

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 24.08.2023 12:01:20
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по учебной работе
Пятигорского института (филиал)
СКФУ
_____ М.В. Мартыненко

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по
дисциплине **«Математика»**

Направление подготовки

**23.03.03 Эксплуатация транспортно-
технологических машин и комплексов**
Автомобильный сервис

Направленность (профиль)

Заочная

Форма обучения

2022

Год начала обучения

Реализуется в 1,2 семестрах

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Предисловие

1. Назначение: обеспечение методической основы для организации и проведения текущего и промежуточного контроля по дисциплине «Математика». Текущий контроль по данной дисциплине – вид систематической проверки знаний, умений, навыков студентов. Задачами текущего контроля являются получение первичной информации о ходе и качестве освоения компетенций, а также стимулирование регулярной целенаправленной работы студентов. Для формирования определенного уровня компетенций.

2. ФОС является приложением к программе дисциплины «Математика» в соответствии с образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

3. Разработчик: Янукян Эдуард Григорьевич, профессор кафедры физики, электротехники и электроэнергетики, доктор физико-математических наук, профессор

4. Проведена экспертиза ФОС.

Члены экспертной группы:

Председатель:

Масютина Г.В. – зав. кафедрой физики, электротехники и электроэнергетики

Члены комиссии:

Манторова И.В. – профессор кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Ростова А.Т. – профессор кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Представитель организации-работодателя:

Кобалия Тамази Леонидович, директор ООО «Модуль-Строй»

Экспертное заключение: фонд оценочных средств соответствует ОП ВО по направлению подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов рекомендуется для оценивания уровня сформированности компетенций при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов по дисциплине «Математика».

28 марта 2022 г.

5. Срок действия ФОС определяется сроком реализации образовательной программы.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код оцениваемой компетенции, индикатора (ов)	Этап формирования компетенции (№ темы)	Средства и технологии оценки	Вид контроля, аттестация (текущий/промежуточный)	Тип контроля (устный, письменный или с использованием технических средств)	Наименование оценочного средства
1 семестр					
ОПК-1 (ИД-1,2,3)	1-9	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	текущий	Письменные	Ранеуровневые задачи и задания
2 семестр					
ОПК-1 (ИД-1,2,3)	10-22	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	текущий	Письменные	Ранеуровневые задачи и задания
ОПК-1 (ИД-1,2,3)	10-22	Вопросы к экзамену	промежуточный	Устный	Экзамен

2. Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровни сформированности и компетенции(ий), индикатора (ов)	Дескрипторы			
	Минимальный уровень не достигнут (неудовлетворительно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла	Средний уровень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов
Компетенция: ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности				
Результаты обучения по дисциплине (модулю): Индикатор: ИД-1 _{опк-1} Знать основы	<i>Отсутствуют знания основ естественнонаучных и общинженерных наук, методов математического</i>	<i>Частичные знания основ естественнонаучных и общинженерных наук, методов</i>	<i>Хорошие знания основ естественнонаучных и общинженерных наук, методов математического анализа и моделирования</i>	<i>Отличные знания с пониманием способов применения к решению задач профессиональной деятельности основ естественнонаучных и общинженерных наук, методов математического</i>

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

моделирования.				анализа и моделирования
ИД-2 _{ОПК-1} Применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	<i>Отсутствуют умения</i> применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	<i>Частичные умения</i> применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	<i>Умеет</i> применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	<i>Умеет</i> применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности, требующих инновационных или нестандартных подходов и методов решения
ИД-3 _{ОПК-1} Обладать навыком применения естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	<i>Не владеет навыками</i> применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	<i>Частично владеет навыками</i> применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	<i>Владеет навыками</i> применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	<i>Владеет навыками</i> применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности, требующих инновационных или нестандартных подходов и методов решения

Промежуточная аттестация

Описание шкалы оценивания

Успеваемость студентов дисциплине оценивается в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации. **Текущий контроль** проводится на основании решения задач на практическом занятии. **Промежуточная аттестация** в форме экзамена.

3. Типовые контрольные задания и иные материалы, характеризующие этапы формирования компетенций

Комплект разноуровневых задач (заданий) по дисциплине «Математика»

1. Задачи репродуктивного уровня

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

а) $A+B$; б) $A-B$.

2. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = (-1 \ 2 \ 3), \quad F = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) $A+B$;

б) $B-D$;

в) $A+B-C$;

г) A^T+B ;

д) D^T+F ;

е) F^T+A .

3. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие выражения:

а) $A-2B$;

б) $3A+2B$;

в) $2A-4B$.

4. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = (-1, 2, 3), \quad X = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) $2A+B$;

б) $2B-D$;

в) $A+2B-3C$;

г) $3A^T+B$;

д) D^T+2X ;

е) $2X-D$.

5. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вычислите $A \cdot B$, $B \cdot A$ и $A \cdot B - B \cdot A$.

6. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) $A \cdot B$ и $B \cdot A$;

б) $D \cdot C$ и $C \cdot D$;

в) $A \cdot F$ и $F \cdot A$;

г) $D \cdot F$ и $F \cdot D$;

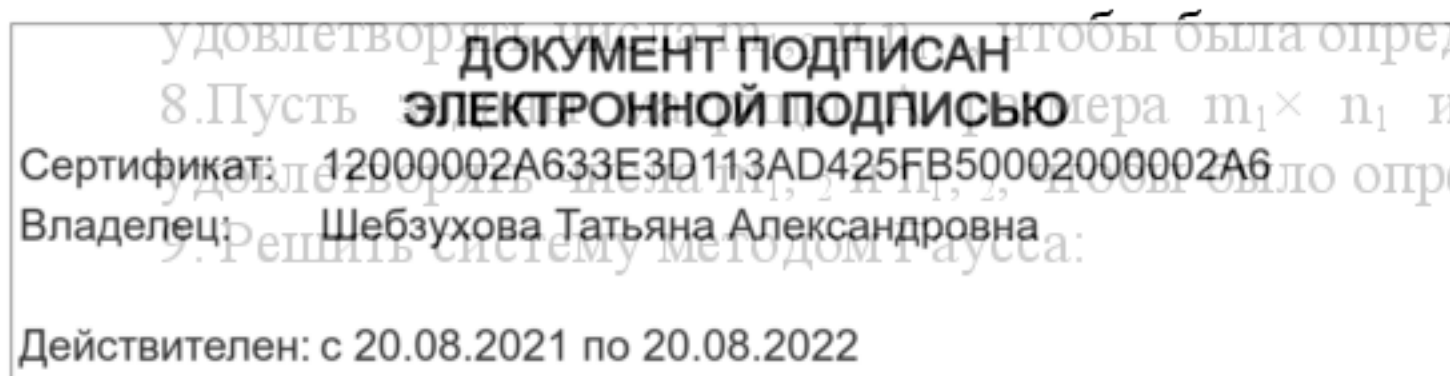
д) $F \cdot A$;

е) $F^T \cdot A$.

7. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа m_1, n_1, m_2, n_2 , чтобы была определена операция сложения матриц $A+B$?

8. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа m_1, n_1, m_2, n_2 , чтобы было определено произведение матриц $A \cdot B$?

9. Решить систему методом Гаусса:



$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

10. Решить систему с помощью обратной матрицы и по правилу Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -6 \end{cases}$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$2(A+B) \cdot (2B-A) = ?$$

Раздел 2.

1. Найти точку, симметричную точке $M(-3,1)$ относительно начала координат.
2. Доказать, что треугольник с вершинами $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(5,3)$ является равнобедренным.
3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1,1)$ и $C(2,6)$. Найти координаты двух других вершин.
4. Дано общее уравнение прямой $3x - 2y + 12 = 0$. Составьте уравнение этой прямой с угловым коэффициентом и уравнение в отрезках.
5. Составьте уравнение прямой с угловым коэффициентом $k = 2$, проходящей через точку $M(-1;2)$.
6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(2;1)$ и $M_2(1;-3)$.
7. Дано общее уравнение прямой $12x - 5y - 60 = 0$. Написать:
уравнение с угловым коэффициентом;
уравнение в отрезках;
нормальное уравнение.
8. Прямая на плоскости отсекает на осях координат равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного прямой с осями координат, равна 8 кв.ед.
9. Не вычисляя координаты вершин треугольника, написать уравнения прямых, проведенных через эти вершины параллельно противолежащим сторонам. Стороны треугольника заданы уравнениями: $5x - 2y + 6 = 0$; $4x - y + 3 = 0$ и $x + 3y - 7 = 0$.
10. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $P(8;6)$ и отсекает от координатного угла треугольник с площадью, равной 12 кв.ед.
11. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $P(-2; 3)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(5; -1)$ и $B(3; 7)$.
12. Вычислить расстояние d между параллельными прямыми: $3x - 4y - 10 = 0$; $6x - 8y + 5 = 0$.

