

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна

Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского федерального университета

Дата подписания: 12.09.2023 15:26:17

Уникальный программный ключ:

d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор Пятигорского института  
(филиал) СКФУ

\_\_\_\_\_ Т.А. Шебзухова  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

По дисциплине  
Направление  
подготовки/специальность  
Квалификация выпускника  
Форма обучения  
Год начала обучения  
Изучается во 2 семестре

Математический анализ  
10.03.01 Информационная безопасность  
Бакалавр  
Очная  
2021

## Предисловие

1. Назначение для проверки знаний, умений и навыков текущего и промежуточного контроля.

2. Фонд оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации на основе рабочей программы дисциплины составлен в соответствии с образовательной программой по направлению подготовки 10.03.01, утвержденной на заседании учебно-методического совета ФГАОУ ВО «СКФУ» протокол №\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

3. Разработчик \_\_\_\_\_ Казаров Б.А., доцент кафедры ФЭиЭ

4. ФОС рассмотрен и утвержден на заседании кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Протокол №\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

5. ФОС согласован с выпускающей кафедрой кафедры информационной безопасности, систем и технологий

Протокол №\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

6. Проведена экспертиза ФОС. Члены экспертной группы, проводившие внутреннюю экспертизу:

Председатель \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Экспертное заключение: данные оценочные средства соответствует требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, рекомендуются для использования в учебном процессе.

«\_\_» \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ (подпись)

7. Срок действия ФОС один год.

По дисциплине

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки 10.03.01 Информационная безопасность  
Направленность Комплексная защита объектов информатизации  
(профиль)  
Квалификация Бакалавр  
выпускника  
Форма обучения очная  
Год начала обучения 2021

| Код оцениваемой компетенции (или её части) | Модуль, раздел, тема (в соответствии с Программой) | Тип контроля  | Вид контроля | Компонент фонда оценочных средств                                 | Количество заданий для каждого уровня, шт. |             |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------|--------------|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-------------|
|                                            |                                                    |               |              |                                                                   | Базовый                                    | Продвинутый |
| ОПК-2                                      | Темы 1-18                                          | текущий       | письменный   | Комплект разноуровневых заданий и вопросов по разделам дисциплины | 128                                        | 32          |
| ОПК-2                                      | Темы 1-18                                          | промежуточный | устный       | Вопросы к экзамену                                                | 75                                         | 35          |

Составитель \_\_\_\_\_ Казаров Б.А.  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) в г. Пятигорске

**УТВЕРЖДАЮ**

Зав. кафедрой ФЭиЭ

Н.В.Баландина

«\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

**Вопросы к экзамену (1 семестр)**

**Базовый уровень**

Знать:

1. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Определение производной функции в точке.
3. Геометрический и механический смысл производной.
4. Основные теоремы дифференциального исчисления.
5. Понятие дифференциала функции.
6. Понятие неопределенного интеграла. Первообразная.
7. Свойства неопределенного интеграла.
8. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральная сумма.
9. Условия существования определенного интеграла.
10. Свойства определенного интеграла.
11. Понятие предела для функции двух и более переменных.
12. Непрерывность функций нескольких переменных.
13. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
14. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.
15. Понятие двойного интеграла.
16. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
17. Основные свойства двойного интеграла.
18. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
19. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной, их геометрический смысл.
20. Уравнения с разделяющимися переменными.
21. Линейные уравнения.
22. Понятие числового ряда.
23. Ряд геометрической прогрессии.
24. Гармонический ряд.
25. Знакопеременные ряды.
26. Абсолютная и условная сходимость.
27. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Уметь:

1. Основные правила дифференцирования.
2. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
3. Логарифмическое дифференцирование.
4. Производные высших порядков.
5. Правило Лопиталя.
6. Возрастание и убывание функций.
7. Экстремум функции.

8. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
9. Асимптоты графика функции.
10. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
11. Дифференциалы высших порядков.
12. Интегрирование элементарных дробей.
13. Интегрирование рациональных функций.
14. Интегрирование тригонометрических функций.
15. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
16. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
17. Частные производные высших порядков.
18. Касательная и нормаль к поверхности.
19. Производная по направлению. Градиент.
20. Экстремум функции нескольких переменных.
21. Наибольшее и наименьшее значения функции.
22. Условный экстремум.
23. Метод множителей Лагранжа.
24. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
25. Методы решения ДУ первого порядка.
26. Методы решения уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка.
27. Интегрирование ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
28. Признак Лейбница.
29. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
30. Сходимость степенных рядов.

Владеть:

1. Общая схема исследования функций и построения графиков.
2. Таблица основных неопределенных интегралов. Непосредственное интегрирование.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование по частям.
5. Способы вычисления определенного интеграла.
6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Замена переменной в определенном интеграле.
8. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
9. Физические и геометрические приложения определенного интеграла.
10. Методы интегрирования ДУ первого порядка.
11. Методы интегрирования ДУ второго порядка.
12. Признаки сходимости числовых рядов.
13. Численное решение систем уравнений.
14. Численное дифференцирование.
15. Численное интегрирование.

#### Продвинутый уровень

Знать:

1. Задача о проведении касательной к кривой.
2. Производная логарифмической функции (вывод).
3. Производные степенных и показательных функций (вывод).
4. Теоремы о среднем с доказательством.
5. Формула Тейлора для многочлена.
6. Формула Тейлора для произвольной функции.
7. Понятие тройного интеграла.
8. Криволинейные интегралы I рода: основные понятия.
9. Криволинейные интегралы II рода: основные понятия.

10. Поверхностный интеграл.
11. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.
12. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
13. Однородные уравнения.
14. Понятие функционального ряда.

Уметь:

1. Достаточные условия экстремума функции, выраженные через производные высших порядков.
2. Производные функций, заданных параметрически.
3. Уравнения касательной прямой и нормальной плоскости к пространственной кривой, заданной параметрически.
4. Несобственные интегралы.
5. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
6. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
7. Замена переменных в тройном интеграле.
8. Вычисление криволинейного интеграла I рода.
9. Вычисление криволинейного интеграла II рода.
10. Формула Остроградского-Грина.
11. Решение уравнений высшего порядка, допускающих понижение порядка.
12. Интегрирование нормальных систем ДУ.
13. Системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами.

Владеть:

1. Интерполирование функций.
2. Интегрирование иррациональных функций.
3. Приближенные методы вычисления определенных интегралов.
4. Приложения двойного интеграла.
6. Приложения тройного интеграла.
7. Приложения криволинейных интегралов.
8. Приложения степенных рядов.

## 1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

## 2. Описание шкалы оценивания

Промежуточная аттестация в форме экзамена предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры и оценивается 40 баллами из 100. Минимальное количество баллов, необходимое для допуска к экзамену, составляет 33 балла. Положительный ответ студента на экзамене оценивается рейтинговыми баллами в диапазоне от 20 до 40 ( $20 \leq S_{\text{экз}} \leq 40$ ), оценка меньше 20 баллов считается неудовлетворительной.

Шкала соответствия рейтингового балла экзамена 5-балльной системе

| Рейтинговый балл по дисциплине | Оценка по 5-балльной системе |
|--------------------------------|------------------------------|
| 35 – 40                        | Отлично                      |
| 28 – 34                        | Хорошо                       |
| 20 – 27                        | Удовлетворительно            |

## 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения экзамена осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются 1 теоретический вопрос и два практических задания.

Для подготовки по билету отводится 40 мин. При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования справочными таблицами.

Составитель \_\_\_\_\_ Казаров Б.А.  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 г.

### Оценочный лист

| №<br>п/п | Ф.И.О. студента | Параметры состояния образованности                   |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 | Итоговый балл |
|----------|-----------------|------------------------------------------------------|-----------------------------|-------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------|---------------|
|          |                 | Предметно-информационная составляющая образованности |                             |                   |                      | Деятельностно-коммуникативная составляющая образованности |                               |             | Ценностно-ориентационная составляющая образованности       |                                 |               |
|          |                 | Контроль-но-методический срез                        | Общеучебные умения и навыки |                   |                      | Уровень развития устной речи                              | Умение работать с информацией | Грамотность | Умение использовать полученные знания в повседневной жизни | Уровень адекватности самооценки |               |
|          |                 |                                                      | Умение анализировать        | Умение доказывать | Умение делать выводы |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 1        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 2        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 3        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 4        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 5        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 6        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 7        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 8        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 9        |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 10       |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 11       |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 12       |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 13       |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 14       |                 |                                                      |                             |                   |                      |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) в г. Пятигорске

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ФЭиЭ

Н.В.Баландина

«\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_ г.

