

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРА-  
ЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания по выполнению практических работ  
по дисциплине «Эконометрика»  
для студентов направления подготовки 38.03.01 «Экономика»,  
направленность (профиль) «Учет, аудит и правовое регулирование бизнеса»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Пятигорск 2022

СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ.....   | 3  |
| Тема №1. Предмет и задачи курса   |    |
| Практическое занятие № 1-2. Методологические вопросы построения эконометрических моделей.....     | 4  |
| Тема №2. Парная регрессия и корреляция  |    |
| Практическое занятие № 3-4.. Построение модели линейной и нелинейной парной регрессии.....        | 8  |
| Тема № 3. Множественная регрессия и корреляция: модель, значимость                                |    |
| Практическое занятие № 5-6. Построение модели множественной регрессии.....                        | 16 |
| Тема 4. Множественная регрессия и корреляция: качество, мультиколлинеарность                      |    |
| Практическое занятие №7-8. Определение коллинеарности факторов.....                               | 25 |
| Тема №5. Спецификация переменных в уравнения регрессии  |    |
| Практическое занятие №9-10. Оценка уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность..... | 29 |
| Тема 6. Временные ряды в эконометрическом исследовании  |    |
| Практическое занятие №11-12. Построение и оценка временного ряда.....                             | 32 |
| Тема 7. Модели стационарных и нестационарных временных рядов, их идентификация                    |    |
| Практическое занятие №13-14. Оценка стационарности временных рядов.....                           | 41 |
| Тема 8. Системы эконометрических уравнений: характеристика, виды                                  |    |
| Практическое занятие №15-16. Построение систем эконометрических уравнений.....                    | 43 |
| Тема 9. Системы эконометрических уравнений: идентификация, применение                             |    |
| Практическое занятие №17-18 Оценка идентификации модели.....                                      | 47 |

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

## ВВЕДЕНИЕ

*Цель* освоения дисциплины «Эконометрика» - ознакомление с методами исследования, т.е. методами проверки, обоснования, оценивания количественных закономерностей и качественных утверждений (гипотез) в микро- и макроэкономике на основе анализа статистических данных.

*Задачи* освоения дисциплины Эконометрика состоят в следующем:

- приобретение студентами теоретических и практических навыков исследования и решения экономических задач с применением аппарата математической статистики;
- использование современных программных продуктов для решения экономических задач на компьютере;
- выработка умения самостоятельного принятия решения для целей управления и образования.

Учебная дисциплина Эконометрика входит в базовую часть дисциплин ОП ВО подготовки бакалавра направления 38.03.01 «Экономика» и реализуется на промежуточной стадии подготовки бакалавра в 3 семестре.

Дисциплина Эконометрика является обобщающей, в рамках которой интегрируются знания, полученные по ряду базовых и вариативных дисциплин в области статистики, математики, менеджмента, финансов, экономики. Изучение данной дисциплины должно способствовать достижению целей обучения и подготовки бакалавров в области экономики, поэтому материалы программы взаимоувязаны с содержанием всех других дисциплин данного направления подготовки.

*Объектом* изучения данной дисциплины являются Эконометрика.

*Предметом* изучения дисциплины являются процессы построения эконометрических моделей.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

**ТЕМА №1. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ КУРСА**  
**Практическое занятие № 1-2. Методологические вопросы построения**  
**эконометрических моделей**

**Цель:** ознакомиться с основными понятиями эконометрического моделирования

**Организационная форма:** собеседование, решение типовых задач

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

- понятие эконометрики;
- взаимосвязь эконометрики с другими дисциплинами;
- области применения эконометрических моделей.

Студент будет уметь:

- соотносить эконометрические методы с решаемыми экономическими задачами.

**Формируемые компетенции:** ОПК-2, ОПК-5, ОПК-6

**Актуальность темы:** Эконометрика – одна из базовых дисциплин экономического образования во всем мире. Однако до недавнего времени она не была признана в СССР и России. Это было связано с тем, что из трех основных составляющих эконометрики – экономической теории, экономической статистики и математики – две первые были представлены в нашей стране неудовлетворительно. Но теперь ситуация изменилась коренным образом.

**Теоретическая часть**

**Эконометрика** – одна из базовых дисциплин экономического образования во всем мире. Однако до недавнего времени она не была признана в СССР и России. Это было связано с тем, что из трех основных составляющих эконометрики – экономической теории, экономической статистики и математики – две первые были представлены в нашей стране неудовлетворительно. Но теперь ситуация изменилась коренным образом.

Существуют различные варианты определения эконометрики:

- 1) расширенные, при которых к эконометрике относят все, что связано с измерениями в экономике;
- 2) узко инструментально ориентированные, при которых понимают определенный набор математико-статистических средств, позволяющих верифицировать модельные соотношения между анализируемыми экономическими показателями.

Термин эконометрия (эконометрика) был введен в научную литературу в 1926 году норвежским статистиком *Рагнаром Фришем* для обозначения нового направления научных исследований, возникшего из необходимости научно-обоснованного подтверждения и доказательства концепций и выводов экономической теории результатами количественного анализа рассматриваемых процессов. «**Эконометрика** – это не то же самое, что экономическая статистика. Она не идентична и тому, что мы называем экономической теорией, хотя значительная часть этой теории носит количественный характер. Эконометрика не является синонимом приложений математики к экономике. Как показывает опыт, каждая из трех отправных точек – статистика, экономическая теория и математика – необходимо, но не достаточное условие для понимания количественных соотношений в современной экономической жизни. Это единство всех трех составляющих. И это единство образует эконометрику».

**Эконометрика** – это самостоятельная научная дисциплина, объединяющая совокупность теоретических результатов, приемов, методов и моделей, предназначенных для того, чтобы на базе экономической теории, экономической статистики и экономических измерений, математико-статистического инструментария придавать конкретное количественное выражение общим (качественным) закономерностям, обусловленным

документ подписан  
экономики электронной подписью

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

должность: Экономическая теория

дата выдачи: 20.08.2021

действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

играет свою роль в эконометрическом исследовании. Экономическая теория занимается вопросами разработки концепций относительно каждого из перечисленных дисциплин

играет свою роль в эконометрическом исследовании. Экономическая теория занимается вопросами разработки концепций относительно каждого из перечисленных дисциплин

экономическая статистика и теория измерений – выражением количественных и качественных состояний этих процессов в виде набора логически непротиворечивых и содержательных показателей; методы экономико-математического моделирования – разработкой моделей взаимосвязей между рассматриваемыми процессами; математическая статистика – собственно построением самих моделей (т.е. оценкой их параметров), проверками гипотез относительно их адекватности тенденциям процессов, значимости взаимосвязей между ними, оценками неопределенности в полученных результатах, вызванной систематическими и случайными ошибками и т. п.

Свидетельством всемирного признания эконометрики является присуждение четырех нобелевских премий по экономике за разработки в этой области: премия 1969 г. – Р.Фришу и Я.Тинбергену за разработку математических методов анализа экономических процессов; премия 1980 г. – Л.Клейну за создание эконометрических моделей и их применение к анализу экономических колебаний и экономической политике; премия 1989 г. – Т.Хаавельмо за прояснение вероятностных основ эконометрики и анализ одновременных экономических структур; премия 2000 г. – Дж. Хекману за развитие теории и методов анализа селективных выборок и Д. Макфаддену за развитие теории и методов анализа дискретного выбора.

Эконометрическое моделирование реальных социально-экономических процессов и систем обычно преследует два типа конечных прикладных *целей* (или одну из них):  
 1) прогноз экономических и социально-экономических показателей, характеризующих состояние и развитие анализируемой системы;  
 2) имитацию различных возможных сценариев социально-экономического развития анализируемой системы (многовариантные сценарные расчеты, ситуационное моделирование).

При постановке задач эконометрического моделирования следует определить их иерархический уровень и профиль. Анализируемые задачи могут относиться к макро- (страна, межстрановой анализ), мезо- (регионы внутри страны) и микро- (предприятия, фирмы, семьи) уровням и быть направленными на решение вопросов различного профиля инвестиционной, финансовой или социальной политики, ценообразования, распределительных отношений и т.п.

При эконометрическом исследовании имеют место две стороны проблемы обеспечения высокого качества его результатов – качественная и количественная. Качественная заключается в установлении соответствия между построенной эконометрической моделью и лежащей в ее основе концепцией, а количественная – в точности аппроксимации (подгонки) имеющихся количественных и качественных характеристик рассматриваемых процессов данными модельных расчетов.

Построение эконометрической модели является центральной проблемой любого эконометрического исследования, поскольку ее “качество” непосредственно определяет достоверность и обоснованность результатов анализа тенденций развития, прогнозов рассматриваемых социально-экономических процессов, а также вытекающих из них выводов, в том числе и по вопросам разработки необходимых управленческих мероприятий.

