

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 07.11.2023 12:28:13
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по учебной работе
Пятигорского института (филиал)
СКФУ

_____ М.В. Мартыненко
«28» марта 2022 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по
дисциплине «**Математика**»

Направление подготовки
Направленность (профиль)
Форма обучения
Год начала обучения
Реализуется в 1,2 семестрах

08.03.01 Строительство
Строительство зданий и сооружений
очная
2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Предисловие

1. Назначение: обеспечение методической основы для организации и проведения текущего и промежуточного контроля по дисциплине «Математика». Текущий контроль по данной дисциплине – вид систематической проверки знаний, умений, навыков студентов. Задачами текущего контроля являются получение первичной информации о ходе и качестве освоения компетенций, а также стимулирование регулярной целенаправленной работы студентов. Для формирования определенного уровня компетенций.

2. ФОС является приложением к программе дисциплины «Математика» в соответствии с образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 08.03.01 Строительство.

3. Разработчик: Манторова Ирина Владиславовна, доцент кафедры физики, электротехники и электроэнергетики, кандидат педагогических наук, доцент

4. Проведена экспертиза ФОС.

Члены экспертной группы:

Председатель:

Масютина Г.В. – зав. кафедрой физики, электротехники и электроэнергетики

Члены комиссии:

Янукян Э.Г. – профессор кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Щитов Д.В. - заведующий кафедрой строительства.

Представитель организации-работодателя:

Кобаля Тамаз Леонидович – директор ООО «Модуль-Строй»

Экспертное заключение: фонд оценочных средств соответствует ОП ВО по направлению подготовки 08.03.01 Строительство и рекомендуется для оценивания уровня сформированности компетенций при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов по дисциплине «Математика».

28 марта 2022 г.

5. Срок действия ФОС определяется сроком реализации образовательной программы.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код оцениваемой компетенции, индикатора (ов)	Этап формирования компетенции (№ темы)	Средства и технологии оценки	Вид контроля, аттестация (текущий/промежуточный)	Тип контроля (устный, письменный или с использованием технических средств)	Наименование оценочного средства
1 семестр					
ОПК-1 (ИД-1,4)	1-9	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	текущий	Письменный	Ранеуровневые задачи и задания
ОПК-1 (ИД-1,4)	1-9	Комплект заданий для контрольной работы	текущий	Письменный	Ранеуровневые задачи и задания
2 семестр					
ОПК-1 (ИД-1-4)	10-26	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	текущий	Письменный	Ранеуровневые задачи и задания
ОПК-1 (ИД-1-4)	10-26	Комплект заданий для контрольной работы	текущий	Письменный	Контрольная работа
ОПК-1 (ИД-1-4)	10-26	Вопросы к экзамену	промежуточный	Устный	Экзамен

2. Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровни сформированности и компетенции(ий), индикатора (ов)	Дескрипторы			
	Минимальный уровень не достигнут (неудовлетворительно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла	Средний уровень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов
Компетенция: ОПК-1				
Результаты обучения по дисциплине (модулю):	Отсутствуют знания основных понятий	Частичные знания основных понятий	Хорошие знания основных понятий аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального	Отличные знания с пониманием способов применения к решению задач профессиональной деятельности основных понятий

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

				теории дифференциальных уравнений.
	<i>Отсутствуют умения</i> использовать методы теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Частичные умения</i> использовать методы теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Умеет</i> использовать методы теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Умеет</i> использовать методы теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности, требующих инновационных или нестандартных подходов и методов решения.
	<i>Не владеет навыками</i> использовать методы теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Частично владеет навыками</i> использовать методы теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Владеет навыками</i> использовать методы теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Владеет навыками</i> использовать методы теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений для решения задач профессиональной деятельности, требующих инновационных или нестандартных подходов и методов решения.
<i>Индикатор:</i> ИД-3опк-1 Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики.	<i>Отсутствуют знания</i> основных понятий теории вероятностей и математической статистики.	<i>Частичные знания</i> основных понятий теории вероятностей и математической статистики.	<i>Хорошие знания</i> основных понятий теории вероятностей и математической статистики.	<i>Отличные знания с пониманием способов</i> применения к решению задач профессиональной деятельности основных понятий теории вероятностей и математической статистики.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022				
	<i>Отсутствуют умения</i> использовать методы теории вероятностей и	<i>Частичные умения</i> использовать методы теории вероятностей и	<i>Умеет</i> использовать методы теории вероятностей и математической	<i>Умеет</i> использовать методы теории вероятностей и математической

	математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.	математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.	статистики для решения задач профессиональной деятельности.	статистики для решения задач профессиональной деятельности, требующих инновационных или нестандартных подходов и методов решения.
	<i>Не владеет навыками</i> использовать методы теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Частично владеет навыками</i> использовать методы теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Владеет навыками</i> использовать методы теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Владеет навыками</i> использовать методы теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности, требующих инновационных или нестандартных подходов и методов решения.
<i>Индикатор:</i> ИД-4 опк-1 Применяет математический аппарат численных методов.	<i>Отсутствуют знания</i> основных понятий численных методов.	<i>Частичные знания</i> основных понятий численных методов.	<i>Хорошие знания</i> основных понятий численных методов.	<i>Отличные знания с пониманием</i> способов применения к решению задач профессиональной деятельности основных понятий численных методов.
	<i>Отсутствуют умения</i> использовать численные методы для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Частичные умения</i> использовать численные методы для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Умеет</i> использовать численные методы для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Умеет</i> использовать численные методы для решения задач профессиональной деятельности, требующих инновационных или нестандартных подходов и методов решения.
	<i>Не владеет навыками</i> использовать численные методы для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Частично владеет навыками</i> использовать численные методы для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Владеет навыками</i> использовать численные методы для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Владеет навыками</i> использовать численные методы для решения задач профессиональной деятельности, требующих инновационных или нестандартных подходов и методов решения.

Описание шкалы оценивания

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Внедрение электронной системы успеваемости студентов по каждой дисциплине
и промежуточной аттестации.

Текущий контроль

Рейтинговая оценка знаний студента (в случаях, предусмотренных нормативными актами СКФУ).

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения	Количество баллов
1.	Лабораторная работа 4	8 неделя	15
2.	Лабораторная работа 7	14 неделя	20
3.	Контрольная работа	16 неделя	20
	Итого за 1 семестр		55
1.	Практическая работа 4	8 неделя	15
2.	Практическая работа 7	14 неделя	20
3.	Контрольная работа	16 неделя	20
	Итого за 2 семестр		55

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55**. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

<i>Уровень выполнения контрольного задания</i>	<i>Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)</i>
<i>Отличный</i>	<i>100</i>
<i>Хороший</i>	<i>80</i>
<i>Удовлетворительный</i>	<i>60</i>
<i>Неудовлетворительный</i>	<i>0</i>

Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация в форме **экзамена** предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры и оценивается 40 баллами из 100. В случае если рейтинговый балл студента по дисциплине по итогам семестра равен 60, то программой автоматически добавляется 32 премиальных балла и выставляется оценка «отлично». Положительный ответ студента на экзамене оценивается рейтинговыми баллами в диапазоне от **20** до **40** ($20 \leq S_{экз} \leq 40$), оценка **меньше 20** баллов считается неудовлетворительной.