Раздел 3.

1. Вычислить:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 2 - 4x^2}{5 + x + 8x^2};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3 + 2x^2}{x - 2 + x^2};$$

2. Найти предел функции:

- 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 7x^2 + 5x - 4}{x^4 + x^2 + x + 1};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+3)(x+4)(x+5)}{x^4 + x - 11};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x + 2}{x^2 - x + 1};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + x}{2x^3 + x - 1};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^3 - 14}{5x^4 + x^3 + x^2 + x - 1}.$

Раздел 4.

1. Найти производные функций:

1. $y = 2x^3 + 5x^2 - 7x - 4$
2. $y = \sqrt{x}$
3. $y = -ctg x - x$
4. $y = \frac{1}{x^2}$
5. $y = \sqrt[3]{x^2}$
6. $y = 5 \sin x + 3 \cos x$
7. $y = 5(tg x - x)$
8. $y = \frac{1}{e^x + 1}$
9. $y = 2^{x^2}$
10. $y = x\sqrt{x}$

2. Вычислить производную функции

- а) $y = 5^x + x \ln x$, в точке $x_0 = 1$;
- б) $y(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{5}x - 4x^3 + 5$, в точке $x_0 = 1$;
- в) $f(x) = 2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = 4$;
- г) $f(x) = 4x^3 + 6x + 3$ в точке $x_0 = 1$.

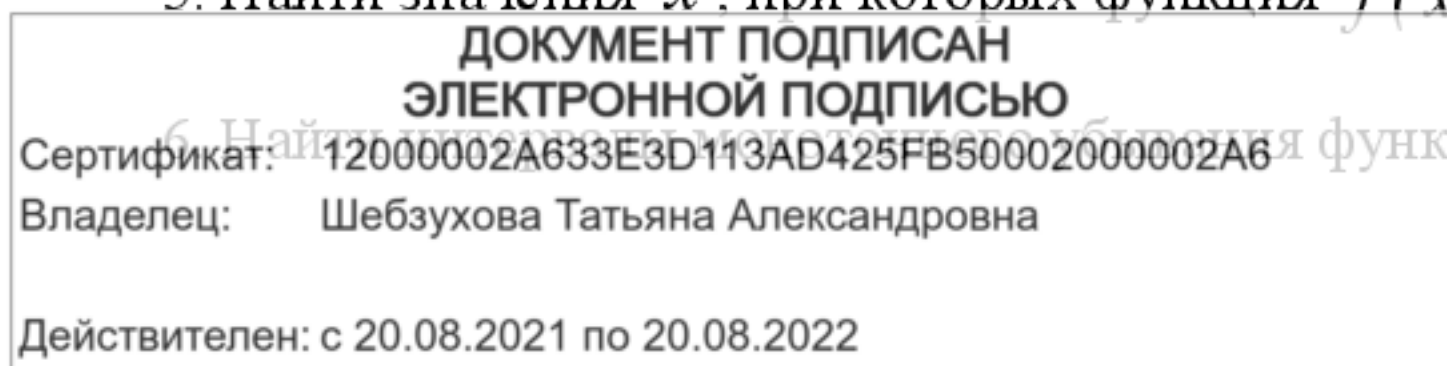
3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции y в точке:

1. $y = x - x^2$, $a = 1$.
2. $y = x^2 + x + 1$, $a = -1$.
3. $y = x^3 + x$, $a = 1$.
4. $y = \sqrt{x} - 2$, $a = 4$.
5. $y = x^2 + \sqrt{x^3}$, $a = 1$.
6. $y = \sqrt[3]{x^2} - 9$, $a = -27$.
7. $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$, $a = 9$.
8. $y = 32 \sqrt[4]{x} - x$, $a = 16$.
9. $y = x^2 - x - 1$, $a = 1$.
10. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$, $a = 2$.

4. Найти значения x , при которых функция $f(x) = 4x + \frac{9}{x}$ имеет экстремумы.