Эконометрика в отличие от математической статистики не оторвалась от решения практических задач. Поэтому эконометрические модели обычно применяются для обработки конкретных эмпирических данных. Так, эконометрические методы нужны для оценки параметров экономико-математических моделей, например, моделей логистики (в частности, управления запасами).

Эконометрические методы следует использовать как составную часть научного инструментария практически любого технико-экономического исследования. Оценка точности и электронной подписью

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB5000200002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна  
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

технического промышленного контроля и статистического контроля технологических процессов, разработка адекватных методов статистического контроля технологических процессов, оптимизация выхода полезного продукта методами планирования экстремального эксперимента в условиях технологических системах, повышение качества и надежности из-

делий, сертификация продукции, диагностика материалов, изучение предпочтений потребителей в маркетинговых исследованиях, применение современных методов экспертных оценок в задачах принятия решений, в частности, в стратегическом, инновационном, инвестиционном менеджменте, при прогнозировании – везде необходима эконометрика.

Практически любая область экономики и менеджмента имеет дело со статистическим анализом эмпирических данных, а потому пользуется теми или иными эконометрическими методами. Например, перспективно применение этих методов для анализа научного потенциала России, при изучении рисков инновационных исследований, в задачах контроллинга, при проведении маркетинговых опросов, сравнении инвестиционных проектов, эколого-экономических исследований в области химической безопасности биосферы и уничтожения химического оружия, в задачах страхования, в том числе экологического, при разработке стратегии производства и продажи специальной техники и во многих других областях.

### **Вопросы для собеседования:**

#### **Базовый уровень:**

1. Дайте определение сущности эконометрики
2. Каковы цели эконометрического исследования?
3. Охарактеризуйте взаимосвязь эконометрики с другими дисциплинами.

#### **Повышенный уровень:**

1. Какие методы используются при построении эконометрических моделей? Охарактеризуйте их.
2. Каковы этапы построения эконометрических моделей?

### **Типовые задачи:**

#### **ВАРИАНТ 1**

Для трех видов продукции  $A$ ,  $B$  и  $C$  модели зависимости удельных постоянных расходов от объема выпускаемой продукции выглядят следующим образом:

$$Y_A = 600,$$

$$Y_B = 80 + 0,7x,$$

$$Y_C = 40x^{0,5}$$

#### **Задание**

1. Определите коэффициенты эластичности по каждому виду продукции и поясните их смысл.
2. Сравните при  $x=1000$  эластичность затрат для продукции  $B$  и  $C$
3. Определите, каким должен быть объем выпускаемой продукции, чтобы коэффициенты эластичности для продукции  $B$  и  $C$  были равны.

#### **ВАРИАНТ 2**

Пусть имеется следующая модель регрессии, характеризующая зависимость  $y$  от  $x$ :

$$y = 8 - 7x + \varepsilon$$

Известно также, что  $r_{xy} = -0,5$ ;  $n=20$

#### **Задание**

1. Постройте доверительный интервал для коэффициента регрессии в этой модели:  
А) с вероятностью 90%;  
Б) с вероятностью 99%.
2. Проанализируйте результаты, полученные в п.1, и поясните причины их различий

#### **ВАРИАНТ 3**

Изучает ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ тяготения материалов  $y$  от объема производства продукции  $x$ .

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

$$1. y = 3 + 2x + \varepsilon \quad (6.48)$$

$$2. \ln y = 2,5 + 0,2 \cdot \ln x + \varepsilon \quad (6.19) \quad (r^2 = 0,68)$$

Действителен с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$3. \ln Y = 1.1 + 0.8 * \ln X + \varepsilon \quad (6.2) \quad (r^2 = 0.69)$$

$$4. Y = 3 + 1.5 * X + 0.1 * X^2 \quad (3.0) \quad (r^2 = 0.701)$$

В скобках указаны фактические значения t- критерия

**Задание:**

1. Определите коэффициент детерминации для 1 – го уравнения
2. Запишите функции, характеризующие зависимость у от х во 2-м и 3-м уравнениях
3. Определите коэффициенты эластичности для каждого из уравнений
4. Выберите наилучший вариант уравнения регрессии.

#### **ВАРИАНТ 4**

По совокупности 30 предприятий торговли изучается зависимость между признаками: x – цена на товар А; у – прибыль торгового предприятия, млн. руб.

При оценке регрессионной модели были получены следующие промежуточные результаты:

$$\begin{aligned} \sum(y_j - \bar{y}_x)^2 &= 39\ 000 \\ \sum(y_j - \bar{y})^2 &= 120\ 000 \end{aligned}$$

**Задание**

1. Поясните, какой показатель корреляции можно определить по этим данным.
2. Постройте таблицу дисперсионного анализа для расчета значений F-критерия Фишера.
3. Сравните фактическое значение F-критерия с табличным. Сделайте выводы.

#### **ВАРИАНТ 5**

Зависимость среднемесячной производительности труда от возраста рабочих характеризуется моделью:  $y = a + ax + cx^2$ . Ее использование привело к результатам, представленным в табл. 1.

Таблица 1

| № п/п | Производительность труда рабочих, тыс. руб., у |           | № п/п | Производительность труда рабочих, тыс. руб., у |           |
|-------|--|-----------|-------|--|-----------|
|       | фактическая                                    | расчетная |       | фактическая                                    | расчетная |
| 1     | 12   | 10        | 6     | 11   | 12        |
| 2     | 8  | 10        | 7     | 12   | 13        |
| 3     | 13   | 13        | 8     | 9  | 10        |
| 4     | 15   | 14        | 9     | 11   | 10        |
| 5     | 16   | 15        | 10    | 9  | 9         |

**Задание**

Оцените качество модели, определив ошибку аппроксимации, индекс корреляции и F-критерий Фишера.

#### **ВАРИАНТ 6**

Моделирование прибыли фирмы по уравнению  $y = ab^x$  привело к результатам, представленным в табл.

Таблица

| № п/п       | Производительность труда рабочих, тыс. руб., у |           | № п/п | Производительность труда рабочих, тыс. руб., у |           |
|-------------|--|-----------|-------|--|-----------|
|             | фактическая                                    | расчетная |       | фактическая                                    | расчетная |
| 1           | 10   | 11        | 5     | 18   | 20        |
| 2           | документ подписан                              | 11        | 6     | 11   | 11        |
| 3           | электронной подписью                           | 17        | 7     | 13   | 14        |
| Сертификат: | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6         |           | 8     | 19   | 16        |
| Владелец:   | Шебзухова Татьяна Александровна                | 17        |       |  |           |

**Задание**

- Оцените качество модели. Для этого:
- а) определите ошибку аппроксимации;
  - б) найдите показатель тесноты связи прибыли с исследуемым в модели фактором;
  - в) рассчитайте F-критерий Фишера. Сделайте выводы.

**ВАРИАНТ 7**

Изучалась зависимость вида  $y = ax^b$ . Для преобразованных в логарифмах переменных получены следующие данные:

$$\sum xy = 4,2087; \sum x = 8,2370; \sum x^2 = 9,2334; \sum y = 3,9310; \sum (Y - Y_x)^2 = 0,0014$$

**Задание**

1. Найдите параметр  $b$
2. Найдите показатель корреляции, предполагая  $\sigma_y = 0,08$ . оцените его значимость
3. Оцените его значимость, если известно, что  $n=9$

**Рекомендуемая литература****Основная литература:**

- 1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

**Дополнительная литература:**

- 1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

**ТЕМА №2. ПАРНАЯ РЕГРЕССИЯ И КОРРЕЛЯЦИЯ****Практическое занятие № 3-4. Построение модели линейной и нелинейной парной регрессии**

**Цель:** ознакомиться с особенностями построения моделей парной регрессии и корреляции

**Организационная форма:** решение типовых задач

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

- особенности построения линейной и нелинейной парной регрессии.

Студент будет уметь:

- рассчитывать параметры линейной и нелинейной парной регрессии;  
- оценивать каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации и критерий Фишера.

**Формируемые компетенции:** ОПК-2, ОПК-5, ОПК-6

**Актуальность темы:** Большинство явлений и процессов в экономике находятся в постоянной взаимной и всеохватывающей объективной связи. Для исследования интенсивности, вида и форм взаимосвязей широко применяется корреляционно-регрессионный анализ, который

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

**Теоретическая часть**

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022 – это уравнение связи двух переменных x и y:

$$y = \bar{f}(x),$$

где  $y$  – зависимая переменная (результативный признак);

$x$  - независимая, объясняющая переменная (признак-фактор).

Различают линейные и нелинейные регрессии.

