

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 19.07.2023 14:09:26
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания
по выполнению практических работ
по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»
для направления подготовки 10.03.01 Информационная безопасность
направленность (профиль) Безопасность компьютерных систем

Пятигорск 2023 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Содержание

	Стр.
Практическая работа 1. Решение комбинаторных задач: перестановки, размещения, сочетания	5
Практическая работа 2. Вероятности и случайные процессы. Решение задач на непосредственное вычисление вероятности события	7
Практическая работа 3. Основные теоремы теории вероятностей. Применение теорем сложения и умножения при решении задач	9
Практическая работа 4. Решение задач на применение формул полной вероятности, формулы Байеса	11
Практическая работа 5. Схема испытаний Бернулли. Наивероятнейшее число появлений события в схеме повторных независимых испытаний	13
Практическая работа 6. Приближенные формулы в схеме Бернулли	15
Практическая работа 7. Закон распределения дискретной случайной величины	17
Практическая работа 8. Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины	19
Практическая работа 9. Функции распределения и плотности распределения вероятностей непрерывных случайных величин, их свойства	19
Практическая работа 10. Числовые характеристики непрерывных случайных величин	21
Практическая работа 11. Вариационные ряды и их графическое изображение	22
Практическая работа 12. Выборочный метод. Точечные оценки	25
Практическая работа 13. Понятие интервального оценивания. Доверительная вероятность и предельная ошибка выборки. Оценка характеристик генеральной совокупности по малой выборке	28
Практическая работа 14. Статистическая проверка гипотез.	31
Практическая работа 15-16. Корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции	37
Практическая работа 17-18. Линейная регрессия. Коэффициенты регрессии	38

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

ВВЕДЕНИЕ

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель дисциплины: формирование набора общепрофессиональных компетенций бакалавра по направлению подготовки 10.03.01 Информационная безопасность.

Задачи освоения дисциплины: формирование представлений о роли и месте математики в современном мире, этапах развития, универсальности ее понятий и представлений; формирование умений использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности.

2. Оборудование и материалы

Практические работы по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводятся в учебной аудитории с мультимедиа оборудованием: проектор, компьютер, экран настенный.

3. Наименование практических работ

№ темы	Наименование тем дисциплины, их краткое содержание	Объем часов	Из них практическая подготовка, часов
4 семестр			
1	Решение комбинаторных задач: перестановки, размещения, сочетания.	1,5	1,5
2	Вероятности и случайные процессы. Решение задач на непосредственное вычисление вероятности события.	1,5	1,5
3	Основные теоремы теории вероятностей. Применение теорем сложения и умножения при решении задач.	1,5	1,5
3	Решение задач на применение формул полной вероятности, формулы Байеса.	1,5	1,5
3	Схема испытаний Бернулли. Наивероятнейшее число появлений события в схеме повторных независимых испытаний.	1,5	1,5
3	Приближенные формулы в схеме Бернулли.	1,5	1,5
4	Закон распределения дискретной случайной величины.	1,5	1,5
4	Вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины.	1,5	1,5
5	Функции распределения и плотности распределения вероятностей непрерывных случайных величин, их свойства.	1,5	1,5
5	Числовые характеристики непрерывных случайных величин.	1,5	1,5
7	Вариационные ряды и их графическое изображение.	1,5	1,5
8	Выборочный метод. Точечные оценки.	1,5	1,5

9	Понятие интервального оценивания. Доверительная вероятность и предельная ошибка выборки. Оценка характеристик генеральной совокупности по малой выборке.	1,5	1,5
10	Статистическая проверка гипотез.	1,5	1,5
11	Корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции.	3	3
12	Линейная регрессия. Коэффициенты регрессии.	3	3
	Итого за 4 семестр	27	27

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

4. Содержание практических работ

Практическая работа 1. Решение комбинаторных задач: перестановки, размещения, сочетания.

Цель: формирование основных понятий комбинаторики и методов решения комбинаторных задач в приложении к теории вероятностей.

Теоретическая часть:

Комбинаторика - ветвь математики, изучающая комбинации и перестановки предметов, - возникла в XVII в. Долгое время казалось, что комбинаторика лежит вне основного русла развития математики и ее приложений. Положение дел резко изменилось после появления быстродействующих вычислительных машин и связанного с этим расцвета конечной математики. Сейчас комбинаторные методы применяются в теории случайных процессов, статистике, вычислительной математике, планировании экспериментов и т. д.

Комбинаторикой (от латинского *combinare* – соединять, сочетать) называют раздел математики, в котором изучаются задачи следующего типа: сколько комбинаций, удовлетворяющих тем или иным условиям, можно составить из элементов данного множества.

Элементарными комбинаторными конфигурациями являются сочетания, размещения, перестановки. Для подсчёта числа этих конфигураций используются правила суммы и произведения.

Правило суммы:

Если элемент A можно выбрать m способами, а элемент B можно выбрать k способами, то выбор элемента A или B можно осуществить $m + k$ способами.

Обобщением правила суммы является правило произведения.

Правило произведения:

Если элемент A можно выбрать m способами, а после каждого выбора элемента A элемент B можно выбрать k способами, тогда, упорядоченную пару элементов (A, B) можно выбрать $m \cdot k$ способами.

Пример 1:

Сколько трехзначных четных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры могут повторяться?