Комплект заданий и вопросов по темам дисциплины

Раздел 1.

Базовый уровень

1. Вычислить:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 2 - 4x^2}{5 + x + 8x^2};$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3 + 2x^2}{x - 2 + x^2};$

3. Найти предел функции:

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 7x^2 + 5x - 4}{x^4 + x^2 + x + 1};$

2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+3)(x+4)(x+5)}{x^4 + x - 11};$

3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x + 2}{x^2 - x + 1};$

4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + x}{2x^3 + x - 1};$

5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^3 - 14}{5x^4 + x^3 + x^2 + x - 1}.$

Продвинутый уровень

1. Вычислить:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}.$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4}.$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}.$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}.$

6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n+2)^2}{(n-2)^3 - (n+2)^3}.$

Раздел 2.

Базовый уровень

1. Найти производные функций:

1.  $y = 2x^3 + 5x^2 - 7x - 4$

2.  $y = \sqrt{x}$

3.  $y = -ctg x - x$

4.  $y = \frac{1}{x^2}$

5.  $y = \sqrt[3]{x^2}$

6.  $y = 5 \sin x + 3 \cos x$

7.  $y = 5(tg x - x)$

8.  $y = \frac{1}{e^x + 1}$

9.  $y = 2^{x^2}$

10.  $y = x\sqrt{x}$

2. Вычислить производную функции

а)  $y = 5^x + x \ln x$ , в точке  $x_0 = 1$ ;

б)  $y(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{5}x - 4x^3 + 5$ , в точке  $x_0 = 1$ ;

в)  $f(x) = 2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$  в точке  $x_0 = 4$ ;

г)  $f(x) = 4x^3 + 6x + 3$  в точке  $x_0 = 1$ .

3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $y$  в точке:

1.  $y = x - x^2$ ,  $a = 1$ .      2.  $y = x^2 + x + 1$ ,  $a = -1$ .

3.  $y = x^3 + x$ ,  $a = 1$ .      4.  $y = \sqrt{x} - 2$ ,  $a = 4$ .

5.  $y = x^2 + \sqrt{x^3}$ ,  $a = 1$ .      6.  $y = \sqrt[3]{x^2} - 9$ ,  $a = -27$ .

7.  $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$ ,  $a = 9$ .      8.  $y = 32 \sqrt[4]{x} - x$ ,  $a = 16$ .

9.  $y = x^2 - x - 1$ ,  $a = 1$ .      10.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$ ,  $a = 2$ .

4. Найти значения  $x$ , при которых функция  $f(x) = 4x + \frac{9}{x}$  имеет экстремумы.

5. Найти значения  $x$ , при которых функция  $f(x) = 3x^2 + \frac{48}{x}$  имеет экстремумы.

6. Найти интервалы монотонного убывания функции  $y = x^3 + 1,5x^2 + 2$ .

7. Найти интервалы монотонного убывания функции  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ .

8. Найти интервалы монотонного убывания функции  $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{4} - x$ .

9. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций  $y = \frac{-3x^2 - 5x - 4}{x + 1}$ .

10. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций  $y = \frac{x^2 + 3x - 12}{x + 5}$ .

11. Найти все критические точки функции  $f(x) = 2x^2 - 6|x + 1| + 5$ .

12. Найти все критические точки  $x$  функции  $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$ .

### Продвинутый уровень

1. Исследовать на непрерывность функцию  $y = 9^{\frac{1}{1-x}}$  в точках  $x_0 = 4$ ,  $x_1 = 1$ . Показать графически.

2. Вычислить предел по правилу Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x - a)}{\ln(e^x - e^a)}$ .

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$  на  $[0; \pi]$ .