Линейная регрессия:  $y = a + b \cdot x + \varepsilon$

Нелинейные регрессии делятся на два класса:

1) регрессии нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам:

- полиномы разных степеней  $y = a + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3 + \varepsilon$
  - равносторонняя гипербола  $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$
- 2) регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам
- степенная  $y = a \cdot x^b + \varepsilon$
  - показательная  $y = a \cdot b^x + \varepsilon$
  - экспоненциальная  $y = e^{a+b \cdot x} + \varepsilon$

Построение уравнения регрессии сводится к оценке ее параметров. Для оценки параметров регрессий, линейных по параметрам, используют метод наименьших квадратов (МНК), который позволяет получать такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака  $y$  от теоретических минимальна, т.е.

$$\sum (y - y_x)^2 \rightarrow \min$$

Для линейных и нелинейных уравнений, приводимых к линейным, решается следующая система относительно  $a$  и  $b$ :

$$\begin{cases} a + b \sum x = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

Можно воспользоваться готовыми формулами, которые вытекают из этой системы:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}, \quad b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2}$$

Тесноту связи изучаемых явлений оценивает линейный коэффициент парной корреляции  $r_{xy}$  для линейной регрессии ( $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ ):

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\bar{y}x - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

и индекс корреляции  $p_{xy}$  – для нелинейной регрессии ( $0 \leq p_{xy} \leq 1$ ):

$$p_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ocm}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - y_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

Оценку качества построенной модели даст коэффициент (индекс) детерминации, а также средняя ошибка аппроксимации.

Средняя ошибка аппроксимации – среднее отклонение расчетных значений от фактических:

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - y_x}{y} \right| \cdot 100\%$$

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Средний коэффициент эластичности  $\bar{\epsilon}$  показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности измениться результат от средней величины при изменении фактора  $x$  на 1% от своего среднего значения:

$$\bar{\epsilon} = f(x) \frac{\bar{x}}{y}$$

Задача дисперсионного анализа состоит в анализе дисперсии зависимой переменной. Доля дисперсии, объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака характеризует коэффициент (индекс) детерминации:

$$R^2 = \frac{\sum(y_x - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}$$

Коэффициент детерминации – квадрат коэффициента или индекса корреляции.

F- тест – оценивание качества уравнения регрессии – состоит в проверке гипотезы  $H_0$  о статистической значимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи. Для этого выполняется сравнение фактического  $F_{\text{факт}}$  и критического (табличного)  $F_{\text{табл}}$  значений F-критерия Фишера.  $F_{\text{факт}}$  определяется из соотношения значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sum(y_x - \bar{y})^2 / m}{\sum(y - y_x)^2 / (n - m - 1)} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} (n - 2)$$

где  $n$  – число единиц совокупности;

$m$  – число параметров при переменных  $x$ .

$F_{\text{табл}}$  – это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости  $\alpha$ . Уровень значимости  $\alpha$  – вероятность отвергнуть правильную гипотезу при условии, что она верна. Обычно  $\alpha$  принимается равной 0,05 или 0,01.

Если  $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$ , то  $H_0$  – гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность. Если  $F_{\text{табл}} > F_{\text{факт}}$ , то гипотеза  $H_0$  не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

### Пример решения

По семи территориям Уральского района за 199Х год известны значения двух признаков (табл.):

Таблица

| Район                 | Расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, %, у | Среднедневная заработка плата одного работающего, руб., х |
|-----------------------|---|---|
| Удмуртская Республика | 68,8  | 45,1  |
| Свердловская область  | 61,2  | 59,0  |
| Башкортостан          | 59,9  | 57,2  |
| Челябинская область   | 56,7  | 61,8  |
| Пермская область      | 55,0  | 58,8  |
| Курганская область    | 54,3  | 47,2  |
| Оренбургская область  | 49,3  | 55,2  |

Требуется:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

1. Для **ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ** оценить у от  $x$  расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, рассчитать параметры следующих функций:

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Срок действия: с 20.08.2021 по 20.08.2022

г) равносторонней гиперболы.

2. Оценить каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации и критерий Фишера.

Решение

1а. Для расчета параметров  $a$  и  $b$  линейной регрессии  $y = a + b \cdot x + \varepsilon$  решаем систему

нормальных уравнений относительно  $a$  и  $b$ :

$$\begin{cases} na + b \sum x = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

По исходным данным рассчитаем  $\Sigma y$ ,  $\Sigma x$ ,  $\Sigma xy$ ,  $\Sigma x^2$ ,  $\Sigma y^2$ .

**Таблица**

|                  | у     | х     | ух       | $x^2$    | $y^2$    | $y_x$ | $y - y_x$ | $A_i$ |
|------------------|-------|-------|----------|----------|----------|-------|-----------|-------|
| 1                | 68,8  | 45,1  | 3102,88  | 2034,01  | 4733,44  | 61,3  | 7,5       | 10,9  |
| 2                | 61,2  | 59,0  | 3610,80  | 3481,00  | 3745,44  | 56,5  | 4,7       | 7,7   |
| 3                | 59,9  | 57,2  | 3426,28  | 3271,84  | 3588,01  | 57,1  | 2,8       | 4,7   |
| 4                | 56,7  | 61,8  | 3504,06  | 3819,24  | 3214,89  | 55,5  | 1,2       | 2,1   |
| 5                | 55,0  | 58,8  | 3234,00  | 3457,44  | 3025,00  | 56,5  | -1,5      | 2,7   |
| 6                | 54,3  | 47,2  | 2562,96  | 2227,84  | 2948,49  | 60,5  | -6,2      | 11,4  |
| 7                | 49,3  | 55,2  | 2721,36  | 3047,04  | 2430,49  | 57,8  | -8,5      | 17,2  |
| <i>Итого</i>     | 405,2 | 384,3 | 22162,34 | 21338,41 | 23685,76 | 405,2 | 0,0       | 56,7  |
| Среднее значение | 57,89 | 54,90 | 3166,05  | 3048,34  | 3383,68  | *     | *         | 8,1   |
| $\sigma$         | 5,74  | 5,86  | *        | *        | *        | *     | *         | *     |
| $\sigma^2$       | 32,92 | 34,34 | *        | *        | *        | *     | *         | *     |

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} = \frac{3166,05 - 57,89 \cdot 54,9}{5,86^2} \approx -0,35$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 57,89 + 0,35 \cdot 54,9 \approx 76,88$$

Уравнение регрессии:  $y = 76,88 - 0,35 \cdot x$

С увеличением среднедневной заработной платы на 1 руб. доля расходов на покупку продовольственных товаров снижается в среднем на 0,35%-ных пункта.

Рассчитаем линейный коэффициент парной корреляции:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = -0,35 \cdot \frac{5,86}{5,74} = -0,357$$

Связь умеренная, обратная.

Определим коэффициент детерминации:

$$r^2_{xy} = (-0,35)^2 = 0,127$$

Вариация результата на 12,7% объясняется вариацией фактора х.

Подставляя в уравнение регрессии фактические значения х, определим теоретические (расчетные) значения  $y_x$ . Найдем величину средней ошибки аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - y_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{56,7 \cdot 100\%}{7} = 8,1\%$$

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 8,1%.

Рассчитаем F-критерий:

$$F_{\text{факт}} = \frac{0,127}{0,873} \cdot 5 = 0,7$$

|   |   |
|---|---|
| ПОСКОЛЬКУ ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br><b>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ</b><br>Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6Г на необходимость принять гипотезу $H_0$ о случайной природе зависимости и статистической незначимости параметров уравнения и показателя тесноты связи.<br>Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна<br>Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022 | <b>документ подписан</b><br><b>электронной подписью</b><br><b>Проверить</b><br><b>рассмотреть F-1</b> |
|---|---|

Пункты 1б, 1в и 1г решаются аналогично, однако построению этих моделей предшествует процедура линеаризации переменных. Так, степенная и показательная функции линеаризуются путем логарифмирования обеих частей уравнения, а уравнение равносторонней гиперболы линеаризуется заменой  $z=1/x$ .

### **Задание**

#### **Базовый уровень:**

1. Рассчитайте параметры уравнений линейной, степенной, показательной, гиперболической парной регрессии.
2. Оцените тесноту связи с помощью показателей корреляции и детерминации.
3. Дайте с помощью среднего коэффициента эластичности сравнительную оценку силы связи фактора с результатом.

