, a_2, \dots, a_n)$ нулей и единиц значения функций совпадают. Обозначение эквивалентных (равносильных) функций следующее: $f_1 = f_2$ или $f_1 \equiv f_2$.

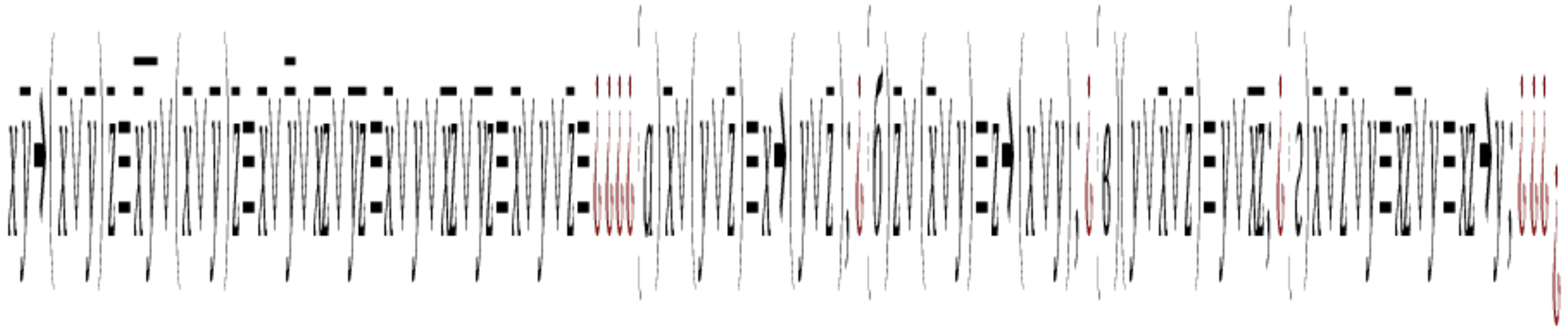
Основные эквивалентности ($H, H^1, H^2, H^3 \dots$ означают некоторые булевы функции):

1. Закон двойного отрицания: $H = \overline{\overline{H}}$
2. Идемпотентность: $HH = H, H \vee H = H$
3. Коммутативность: $H_1 * H_2 = H_2 * H_1$, где символ $*$ означает одну из связок $\&, \vee, \oplus, \sim, |, \downarrow$.
4. Ассоциативность: $H_1 * (H_2 * H_3) = (H_1 * H_2) * H_3$, где символ $*$ означает одну из связок $\&, \vee, \oplus, \sim$.
5. Дистрибутивность: $H_1 \wedge (H_2 \vee H_3) = (H_1 \wedge H_2) \vee (H_1 \wedge H_3)$,
 $H_1 \vee (H_2 \wedge H_3) = (H_1 \vee H_2) \wedge (H_1 \vee H_3)$.
6. Закон де Моргана: $H_1 \wedge H_2 = \overline{H_1 \vee H_2}, \overline{H_1 \wedge H_2} = H_1 \vee H_2$.
7. Правила поглощения: $H_1 \vee (H_2 \wedge H_1) = H_1, H_1 \wedge (H_2 \vee H_1) = H_1$
8. Законы склеивания: $H_1 \wedge H_2 \vee H_1 \wedge \overline{H_2} = H_1, (H_1 \vee H_2) \wedge (H_1 \vee \overline{H_2}) = H_1$
9. Законы инверсий: $H \vee \overline{H} = 1, H \wedge \overline{H} = 0$.
10. Правила операций с константами: $H \vee 1 = 1, H \wedge 1 = H, H \vee 0 = H, H \wedge 0 = 0$.

Все приведенные соотношения легко

Пример: С помощью равносильных преобразований упростить формулу

$$x\bar{y} \rightarrow (\bar{x} \vee \bar{y})\bar{z}$$



Любую запись а) - д) можно считать ответом.

Пример.: Проверьте, будут ли эквивалентны следующие функции:

$$(x \rightarrow z)(y \rightarrow z); \quad (x \vee y) \rightarrow z.$$

С помощью равносильных преобразований получаем, что

$$(x \rightarrow z)(y \rightarrow z) \equiv (\bar{x} \vee z)(\bar{y} \vee z) \equiv \bar{x}\bar{y} \vee z\bar{y} \vee \bar{x}z \vee z \equiv \bar{x}\bar{y} \vee z \equiv \overline{\bar{x} \vee \bar{y}} \vee z \equiv (x \vee y) \rightarrow z,$$

т.е. функции эквивалентны.