4. Провести полное исследование функции и построить её график

а)  $y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}$ ;

б)  $y = \frac{\ln x}{x}$ .

5. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом  $60^\circ$  вписан прямоугольник, основание которого расположено на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

### Раздел 3. Базовый уровень

1. Вычислить:

1.  $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} dx$
2.  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
3.  $\int \frac{x^3 dx}{x^2 + 2x + 3}$
4.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2 + 3x}}$
5.  $\int x \arctg x dx$
6.  $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$
7.  $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2 + x + 1}}$
8.  $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$
9.  $\int \cos x \cos 3x dx$
10.  $\int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$

2. Вычислить неопределенный интеграл:

1.  $\int (x+1)e^x dx$ .
2.  $\int \arcsin x dx$ .
3.  $\int x^2 \sin x dx$ .
4.  $\int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx$ .
5.  $\int x \ln x dx$ .
6.  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ .
7.  $\int e^{2x} \cos x dx$ .
8.  $\int x^2 \arctg x dx$ .
9.  $\int \sin \ln x dx$ .
10.  $\int x^2 e^x dx$ .

### Продвинутый уровень

1. Найти площадь эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой  $r = a(1 + \cos \varphi)$ .
3. Найти длину дуги кривой  $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$  от точки  $M_1$  с абсциссой  $x_1 = a$  до точки  $M_2$  с абсциссой  $x_2 = b$  ( $b > a$ ).
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг оси  $Ox$  астроида  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ .
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .
6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  вокруг оси  $Ox$ .
7. Котел, имеющий форму полушара радиуса  $r$ , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?
8. Исследовать сходимость интеграла  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$

### Раздел 4. Базовый уровень

1. Найти частные производные до второго порядка включительно заданных функций:

1.  $z = e^{xy}$ .
2.  $z = x \ln(x/y)$ .
3.  $z = \sin(xy)$ .
4.  $z = e^x \cos y$ .
5.  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .
6.  $z = \ln(x^2 + y)$ .
7.  $z = \sqrt{2xy + y^2}$ .
8.  $z = \ln \sqrt[3]{xy}$ .
9.  $z = x \cos y + y \sin x$ .
10.  $z = (1 + x)^2(1 + y)^4$ .

2. Найти производные функции  $z=z(u,v)$ :

$$z'_x u z'_y, \quad u = u(x, y) \quad v = v(x, y).$$

1.  $z = u^2 + v^2, \quad u = x + y, \quad v = x - y$ .
2.  $z = \ln(u^2 + v^2), \quad u = xy, \quad v = x/y$ .
3.  $z = u^v, \quad u = \sin x, \quad v = \cos y$ .
4.  $z = u^2 + 2v^3, \quad u = x^2 - y^2, \quad v = e^{xy}$ .
5.  $z = \operatorname{arctg}(u/v), \quad u = x \sin y, \quad v = x \cos y$ .
6.  $z = \ln(u - v^2), \quad u = x^2 + y^2, \quad v = y$ .
7.  $z = u^3 + v^2, \quad u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v = \operatorname{arctg}(y/x)$ .
8.  $z = \sqrt{uv}, \quad u = \ln(x^2 + y^2), \quad v = xy^2$ .
9.  $z = e^{uv}, \quad u = \ln x, \quad v = \ln y$ .
10.  $z = \ln(u/v), \quad u = \sin(x/y), \quad v = \sqrt{x/y}$ .

3. Найти производные функций, заданных неявно:

1.  $y^x = x^y$ .
2.  $y = 1 + y^x$ .
3.  $y = x + \ln y$ .
4.  $x + y = e^{x-y}$ .
5.  $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0$ .
6.  $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$ .
7.  $y \sin x - \cos(x - y) = 0$ .
8.  $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0$ .
9.  $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$ .
10.  $x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0$ .

### Продвинутый уровень

1. Найти область существования функции:

1)  $z = xy$  и 2)  $z = x^2 + y^2$ ;  $f(x, y) = \arcsin(1 - x^2 - y^2) + \arcsin 2xy$ .

2. Выразить объем прямоугольного параллелепипеда, вписанного в шар радиуса  $R$ , как функцию двух его измерений  $x, y$ . Найти область определения этой функции.