#### **Повышенный уровень:**

4. Оцените с помощью средней ошибки аппроксимации качество уравнений
5. С помощью критерия Фишера оцените статистическую надежность результатов регрессионного моделирования

### **Варианты заданий**

#### **ВАРИАНТ 1**

Имеются данные по странам:

| Страна                        | Душевой доход,<br>долл., у | Индекс человеческой бедно-<br>сти, х |
|-------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|
| Объединенные Арабские Эмираты | 1600                       | 14,9                                 |
| Таиланд                       | 7100                       | 11,7                                 |
| Уругвай                       | 6750                       | 11,7                                 |
| Ливия                         | 6130                       | 18,8                                 |
| Колумбия                      | 6110                       | 10,7                                 |
| Иордания                      | 4190                       | 10,9                                 |
| Египет                        | 3850                       | 34,8                                 |
| Марокко                       | 3680                       | 41,7                                 |
| Перу                          | 3650                       | 22,8                                 |
| Шри-Ланка                     | 3280                       | 20,7                                 |
| Филиппины                     | 2680                       | 17,7                                 |
| Боливия                       | 2600                       | 22,5                                 |
| Китай                         | 2600                       | 17,5                                 |
| Зимбабве                      | 2200                       | 17,3                                 |

#### **ВАРИАНТ 2**

По территориям Центрального района известны данные:

| РАЙОН                | Доля денежных доходов, направленных на прирост сбережений во вкладах, займах, сертификатах в общей сумме среднедушевого денежного дохода, %, у | Среднемесячная заработная плата, тыс. руб., х |
|----------------------|--|---|
| Брянская область     | 6,9  | 289   |
| Владимирская область | 8,7  | 334   |
| Ивановская область   | 6,4  | 300   |
| Калужская область    | 8,4  | 343   |
| Костромская область  | 6,1  | 356   |
| Орловская область    | 9,4  | 289   |
| Рязанская область    | 11,0   | 341   |
| Смоленская область   | 6,4  | 327   |

Документ подписан  
Электронной подписью  
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна  
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

|                     |     |     |
|---------------------|-----|-----|
| Тверская область    | 9,3 | 357 |
| Тульская область    | 8,2 | 352 |
| Ярославская область | 8,6 | 381 |

## ВАРИАНТ 3

По территориям Центрального района известны данные:

| Район                | Средний размер назначенных ежемесячных пенсий, тыс. руб., у | Прожиточный минимум в среднем на одного пенсионера в месяц, тыс. руб., х |
|----------------------|---|--|
| Брянская область     | 240   | 178  |
| Владимирская область | 226   | 202  |
| Ивановская область   | 221   | 197  |
| Калужская область    | 226   | 201  |
| Костромская область  | 220   | 189  |
| г. Москва            | 250   | 302  |
| Московская область   | 237   | 215  |
| Орловская область    | 232   | 166  |
| Рязанская область    | 215   | 199  |
| Смоленская область   | 220   | 180  |
| Тверская область     | 222   | 181  |
| Тульская область     | 231   | 186  |
| Ярославская область  | 229   | 250  |

## ВАРИАНТ 4

По территориям Центрального и Волго-Вятского районов известны данные:

| Район                 | Средняя заработная плата и выплаты социального характера, тыс. руб., у | Прожиточный минимум в среднем на душу населения, тыс. руб., х |
|-----------------------|--|---|
| Брянская область      | 615  | 289   |
| Владимирская область  | 727  | 338   |
| Ивановская область    | 584  | 287   |
| Калужская область     | 753  | 324   |
| Костромская область   | 707  | 307   |
| Орловская область     | 657  | 304   |
| Рязанская область     | 654  | 307   |
| Смоленская область    | 693  | 290   |
| Тверская область      | 704  | 314   |
| Тульская область      | 780  | 304   |
| Ярославская область   | 830  | 341   |
| Республика Марий Эл   | 554  | 364   |
| Республика Мордовия   | 560  | 342   |
| Чувашская Республика  | 545  | 310   |
| Кировская область     | 672  | 411   |
| Нижегородская область | 796  | 304   |

## ВАРИАНТ 5

По различным территориям известны следующие данные:

| Район  | Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у | Средняя заработная плата и выплаты социального характера, тыс. руб., х |
|--|---|--|
| ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ<br>Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6<br>Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна<br>Чувашская Республика | 302   | 554  |
|  | 360   | 560  |
|  | 310   | 545  |

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

|                       |     |     |
|-----------------------|-----|-----|
| Кировская область     | 415 | 672 |
| Нижегородская область | 452 | 796 |
| Белгородская область  | 502 | 777 |
| Воронежская область   | 355 | 632 |
| Курская область       | 416 | 688 |
| Липецкая область      | 501 | 833 |
| Тамбовская область    | 403 | 577 |
| Республика Калмыкия   | 208 | 584 |
| Республика Татарстан  | 462 | 949 |
| Астраханская область  | 368 | 888 |
| Волгоградская область | 399 | 831 |
| Пензенская область    | 342 | 562 |
| Саратовская область   | 354 | 665 |
| Ульяновская область   | 558 | 705 |

## ВАРИАНТ 6

Известны данные за ноябрь 20\_\_ года:

| Район                 | Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у | Денежные доходы на душу населения, тыс. руб., х |
|-----------------------|---|---|
| Республика Карелия    | 596   | 913   |
| Республика Коми       | 417   | 1095  |
| Архангельская область | 354   | 606   |
| Вологодская область   | 526   | 876   |
| Мурманская область    | 934   | 1314  |
| Ленинградская область | 412   | 593   |
| Новгородская область  | 525   | 754   |
| Псковская область     | 367   | 528   |
| Брянская область      | 364   | 520   |
| Ивановская область    | 409   | 540   |
| Калужская область     | 452   | 682   |
| Костромская область   | 367   | 537   |
| Московская область    | 328   | 589   |
| Орловская область     | 460   | 626   |
| Рязанская область     | 380   | 521   |
| Смоленская область    | 439   | 626   |
| Тверская область      | 344   | 521   |
| Тульская область      | 401   | 658   |
| Ярославская область   | 514   | 746   |

## ВАРИАНТ 7

По территориям Восточно-Сибирского и Дальневосточного районов известны данные за ноябрь 20\_\_ года:

| Район   | Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у | Денежные доходы на душу населения, тыс. руб., х |
|---|---|---|
| Республика Бурятия  | 408   | 524   |
| Республика Тыва   | 249   | 371   |
| Республика Саха (Якутия)<br>документ подписан<br>электронной подписью<br>Красноярский край<br>Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6<br>Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна | 253<br>580<br>651   | 453<br>1006<br>997                              |

|                        |     |      |
|------------------------|-----|------|
| Бурятский авт. округ   | 139 | 217  |
| Читинская область      | 322 | 486  |
| Республика Саха        | 899 | 1989 |
| Еврейская авт. область | 330 | 595  |
| Чукотский авт. округ   | 446 | 1550 |
| Хабаровский край       | 542 | 761  |
| Амурская область       | 504 | 767  |
| Камчатская область     | 861 | 1720 |
| Магаданская область    | 707 | 1735 |
| Сахалинская область    | 557 | 1052 |

## ВАРИАНТ 8

По территориям Уральского и Западно-Сибирского районов известны данные за ноябрь 20\_\_ года:

| Район                   | Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у | Денежные доходы на душу населения, тыс. руб., х |
|-------------------------|---|---|
| Республика Башкортостан | 461   | 632   |
| Удмуртская Республика   | 524   | 738   |
| Курганская область      | 298   | 515   |
| Оренбургская область    | 351   | 640   |
| Пермская область        | 624   | 942   |
| Свердловская область    | 584   | 888   |
| Челябинская область     | 425   | 704   |
| Республика Алтай        | 277   | 603   |
| Алтайский край          | 321   | 439   |
| Кемеровская область     | 573   | 985   |
| Новосибирская область   | 576   | 735   |
| Омская область          | 588   | 760   |
| Томская область         | 497   | 830   |
| Тюменская область       | 863   | 2093  |

## ВАРИАНТ 9

По территориям Уральского и Западно-Сибирского районов известны данные за ноябрь 20\_\_ года:

| Район                   | Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у | Средняя заработная плата и выплаты социального характера, тыс. руб., х |
|-------------------------|---|--|
| Уральский               |   |  |
| Республика Башкортостан | 461   | 912  |
| Удмуртская Республика   | 524   | 809  |
| Курганская область      | 298   | 748  |
| Оренбургская область    | 351   | 847  |
| Пермская область        | 624   | 1087   |
| Свердловская область    | 584   | 1074   |
| Челябинская область     | 425   | 1008   |

|  |     |      |
|--|-----|------|
| Заявление о подтверждении<br>документа подписано<br>электронной подписью |     |      |
| Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6                       | 277 | 682  |
| Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна                                | 321 | 697  |
| Кемеровская область  | 573 | 1251 |
| Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022                                 |     |      |

|                       |     |      |
|-----------------------|-----|------|
| Новосибирская область | 576 | 967  |
| Омская область        | 588 | 898  |
| Томская область       | 497 | 1263 |
| Тюменская область     | 863 | 3027 |

**ВАРИАНТ 10**

Имеются данные по странам за 20\_\_ год:

| Страна                        | Душевой доход,<br>долл., у | Индекс человеческого раз-<br>вития, х |
|-------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| Объединенные Арабские Эмираты | 1600                       | 0,866                                 |
| Таиланд                       | 7100                       | 0,833                                 |
| Уругвай                       | 6750                       | 0,833                                 |
| Ливия                         | 6130                       | 0,801                                 |
| Колумбия                      | 6110                       | 0,848                                 |
| Иордания                      | 4190                       | 0,730                                 |
| Египет                        | 3850                       | 0,514                                 |
| Марокко                       | 3680                       | 0,566                                 |
| Перу                          | 3650                       | 0,717                                 |
| Шри-Ланка                     | 3280                       | 0,711                                 |
| Филиппины                     | 2680                       | 0,672                                 |
| Боливия                       | 2600                       | 0,589                                 |
| Китай                         | 2600                       | 0,626                                 |
| Зимбабве                      | 2200                       | 0,513                                 |