5. Найти значения x , при которых функция $f(x) = 3x^2 + \frac{48}{x}$ имеет экстремумы.

6. Найти значения x , при которых функция $y = x^3 + 1,5x^2 + 2$.



7. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$.
8. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{4} - x$.
9. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций $y = \frac{-3x^2 - 5x - 4}{x + 1}$.
10. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций $y = \frac{x^2 + 3x - 12}{x + 5}$.
11. Найти все критические точки функции $f(x) = 2x^2 - 6|x + 1| + 5$.
12. Найти все критические точки x функции $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$.

Раздел 5.

1. Вычислить:

1. $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} dx$
2. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
3. $\int \frac{x^3 dx}{x^2 + 2x + 3}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2 + 3x}}$
5. $\int x \arctg x dx$
6. $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$
7. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2 + x + 1}}$
8. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$
9. $\int \cos x \cos 3x dx$
10. $\int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$

2. Вычислить неопределенный интеграл:

1. $\int (x + 1)e^x dx$.
2. $\int \arcsin x dx$.
3. $\int x^2 \sin x dx$.
4. $\int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx$.
5. $\int x \ln x dx$.
6. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$.
7. $\int e^{2x} \cos x dx$.
8. $\int x^2 \arctg x dx$.
9. $\int \sin \ln x dx$.
10. $\int x^2 e^x dx$.

Раздел 6.

1. Найти частные производные до второго порядка включительно заданных функций:

1. $z = e^{xy}$.
2. $z = x \ln(x/y)$.
3. $z = \sin(xy)$.
4. $z = e^x \cos y$.
5. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
6. $z = \ln(x^2 + y)$.
7. $z = \sqrt{2xy + y^2}$.
8. $z = \ln \sqrt[3]{xy}$.
9. $z = x \cos y + y \sin x$.
10. $z = (1 + x)^2(1 + y)^4$.

2. Найти производные функции $z = z(u, v)$:

$$z'_x \text{ и } z'_y, \quad u = u(x, y) \text{ и } v = v(x, y).$$

1. ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН $+y$, $v = x - y$.
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

2. $z = \ln(u^2 + v^2), \quad u = xy, \quad v = x/y.$
3. $z = u^v, \quad u = \sin x, \quad v = \cos y.$
4. $z = u^2 + 2v^3, \quad u = x^2 - y^2, \quad v = e^{xy}.$
5. $z = \operatorname{arctg}(u/v), \quad u = x \sin y, \quad v = x \cos y.$
6. $z = \ln(u - v^2), \quad u = x^2 + y^2, \quad v = y.$
7. $z = u^3 + v^2, \quad u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v = \operatorname{arctg}(y/x).$
8. $z = \sqrt{uv}, \quad u = \ln(x^2 + y^2), \quad v = xy^2.$
9. $z = e^{uv}, \quad u = \ln x, \quad v = \ln y.$
10. $z = \ln(u/v), \quad u = \sin(x/y), \quad v = \sqrt{x/y}.$

3. Найти производные функций, заданных неявно:

1. $y^x = x^y.$
2. $y = 1 + y^x.$
3. $y = x + \ln y.$
4. $x + y = e^{x-y}.$
5. $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0.$
6. $x - y + \operatorname{arctg} y = 0.$
7. $y \sin x - \cos(x - y) = 0.$
8. $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0.$
9. $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0.$
10. $x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0.$

Раздел 7.

1. Известно, что скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела T_T и температурой окружающей среды T_c . Найти зависимость температуры тела от времени t , если $T_T(0) = T_0$.

2. Найти кривую, проходящую через точку $(2; 0)$ и обладающую тем свойством, что отрезок касательной между точкой касания и осью ординат имеет постоянную длину, равную 2.

3. Тело массой m падает под действием силы тяжести и тормозящей силы сопротивления воздуха, пропорциональной квадрату скорости. Найти закон изменения скорости падения тела, если $V(0) = 0$.

Раздел 8.

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$1.1. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 - 1}{3n^2 + 1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3}{(2n-1)^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{8n^3 + 1},$$

$$1.2. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^3 + 2},$$

$$1.3. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 + 2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{8n^9 - 3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{3^n},$$

$$1.4. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+2)^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 5^n}{n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{8n^6 - 5}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^2},$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$1.5. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 - \frac{1}{2}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5n^9 - 3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 6^n}{7^n},$$

Раздел 9.

