

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 21.10.2023 13:30:21
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по учебной работе
Пятигорского института (филиал)
СКФУ

_____ М.В. Мартыненко
«28» марта 2022 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по
дисциплине **«Алгебра»**

Направление подготовки
Направленность (профиль)
Форма обучения
Год начала обучения
Реализуется в 1 семестре

10.03.01 Информационная безопасность
Безопасность компьютерных систем
очная
2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Предисловие

1. Назначение: обеспечение методической основы для организации и проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Алгебра». Текущий контроль по данной дисциплине – вид систематической проверки знаний, умений, навыков студентов. Задачами текущего контроля являются получение первичной информацию о ходе и качестве освоения компетенций, а также стимулирование регулярной целенаправленной работы студентов. Для формирования определенного уровня компетенций.

2. ФОС является приложением к программе дисциплины «Алгебра» в соответствии с образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 10.03.01 Информационная безопасность.

3. Разработчик: Манторова Ирина Владиславовна, доцент кафедры физики, электротехники и электроэнергетики, кандидат педагогических наук, доцент

4. Проведена экспертиза ФОС.

Члены экспертной группы:

Председатель:

Масютина Г.В. – зав. кафедрой физики, электротехники и электроэнергетики

Члены комиссии:

Манторова И.В. – доцент кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Ростова А.Т. – профессор кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Представитель организации-работодателя:

Афанасов Владимир Христофорович - директор ООО «Сателлит»

Экспертное заключение: фонд оценочных средств соответствует ОП ВО по направлению подготовки 10.03.01 Информационная безопасность рекомендуется для оценивания уровня сформированности компетенций при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов по дисциплине «Алгебра».

28 марта 2022 г.

5. Срок действия ФОС определяется сроком реализации образовательной программы.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код оцениваемой компетенции, индикатора (ов)	Этап формирования компетенции (№ темы)	Средства и технологии оценки	Вид контроля, аттестация (текущий/промежуточный)	Тип контроля (устный, письменный или с использованием технических средств)	Наименование оценочного средства
1 семестр					
ОПК-2 (ИД-1,2,3)	1-7	Комплект разноуровневых заданий и вопросов по разделам дисциплины	текущий	письменный	Разноуровневые задачи и задания
ОПК-2 (ИД-1,2,3)	1-7	Вопросы к экзамену	промежуточный	устный	Экзамен

2. Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровни сформированности компетенции(ий), индикатора (ов)	Дескрипторы			
	Минимальный уровень не достигнут (неудовлетворительно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла	Средний уровень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов
<i>Компетенция: ОПК-2. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности</i>				
Результаты обучения по дисциплине (модулю): <i>Индикатор:</i> ИД-1 ОПК-2 Знает необходимые математические методы решения задач обеспечения	<i>Не знаком с основами теории матриц и определителей, систем линейных уравнений, матричного анализа и</i>	<i>Частичные знания основ теории матриц и определителей, систем линейных уравнений, матричного анализа и</i>	<i>Знает основы теории матриц и определителей, систем линейных уравнений, матричного анализа и особенности их применения для решения задач обеспечения защиты</i>	<i>Знает основы теории матриц и определителей, систем линейных уравнений, матричного анализа с возможностью оценить их полноту и связь со смежными областями знания</i>

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен с: 20.08.2021 по 20.08.2022

информации.	информации.	обеспечения защиты информации.	информации.	для решения задач обеспечения защиты информации.
ИД-2 _{опк-2} Умеет применять совокупность необходимых математических методов для решения задач обеспечения защиты информации.	<i>Отсутствуют умения</i> применять методы алгебры для решения задач обеспечения защиты информации.	<i>Частичные умения</i> применять методы алгебры для решения задач обеспечения защиты информации.	Умеет применять основы алгебры для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности.	Умеет применять методы алгебры для решения задач обеспечения защиты информации, требующих инновационных подходов и методов решения.
ИД-3 _{опк-2} Наделен навыками применения совокупности необходимых математических методов для решения задач обеспечения защиты информации.	<i>Не владеет навыками</i> применять методы алгебры для решения задач обеспечения защиты информации.	<i>Частично владеет навыками</i> применять методы алгебры для решения задач обеспечения защиты информации.	Владеет навыками применять методы алгебры для решения задач обеспечения защиты информации.	Владеет навыками применять методы алгебры для решения задач обеспечения защиты информации, требующих инновационных подходов и методов решения.

Описание шкалы оценивания

В рамках рейтинговой системы успеваемость студентов по каждой дисциплине оценивается в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль

Рейтинговая оценка знаний студента (в случаях, предусмотренных нормативными актами СКФУ).