**Рекомендуемая литература****Основная литература:**

1. Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

**Дополнительная литература:**

1. Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

**ТЕМА № 3. МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ И КОРРЕЛЯЦИЯ: МОДЕЛЬ, ЗНАЧИМОСТЬ****Практическое занятие № 5-6. Построение модели множественной регрессии****Цель:** сформировать навыки построения модели множественной регрессии**Организационная форма:** решение разноуровневых задач**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

- классическую линейную модель множественной регрессии;

- метод наименьших квадратов;

Сертификат 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Студент/ будущий специалист

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

- рассчитывать частные коэффициенты эластичности, сравнивать их со стандартизованными, пояснить различия между ними;
- рассчитывать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции;
- рассчитывать общий и частные критерии Фишера

**Формируемые компетенции:** ОПК-2, ОПК-5, ОПК-6

**Актуальность темы:** Множественная регрессия широко используется в решении проблем спроса, доходности акций, при изучении функции издержек производства, в макроэкономических расчетах и целом ряде других вопросов эконометрики. В настоящее время множественная регрессия – один из наиболее распространенных методов в эконометрике. Основная цель множественной регрессии – построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное их воздействие на моделируемый показатель.

### Теоретическая часть

Множественная регрессия – уравнение связи с несколькими переменными:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i)$$

где  $y$  – зависимая переменная (результативный признак);

$x_1, x_2 \dots$  - независимые переменные (факторы).

Для построения уравнения множественной регрессии чаще используются следующие функции:

- Линейная  $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_ix_i$
- Степенная  $y = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot \dots \cdot x_i^{b_i}$
- Экспонента  $y = e^{a+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_ix_i}$
- Гипербола  $y = \frac{1}{a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_i \cdot x_i}$

Можно использовать и другие функции, приводимые к линейному виду.

Для оценки параметров уравнения множественной регрессии применяют метод наименьших квадратов. Строится система нормальных уравнений, решение которой позволяет получить оценки параметров регрессии:

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta}, \quad b_1 = \frac{\Delta b_1}{\Delta}, \quad \dots, \quad b_i = \frac{\Delta b_i}{\Delta}$$

где  $\Delta$  – определитель системы;

$\Delta a, \Delta b_i$  - частные определители, которые получаются путем замены соответствующего столбца матрицы определителя системы данными левой части системы.

Другой вид уравнения множественной регрессии – уравнение регрессии в стандартизованном масштабе:

$$t_y = \beta_1 t_{x1} + \beta_2 t_{x2} + \dots + \beta_i t_{xi}$$

где  $t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}$ ,  $t_{xi} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{xi}}$  - стандартизированные переменные;

$\beta_i$  - стандартизированные коэффициенты регрессии.

К уравнению множественной регрессии в стандартизованном масштабе применим МНК.

Связь коэффициентов множественной регрессии со стандартизованными коэффициентами имеет следующее соотношение:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  $b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{xi}}$

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Параметр  $a$  определяется как:  $a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 - \dots - b_i \bar{x}_i$

Средние коэффициенты эластичности для линейной регрессии рассчитываются по формуле:  $\overline{\mathcal{E}_{yxi}} = b_i \frac{x_i}{y}$

Тесноту совместного влияния факторов на результат оценивает индекс множественной корреляции:

$$R_{yx1x2...xi} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{yosc}^2}{\sigma_y^2}}$$

Значение индекса множественной корреляции лежит в пределах от 0 до 1 и должно быть больше или равно максимальному парному индексу корреляции.

Индекс множественной корреляции для уравнения в стандартизированном масштабе можно записать в виде:

$$R_{yx1x2...xi} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yxi}}$$

При линейной зависимости коэффициент множественной корреляции можно определить через матрицу парных коэффициентов корреляции

Частные коэффициенты корреляции изменяются в пределах от -1 до 1.

Качество построенной модели в целом оценивает коэффициент детерминации. Он рассчитывается как квадрат индекса множественной корреляции.

Скорректированный индекс множественной детерминации содержит поправку на число степеней свободы и рассчитывается по формуле:

$$R^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{(n - 1)}{(n - m - 1)}$$

где n – число наблюдений;

m – число факторов.

Значимость уравнения множественной регрессии в целом оценивается с помощью F-критерия Фишера:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$$

Частный критерий оценивает статистическую значимость присутствия каждого из факторов в уравнении. В общем виде для фактора x частный критерий определяется как:

$$F_{xi} = \frac{R_{yx1...xi...xp}^2 - R_{yx1...xi-1...xp}^2}{1 - R_{yx1...xi...xp}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$$

### Постановка задачи

По 30 территориям России имеются данные, представленные в табл. 1:

Таблица 1

| Признак  | Среднее значение | Среднее квадратическое отклонение | Линейный коэффициент парной корреляции  |
|--|------------------|-----------------------------------|---|
| Среднедневной душевой доход, руб., у   | 86,8             | 11,44                             | -                                       |
| Среднедневная заработка одного работающего, руб., х1   | 54,9             | 5,86                              | $r_{yx1}=0,8405$                        |
| ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ<br>Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6<br>Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна<br>Требуется: | 33,5             | 0,58                              | $r_{yx2}=-0,2101$<br>$r_{x1x2}=-0,1160$ |

1. Построить уравнение множественной регрессии в стандартизированной и естественной форме.
2. Рассчитать частные коэффициенты эластичности, сравнить их со стандартизованными, пояснить различия между ними.
3. Рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции, сравнить их с линейными коэффициентами парной корреляции, пояснить различия между ними.
4. Рассчитать общий и частные критерии Фишера

### **Методические указания к решению**

Для расчета параметров линейного уравнения применим метод стандартизованных переменных и построим искомое уравнение в стандартизированном масштабе.

Расчет коэффициентов проведем по формулам:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx1} - r_{yx2}r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2} = \frac{0.8405 - 0.2101 \cdot 0.116}{1 - 0.116^2} = 0.8273$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx2} - r_{yx1}r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2} = \frac{-0.2101 + 0.8405 \cdot 0.116}{1 - 0.116^2} = -0.1141$$

Получим уравнение:  $t_y = 0.8273t_{x1} - 0.1141t_{x2}$

Для построения уравнения в естественной форме рассчитаем  $a1$  и  $a2$ , используя формулы перехода:

$$a1 = (0,8273 \times 11,44) / 5,86 = 1,6151$$

$$a2 = (-0,1141 \times 11,44) / 5,86 = -2,2505$$

Значение  $a$  определяем из соотношения:

$$a = 86,8 - 1,6151 \times 54,9 + 2,2505 \times 33,5 = -73,52276$$

$$y = -73,52 + 1,62x_1 - 2,25x_2$$

Для характеристики относительной силы влияния  $x_1$  и  $x_2$  на  $y$  рассчитаем средние коэффициенты эластичности:

$$\bar{\epsilon}_{yx1} = (1,62 \times 54,9) / 86,8 = 1,0246\%$$

$$\bar{\epsilon}_{yx2} = (-2,25 \times 33,5) / 86,8 = -0,8684\%$$

С увеличением средней заработной платы ( $x_1$ ) на 1% от ее среднего уровня средний душевой доход ( $y$ ) возрастает на 1,02% от своего среднего уровня; при повышении среднего возраста безработного ( $x_2$ ) на 1% среднедушевой доход ( $y$ ) снижается на 0,87% от своего среднего уровня. Очевидно, что сила влияния средней заработной платы на среднедушевой доход оказалась большей, чем сила влияния среднего возраста безработного. К аналогичным выводам о силе связи приходим при сравнении модулей значений  $\beta_1$  и  $\beta_2$ :  $\beta_1 = 0,8273 > \beta_2 = 0,1141$

Различия в силе влияния фактора на результат, полученные при сравнении  $\bar{\epsilon}$  и  $\beta$ , объясняются тем, что коэффициент эластичности исходит из сравнения средних, а  $\beta$ -коэффициент - из соотношения средних квадратических отклонений.