Шкала соответствия рейтингового балла экзамена 5-балльной системе

Рейтинговый балл по дисциплине	Оценка по 5-балльной системе
35 – 40	Отлично
28 – 34	Хорошо
20 – 27	Удовлетворительно

Промежуточная аттестация в форме зачета или зачета с оценкой

Процедура зачета (зачета с оценкой) как отдельное контрольное мероприятие не проводится, оценивание знаний обучающегося происходит по результатам текущего

контроль. ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

результатам работы в семестре, при сдаче всех контрольных олем успеваемости. Если по итогам семестра обучающийся имеет от 33 до 60 баллов, ему ставится отметка «зачтено». Обучающемуся, получившему по итогам семестра менее 33 баллов, ставится отметка «не зачтено».

Количество баллов за зачет ($S_{зач}$) при различных рейтинговых баллах по дисциплине по результатам работы в семестре

Рейтинговый балл по дисциплине по результатам работы в семестре ($R_{сем}$)	Количество баллов за зачет ($S_{зач}$)
$50 \leq R_{сем} \leq 60$	40
$39 \leq R_{сем} < 50$	35
$33 \leq R_{сем} < 39$	27
$R_{сем} < 33$	0

При дифференцированном зачете используется шкала пересчета рейтингового балла по дисциплине в оценку по 5-балльной системе

Шкала пересчета рейтингового балла по дисциплине в оценку по 5-балльной системе

Рейтинговый балл по дисциплине	Оценка по 5-балльной системе
88 – 100	Отлично
72 – 87	Хорошо
53 – 71	Удовлетворительно
< 53	Неудовлетворительно

Итоговая оценка по дисциплине, изучаемой в одном семестре, определяется по сумме баллов, набранных за работу в течение семестра, и баллов, полученных при сдаче экзамена:

Шкала пересчета рейтингового балла по дисциплине в оценку по 5-балльной системе

Рейтинговый балл по дисциплине	Оценка по 5-балльной системе
88-100	Отлично
72-87	Хорошо
53-71	Удовлетворительно
<53	Неудовлетворительно

3. Типовые контрольные задания и иные материалы, характеризующие этапы формирования компетенций

Комплект разноуровневых задач (заданий) по дисциплине «Математика»

1. Задачи репродуктивного уровня

Раздел 1

1. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие выражения:

а) $A+B$; б) $A-B$.

2. Даны матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = (-1 \ 2 \ 3), \quad F = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему).

а) $A+B$:

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

- б) $B-D$;
- в) $A+B-C$;
- г) A^T+B ;
- д) D^T+F ;
- е) F^T+A .

3. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие выражения:

- а) $A-2B$;
- б) $3A+2B$;
- в) $2A-4B$.

4. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = (-1, 2, 3), \quad X = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

- а) $2A+B$;
- б) $2B-D$;
- в) $A+2B-3C$;
- г) $3A^T+B$;
- д) D^T+2X ;
- е) $2X-D$.

5. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вычислите $A \cdot B$, $B \cdot A$ и $A \cdot B - B \cdot A$.

6. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

- а) $A \cdot B$ и $B \cdot A$;
- б) $D \cdot C$ и $C \cdot D$;
- в) $A \cdot F$ и $F \cdot A$;
- г) $D \cdot F$ и $F \cdot D$;
- д) $F \cdot A$;
- е) $F^T \cdot A$.

7. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_{1,2}$ и $n_{1,2}$, чтобы была определена операция сложения матриц $A+B$?

8. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_{1,2}$ и $n_{1,2}$, чтобы было определено произведение матриц $A \cdot B$?

9. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \end{cases}$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

10. Решить систему с помощью обратной матрицы и по правилу Крамера:

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -6 \end{cases}$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$2(A+B) \cdot (2B-A) = ?$$

Раздел 2.

1. Найти точку, симметричную точке $M(-3,1)$ относительно начала координат.
2. Доказать, что треугольник с вершинами $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(5,3)$ является равнобедренным.
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1,1)$ и $C(2,6)$. Найти координаты двух других вершин.
4. Дано общее уравнение прямой $3x - 2y + 12 = 0$. Составьте уравнение этой прямой с угловым коэффициентом и уравнение в отрезках.
5. Составьте уравнение прямой с угловым коэффициентом $k = 2$, проходящей через точку $M(-1;2)$.
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(2;1)$ и $M_2(1;-3)$.
7. Дано общее уравнение прямой $12x - 5y - 60 = 0$. Написать:
уравнение с угловым коэффициентом;
уравнение в отрезках;
нормальное уравнение.
8. Прямая на плоскости отсекает на осях координат равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного прямой с осями координат, равна 8 кв.ед.
9. Не вычисляя координаты вершин треугольника, написать уравнения прямых, проведенных через эти вершины параллельно противолежащим сторонам. Стороны треугольника заданы уравнениями: $5x - 2y + 6 = 0$; $4x - y + 3 = 0$ и $x + 3y - 7 = 0$.
10. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $P(8;6)$ и отсекает от координатного угла треугольник с площадью, равной 12 кв.ед.
11. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $P(-2; 3)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(5; -1)$ и $B(3; 7)$.
12. Вычислить расстояние d между параллельными прямыми: $3x - 4y - 10 = 0$; $6x - 8y + 5 = 0$.

Раздел 3.

1. Вычислить:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 2 - 4x^2}{5 + x + 8x^2};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3 + 2x^2}{x - 2 + x^2};$$

2. Найти предел функции:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 7x^2 + 5x - 4}{x^4 + x^2 + x + 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+3)(x+4)(x+5)}{x^4 + x - 11};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x + 2}{x^2 - x + 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + x}{2x^3 + x - 1};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^3 - 14}{5x^4 + x^3 + x^2 + x - 1};$$

2. $y = \sqrt{x}$
3. $y = -\operatorname{ctg} x - x$
4. $y = \frac{1}{x^2}$
5. $y = \sqrt[3]{x^2}$
6. $y = 5 \sin x + 3 \cos x$
7. $y = 5(\operatorname{tg} x - x)$
8. $y = \frac{1}{e^x + 1}$
9. $y = 2^{x^2}$
10. $y = x\sqrt{x}$

2. Вычислить производную функции

а) $y = 5^x + x \ln x$, в точке $x_0 = 1$;

б) $y(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{5}x - 4x^3 + 5$, в точке $x_0 = 1$;

в) $f(x) = 2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = 4$;

г) $f(x) = 4x^3 + 6x + 3$ в точке $x_0 = 1$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции y в точке:

1. $y = x - x^2$, $a = 1$. 2. $y = x^2 + x + 1$, $a = -1$.