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения	Количество баллов
1.	Практическое занятие 5	5 неделя	15
2.	Практическое занятие 10	10 неделя	20
3.	Практическое занятие 15	15 неделя	20
	Итого за 1 семестр		55
	Итого		55

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55**. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим

образом: ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
---	--

<i>Отличный</i>	<i>100</i>
<i>Хороший</i>	<i>80</i>
<i>Удовлетворительный</i>	<i>60</i>
<i>Неудовлетворительный</i>	<i>0</i>

Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация в форме **экзамена** предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры и оценивается 40 баллами из 100. В случае если рейтинговый балл студента по дисциплине по итогам семестра равен 60, то программой автоматически добавляется 32 премиальных балла и выставляется оценка «отлично». Положительный ответ студента на экзамене оценивается рейтинговыми баллами в диапазоне от **20** до **40** (**20** * Сэкз * **40**), оценка **меньше 20** баллов считается неудовлетворительной.

Шкала соответствия рейтингового балла экзамена 5-балльной системе

Рейтинговый балл по дисциплине	Оценка по 5-балльной системе
35 – 40	Отлично
28 – 34	Хорошо
20 – 27	Удовлетворительно

Итоговая оценка по дисциплине, изучаемой в одном семестре, определяется по сумме баллов, набранных за работу в течение семестра, и баллов, полученных при сдаче экзамена:

Шкала пересчета рейтингового балла по дисциплине в оценку по 5-балльной системе

<i>Рейтинговый балл по дисциплине</i>	<i>Оценка по 5-балльной системе</i>
<i>88-100</i>	<i>Отлично</i>
<i>72-87</i>	<i>Хорошо</i>
<i>53-71</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i><53</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

3. Типовые контрольные задания и иные материалы, характеризующие этапы формирования компетенций

Комплект разноуровневых задач (заданий) по дисциплине «Алгебра»

1. Задачи репродуктивного уровня

Тема 1.

1. Является ли следующее множество группой, кольцом, полем относительно сложения чисел и умножения чисел:

- множество действительных чисел;

- множество рациональных чисел;

- множество отрицательных рациональных чисел;

- множество натуральных чисел;

- множество целых чисел;

- множество действительных чисел;

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

- множество четных целых чисел;
- множество неотрицательных целых чисел;
- множество простых чисел;
- множество комплексных чисел?

Тема 2.

1. Вычислить:

а) $(\sqrt{3}-i)^8$;

б) $(-\sqrt{3+i})^3$;

в) $(-1+i\sqrt{3})^{12}$.

2. Определить модуль комплексного числа:

а) $z = 2 - 3i$; б) $z = -7 + 2i$; в) $z = 3 - 4i$; г) $z = 13 - i$; д) $z = \frac{-4 - 2i}{-3 - i}$; е) $z = \frac{7 - i}{1 + 7i}$.

3. Выполните арифметические действия над комплексными числами. Изобразите найденные числа на комплексной плоскости.

1.1. $\sqrt[4]{\frac{(1+\sqrt{3}i)^6 - 60 + 2i}{(2-i)^3 - 6 + 9i}}$.

1.2. $\sqrt[3]{\frac{(2-2i)^4 + 72 + 4i}{(1-2i)^2 + 5i}}$.

1.3. $\sqrt[6]{\frac{(2+3i)^2 - (2-3i)^2}{48 \cdot (1+i)^{10}}}$.

1.4. $\sqrt[2]{\frac{(2-i)^2 - 3}{(-1+i)^8}}$.

Тема 3.

1. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \quad \text{и} \quad B = .$$

Вычислите следующие выражения:

а); б).

2. Даны матрицы

$$A = , \quad B = , \quad C = , \quad D = , \quad F = .$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а);

б);

в);

г);

д);

е).

3. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \quad \text{и} \quad B = .$$

Вычислите следующие выражения:

а);

б);

в).

4. Даны матрицы

$$A = , \quad B = , \quad C = , \quad D = (-1, 2, 3), \quad X = .$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а);