Пример.: Доказать равносильность $(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \equiv x$.

$$(x \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) \equiv x \vee y \wedge x \vee \bar{y} \equiv x \vee (y \wedge \bar{y}) \equiv x \vee 0 \equiv x \vee 1 \equiv x.$$

Контрольные вопросы и задания

1. Доказать следующие равносильности:

1. $x \rightarrow (y \oplus z), (x \rightarrow y) \oplus (x \rightarrow z)$
2. $x \wedge (y \oplus z), (x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$
3. $x \wedge (y \leftrightarrow z), (x \wedge y) \leftrightarrow (x \wedge z)$
4. $x \vee (y | z), (x \vee y) | (x \vee z)$
5. $x \oplus (y \rightarrow z), (x \rightarrow y) \leftrightarrow (x \downarrow z)$
6. $x | (y \rightarrow z), (x | y) \rightarrow (x | z)$
7. $x \wedge (y \rightarrow z), xyz \vee \bar{x} | \bar{y}$
8. $x \vee (y \rightarrow z), (x \vee y) \rightarrow (x \vee z)$
9. $x \oplus (y \rightarrow z), (xy) \leftrightarrow (x \oplus z)$
10. $x \downarrow (y \leftrightarrow z), (x \downarrow y) \leftrightarrow (x \downarrow z)$
11. $\bar{x} \downarrow (y \wedge \bar{z}),$
12. $(y \vee \bar{x}) \oplus (\bar{y} \wedge z),$
13. $x \oplus y, y \oplus x$
14. $x \vee \bar{y}, \bar{x} \leftrightarrow y$
15. $\bar{x} \vee \bar{y}, \bar{x} | \bar{y}$
16. $\bar{x} \wedge \bar{y}, \bar{x} \downarrow \bar{y}$
17. $x(y \vee x), x$
18. $\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{x}, x$
19. $xy \downarrow z, z \downarrow xy$
20. $x \vee yz, (x \vee y)(x \vee z)$

4. Преобразуйте формулы, используя основные законы эквивалентности:

1. $\overline{xy \vee \bar{y} \vee xy}$
2. $\overline{\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{x} y \vee xy}$
3. $\overline{\bar{x} \vee xy \vee \bar{x} \bar{y} \vee \bar{x}}$
4. $\overline{\bar{x} \vee \bar{y} \vee xy \vee \bar{y} \vee \bar{x} y}$
5. $xyz \vee \bar{x} y \vee \bar{xy} \vee \bar{y} z$
6. $xy \bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee y \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z}$
7. $xy \bar{z} \vee yz \vee x \bar{y} \vee \bar{x} \vee \bar{y}$
8. $x \bar{z} \vee \bar{xy} \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z} \vee \$

получим систему из 2^n уравнений с 2^n неизвестными, имеющую единственное решение. Решив ее, находим коэффициенты полинома $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Пример: Построить полином Жегалкина функции

а) $f(x, y) = x \rightarrow y$, б) $f(x, y, z) = ((x \rightarrow y) \rightarrow \bar{z}) \leftrightarrow y$.

Решение: а) 1 способ. Запишем искомый полином в виде $P(x, y) = c_0 \oplus c_1 x \oplus c_2 y \oplus c_{12} xy$

Пользуясь таблицей истинности

x	0	0	1	1
y	0	1	0	1
$x \rightarrow y$	1	1	0	1

получаем, что

$$f(0,0) = P(0,0) = c_0 = 1,$$

$$f(0,1) = P(0,1) = c_0 \oplus c_2 = 1,$$

$$f(1,0) = P(1,0) = c_0 \oplus c_1 = 0,$$

$$f(1,1) = P(1,1) = c_0 \oplus c_1 \oplus c_2 \oplus c_{12} = 1.$$

Откуда последовательно находим, $c_0 = 1$, $c_1 = 1$, $c_2 = 0$, $c_{12} = 1$.
Следовательно,

$$P(x, y) = 1 \oplus x \oplus xy.$$

2 способ (метод преобразования формул.) Имеем

$$x$$

$$P(1,0)=c_0 \oplus c_1=1 \Rightarrow 1 \oplus c_1=1 \Rightarrow c_1=0.$$

$$P(1,1)=c_0 \oplus c_1 \oplus c_2 \oplus c_3=1 \Rightarrow 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus c_3=1 \Rightarrow c_3=1.$$