3. $y = x^3 + x$, $a = 1$. 4. $y = \sqrt{x} - 2$, $a = 4$.

5. $y = x^2 + \sqrt{x^3}$, $a = 1$. 6. $y = \sqrt[3]{x^2} - 9$, $a = -27$.

7. $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$, $a = 9$. 8. $y = 32 \sqrt[4]{x} - x$, $a = 16$.

9. $y = x^2 - x - 1$, $a = 1$. 10. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$, $a = 2$.

4. Найти значения x , при которых функция $f(x) = 4x + \frac{9}{x}$ имеет экстремумы.

5. Найти значения x , при которых функция $f(x) = 3x^2 + \frac{48}{x}$ имеет экстремумы.

6. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = x^3 + 1,5x^2 + 2$.

7. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$.

8. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{4} - x$.

9. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций $y = \frac{-3x^2 - 5x - 4}{x + 1}$.

10. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций $y = \frac{x^2 + 3x - 12}{x + 5}$.

11. Найти все критические точки функции $f(x) = 2x^2 - 6|x + 1| + 5$.

12. Найти все критические точки функции $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$.

1.Вычислить:

$$\begin{array}{llll}
 1. \int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx & 2. \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & 3. \int \frac{x^3 dx}{x^2+2x+3} & 4. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+3x}} \\
 5. \int x \arctg x dx & 6. \int \frac{dx}{\sin^3 x} & 7. \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2+x+1}} & 8. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x} \\
 9. \int \cos x \cos 3x dx & 10. \int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx & &
 \end{array}$$

2.Вычислить неопределенный интеграл:

$$\begin{array}{ll}
 1. \int (x+1)e^x dx. & 2. \int \arcsin x dx. \\
 3. \int x^2 \sin x dx. & 4. \int (x^2+2x+3) \cos x dx. \\
 5. \int x \ln x dx. & 6. \int \frac{x}{\sin^2 x} dx. \\
 7. \int e^{2x} \cos x dx. & 8. \int x^2 \arctg x dx. \\
 9. \int \sin \ln x dx. & 10. \int x^2 e^x dx.
 \end{array}$$

Раздел 6.

1.Найти частные производные до второго порядка включительно заданных функций:

$$\begin{array}{ll}
 1. z = e^{xy}, & 2. z = x \ln(x/y). \\
 3. z = \sin(xy), & 4. z = e^x \cos y. \\
 5. z = \sqrt{x^2+y^2}, & 6. z = \ln(x^2+y). \\
 7. z = \sqrt{2xy+y^2}, & 8. z = \ln \sqrt[3]{xy}. \\
 9. z = x \cos y + y \sin x. & 10. z = (1+x)^2(1+y)^4.
 \end{array}$$

2.Найти производные функции $z=z(u,v)$:

$$z'_x \text{ и } z'_y, \quad u = u(x, y) \text{ и } v = v(x, y).$$

$$\begin{array}{lll}
 1. z = u^2 + v^2, & u = x + y, & v = x - y. \\
 2. z = \ln(u^2 + v^2), & u = xy, & v = x/y. \\
 3. z = u^v, & u = \sin x, & v = \cos y. \\
 4. z = u^2 + 2v^3, & u = x^2 - y^2, & v = e^{xy}. \\
 5. z = \arctg(u/v), & u = x \sin y, & v = x \cos y. \\
 6. z = \ln(u - v^2), & u = x^2 + y^2, & v = y. \\
 7. z = u^3 + v^2, & u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, & v = \arctg(y/x). \\
 8. z = \sqrt{uv}, & u = \ln(x^2 + y^2), & v = xy^2. \\
 9. z = e^{uv}, & u = \ln x, & v = \ln y. \\
 10. z = \ln(u/v), & u = \sin(x/y), & v = \sqrt{x/y}.
 \end{array}$$

3.Найти производные функций, заданных неявно:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

1. $y^x = x^y$.
2. $y = 1 + y^x$.
3. $y = x + \ln y$.
4. $x + y = e^{x-y}$.
5. $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0$.
6. $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$.
7. $y \sin x - \cos(x - y) = 0$.
8. $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0$.
9. $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$.
10. $x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0$.

Раздел 7.

1. Известно, что скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела T_T и температурой окружающей среды T_c . Найти зависимость температуры тела от времени t , если $T_T(0) = T_0$.
2. Найти кривую, проходящую через точку $(2; 0)$ и обладающую тем свойством, что отрезок касательной между точкой касания и осью ординат имеет постоянную длину, равную 2.
3. Тело массой m падает под действием силы тяжести и тормозящей силы сопротивления воздуха, пропорциональной квадрату скорости. Найти закон изменения скорости падения тела, если $V(0) = 0$.

Раздел 8.

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$1.1. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2-1}{3n^2+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3}{(2n-1)^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{8n^3+1},$$

$$1.2. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^3+2},$$

$$1.3. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{8n^9-3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{3^n},$$

$$1.4. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+2)^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 5^n}{n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{8n^6-5}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^2},$$

$$1.5. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 - \frac{1}{2}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5n^9-3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 6^n}{7^n},$$

Раздел 9.

По данным выборки, удовлетворяющей нормальному закону распределения, вычислить:

- 1) выборочное среднее;
- 2) исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение;
- 3) доверительный интервал для математического ожидания при доверительной вероятности γ ;
- 4) доверительный интервал для среднего квадратического отклонения для того же значения γ .

$\gamma = 0.95$

18.3 15.5 24.5 20.7 10.1 10.1 23.1 19.3 5.7 11.6 14.3 -4.5 20.3 32.3

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Раздел 1.

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$1. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}; \quad X = ?$$

2. Выяснить, сколько решений имеет система, и найти эти решения:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

Раздел 2.

1. Найти координаты центра тяжести системы двух материальных точек $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, в которых сосредоточены массы m_1 и m_2 .

2. Даны вершины однородного проволочного треугольника: $A(-1, 3)$, $B(2, -1)$, $C(-2, 3)$. Определить центр тяжести треугольника ABC.

3. Даны вершины однородной четырехугольной пластинки: $A(-1, 1)$, $B(3, -1)$, $C(2, 2)$, $D(-2, -2)$. Найти координаты центра тяжести этой пластинки.

4. Даны вершины треугольника $A(2, -5)$, $B(1, -2)$, $C(4, 7)$. Найти точку пересечения со стороной AC биссектрисы его внутреннего угла при вершине B.

5. Даны вершины треугольника: $A(1, -1)$, $B(-2, 1)$ и $C(3, 5)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины B.