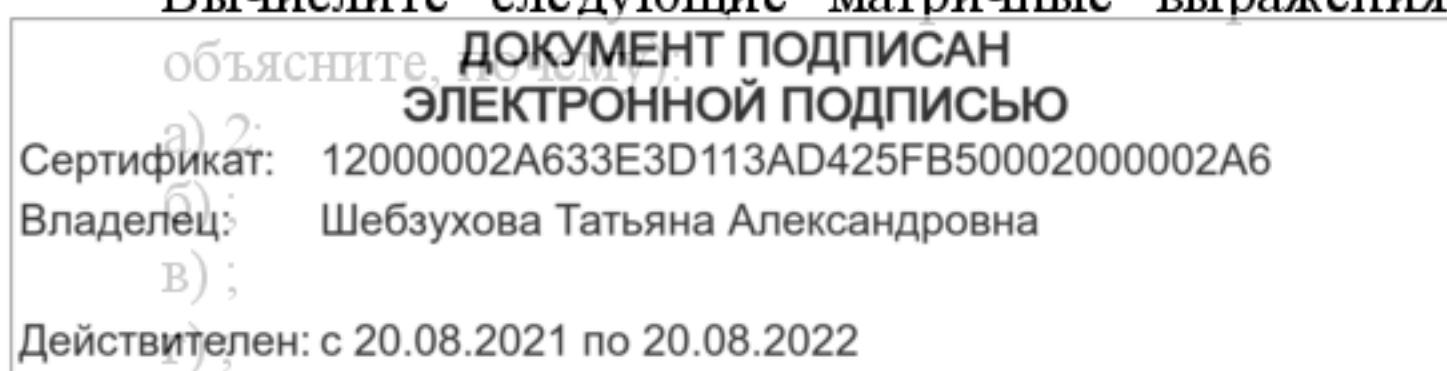
б);

в);

г);

д);

е);



д);

е).

5. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$A =$ и $B =$

Вычислите , и .

6. Даны матрицы

$A =$, $B =$, $C =$, $D =$, $F =$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) и ;

б) и ;

в) и ;

г) и ;

д);

е).

7. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_{1,2}$ и $n_{1,2}$, чтобы была определена операция сложения матриц $A + B$?

8. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_{1,2}$ и $n_{1,2}$, чтобы было определено произведение матриц $A \cdot B$?

9. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & -2 \\ -5 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & 5 & 1 \\ -4 & 1 & -8 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 6 & 2 & 5 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

Тема 4.

1. Исследовать систему линейных уравнений на совместность:

а)
$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_4 = -1, \\ -2x_2 + x_3 + 5x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 9x_4 = 5; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Определить количество решений однородной системы линейных уравнений:

а)
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 9x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}; \text{ в) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \end{cases}; \text{ д) } \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}; \text{ е) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases}$$

4. Решить системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}; \text{ в) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 18 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 24 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 + 5x_4 = 13 \\ 2x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$$

Тема 5.

Задача 1. Определить, при каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \{-2, 3, \beta\}$ и $\vec{b} = \{\alpha, -6, 2\}$ коллинеарны.

Задача 2. Даны три вектора $\vec{p} = \{3, -2, 1\}$, $\vec{q} = \{-1, 1, -2\}$, $\vec{r} = \{2, 1, -3\}$. Найти разложение вектора $\vec{c} = \{11, -6, 5\}$ по базису $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$.

Задача 3. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\phi = \frac{\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 1$, вычислить угол α между векторами $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$.

Задача 4. Вычислить проекцию вектора $\vec{a} = \{5, 2, 5\}$ на ось вектора $\vec{b} = \{2, -1, 2\}$.

Задача 5. Даны вершины тетраэдра: $A(2, 3, 1)$, $B(4, 1, -2)$, $C(6, 3, 7)$, $D(-5, -4, 8)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D .

Задача 6. Найти орт вектора $\vec{a} = 3e_1 + 4e_2 - 12e_3$.

Задача 7. Найти величину площади параллелограмма, сторонами которого являются векторы $\vec{a} = \{1, -3, 1\}$ и $\vec{b} = \{2, -1, 3\}$.

Задача 8. Вычислить внутренние углы треугольника с вершинами $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 7)$ и $C(7; 4; -2)$. Убедиться, что этот треугольник равнобедренный. Сделать чертеж.

Задача 9. Зная одну из вершин треугольника $A(2; -5; 3)$ и векторы, совпадающие с двумя его сторонами $\vec{AB} = \{4; 1; 2\}$ и $\vec{BC} = \{3; -2; 5\}$. Найти остальные вершины и координаты вектора $\vec{CA}$.

Тема 6.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Является ли эта система порождающей?

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\left\{ f_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

является линейно независимой.

2. Докажите, что система $\left\{ g_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 14 \\ 10 \end{pmatrix}, g_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ является линейно зависимой. Является ли эта система порождающей?

3. Обозначим $R_2[x]$ – множество многочленов от буквы x с действительными коэффициентами, степень которых не превышает 2: $R_2[x] = \{ax^2 + bx + c | a, b, c \in R\}$.

а) Докажите, что системы $\{1, x, x^2\}$ и $\{1, x-1, (x-1)^2\}$ являются линейно независимыми. Является ли эта система порождающей?