3. Выразить площадь  $S$  равнобокой трапеции как функцию трех величин: длин оснований  $x$  и  $y$  и боковой стороны  $z$ .

4. Выразить площадь треугольника как функцию длин двух его сторон при условии, что известен периметр треугольника  $p$ .

### Раздел 5.

#### Базовый уровень

Решить дифференциальные уравнения:

- 1)  $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0$
- 2)  $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dy$ ;
- 3)  $xy' - y^2 = 0, y(1) = 1$ ;

- 4)  $\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{y-x}$ ;
- 5)  $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y + y$ ;
- 6)  $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1$ ;
- 7)  $y' = y \sin x = \sin x \cos x$ ;
- 8)  $y' = \frac{y}{x} = x^2$ ;
- 9)  $y' - \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$ ;
- 10)  $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$ ;
- 11)  $2xy'y'' = (y')^2 + 1$ ;
- 12)  $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2, y(0) = y'(0) = 1$ ;
- 13)  $y'' + 9y = \sin 3x + 2e^x$ ;
- 14)  $y'' - 4y' + 5y = (16 - 2x)e^{-x} + x^2$ ;
- 15)  $y'' - 6y' + 9y = 3e^{3x}, y(0) = \frac{4}{3}, y'(0) = \frac{1}{27}$ ;
- 16)  $y'' + 4y = \sin x, y(0) = y'(0) = 1$ ;
- 17)  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$ ;
- 18)  $y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}, y(0) = y'(0) = 0$ ;

#### Продвинутый уровень

1. Известно, что скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела  $T_T$  и температурой окружающей среды  $T_C$ . Найти зависимость температуры тела от времени  $t$ , если  $T_T(0) = T_0$ .
2. Найти кривую, проходящую через точку  $(2;0)$  и обладающую тем свойством, что отрезок касательной между точкой касания и осью ординат имеет постоянную длину, равную 2.
3. Тело массой  $m$  падает под действием силы тяжести и тормозящей силы сопротивления воздуха, пропорциональной квадрату скорости. Найти закон изменения скорости падения тела, если  $V(0)=0$ .

#### Раздел 6.

##### Базовый уровень

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$1.1. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2-1}{3n^2+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3}{(2n-1)^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{8n^3+1},$$

$$1.2. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^3+2},$$

$$1.3. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 + 2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{8n^9 - 3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{3^n},$$

$$1.4. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+2)^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 5^n}{n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{8n^6 - 5}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^{n^2},$$

$$1.5. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 - \frac{1}{2}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5n^9 - 3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 6^n}{7^n},$$

### Продвинутый уровень

1. Вычислить приближенно интеграл, взяв два члена разложения подынтегральной функции в ряд. Оценить погрешность.

$$1. \int_0^{1/2} e^{-2x^2} dx, \quad 2. \int_0^{1/2} \ln(1+x^3) dx, \quad 3. \int_0^{1/2} \sin x^2 dx, \quad 4. \int_0^{1/2} \cos x^2 dx, \quad 5. \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \\ 6. \int_0^{1/2} \ln(1+x^4) dx.$$

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

#### 1. Описание шкалы оценивания

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным 55. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

| Уровень выполнения контрольного задания | Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание) |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| Отличный                                | 100                                                                  |
| Хороший                                 | 80                                                                   |
| Удовлетворительный                      | 60                                                                   |
| Неудовлетворительный                    | 0                                                                    |

#### 2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений,

**навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенции ОПК-2.

Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающей такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

**Оценочный лист**

| Оцениваемый критерий                                                         | Оценка       |              |              |              |                |
|------------------------------------------------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|
|                                                                              | Задание<br>1 | Задание<br>2 | Задание<br>3 | Задание<br>4 | Задание<br>... |
| Обоснованность выбора<br>способа решения                                     |              |              |              |              |                |
| Правильность,<br>корректность и логичность<br>вычислений и<br>преобразований |              |              |              |              |                |
| Верный ответ                                                                 |              |              |              |              |                |

Составитель \_\_\_\_\_ Казаров Б.А.

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20