6. Луч света, проходящий через точку $M_1(3, -1)$, отражается от прямой $2x - y - 1 = 0$ и после этого проходит через точку $M_2(5, 3)$. Написать уравнения падающего и отраженного лучей.

7. Струя воды, выбрасываемая фонтаном, принимает форму параболы, параметр которой $p = 0,1$ м. Определить высоту струи, если известно, что она падает в бассейн на расстояние 2 м от места выхода.

Раздел 3.

1. Вычислить:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}, \quad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4}.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^3 - (1+n)^3}, \quad 4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}.$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}, \quad 6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n+2)^2}{(n-2)^3 - (n+2)^3}.$$

Раздел 4.

1. Исследовать на непрерывность функцию $y = 9^{\frac{1}{1-x}}$ в точках $x_0 = 4$, $x_1 = 1$. Показать графически.

2. Вычислить предел по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = \sin^4 x + \cos^4 x \text{ на } [0; \pi].$$

4. Провести полное исследование функции и построить её график

$$а) y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}; \quad б) y = \frac{\ln x}{x}.$$

5. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом 60° вписан прямоугольник, основание которого расположено на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Раздел 5.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Найти площадь эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 + \cos \varphi)$.
3. Найти длину дуги кривой $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ от точки M_1 с абсциссой $x_1 = a$ до точки M_2 с абсциссой $x_2 = b$ ($b > a$).
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг оси Ox астроида $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.
6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .
7. Котел, имеющий форму полушара радиуса r , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?
8. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$

Раздел 6.

1. Найти область существования функции:

1) $z = xy$ и 2) $z = x^2 + y^2$; $f(x, y) = \arcsin(1 - x^2 - y^2) + \arcsin 2xy$.

2. Выразить объем прямоугольного параллелепипеда, вписанного в шар радиуса R , как функцию двух его измерений x, y . Найти область определения этой функции.
3. Выразить площадь S равнобокой трапеции как функцию трех величин: длин оснований x и y и боковой стороны z .
4. Выразить площадь треугольника как функцию длин двух его сторон при условии, что известен полупериметр треугольника p .

Раздел 7.

Решить дифференциальные уравнения:

- 1) $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0$
- 2) $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dy$;
- 3) $xy' - y^2 = 0, y(1) = 1$;
- 4) $\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{y-x}$;
- 5) $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y + y$;
- 6) $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1$;
- 7) $y' = y \sin x = \sin x \cos x$;
- 8) $y' = \frac{y}{x} = x^2$;
- 9) $y' - \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$;

10) $y' + x$ ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

12) $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2, y(0) = y'(0) = 1$;

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$13) y'' + 9y = \sin 3x + 2e^x;$$

$$14) y'' - 4y' + 5y = (16 - 2x)e^{-x} + x^2;$$

$$15) y'' - 6y' + 9y = 3e^{3x}, y(0) = \frac{4}{3}, y'(0) = \frac{1}{27};$$

$$16) y'' + 4y = \sin x, y(0) = y'(0) = 1;$$

$$17) y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x};$$

$$18) y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}, y(0) = y'(0) = 0;$$

Раздел 8.

1. Вычислить приближенно интеграл, взяв два члена разложения подынтегральной функции в ряд. Оценить погрешность.

$$1. \int_0^{1/2} e^{-2x^2} dx, \quad 2. \int_0^{1/2} \ln(1 + x^3) dx, \quad 3. \int_0^{1/2} \sin x^2 dx, \quad 4. \int_0^{1/2} \cos x^2 dx, \quad 5. \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad 6. \int_0^{1/2} \ln(1 + x^4) dx.$$

Раздел 9.

1. Выборочно обследовали партию кирпича, поступившего на стройку. Из 100 проб в 12 случаях кирпич оказался бракованным. Найти точечную оценку доли бракованного кирпича и σ_p .

2. Для определения среднего процентного содержания белка в зернах пшеницы было отобрано 625 зерен, обследование которых показало, что выборочное среднее равно 16,8, а выборочная несмещенная дисперсия 4. Чему равна предельная ошибка выборки? Доверительная вероятность $\gamma = 98,8 \%$.

3. Среди стандартных изделий одной фабрики в среднем 15 % относится ко второму сорту. С какой вероятностью можно утверждать, что процент p изделий второго сорта среди 1000 стандартных изделий данной фабрики отличается от 15 % не более чем на 2 %?

4. Из партии в 5000 электрических ламп было отобрано 300 по схеме бесповторной выборки. Средняя продолжительность горения ламп в выборке оказалась равной 1450 часам, а дисперсия 4000. Найти доверительный интервал для среднего срока горения лампы. Доверительная вероятность $\gamma = 99,96 \%$.

5. При анализе точности фасовочного автомата было проведено 12 независимых контрольных взвешиваний пачек кофе. Известно, что фасовочный аппарат отрегулирован без смещения, так что его ошибка подчиняется нормальному закону распределения $N(0, \sigma^2)$, но значение параметра σ^2 неизвестно. По результатам контрольных взвешиваний была рассчитана выборочная дисперсия $S^2 = 0.7$ ($г^2$). Получить интервальную оценку для среднего квадратического отклонения ошибки взвешивания с уровнем доверия 0.95.

6. Аналитик рынка ценных бумаг оценивает среднюю доходность определенного вида акций. Случайная выборка из 16 дней показала, что средняя доходность по акциям данного типа составляет 8% с выборочным средним квадратическим отклонением в 4%.

Предполагается, что доходность акции подчиняется нормальному закону распределения, найти доверительный интервал для средней доходности интересующего

3. Задачи творческого уровня

1. Найдите определитель квадратной матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите матрицу, обратную к квадратной матрице размера $n \times n$:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a \end{pmatrix}, \quad (a \neq 0).$$

3. Найдите A^{100} , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. На лобовом стекле автомобиля укреплены два дворника длиной L каждый, вращающиеся вокруг двух точек, которые отстоят друг от друга также на расстоянии L . Каждый дворник подметает один полукруг. Какую площадь подметают оба дворника?

5. Вычислите предел:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}.$$

6. При каком значении a функция дифференцируема в точке $x = 0$?

$$f(x) = |x| + a^2 - 2(a+1)|x|$$

7. Оцените интеграл:

$$\int_0^1 \sqrt{(1+x)(1+x^3)} dx.$$

8. Вычислить:

$$\int \frac{x^2}{(x \sin x + \cos x)^2} dx.$$

9. Решить уравнение:

$$y' \cos y = \frac{\sin y}{1-x^2} + 1 + x.$$

10. Сколько раз дифференцируема в нуле функция и сколько её производных непрерывны в нуле?

$$f(x) = \begin{cases} x^4 \cdot \sin \frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0 \\ 0 & \text{при } x = 0 \end{cases}$$

4. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления;

правильно оформил документ, не допустил ошибок.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

студент выполнил требования к оценке "5", но

допустил 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

5. Описание шкалы оценивания

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55**. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить сформированность компетенции ОПК-1. Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	Оценка				
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание ...
Обоснованность выбора способа решения					
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований					
Верный ответ					

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Комплект заданий для контрольной работы
Контрольная работа (1 семестр)

Задание 1.