б) Докажите, что системы $\{1, x+1, 2x, x^2\}$ и $\{x+1, x^2, x^2-x+1\}$ являются линейно зависимыми. Являются ли эти системы порождающими?

4. Докажите, что система $\left\{ f_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ является линейно независимой. Является ли эта система порождающей?

5. Докажите, что система $\left\{ g_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 14 \\ 10 \end{pmatrix}, g_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ является линейно зависимой. Является ли эта система порождающей?

6. Обозначим $R_2[x]$ – множество многочленов от буквы x с действительными коэффициентами, степень которых не превышает 2: $R_2[x] = \{ax^2 + bx + c | a, b, c \in R\}$.

а) Докажите, что системы $\{1, x, x^2\}$ и $\{1, x-1, (x-1)^2\}$ являются линейно независимыми. Является ли эта система порождающей?

б) Докажите, что системы $\{1, x+1, 2x, x^2\}$ и $\{x+1, x^2, x^2-x+1\}$ являются линейно зависимыми. Являются ли эти системы порождающими?

Тема 7.

1. Найти собственные значения и собственные векторы, привести к диагональному виду матрицу линейного оператора:

1. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, 2. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 3. $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, 4. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 6. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 7. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, 8. $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

2. Определите, является ли международная торговля двух стран А и Б сбалансированной, если вектор национальных доходов x и структурная матрица A этих стран

$$x = \begin{pmatrix} 12000000000 \\ 70000000000 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,9 \\ 0,7 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

2. Задачи реконструктивного уровня

1. Как изменится произведение матриц A и B , если переставить i -ю и j -ю строки матрицы A ?

2. Привести примеры таких матриц порядка 2, для которых верны следующие равенства:

1) $A \cdot B = \theta$; 2) $A \cdot B = B \cdot A$; 3) $C \cdot D = -D \cdot C$; 4) $M \cdot V = \theta$ хотя $M \neq \theta, V \neq \theta$ где

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Е. Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

3. Привести примеры матриц порядка 3, обладающих свойствами аналогичными свойствам 1)–4) из задачи 2.

4. Найти ранг матрицы A в зависимости от значений параметра b :

$$A = \begin{pmatrix} b & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & b & -2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Найти наименьшее натуральное k , при котором система линейных уравнений имеет единственное решение:

$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = 1 \\ x_1 + kx_2 + \dots + x_{n-1} + x_n = 1 \\ \dots \\ x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + kx_n = 1 \end{cases}$$

6. Система линейных уравнений имеет единственное решение. Доказать, что $abc \neq 0$ и найти это решение.

$$\begin{cases} ay + bx = c, \\ cx + az = b \\ bz + cy = a \end{cases}$$

7. Доказать, что если $A \cdot B - E$ вырожденная матрица, то и $B \cdot A - E$ вырожденная матрица.

8. Доказать, что все шесть слагаемых в разложении определителя 3-го порядка не могут быть одновременно положительными.

9. Пусть a , b и c – произвольные векторы. Доказать, что векторы $p=2a-3b-2c$, $q=a+2b-c$ и $r=a+9b-c$ компланарны.

10. С помощью векторной алгебры доказать следующие теоремы планиметрии:

(а) свойство средней линии треугольника;

(б) свойство средней линии трапеции;

(в) теорему о пересечении медиан треугольника;

(г) если медианы одного треугольника параллельны сторонам другого треугольника, то и медианы второго треугольника параллельны сторонам первого.

3. Задачи творческого уровня

1. Найдите определитель квадратной матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите матрицу, обратную к квадратной матрице размера $n \times n$:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a \end{pmatrix}, \quad (a \neq 0).$$

3. Найдите ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Пусть матрица A имеет размерность 3×2 , а матрица B – 2×3 . Чему равен определитель матрицы AB?
5. Доказать, что из любых пяти векторов в евклидовом пространстве можно выбрать два таких, что длина их суммы не превосходит длины суммы трех оставшихся.
6. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 y^2 - 2x + y^2 = 0 \\ 2x^2 - 4x + 3 + y^3 = 0 \end{cases}.$$

7. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} z & z^2 & \dots & z^{199} & z^{200} \\ z^2 & z^3 & \dots & z^{200} & z \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z^{200} & z & \dots & z^{198} & z^{199} \end{vmatrix} \quad \text{а) при } z = i; \text{ б) при } z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}.$$

4. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

5. Описание шкалы оценивания

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55**. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

6. Предлагаемые студенту задания позволяют проверить сформированность компетенции, определяющие процедуры оценивания знаний, умения, характеризующих этапы формирования