1. Линейные коэффициенты частной корреляции рассчитываются по рекуррентной формуле:

$$r_{yx1x2} = \frac{r_{yx1} - r_{yx2} \cdot r_{x1x2}}{\sqrt{(1 - r_{yx2}^2)(1 - r_{x1x2}^2)}} = \frac{0.8405 - 0.2101 \cdot 0.116}{\sqrt{(1 - 0.2101^2)(1 - 0.116^2)}} = 0.8404$$

$$r_{yx2x1} = \frac{\text{документ подписан} \quad 0.8405 - 0.2101 \cdot 0.116}{\text{ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ} \quad \sqrt{(1 - 0.2101^2)(1 - 0.116^2)}} = 0.8404$$

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$r_{yx1x2y} = \frac{r_{x1x2} - r_{yx1} \cdot r_{yx2}}{\sqrt{(1 - r_{yx1}^2)(1 - r_{yx2}^2)}} = \frac{-0,116 + 0,8405 \cdot 0,2101}{\sqrt{(1 - 0,8405^2)(1 - 0,2101)}} = 0,8404$$

Если сравнить значения коэффициентов парной и частной корреляции, то приходим к выводу, что из-за слабой межфакторной связи коэффициенты парной и частной корреляции отличаются незначительно: выводы о тесноте и направлении связи на основе коэффициентов парной и частной корреляции совпадают.

Расчет линейного коэффициента множественной корреляции выполним по следующей формуле

$$R_{yx1x2} = \sqrt{r_{yx1} \cdot \beta_1 + r_{yx2} \cdot \beta_2} = \sqrt{0,8405 \cdot 0,8273 + 0,2101 \cdot 0,1141} = \sqrt{0,7193} = 0,8481$$

Зависимость  $y$  от  $x1$  и  $x2$  характеризуется как тесная, в которой 72% вариации среднего душевого дохода определяются вариацией учтенных в модели факторов: средней заработной платы и среднего возраста безработного. Прочие факторы, не включенные в модель, составляют соответственно 28% от общей вариации  $y$ .

2. Рассчитаем общий F-критерий:

$$F = (0,7193/0,2807)/(27/2) = 34,6$$

$$F_{\text{табл}} = 3,4 \quad \alpha = 0,05$$

Сравнивая  $F_{\text{табл}}$  и  $F_{\text{факт}}$  приходим к выводу о необходимости отклонить гипотезу. С вероятностью 95% делаем заключение о статистической значимости уравнения в целом и показателя тесноты связи, которые сформировались под неслучайным воздействием факторов  $x1$  и  $x2$

Частные F-критерии оценивают статистическую значимость присутствия факторов  $x1$  и  $x2$  в уравнении множественной регрессии, оценивают целесообразность включения одного фактора после другого фактора, т.е.  $F_{x1}$  оценивает целесообразность включения в уравнение фактора  $x1$  после того, как в него был включен фактор  $x2$ . Соответственно  $F_{x2}$  указывает на целесообразность включения в модель фактора  $x2$  после  $x1$ :

$$F_{x1} = \frac{R_{yx1x2}^2 - R_{yx2}^2}{1 - R_{yx1x2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,8481^2 - 0,2101^2}{1 - 0,8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 64,9$$

$$F_{\text{табл.}} = 4,21 \quad \alpha = 0,05.$$

Сравнивая фактические и табличные значения критерия Фишера приходим к выводу о целесообразности включения в модель фактора  $x1$  после фактора  $x2$ , т.к. фактическое значение критерия выше табличного. Гипотезу о несущественности прироста  $R^2$  за счет включения дополнительного фактора  $x1$  отклоняем и приходим к выводу о статистически подтвержденной целесообразности включения фактора  $x1$  после фактора  $x2$ .

Целесообразность включения в модель фактора  $x2$  после фактора  $x1$ :

$$F_{x2} = \frac{R_{yx1x2}^2 - R_{yx1}^2}{1 - R_{yx1x2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,8481^2 - 0,2101^2}{1 - 0,8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 64,9$$

Низкое значение этого показателя свидетельствует о статистической незначимости прироста  $R^2$  за счет включения в модель фактора  $x2$  после фактора  $x1$ . Это значит, что парная регрессионная модель зависимости среднего дохода ( $y$ ) от средней заработной платы ( $x2$ ) является достаточно статистически значимой, надежной и что нет необходимости улучшать ее, включая дополнительный фактор  $x2$  (средний возраст безработного).

### **Задание**

#### **1. Задания репродуктивного уровня**

Построить уравнение множественной регрессии в стандартизированной и естественной

форме. ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: **Шебзухова Татьяна Александровна** Критерии Фишера

3. Задачи творческого уровня

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции, сравнить их с линейными коэффициентами парной корреляции, пояснить различия между ними.

Рассчитать частные коэффициенты эластичности, сравнить их со стандартизованными, пояснить различия между ними.

### *Варианты заданий*

#### **ВАРИАНТ 1**

| Страна         | $y$   | $x_1$ | $x_2$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| Австрия        | 0,904 | 115,0 | 75,5  |
| Белоруссия     | 0,922 | 123,0 | 78,5  |
| Великобритания | 0,763 | 74,0  | 77,7  |
| Германия       | 0,923 | 111,0 | 84,4  |
| Дания          | 0,918 | 113,0 | 75,9  |
| Индия          | 0,906 | 110,0 | 76,0  |
| Испания        | 0,905 | 119,0 | 67,5  |
| Канада         | 0,545 | 146,0 | 78,2  |
| Китай          | 0,894 | 113,0 | 78,1  |
| Латвия         | 0,900 | 108,0 | 78,6  |
| Нидерланды     | 0,932 | 113,0 | 84,0  |
| Польша         | 0,740 | 71,0  | 59,2  |
| Россия         | 0,701 | 94,0  | 90,2  |
| Франция        | 0,744 | 210,0 | 72,8  |
| Швеция         | 0,921 | 118,0 | 67,7  |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – ВВП, текущий год в % к базисному году;

$x_2$  – расходы на конечное потребление в текущих ценах, % к ВВП.

#### **ВАРИАНТ 2**

| Страна         | $y$   | $x_1$ | $x_2$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| Австрия        | 0,904 | 115,0 | 56,1  |
| Белоруссия     | 0,922 | 123,0 | 61,8  |
| Великобритания | 0,763 | 74,0  | 59,1  |
| Германия       | 0,923 | 111,0 | 63,3  |
| Дания          | 0,918 | 113,0 | 64,1  |
| Индия          | 0,906 | 110,0 | 57,0  |
| Испания        | 0,905 | 119,0 | 50,7  |
| Канада         | 0,545 | 146,0 | 57,1  |
| Китай          | 0,894 | 113,0 | 62,0  |
| Латвия         | 0,900 | 108,0 | 61,8  |
| Нидерланды     | 0,932 | 113,0 | 58,6  |
| Польша         | 0,740 | 71,0  | 71,7  |
| Россия         | 0,701 | 94,0  | 48,0  |
| Франция        | 0,744 | 210,0 | 63,9  |
| Швеция         | 0,921 | 118,0 | 59,1  |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – ВВП, текущий год в % к базисному году;

$x_2$  – расходы домашних хозяйств, % к ВВП.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

#### **ВАРИАНТ 3**

|               |  |
|---------------|--|
| Сертификат:   | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 |
| Владелец:     | Шебзухова Татьяна Александровна        |
| Адрес:        | Австрия                                |
| Действителен: | с 20.08.2021 по 20.08.2022             |

| $x_1$ | $x_2$ |
|-------|-------|
| 115,0 | 25,2  |
| 123,0 | 21,8  |

|                |       |       |      |
|----------------|-------|-------|------|
| Великобритания | 0,763 | 74,0  | 25,7 |
| Германия       | 0,923 | 111,0 | 17,8 |
| Дания          | 0,918 | 113,0 | 15,9 |
| Индия          | 0,906 | 110,0 | 22,4 |
| Испания        | 0,905 | 119,0 | 20,6 |
| Канада         | 0,545 | 146,0 | 25,2 |
| Китай          | 0,894 | 113,0 | 20,7 |
| Латвия         | 0,900 | 108,0 | 17,5 |
| Нидерланды     | 0,932 | 113,0 | 19,7 |
| Польша         | 0,740 | 71,0  | 18,5 |
| Россия         | 0,701 | 94,0  | 42,4 |
| Франция        | 0,744 | 210,0 | 23,0 |
| Швеция         | 0,921 | 118,0 | 20,2 |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – ВВП, текущий год в % к базисному году;

$x_2$  – валовое накопление, % к ВВП.

#### ВАРИАНТ 4

| Страна         | $y$   | $x_1$ | $x_2$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| Австрия        | 0,904 | 115,0 | 3343  |
| Белоруссия     | 0,922 | 123,0 | 3001  |
| Великобритания | 0,763 | 74,0  | 3101  |
| Германия       | 0,923 | 111,0 | 3543  |
| Дания          | 0,918 | 113,0 | 3237  |
| Индия          | 0,906 | 110,0 | 3330  |
| Испания        | 0,905 | 119,0 | 3808  |
| Канада         | 0,545 | 146,0 | 2415  |
| Китай          | 0,894 | 113,0 | 3295  |
| Латвия         | 0,900 | 108,0 | 3504  |
| Нидерланды     | 0,932 | 113,0 | 3056  |
| Польша         | 0,740 | 71,0  | 3007  |
| Россия         | 0,701 | 94,0  | 2844  |
| Франция        | 0,744 | 210,0 | 2861  |
| Швеция         | 0,921 | 118,0 | 3259  |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – ВВП, текущий год в % к базисному году;

$x_2$  – суточная калорийность питания населения, ккал на душу населения.