Даны векторы $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c}(c_1, c_2, c_3)$, $\vec{d}(d_1, d_2, d_3)$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе. Систему линейных уравнений решить по методу Гаусса.

1. $\vec{a}(1;2;3)$, $\vec{b}(-1;3;2)$, $\vec{c}(7;-3;5)$, $\vec{d}(6;10;17)$.
2. $\vec{a}(4;7;8)$, $\vec{b}(9;1;3)$, $\vec{c}(2;-4;1)$, $\vec{d}(1;-13;-13)$.
3. $\vec{a}(8;2;3)$, $\vec{b}(4;6;10)$, $\vec{c}(3;-2;1)$, $\vec{d}(7;4;11)$.
4. $\vec{a}(10;3;1)$, $\vec{b}(1;4;2)$, $\vec{c}(3;9;2)$, $\vec{d}(19;30;7)$.
5. $\vec{a}(2;4;1)$, $\vec{b}(1;3;6)$, $\vec{c}(5;3;1)$, $\vec{d}(24;20;6)$.
6. $\vec{a}(1;7;3)$, $\vec{b}(3;4;2)$, $\vec{c}(4;8;5)$, $\vec{d}(7;32;14)$.
7. $\vec{a}(1;-2;3)$, $\vec{b}(4;7;2)$, $\vec{c}(6;4;2)$, $\vec{d}(14;18;6)$.
8. $\vec{a}(1;4;3)$, $\vec{b}(6;8;5)$, $\vec{c}(3;1;4)$, $\vec{d}(21;18;33)$.
9. $\vec{a}(2;7;3)$, $\vec{b}(3;1;8)$, $\vec{c}(2;-7;4)$, $\vec{d}(16;14;27)$.
10. $\vec{a}(7;2;1)$, $\vec{b}(4;3;5)$, $\vec{c}(3;4;-2)$, $\vec{d}(2;-5;-13)$.

Задание 2.

Дана матрица A . Найти матрицу A^{-1} обратную данной. Сделать проверку, вычислив произведение $A \cdot A^{-1}$

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

5. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

6. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

8. $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$

7.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 3.

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

$$1. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x};$$

$$д) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{x-1}$$

$$2. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{x^2 + 6x};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{6x};$$

$$д) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{2-x}$$

$$3. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 + 4x + 1};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{\sqrt{8+x}-3};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x};$$

$$д) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2x-3}$$

$$4. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^3 - x + 1};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{3+x}}{x - x^2};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} x}{\sin^2 x};$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

5. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 4}{3 + x - 4x^2}$;
 б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{7-x}}{5x}$;
 в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{2x+1}$

б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}$

6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 1}{3x^2 + x + 3}$;
 б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 + 5x + 2}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{4x^2}$;

7. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 4}{2x^2 - x + 1}$;
 б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x^2 - 4x}$;
 в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{2x-3} \right)^{4x+1}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 4x}$

8. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 1}{3x^2 + 4x + 2}$;
 б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{\sqrt{8+x}-3}$;
 в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x-3} \right)^{1-2x}$

б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{6-x-x^2}{3x^2+8x-3}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{\sin^2 5x}$

9. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-2x-3x^2}{x^2+x+3}$;
 б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x-x}}{x^2-16}$;
 в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+3} \right)^{3-2x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{5x^2-4x-1}$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{10x^2}$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3}$;

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{10+x} - \sqrt{10-x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{ctg}^2 3x;$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{4-x}$$

Задание 4.

Найти производные следующих функций:

$$1. \text{ а) } y = \arcsin 3x - \sqrt{1-9x^2}; \quad \text{б) } y = \left(\frac{1+x^2}{x} \right); \quad \text{в) } x = a \cdot \cos t, \quad y = b \cdot \sin t$$

$$2. \text{ а) } y = 2^{\sqrt{x}}; \quad \text{б) } y = \frac{1 + \sin 3x}{1 - \sin 3x}; \quad \text{в) } x = \ln(1+t^2), \quad y = t^2$$

$$3. \text{ а) } y = x^3 \cdot e^{3x}; \quad \text{б) } y = \sqrt[3]{1 + \ln^2 x}; \quad \text{в) } x = 1 - \cos 2t, \quad y = 2 + \sin 2t$$

$$4. \text{ а) } y = \sqrt{1+e^x}; \quad \text{б) } y = \frac{\sin^2 x}{\cos x}; \quad \text{в) } x = \frac{1}{2}t^2, \quad y = \frac{1}{2}t^3 + t$$

$$5. \text{ а) } y = e^{2x} \cdot \sin x; \quad \text{б) } y = \operatorname{arctg}^3 x; \quad \text{в) } x = \frac{1}{t}, \quad y = \frac{t-1}{t}$$

$$6. \text{ а) } y = (x+1) \operatorname{arctg} \sqrt{x}; \quad \text{б) } y = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}; \quad \text{в) } x = \ln(\cos t), \quad y = \sin^2 t$$

$$7. \text{ а) } y = e^x \cos 3x; \quad \text{б) } y = \ln^2(x^3+1); \quad \text{в) } x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 1, \quad y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}$$

$$8. \text{ а) } y = x^2 \ln(x^2+1); \quad \text{б) } y = \sqrt[4]{\operatorname{tg} 2x}; \quad \text{в) } x = e^{t^2}, \quad y = t \cdot e^{t^2}$$

$$9. \text{ а) } y = (x+1) \cdot \sqrt{x^2+1}; \quad \text{б) } y = e^{\sin^2 x}; \quad \text{в) } x = \ln t, \quad y = t + \frac{1}{t}$$