По данным выборки, удовлетворяющей нормальному закону распределения, вычислить:

- 1) выборочное среднее;
- 2) исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение;
- 3) доверительный интервал для математического ожидания при доверитель-ной вероятности γ ;
- 4) доверительный интервал для среднего квадратического отклонения для того же значения γ .

$\gamma = 0.95$

18.3 15.5 24.5 24.7 18.0 13.3 15.4 10.1 23.1 19.3 5.7 11.6 14.3 -4.5 20.3 32.3

2. Задачи реконструктивного уровня

Раздел 1.

$$1. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}; \quad X = ?$$

2. Выяснить, сколько решений имеет система, и найти эти решения:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

Раздел 2.

1. Найти координаты центра тяжести системы двух материальных точек $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, в которых сосредоточены массы m_1 и m_2 .
2. Даны вершины однородного проволочного треугольника: $A(-1, 3)$, $B(2, -1)$, $C(-2, 3)$. Определить центр тяжести треугольника ABC.
3. Даны вершины однородной четырехугольной пластинки: $A(-1, 1)$, $B(3, -1)$, $C(2, 2)$, $D(-2, -2)$. Найти координаты центра тяжести этой пластинки.
4. Даны вершины треугольника $A(2; -5)$, $B(1; -2)$, $C(4; 7)$. Найти точку пересечения со стороной AC биссектрисы его внутреннего угла при вершине B.
5. Даны вершины треугольника: $A(1; -1)$, $B(-2; 1)$ и $C(3; 5)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины B.
6. Луч света, проходящий через точку $M_1(3; -1)$, отражается от прямой $2x - y - 1 = 0$ и после этого проходит через точку $M_2(5; 3)$. Написать уравнения падающего и отраженного лучей.
7. Струя воды, выбрасываемая фонтаном, принимает форму параболы, параметр которой $p = 0,1$ м. Определить высоту струи, если известно, что она падает в бассейн на расстояние 2 м от места выхода.

Раздел 3.

1. Вычислить:

$$\begin{aligned} 1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2} & \quad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4} \\ 3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^3 - (1+n)^3} & \quad 4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2} \\ 5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2} & \quad 6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n+2)^2}{(n-2)^3 - (n+2)^3} \end{aligned}$$

Документ подписан
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебухова Татьяна Александровна
Исследовать на непрерывность функцию
графически.
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$\frac{1}{1-x}$

в точках $x_0 = 4$, $x_1 = 1$. Показать

2. Вычислить предел по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = \sin^4 x + \cos^4 x \text{ на } [0; \pi].$$

4. Провести полное исследование функции и построить её график

а) $y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}$;

б) $y = \frac{\ln x}{x}$.

5. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом 60° вписан прямоугольник, основание которого расположено на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Раздел 5.

1. Найти площадь эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиондой $r = a(1 + \cos \varphi)$.

3. Найти длину дуги кривой $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ от точки M_1 с абсциссой $x_1 = a$ до точки M_2 с

абсциссой

$$x_2 = b \quad (b > a).$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг оси Oх

$$\text{астроиды } x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Oх.

7. Котел, имеющий форму полушара радиуса r , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?

8. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$

Раздел 6.

1. Найти область существования функции:

1) $z = xy$ и 2) $z = x^2 + y^2$; $f(x, y) = \arcsin(1 - x^2 - y^2) + \arcsin 2xy$.

2. Выразить объем прямоугольного параллелепипеда, вписанного в шар радиуса R , как функцию двух его измерений x, y . Найти область определения этой функции.

3. Выразить площадь S равнобочной трапеции как функцию трех величин: длин оснований x и y и боковой стороны z .

4. Выразить площадь треугольника как функцию длин двух его сторон при условии, что известен полупериметр треугольника p .

Раздел 7.