Итак, $f=1 \oplus y \oplus xy$ – не линейна.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется многочленом Жегалкина?
2. Метод неопределенных коэффициентов.
3. Построить полином Жегалкина, используя эквивалентные преобразования.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $x \leftrightarrow y$, | 8. $(x \rightarrow y)(y \rightarrow z)$, | 15. $xy \rightarrow x \vee y \leftrightarrow x$, |
| 2. $x \rightarrow y$, | 9. $(xy \vee \bar{x}\bar{y}) \oplus \bar{z}$, | 16. $(\bar{x} \oplus y) \leftrightarrow (\bar{z} \bar{x})$, |
| 3. $xy \downarrow z$, | 10. $\bar{x} \downarrow \bar{y} \bar{z}$, | 17. $(z \wedge y) \oplus (\bar{y} \vee x \cdot \bar{z})$, |
| 4. $(x \vee y)z$, | 11. $(x \rightarrow y)(\bar{y} \rightarrow x)$, | 18. $(x \vee y) \rightarrow \bar{z} y$, |
| 5. $x\bar{y} \bar{z}$, | 12. $x \vee y \vee z$, | 19. $(x \leftrightarrow y) \downarrow (\bar{x} \oplus x \cdot \bar{z})$, |
| 6. $\bar{x}y(x \oplus y)$, | 13. $x \oplus y \downarrow z$, | 20. $(xz \leftrightarrow xyz) \vee (\bar{x}y \rightarrow \bar{z})$. |
| 7. $\overline{\bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}}$, | 14. $\bar{x} \vee \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z}$, | |

4. Постройте полином Жегалкина методом неопределенных коэффициентов.

$$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1!}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \dots$$

$$\dots + \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}a^{n-k}b^k + \dots + b^n,$$

$$k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (k-1)k, \quad k! = (k-1)!k, \quad 0! = 1.$$

Используя числа C_n^m можно записать бином Ньютона:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + \dots + C_n^k a^{n-k}b^k + \dots + C_n^n b^n.$$

Коэффициент называется биномиальным коэффициентом.

Теорема. Справедливы формулы для биномиальных коэффициентов:

1. $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$ - свойство суммы биномиальных коэффициентов;
2. $C_n^m = C_n^{n-m}$ - свойство симметрии;
3. $C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1}$ - свойство сложения.

Контрольные вопросы и задания

1. Разложить, вычислив биномиальные коэффициенты: $(a+b)^7$; $(a+b)^{10}$.

2. В разложении $\left(a + \frac{1}{a}\right)^{12}$ найти коэффициент при a^8 .

3. В разложении $\left(2a - \frac{1}{3a}\right)^{10}$ найти коэффициент при a^4 .

4. Постройте треугольник Паскаля при $n=12$.

5. Вычислите числа Ферма и Мерсенна при $n=4$.

6. Решить уравнение $(x-2)^6 + (x-4)^6 = 64$

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

для обучающихся по организации и проведению самостоятельной
работы

по дисциплине «Математический анализ»

для студентов направления подготовки 09.03.02 **Информационные
системы и технологии** направленность (профиль) **Информационные
системы и технологии обработки цифрового контента**

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Пятигорск, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Общие положения	3
2.	Цель и задачи самостоятельной работы	4
3.	Технологическая карта самостоятельной работы студента	5
4.	Порядок выполнения самостоятельной работы студентом	6
4.1.	Методические рекомендации по работе с учебной литературой	6
4.2.	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	7
4.3.	Методические рекомендации по самопроверке знаний	8
5.	Контроль самостоятельной работы студентов	8
6.	Список литературы	9

Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск: Вышэйшая школа, 2014. — 397 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/35481.html>.

3. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 3. Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля : учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть ; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск: Вышэйшая школа, 2013. — 367 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20211.html>.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023