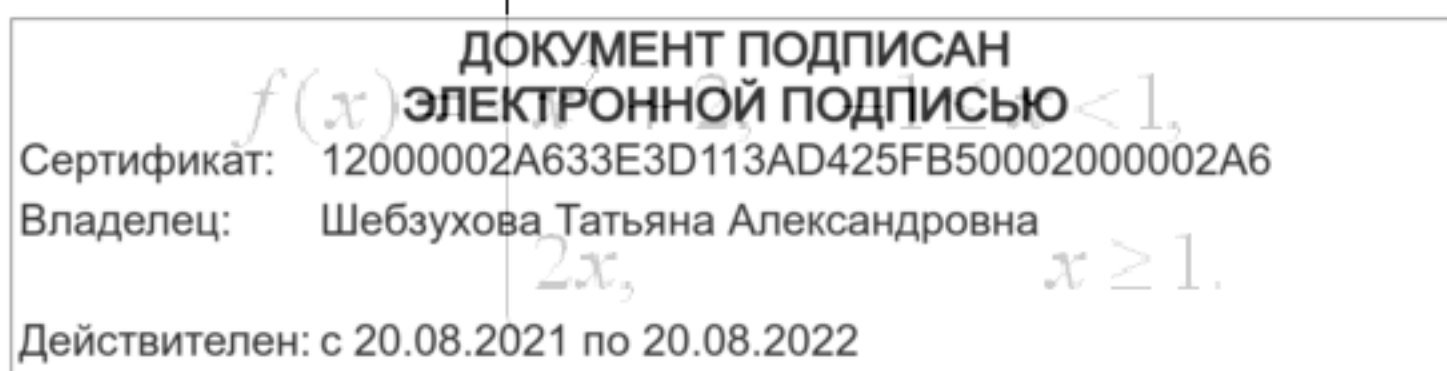
$$10. \text{ а) } y = \cos 2x - \frac{1}{3} \cos^3 2x; \quad \text{б) } y = (x^2+4) \cdot e^{-x^2}; \quad \text{в) } x = \frac{1}{2}t^2 + t, \quad y = \frac{1}{3}t^3 - t$$

Задание 5.

Задана функция $y=f(x)$. Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти ее пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Построить схематично график функции.

$$1. \quad \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ f(x), & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$6. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x-2, & x > \pi. \end{cases}$$



$$2. \quad f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1, \\ -x+3, & x > 1. \end{cases}$$

$$7. \quad f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

$$3. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2, \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$8. \quad f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$4. \quad f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$9. \quad f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1. \end{cases}$$

$$5. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

$$10. \quad f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

Контрольная работа (2 семестр)

ВАРИАНТ 1

$$1. \int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx$$

$$2. \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$3. \int \frac{x^3 dx}{x^2+2x+3}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+3x}}$$

$$5. \int x \arctg x dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sin^3 x}$$

$$7. \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2+x+1}}$$

$$8. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$9. \int \cos x \cos 3x dx$$

$$10. \int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$$

$$11. \text{ Найти площадь эллипса } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$12. \text{ Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой } r = a(1+\cos \varphi).$$

$$13. \text{ Найти длину дуги кривой } y = \ln \frac{e^x+1}{e^x-1} \text{ от точки } M_1 \text{ с абсциссой } x_1 = a \text{ до точки } M_2 \text{ с абсциссой } x_2 = b \text{ (} b > a \text{).}$$

$$14. \text{ Вычислить площадь ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг}$$

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0$

2) $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dy$;

16. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды $x = a(t - \sin t)$,

$y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Oх.

17. Котел, имеющий форму полушара радиуса r , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$

ВАРИАНТ 2

1. $\int \frac{x^5 - x + 1}{x^2 + 1} dx$ 2. $\int \exp(\sqrt{x}) dx$ 3. $\int \frac{dx}{1 + x^3}$ 4. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}}$ 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 2x + 1}}$ 6. $\int \sin 2x \cos 4x dx$ 7. $\int \sqrt{1 + \sin x} dx$ 8. $\int e^{\cos 2x} \sin 2x dx$ 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 + x - x^2}}$ 10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1} + 1}$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $y = \frac{8a^3}{(x^2 + 4a^2)}$ и ее асимптотой.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

13. Найти длину дуги кривой $r = 2a \sin \varphi$

14. Вычислить объем тела вращения, ограниченного поверхностями полученными при вращении отрезков линий $y = e^{-x}$, $y = 0$, $0 \leq x < \infty$ вокруг оси Oх и Oy.

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $(x^2 - 1)dy + (1 - y^2)dx = 0$;

2) $\sqrt{4 + y^2} dx - ydy = x^2 ydy$;

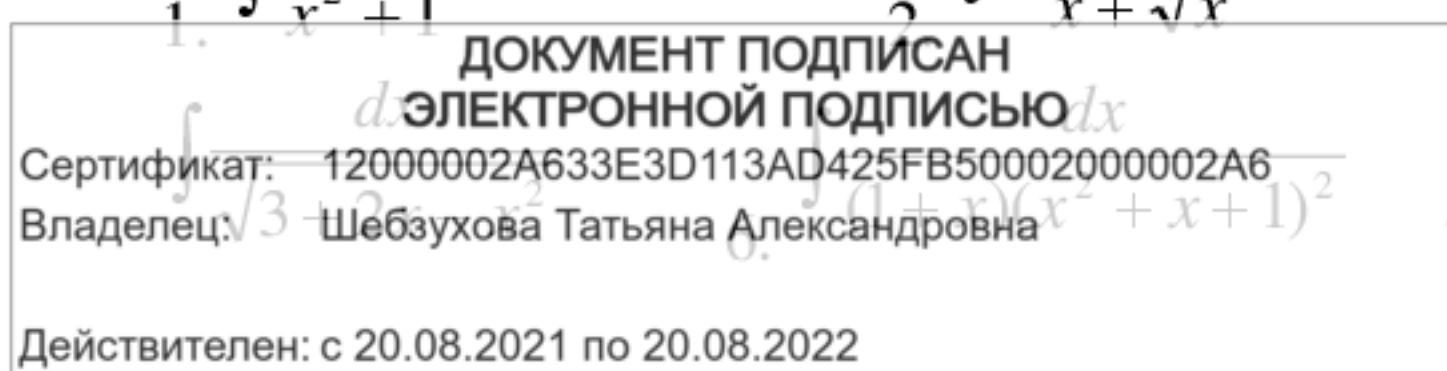
16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$, $z = \pm c$.

17. Какую работу необходимо затратить, чтобы насыпать кучу песка конической формы с радиусом r и высотой h , если плотность песка $\gamma = 2$.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{x^m}{1 + x^n} dx$ ($n \geq 0$).

ВАРИАНТ 3

1. $\int \frac{x^4 dx}{x^2 + 1}$ 2. $\int \frac{\ln(1 + \sqrt{x})}{x + \sqrt{x}} dx$ 3. $\int \arctg x^2 dx$ 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + x)}$ 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x^2 + x^3}}$ 6. $\int \frac{dx}{(1 + x)(x^2 + x + 1)^2}$ 7. $\int \frac{\cos x dx}{\cos x + 1}$ 8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ 9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}$



$$\int \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{\frac{1}{2}} dx \quad 10. \int \sqrt{x} (1 + 2\sqrt{x})^3 dx$$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 \ln x$ и осью Ox .

12. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля $r = 2a(2 + \cos \varphi)$.

13. Доказать что длина эллипса $x = \sqrt{2} \sin t$, $y = \cos t$ равна длине одной волны синусоиды $y = \cos x$.

14. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной

гиперболой $x^2 - y^2 = 1$ и прямой $x = a + 1$ ($a > 0$).