Решить дифференциальные уравнения:

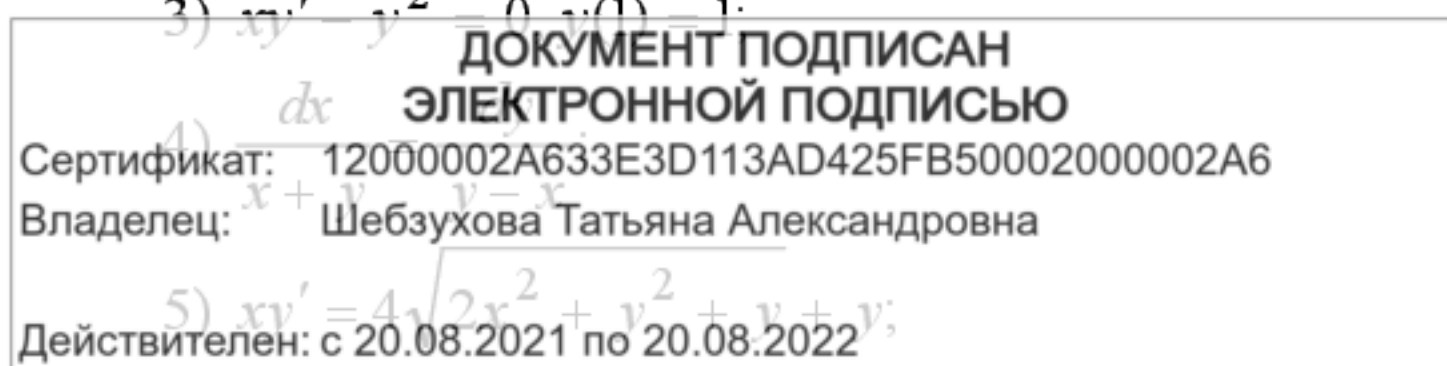
1) $2x\sqrt{1-y^2} dx + y dy = 0$

2) $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dy$;

3) $xy' - y^2 = 0, y(1) = 1$;

4) $\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{y-x}$

5) $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y + y^3$;



$$6) y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1;$$

$$7) y' = y \sin x = \sin x \cos x;$$

$$8) y' = \frac{y}{x} = x^2;$$

$$9) y' - \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1;$$

$$10) y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2;$$

$$11) 2xy'y'' = (y')^2 + 1;$$

$$12) 2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2, y(0) = y'(0) = 1;$$

$$13) y'' + 9y = \sin 3x + 2e^x;$$

$$14) y'' - 4y' + 5y = (16 - 2x)e^{-x} + x^2;$$

$$15) y'' - 6y' + 9y = 3e^{3x}, y(0) = \frac{4}{3}, y'(0) = \frac{1}{27};$$

$$16) y'' + 4y = \sin x, y(0) = y'(0) = 1;$$

$$17) y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x};$$

$$18) y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}, y(0) = y'(0) = 0;$$

Раздел 8.

1. Вычислить приближенно интеграл, взяв два члена разложения подынтегральной функции в ряд. Оценить погрешность.

$$1. \int_0^{1/2} e^{-2x^2} dx, \quad 2. \int_0^{1/2} \ln(1 + x^3) dx,$$

$$3. \int_0^{1/2} \sin x^2 dx, \quad 4. \int_0^{1/2} \cos x^2 dx, \quad 5.$$

$$6. \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad 6. \int_0^{1/2} \ln(1 + x^4) dx.$$

Раздел 9.

1. Выборочно обследовали партию кирпича, поступившего на стройку. Из 100 проб в 12 случаях кирпич оказался бракованным. Найти точечную оценку доли бракованного кирпича и σ_p .

2. Для определения среднего процентного содержания белка в зернах пшеницы было отобрано 625 зерен, обследование которых показало, что выборочное среднее равно 16,8, а выборочная несмещенная дисперсия 4. Чему равна предельная ошибка выборки? Доверительная вероятность $\gamma = 98,8\%$.

3. Среди стандартных изделий одной фабрики в среднем 15% относится ко второму сорту. С какой вероятностью можно утверждать, что процент p изделий второго сорта среди 1000 стандартных изделий данной фабрики отличается от 15% не более чем на 2%?

4. Из партии в 5000 электрических ламп было отобрано 300 по схеме бесповторной выборки. Средняя продолжительность горения ламп в выборке оказалась равной 1450 часам, а дисперсия 4000. Найти доверительный интервал для среднего срока горения

лампы. Доверительная вероятность $\gamma = 99,96\%$.

5. При изготовлении автоматического автомата было проведено 12 независимых испытаний, в результате которых получены следующие значения: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Известно, что фасовочный аппарат отрегулирован без смещения, так что его ошибка подчиняется нормальному закону распределения

$N(0, \sigma^2)$, но значение параметра σ^2 неизвестно. По результатам контрольных взвешиваний была рассчитана выборочная дисперсия $S^2=0.7$ ($г^2$). Получить интервальную оценку для среднего квадратического отклонения ошибки взвешивания с уровнем доверия 0.95.