#### ВАРИАНТ 5

| Страна         | $y$   | $x_1$ | $x_2$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| Австрия        | 0,904 | 115,0 | 77,0  |
| Белоруссия     | 0,922 | 123,0 | 78,2  |
| Великобритания | 0,763 | 74,0  | 68,0  |
| Германия       | 0,923 | 111,0 | 77,2  |
| Дания          | 0,918 | 113,0 | 77,2  |
| Индия          | 0,906 | 110,0 | 77,2  |
| Испания        | 0,905 | 119,0 | 75,7  |
| Канада         | 0,545 | 146,0 | 62,6  |
| Китай          | 0,894 | 113,0 | 78,0  |
| Латвия         | 0,900 | 108,0 | 78,2  |
| Нидерланды     | 0,932 | 113,0 | 79,0  |
| Польша         | 0,740 | 71,0  | 67,6  |

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Нидерланды

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

|         |       |       |      |
|---------|-------|-------|------|
| Россия  | 0,701 | 94,0  | 69,8 |
| Франция | 0,744 | 210,0 | 68,4 |
| Швеция  | 0,921 | 118,0 | 77,9 |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – ВВП, текущий год в % к базисному году;

$x_2$  – ожидаемая продолжительность жизни, лет.

### ВАРИАНТ 6

| Страна         | $y$   | $x_1$ | $x_2$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| Австрия        | 0,904 | 56,1  | 25,2  |
| Белоруссия     | 0,922 | 61,8  | 21,8  |
| Великобритания | 0,763 | 59,1  | 25,7  |
| Германия       | 0,923 | 63,3  | 17,8  |
| Дания          | 0,918 | 64,1  | 15,9  |
| Индия          | 0,906 | 57,0  | 22,4  |
| Испания        | 0,905 | 50,7  | 20,6  |
| Канада         | 0,545 | 57,1  | 25,2  |
| Китай          | 0,894 | 62,0  | 20,7  |
| Латвия         | 0,900 | 61,8  | 17,5  |
| Нидерланды     | 0,932 | 58,6  | 19,7  |
| Польша         | 0,740 | 71,7  | 18,5  |
| Россия         | 0,701 | 48,0  | 42,4  |
| Франция        | 0,744 | 63,9  | 23,0  |
| Швеция         | 0,921 | 59,1  | 20,2  |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – расходы домашних хозяйств, % к ВВП;

$x_2$  – валовое накопление, % к ВВП.

### ВАРИАНТ 7

| Страна         | $y$   | $x_1$ | $x_2$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| Австрия        | 0,927 | 130,0 | 67,7  |
| Белоруссия     | 0,802 | 127,0 | 82,6  |
| Великобритания | 0,747 | 61,0  | 74,4  |
| Германия       | 0,927 | 117,0 | 83,3  |
| Дания          | 0,721 | 46,0  | 83,7  |
| Индия          | 0,913 | 107,0 | 73,8  |
| Испания        | 0,918 | 110,0 | 79,2  |
| Канада         | 0,833 | 99,2  | 71,5  |
| Китай          | 0,914 | 101,0 | 75,3  |
| Латвия         | 0,923 | 105,5 | 79,0  |
| Нидерланды     | 0,904 | 127,0 | 68,6  |
| Польша         | 0,922 | 146,0 | 71,4  |
| Россия         | 0,827 | 113,0 | 70,6  |
| Франция        | 0,763 | 108,0 | 72,3  |
| Швеция         | 0,923 | 110,0 | 69,6  |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – ВВП, текущий год в % к базисному году;

$x_2$  – расходы на конечное потребление в текущих ценах, % к ВВП.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

### ВАРИАНТ 8

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна  
 Австрия 0,904  
 Белоруссия 0,922  
 Действителен с 20.08.2021 по 20.08.2022

| $x_1$ | $x_2$ |
|-------|-------|
| 77,0  | 3343  |
| 78,2  | 3001  |

|                |       |      |          |
|----------------|-------|------|----------|
| Великобритания | 0,827 | 72,9 | 3136     |
| Германия       | 0,763 | 78,0 | 31013543 |
| Дания          | 0,923 | 77,2 | 2938     |
| Индия          | 0,739 | 70,9 | 3237     |
| Испания        | 0,918 | 77,2 | 3402     |
| Канада         | 0,795 | 78,1 | 3330     |
| Китай          | 0,906 | 75,7 | 3575     |
| Латвия         | 0,867 | 66,3 | 3808     |
| Нидерланды     | 0,905 | 77,8 | 3289     |
| Польша         | 0,616 | 62,6 | 3272     |
| Россия         | 0,883 | 78,0 | 2415     |
| Франция        | 0,545 | 78,2 | 3295     |
| Швеция         | 0,894 | 79,0 |          |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – ожидаемая продолжительность жизни, лет;

$x_2$  – суточная калорийность питания, ккал.

### ВАРИАНТ 9

| Страна         | $y$   | $x_1$ | $x_2$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| Австрия        | 0,900 | 78,2  | 3504  |
| Белоруссия     | 0,932 | 79,0  | 3056  |
| Великобритания | 0,740 | 67,7  | 3007  |
| Германия       | 0,701 | 69,8  | 2844  |
| Дания          | 0,744 | 68,4  | 2861  |
| Индия          | 0,921 | 77,9  | 3259  |
| Испания        | 0,927 | 78,1  | 3350  |
| Канада         | 0,802 | 72,5  | 3344  |
| Китай          | 0,852 | 72,4  | 3336  |
| Латвия         | 0,747 | 66,6  | 2704  |
| Нидерланды     | 0,752 | 69,9  | 2943  |
| Польша         | 0,927 | 76,6  | 3642  |
| Россия         | 0,728 | 69,0  | 3568  |
| Франция        | 0,721 | 68,8  | 2753  |
| Швеция         | 0,913 | 76,8  | 2916  |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – ожидаемая продолжительность жизни, лет;

$x_2$  – суточная калорийность питания, ккал.

### ВАРИАНТ 10

| Страна         | $y$   | $x_1$ | $x_2$ |
|----------------|-------|-------|-------|
| Австрия        | 0,908 | 3,0   | 2,6   |
| Белоруссия     | 0,921 | 2,3   | 2,6   |
| Великобритания | 0,869 | 2,6   | 2,5   |
| Германия       | 0,920 | 4,3   | 2,5   |
| Дания          | 0,904 | 2,9   | 2,8   |
| Индия          | 0,918 | 2,4   | 3,1   |
| Испания        | 0,846 | 5,1   | 1,6   |
| Канада         | 0,905 | 3,4   | 2,0   |
| Китай          | 0,841 | 2,0   | 2,9   |
| Пакистан       | 0,800 | 4,5   | 2,7   |
| Нидерланды     | 0,936 | 5,1   | 3,0   |
| Польша         | 0,758 | 4,2   | 1,8   |

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Нидерланды

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

|         |       |     |     |
|---------|-------|-----|-----|
| Россия  | 0,845 | 5,2 | 2,9 |
| Франция | 0,925 | 6,5 | 3,1 |
| Швеция  | 0,978 | 7,4 | 3,4 |

$y$  – индекс человеческого развития;

$x_1$  – темп прироста ВВП, текущий год в % к базисному году;

$x_2$  – темп прироста населения, %.

### **Рекомендуемая литература**

#### *Основная литература:*

- 1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

#### *Дополнительная литература:*

- 1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

## **ТЕМА 4. МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ И КОРРЕЛЯЦИЯ: КАЧЕСТВО, МУЛЬТИКОЛЛИНЕАРНОСТЬ**

### **Практическое занятие № 7-8 Определение коллинеарности факторов**

**Цель:** ознакомиться с оценкой уравнения множественной регрессии на коллинеарность факторов

**Организационная форма:** решение типовых задач

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

- понятие коллинеарных факторов;
- показатели качества регрессии.

Студент будет уметь:

- выявлять коллинеарные факторы.

**Формируемые компетенции:** ОПК-2, ОПК-5, ОПК-6

**Актуальность темы:** Множественная регрессия широко используется в решении проблем спроса, доходности акций, при изучении функции издержек производства, в макроэкономических расчетах и целом ряде других вопросов эконометрики. В настоящее время множественная регрессия – один из наиболее распространенных методов в эконометрике. Основная цель множественной регрессии – построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное их воздействие на моделируемый показатель.

### **Теоретическая часть**

Считается, что две переменных явно **коллинеарны**, т.е. находятся между собой в линейной зависимости, если  $r \geq 0.7$ .