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить сформированность компетенции

ОПК-2. Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	Оценка				
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание ...
Обоснованность выбора способа решения					
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований					
Верный ответ					

Вопросы к экзамену

1 семестр

Базовый уровень

Знать:

1. Матрица. Основные понятия.
2. Виды матриц.
3. Определители. Основные понятия. Свойства определителей.
4. Миноры и алгебраические дополнения.
5. невырожденная матрица. Присоединенная матрица. Транспонированная матрица. Обратная матрица.
6. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
7. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Матричная запись.
8. невырожденные системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
9. Метод обратной матрицы.
10. Теорема Кронекера – Капелли.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Векторы. Основные понятия. Коллинеарные, компланарные, равные векторы.
13. Скалярное произведение векторов и его свойства.
14. Теорема о скалярном произведении векторов в координатах.
15. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл.
16. Теорема о векторном произведении векторов в координатах.
17. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл.
18. Бинарная операция.
19. Группоид.
20. Нейтральный элемент, симметричный элемент.
21. Полугруппа, группа и подгруппа. Приведите примеры.

22. Кольцо, идеал, факторкольцо. Приведите примеры.

23. Простые и составные числа. Простые делители натурального числа.

24. Формы записи комплексного числа.

25. Собственное значение матрицы.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

26. Собственный вектор матрицы
27. Характеристический многочлен матрицы.

Уметь:

1. Действия над матрицами.
2. Разложение определителя по элементам некоторого ряда.
3. Алгоритм вычисления матрицы, обратной данной.
4. Алгоритм вычисления ранга матрицы.
5. Решение СЛУ методом Крамера.
6. Решение СЛУ методом обратной матрицы.
7. Решение СЛУ методом Гаусса.
8. Линейные операции над векторами.
9. Сложение, вычитание, умножение, деление комплексных чисел.

Владеть:

1. Способы вычисления определителей n-го порядка.
2. Способы вычисления матрицы, обратной данной.
3. Способы вычисления ранга матрицы.
4. Решение невырожденных СЛУ.
5. Исследование СЛУ на совместность.
6. Решение произвольных СЛУ.
7. Вычисление скалярного, векторного, смешанного произведений векторов по заданным координатам.
8. Выполнение действий над комплексными числами, заданными в показательной, тригонометрической формах.

Продвинутый уровень

Знать:

1. Свойства операции транспонирования матриц.
2. Теорема Лапласа с доказательством.
3. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы с доказательством.
4. Свойства решений однородной СЛУ.
5. Свойства векторов линейного пространства.

Уметь:

1. Докажите свойства операции транспонирования матриц.
2. Докажите, что ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях матрицы.
3. Пусть A – матрица. Доказать, что определитель матрицы $E - A$ равен 0 или 1.
4. Найти все квадратные матрицы, удовлетворяющие условию

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Пусть A и B квадратные матрицы с числовыми коэффициентами такие, что $A^2 = A$, $B^2 = B$, $A \cdot B = B \cdot A$. Доказать, что определитель $\det(A - B)$ может принимать только значения 0, 1, -1. Привести примеры.

Владеть:

1. Привести квадратичной формы к каноническому виду.

2. Определить, является ли равенство

верным: $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

2. Описание шкалы оценивания

Промежуточная аттестация в форме экзамена предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры и оценивается 40 баллами из 100. Минимальное количество баллов, необходимое для допуска к экзамену, составляет 33 балла. Положительный ответ студента на экзамене оценивается рейтинговыми баллами в диапазоне от **20** до **40** ($20 \leq S_{\text{экз}} \leq 40$), оценка **меньше 20** баллов считается неудовлетворительной.

Шкала соответствия рейтингового балла экзамена 5-балльной системе

Рейтинговый балл по дисциплине	Оценка по 5-балльной системе
35 – 40	Отлично
28 – 34	Хорошо
20 – 27	Удовлетворительно

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения **экзамена** осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются 1 теоретический вопрос и два практических задания.

Для подготовки по билету отводится 40 мин. При подготовке к ответу студенту

предоставляется право пользования справочными таблицами.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Оценочный лист											
№ п/п	Ф.И.О. студента	Параметры состояния образованности									Итоговый балл
		Предметно-информационная составляющая образованности				Деятельностно-коммуникативная составляющая образованности			Ценностно-ориентационная составляющая образованности		
		Контроль-но-методический срез	Общеучебные умения и навыки			Уровень развития устной речи	Умение работать с информацией	Грамотность	Умение использовать полученные знания в повседневной жизни	Уровень адекватности самооценки	
Умение анализировать	Умение доказывать		Умение делать выводы								
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022