6. Аналитик рынка ценных бумаг оценивает среднюю доходность определенного вида акций. Случайная выборка из 16 дней показала, что средняя доходность по акциям данного типа составляет 8% с выборочным средним квадратическим отклонением в 4%. Предполагая, что доходность акции подчиняется нормальному закону распределения, определите 99% -ый доверительный интервал для средней доходности интересующего аналитика вида акций.

3. Задачи творческого уровня

1. Найдите определитель квадратной матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите матрицу, обратную к квадратной матрице размера $n \times n$:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a \end{pmatrix}, \quad (a \neq 0).$$

3. Найдите A^{100} , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. На лобовом стекле автомобиля укреплены два дворника длиной L каждый, вращающиеся вокруг двух точек, которые отстоят друг от друга также на расстоянии L . Каждый дворник подметает один полукруг. Какую площадь подметают оба дворника?

5. Вычислите предел:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}.$$

6. При каком значении a функция дифференцируема в точке $x = 0$?

$$f(x) = |x| + a^2 - 2(a+1)|x|$$

7. Оцените интеграл:

$$\int_0^1 \sqrt{(1+x)(1+x^3)} dx.$$

8. Вычислить:

$$\int \frac{x^2}{(x \sin x + \cos x)^2} dx$$

9. Решить уравнение:

$$y' \cos y = \frac{\sin y}{x} + 1 + x.$$

10. Сколько раз дифференцируема в нуле функция и сколько её производных непрерывны в нуле?

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$f(x) = \begin{cases} x^4 \cdot \sin \frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0 \\ 0 & \text{при } x = 0 \end{cases}$$

4. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить сформированность компетенции ОПК-1. Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	Оценка				
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание ...
Обоснованность выбора способа решения					
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований					
Верный ответ					

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Вопросы к экзамену

2 семестр

1. Понятие неопределенного интеграла. Первообразная.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Интегрирование элементарных дробей.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических функций.
6. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
7. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральная сумма.
8. Условия существования определенного интеграла.
9. Свойства определенного интеграла.
10. Понятие предела для функции двух и более переменных.
11. Непрерывность функций нескольких переменных.
12. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
13. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.
14. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
15. Частные производные высших порядков.
16. Касательная и нормаль к поверхности.
17. Производная по направлению. Градиент.
18. Экстремум функции нескольких переменных.
19. Наибольшее и наименьшее значения функции.
20. Условный экстремум.
21. Метод множителей Лагранжа.
22. Понятие двойного интеграла.
23. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
24. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
25. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
26. Понятие тройного интеграла.
27. Криволинейные интегралы I рода: основные понятия.
28. Криволинейные интегралы II рода: основные понятия.
29. Поверхностный интеграл.
30. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
31. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной, их геометрический смысл.
32. Уравнения с разделяющимися переменными. Методы решения ДУ первого порядка.
33. Методы решения уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка.
34. Интегрирование ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
35. Линейные уравнения.
36. Понятие числового ряда. Ряд геометрической прогрессии. Гармонический ряд.
37. Знакопеременные ряды.
38. Абсолютная и условная сходимость.
39. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
40. Вероятность события.
41. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
42. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
43. Схема повторных независимых испытаний.
44. Случайные события. Распределения. Числовые характеристики.
45. Выборка, основные характеристики.
46. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения **экзамена** осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются 1 теоретический вопрос и два практических задания.

Для подготовки по билету отводиться 40 мин. При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования справочными таблицами.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Оценочный лист

№ п/п	Ф.И.О. студента	Параметры состояния образованности									Итоговый балл
		Предметно-информационная составляющая образованности				Деятельностно-коммуникативная составляющая образованности			Ценностно-ориентационная составляющая образованности		
		Контроль-но-методиче-ский срез	Общеучебные умения и навыки			Уровень развития устной речи	Умение работать с информацией	Гра-мот-ность	Умение использо-вать полученн-ые знания в повседнев-ной жизни	Уро-вень аде-кват-ности само-оценки	
Умение анализирова-ть	Умение доказы-вать		Умение делать выводы								
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022