Решение: $n_1=6$ (т.к. в качестве первой цифры можно взять любую цифру из 1, 2, 3, 4, 5, 6), $n_2=7$ (т.к. в качестве второй цифры можно взять любую цифру из 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6), $n_3=4$ (т.к. в качестве третьей цифры можно взять любую цифру из 0, 2, 4, 6). Итак, $N=n_1 \cdot n_2 \cdot n_3=6 \cdot 7 \cdot 4=168$.

Пример 2:

Сколько всех четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 5, 6, 7, 8?

Решение: Для каждого разряда четырехзначного числа имеется пять возможностей, значит $N=5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5=5^4=625$.

Размещения

Назовём множество, содержащее n элементов, n -множеством.

Последовательность $(x_1, x_2, \dots, x_k)$ длины k без повторяющихся элементов из элементов данного n -множества назовём k -размещением.

Обозначим символом A_n^k число размещений из n по k элементов (от фран. "arrangement"

- размещение). Используя правило произведения, вычислим число A_n^k .

Пусть произвольное размещение длины k имеет вид:

$(x_1, x_2, \dots, x_k)$.

Элемент x_1 можно выбрать n способами. После каждого выбора x_1 элемент x_2 можно выбрать $(n-1)$ способами. После каждого выбора элементов x_1 и x_2 элемент x_3 можно выбрать $(n-2)$ способами.

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

2) способами, и т.д. После каждого выбора элементов $x_1, x_2, \dots, x_{k-1}$ элемент x_k можно выбрать $n - (k-1) = (n-k+1)$ способами. Тогда, по правилу произведения, последовательность $(x_1, x_2, \dots, x_k)$

можно выбрать числом способов, равным $n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1) = A_n^k$.

Произведение в левой части равенства умножим и разделим на $(n-k)!$, получим

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Если в формуле $k = n$, то A_n^n есть число P_n перестановок из n элементов $P_n = n!$ (от "permutation"- перестановка).

Пример 3:

Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различные и нечетные?

Решение: т.к. нечетных цифр пять, а именно 1, 3, 5, 7, 9, то эта задача сводится к выбору и размещению на две разные позиции двух из пяти различных цифр, т.е. указанных чисел будет:

$$A_5^2 = 4 \cdot 5 = 20$$

Сочетания

k -подмножество данного n -множества называется k -сочетанием.

Обозначим через C_n^k число k -сочетаний из данных n элементов. Формулу для числа C_n^k получим, рассуждая следующим образом. Если каждое сочетание упорядочить всеми возможными способами, то получим все k -последовательностей из n элементов, без повторений, то есть все k -размещения.

Иными словами,

$$C_n^k \cdot k! = A_n^k$$

Откуда

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!},$$

$$C_n^k = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{k!}$$

Пример 4: Сколькими способами читатель может выбрать две книжки из шести имеющихся?

Решение: Число способов равно числу сочетаний из шести книжек по две, т.е. равно:

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{5 \cdot 6}{2!} = 15$$

Предполагая, что n и k - целые положительные числа и $0! = 1$, сформулируем основные свойства сочетаний.

Функция распределения $F(x)$ представляет собой вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее аргумента этой функции:

$$F(x) = P\{X < x\}.$$

Плотность вероятности (плотность распределения) $f(x)$ является первой производной от функции распределения: $f(x) = F'(x)$. График функции $f(x)$ называют *кривой распределения*.

Понятие вероятности сохраняется для непрерывной случайной величины как вероятность ее попадания в некоторый интервал, которую можно определить так:

$$P\{a < X < b\} = F(b) - F(a) \quad \text{или} \quad P\{a < X < b\} = \int_a^b f(x) dx.$$

Пример. Плотность вероятности случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ C(2x - x^2), & 0 < x < 2, \\ 0, & x \geq 2. \end{cases}$$

Найти:

$$1) C; \quad 2) F(x); \quad 3) P\{0,5 < X < 1,5\}.$$

Решение. 1) Из условия нормированности плотности вероятности следует, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1.$$

В нашем случае

$$\int_0^2 C(2x - x^2) dx = C(x^2 - x^3/3)|_0^2 = C(4 - 8/3) = 4C/3 = 1,$$

откуда $C = 3/4$.

2) Связь между $F(x)$ и $f(x)$ задается формулой
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$$

Поэтому при $x \leq 0$
$$F(x) = \int_{-\infty}^x 0 dx = 0,$$

при $0 < x < 2$
$$F(x) = \frac{3}{4} \int_0^x (2t - t^2) dt = \frac{3}{4} x^2 - \frac{1}{4} x^3,$$

а для $x \geq 2$
$$F(x) = \frac{3}{4} \int_0^2 (2t - t^2) dt + \int_2^x 0 \cdot dx = 1.$$

— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13115.html>

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

для обучающихся по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»
для студентов направления подготовки 10.03.01 Информационная безопасность
направленность (профиль) Безопасность компьютерных систем

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Пятигорск, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Общие положения	3
2.	Цель и задачи самостоятельной работы	4
3.	Технологическая карта самостоятельной работы студента	5
4.	Порядок выполнения самостоятельной работы студентом	5
	4.1. Методические рекомендации по работе с учебной литературой	5
	4.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	7
	4.3. Методические рекомендации по самопроверке знаний	7
5.	Контроль самостоятельной работы студентов	8
6.	Список литературы	8

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

ТетраСистемс, 2013. — 287 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28244.html>

6.2. Перечень дополнительной литературы:

Климов, Г. П. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / Г. П. Климов.
— Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. — 368 с.
— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13115.html>