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $x^2 dy + (y - 5)dx = 0$;

2) $x^2 y^2 y' + 1 = y$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $z = \frac{c}{a}x$, $z = 0$.

17. Определить силу давления воды на вертикальную площадку, имеющую форму полукруга радиуса a , диаметр которого находится на поверхности воды.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x}}$.

ВАРИАНТ 4

1. $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$ 2. $\int \frac{dx}{x^4 + x^2}$ 3. $\int \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt[3]{x}} dx$ 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 2x - x^2}}$

5. $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^3 x}$ 6. $\int \ln(1 + x^2) dx$ 7. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ 8. $\int \frac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{\sqrt{1 + x^2}}$

9. $\int \sin x \sin 3x dx$ 10. $\int e^x \sin x dx$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной гиперболой $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, осью Ox и прямой $y = c$ ($c > 0$).

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 - \cos \varphi)$.

13. Определить длину дуги кривой $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

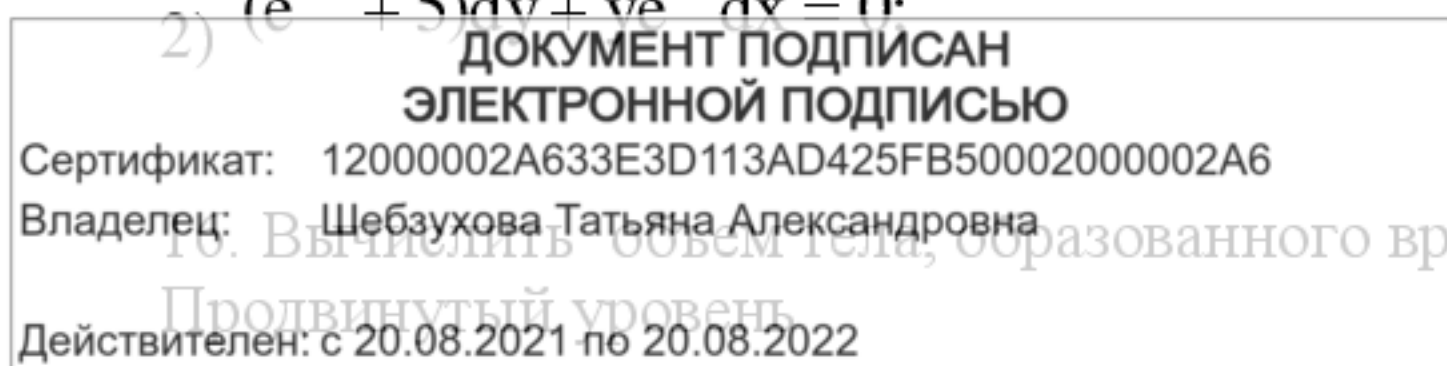
14. Вычислить объем тела, образованного вращением одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $(x^2 + x)dy = (2y + 1)dx$;

2) $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0$.

16. Вычислить объем тела, образованного вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вокруг оси Oy .



Определить силу давления воды на вертикальную треугольную площадку, основание которой а

Расположено на поверхности воды, а высота равна h .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$.

ВАРИАНТ 5

1. $\int \frac{x^2 dx}{a + ax^2}$
2. $\int \frac{dx}{1 - x^3}$
3. $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{a - x}}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}$
5. $\int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$
6. $\int \arcsin x dx$
7. $\int \cos^2 x \sin^4 x dx$
8. $\int e^x \sin x dx$
9. $\int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}} dx$
10. $\int \frac{dx}{5 + 3 \cos x}$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной кубической параболой $y = x^3$ и прямой $y = 2x$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

13. Определить длину дуги цепной линии $y = a \operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)$ между прямыми $x = -a$ и $x = a$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = e^{x-2y}$;

2) $x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = ax$.

Продвинутый уровень

17. Определить силу давления воды на вертикальную треугольную площадку с высотой h , основание которой а параллельно поверхности воды, а противоположная вершина находится на поверхности воды.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{\exp(-x)}{x} dx$.

ВАРИАНТ 6

1. $\int x \arctan x dx$
2. $\int \frac{x^5 - x + 3}{x^2 - 1} dx$
3. $\int x \sqrt{a - x} dx$
4. $\int \frac{dx}{x \sqrt{3x^2 - 2x - 1}}$
5. $\int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx$
6. $\int \frac{\ln(1 + x^2)}{x^3} dx$
7. $\int \frac{dx}{1 + 3 \cos^2 x}$
8. $\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x}$
9. $\int \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x^2} dx$
10. $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями: $y^2 = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной $r = a \cos 2\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой между точками пересечения с осью Ox : $x = t^2$,

$$y = \frac{t(t^2 - 3)}{3}.$$

14. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $x^2 - y^2 = a^2$, $x = a^2$, $x = -2a$ вокруг оси Ох.

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $x + xy = -(y + xy)y'$;

2) $x\sqrt{6 + y^2}dx + y\sqrt{5 + x^2}dy = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного эллиптическим параболоидом $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}$ и плоскостью $z = 1$.

17. В цилиндре под вращением находится воздух объема V_0 под давлением P_0 . Определить работу изотермического сжатия воздуха до объема V_1 .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$

ВАРИАНТ 7

1. $\int \frac{x^4 dx}{x^2 + 2}$ 2. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx$ 3. $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2x}}$ 4. $\int \frac{e^x dx}{e^x - 1}$ 5. $\int \exp(-\sqrt{x}) dx$ 6.

$\int \left(\frac{x}{2-x}\right)^{\frac{1}{2}} dx$ 7. $\int \sqrt{1 - \sin x} dx$ 8. $\int \frac{1 + \cos x}{\sin^3 x} dx$ 9. $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}$ 10.

$\int \frac{dx}{3 + \cos x}$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \sin 3\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 2 - \frac{t^4}{4}$ между точками пересечения с осями координат $(t_1 = 0, t_2 = 8^{\frac{1}{4}})$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = ach \frac{x}{a}$, $x = -a$, $x = a$, $y = 0$ вокруг оси Ох.

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx + \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} y dy = 0$;

2) $y'y \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$;

$2z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ и конусом

17. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из полушара с радиусом R .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{1+x^4}}$

ВАРИАНТ 8

$$1. \int \frac{1-\cos x}{1+\cos x} dx \quad 2. \int x(\operatorname{arctg} x)^2 dx \quad 3. \int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{x-2x-x^2}} \quad 4. \int \frac{dx}{e^x \sqrt{1-e^{-2x}}} \quad 5. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}}$$

$$6. \int \frac{dx}{1+x^4} \quad 7. \int \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x} \quad 8. \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2} \quad 9. \int \operatorname{tg}^5 x dx \quad 10. \int \frac{dx}{5+4\cos x}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y^2 = 2px, x = h$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \cos 3\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $r = a(1-\cos 3\varphi)$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением плоской фигуры, ограниченной петлей кривой $x = 2t - t^2, y = 4t - t^3$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2xy' + y^2 = 1;$

2) $y(4+e^x)dy - e^x dx = 0;$

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = a^2$ и $y^2 + z^2 = a^2$.

17. Пластина, имеющая форму эллипса с осями $2a$ и $2b$ ($a > b$), наполовину погружена вертикально в воду, так что малая плоскость лежит на поверхности воды. Вычислить давление на пластинку (плотностью воды ρ)

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$

ВАРИАНТ 9

$$1. \int \frac{1+\sin x}{1-\sin x} dx \quad 2. \int (\arcsin x)^2 dx \quad 3. \int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}} \quad 4. \int e^x \sin^2 x dx \quad 5. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$6. \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+x)} \quad 7. \int \frac{dx}{x(\sqrt{x}+\sqrt[5]{x^2})} \quad 8. \int \frac{dx}{\sin^3 x} \quad 9. \int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x} \quad 10. \int \frac{dx}{5-4\sin x+3\cos x}$$

11. Найти площадь, ограниченную линиями $y^2 = 2x+4, x = 0$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = 3 + 2\cos\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $y = \ln x$ от точки $(\sqrt{3}; \ln \sqrt{3})$ до точки $(\sqrt{8}; \ln \sqrt{8})$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением кривой $y = \frac{1}{1+x^2}$ вокруг ее оси симметрии.

15. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) \frac{dx}{\sqrt{x}} + \frac{dy}{\sqrt{y}} = 0;$$

$$2) 2xdx - 2ydy = x^2 y dy - 2xy^2 dx;$$

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, полученной при вращении отрезков: $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси Ox и оси Oy .

17. Определить работу, которую надо затратить, чтобы электрический заряд $e_2 = 1$ приблизить e_1 из бесконечности на расстояние, равное единице.

$$18. \text{ Исследовать сходимость интеграла } \int_a^b \frac{dx}{x^2 - a^2}$$

ВАРИАНТ 10

$$1. \int \sqrt{x^2 + a^2} dx \quad 2. \int \frac{xdx}{\sin^2 x} \quad 3. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \quad 4. \int \frac{e^{3x} dx}{e^{2x} - 1} \quad 5. \int (\ln x)^2 dx \quad 6. \int \frac{(x^3 + 1)dx}{x(x^2 + x + 1)^2} \quad 7. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1} \quad 8. \int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^4 x} \quad 9. \int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x} \quad 10. \int \frac{dx}{\operatorname{tg}^3 x}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \sin 2\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $r = a(1 + \cos \varphi)$

14. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями, полученными при вращении линии $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Oy ($0 \leq t \leq 2\pi$).

15. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) y' = \frac{y-1}{x+1};$$

$$2) (e^x + 2)dy - y^2 e^x dx = 0;$$

16. Вычислить объем тел, ограниченных параболоидом $z = x^2 + 2y^2$ и эллипсоидом $x^2 + 2y^2 + z^2 = 6$.

17. Определить давление воды на вертикальный параболический сегмент, основание которого равно 4м

и расположено на поверхности воды, а вершина находится на глубине 4м.

$$18. \text{ Исследовать сходимость интеграла } \int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}$$

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно

выполняет задания, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но

допущены 2-3 недочета

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

2. Описание шкалы оценивания

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55**. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенцию ОПК-1. При подготовке студенту предоставляется право пользования калькулятором, справочными таблицами.

В процессе выполнения контрольной работы студент должен показать знания программного материала, умение анализировать, обобщать изученный материал. Работа должна быть логичной, аргументированной и включать при необходимости дополнительный материал.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	Оценка			
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4
Обоснованность выбора способа решения				
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований				
Верный ответ				

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Вопросы к экзамену

2 семестр

1. Понятие неопределенного интеграла. Первообразная.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Интегрирование элементарных дробей.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических функций.
6. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
7. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральная сумма.
8. Условия существования определенного интеграла.
9. Свойства определенного интеграла.
10. Понятие предела для функции двух и более переменных.
11. Непрерывность функций нескольких переменных.
12. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
13. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.
14. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
15. Частные производные высших порядков.
16. Касательная и нормаль к поверхности.
17. Производная по направлению. Градиент.
18. Экстремум функции нескольких переменных.
19. Наибольшее и наименьшее значения функции.
20. Условный экстремум.
21. Метод множителей Лагранжа.
22. Понятие двойного интеграла.
23. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
24. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
25. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
26. Понятие тройного интеграла.
27. Криволинейные интегралы I рода: основные понятия.
28. Криволинейные интегралы II рода: основные понятия.
29. Поверхностный интеграл.
30. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
31. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной, их геометрический смысл.
32. Уравнения с разделяющимися переменными. Методы решения ДУ первого порядка.
33. Методы решения уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка.
34. Интегрирование ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
35. Линейные уравнения.
36. Понятие числового ряда. Ряд геометрической прогрессии. Гармонический ряд.
37. Знакопеременные ряды.
38. Абсолютная и условная сходимость.
39. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
40. Вероятность события.
41. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
42. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
43. Схема повторных независимых испытаний.
44. Случайные величины и законы распределения. Числовые характеристики.
45. Выборка, основные характеристики.
46. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

2. Описание шкалы оценивания

Промежуточная аттестация в форме экзамена предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры и оценивается 40 баллами из 100. Минимальное количество баллов, необходимое для допуска к экзамену, составляет 33 балла. Положительный ответ студента на экзамене оценивается рейтинговыми баллами в диапазоне от **20** до **40** ($20 \leq S_{\text{экз}} \leq 40$), оценка **меньше 20** баллов считается неудовлетворительной.

Шкала соответствия рейтингового балла экзамена 5-балльной системе

Рейтинговый балл по дисциплине	Оценка по 5-балльной системе
35 – 40	Отлично
28 – 34	Хорошо
20 – 27	Удовлетворительно

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения **экзамена** осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются 1 теоретический вопрос и два практических задания.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Для подготовки к ответу отводится 40 мин. При подготовке к ответу студенту предоставляются справочные материалы и таблицы.

Оценочный лист

№ п/п	Ф.И.О. студента	Параметры состояния образованности									Итоговый балл
		Предметно-информационная составляющая образованности				Деятельностно-коммуникативная составляющая образованности			Ценностно-ориентационная составляющая образованности		
		Контроль-но-методиче-ский срез	Общеучебные умения и навыки			Уровень развития устной речи	Умение работать с информацией	Гра-мот-ность	Умение использо-вать полученн-ые знания в повседнев-ной жизни	Уро-вень аде-кват-ности само-оценки	
Умение анализирова-ть	Умение доказы-вать		Умение делать выводы								
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022