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Предпочтение при этом отдается не фактору, более тесно связанному с результатом, а тому фактору, который при достаточно тесной связи с результатом имеет наименьшую тесноту связи с другими факторами. В этом требовании Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

проявляется специфика множественной регрессии как метода исследования комплексного воздействия факторов в условиях их независимости друг от друга.

По величине парных коэффициентов корреляции обнаруживается лишь явная коллинеарность факторов. Наибольшие трудности в использовании аппарата множественной регрессии возникают при наличии **мультиколлинеарности факторов**, когда более чем два фактора связаны между собой линейной зависимостью, т.е. имеет место совокупное воздействие факторов друг на друга. Наличие мультиколлинеарности факторов может означать, что некоторые факторы будут всегда действовать в унисон. В результате вариация в исходных данных перестает быть полностью независимой, и нельзя оценить воздействие каждого фактора в отдельности. Чем сильнее мультиколлинеарность факторов, тем менее надежна оценка распределения суммы объясненной вариации по отдельным факторам с помощью МНК.

Включение в модель мультиколлинеарных факторов нежелательно в силу следующих *последствий*:

- 1) затрудняется интерпретация параметров множественной регрессии как характеристик действия факторов в «чистом» виде, т.к. факторы коррелированы; параметры линейной регрессии теряют экономический смысл;
- 2) оценки параметров ненадежны, обнаруживают большие стандартные ошибки и меняются с изменением объема наблюдений (не только по величине, но и по знаку), что делает модель непригодной для анализа и прогнозирования.

Для оценки мультиколлинеарности факторов может использоваться определитель матрицы парных коэффициентов корреляции между факторами.

Если бы факторы не коррелировали между собой, то матрица парных коэффициентов корреляции между факторами была бы единичной матрицей, поскольку все недиагональные элементы были бы равны нулю.

$$\text{Det} | R | = \begin{vmatrix} r_{x_1x_1} & r_{x_1x_2} & r_{x_1x_3} \\ r_{x_2x_1} & r_{x_2x_2} & r_{x_2x_3} \\ r_{x_3x_1} & r_{x_3x_2} & r_{x_3x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Если же, наоборот, между факторами существует полная линейная зависимость и все коэффициенты корреляции равны единице, то определитель такой матрицы равен нулю.

$$\text{Det} | R | = \begin{vmatrix} r_{x_1x_1} & r_{x_1x_2} & r_{x_1x_3} \\ r_{x_2x_1} & r_{x_2x_2} & r_{x_2x_3} \\ r_{x_3x_1} & r_{x_3x_2} & r_{x_3x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Чем ближе к нулю определитель матрицы межфакторной корреляции, тем сильнее мультиколлинеарность факторов и ненадежнее результаты множественной регрессии. И, наоборот, чем ближе к единице определитель матрицы межфакторной корреляции, тем меньше мультиколлинеарность факторов.

Оценка значимости мультиколлинеарности факторов может быть проведена методом испытания гипотезы о независимости переменных  $H_0: \text{Det} | R | = 1$ . Если фактическое значение  $\chi^2$  превосходит табличное (критическое), то гипотеза  $H_0$  отклоняется. Мультиколлинеарность считается доказанной.

Через коэффициенты множественной детерминации можно найти переменные, ответственные за мультиколлинеарность факторов. Для этого в качестве зависимой переменной рассматривается каждый из факторов. Чем ближе значение коэффициента множественной детерминации к единице, тем сильнее проявляется мультиколлинеарность факторов. Следовательно, проводя такое сравнение, можно решить проблему отбора факторов, оставляя

**документ подписан  
в уравнении электронной подписью** левой величиной коэффициента множественной детерми-

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

*Существует ряд походов преодоления сильной межфакторной корреляции:*

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

2) преобразование факторов, при котором уменьшается корреляции между ними (например, при построении рядов динамики переход от первоначальных данных к первым разностям ближайших уровней);

3) переход к совмещенным уравнениям регрессии, т.е. к уравнениям, которые отражают не только влияние факторов, но и их взаимодействие.

4) переход к уравнениям приведенной формы - подстановка рассматриваемого факто-ра через выражение его из другого уравнения.

### **Задание:**

#### **Базовый уровень:**

1. Составьте матрицу парных коэффициентов корреляции
2. Постройте уравнение регрессии, характеризующее зависимость цены от всех факторов.
3. Установите, какие факторы коллинеарны, определив коэффициенты множественной детерминации для каждого из факторов.

#### **Повышенный уровень:**

1. Оцените значимость полученного уравнения. Какие факторы значимо воздействуют на формирование средней ожидаемой продолжительности жизни в этой модели?

#### **Постановка задачи**

Изучается зависимость средней ожидаемой продолжительности жизни от нескольких факторов по данным, представленным в таблице:

Таблица

#### **Исходные данные**

|               | <i>Страна</i>                          | <i>y</i> | <i>x1</i> | <i>x2</i> | <i>x3</i> | <i>x4</i> |
|---------------|--|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1             | Мозамбик                               | 47       | 3         | 2,6       | 2,4       | 113       |
| 2             | Бурунди                                | 49       | 2,3       | 2,6       | 2,7       | 98        |
| 3             | Чад                                    | 48       | 2,6       | 2,5       | 2,5       | 117       |
| 4             | Непал                                  | 55       | 4,3       | 2,5       | 2,4       | 91        |
| 5             | Буркина-Фасо                           | 49       | 2,9       | 2,8       | 2,1       | 99        |
| 6             | Мадагаскар                             | 52       | 2,4       | 3,1       | 3,1       | 89        |
| 7             | Бангладеш                              | 58       | 5,1       | 1,6       | 2,1       | 79        |
| 8             | Гаити                                  | 57       | 3,4       | 2         | 1,7       | 72        |
| 9             | Мали                                   | 50       | 2         | 2,9       | 2,7       | 123       |
| 10            | Нигерия                                | 53       | 4,5       | 2,9       | 2,8       | 80        |
| 11            | Кения                                  | 58       | 5,1       | 2,7       | 2,7       | 58        |
| 12            | Того                                   | 56       | 4,2       | 3         | 2,8       | 88        |
| 13            | Индия                                  | 62       | 5,2       | 1,8       | 2         | 68        |
| 14            | Бенин                                  | 50       | 6,5       | 2,9       | 2,5       | 95        |
| 15            | Никарагуа                              | 68       | 7,4       | 3,1       | 4         | 46        |
| 16            | Гана                                   | 59       | 7,4       | 2,8       | 2,7       | 73        |
| 17            | Ангола                                 | 47       | 4,9       | 3,1       | 2,8       | 124       |
| 18            | Пакистан                               | 60       | 8,3       | 2,9       | 3,3       | 90        |
| 19            | Мавритания                             | 51       | 5,7       | 2,5       | 2,7       | 96        |
| 20            | Зимбабве                               | 57       | 7,5       | 2,4       | 2,2       | 55        |
| 21            | Гондурас                               | 67       | 7         | 3         | 3,8       | 45        |
| 22            | Китай                                  | 69       | 10,8      | 1,1       | 1,1       | 34        |
| 23            | Камерун                                | 57       | 7,8       | 2,9       | 3,1       | 56        |
| 24            | Кот-д'Ивуар                            | 51       | 7,6       | 2,9       | 2,6       | 90        |
| 25            | ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ | 72       | 12,1      | 1,3       | 2         | 16        |
| Сертификат:   | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 | 63       | 14,2      | 2         | 2,7       | 56        |
| Владелец:     | Шебзухова Татьяна Александровна        | 64       | 14,1      | 1,6       | 2,5       | 51        |
| Действителен: | с 20.08.2021 по 20.08.2022             | 66       | 10,6      | 2,2       | 2,7       | 39        |

|               |   |    |      |     |     |    |
|---------------|---|----|------|-----|-----|----|
| 29            | Марокко                                   | 65 | 12,4 | 2   | 2,6 | 55 |
| 30            | Папуа-Новая Гвинея                        | 57 | 9    | 2,3 | 2,3 | 64 |
| 31            | Гватемала                                 | 66 | 12,4 | 2,9 | 3,5 | 44 |
| 32            | Эквадор                                   | 69 | 15,6 | 2,2 | 3,2 | 36 |
| 33            | Доминиканская Республика                  | 71 | 14,3 | 1,9 | 2,6 | 37 |
| 34            | Ямайка                                    | 74 | 13,1 | 1   | 1,8 | 13 |
| 35            | Алжир                                     | 70 | 19,6 | 2,2 | 4,1 | 34 |
| 36            | Республика Эль-Сальвадор                  | 67 | 9,7  | 2,2 | 3,4 | 36 |
| 37            | Парагвай                                  | 68 | 13,5 | 2,7 | 2,9 | 41 |
| 38            | Тунис                                     | 69 | 18,5 | 1,9 | 3   | 39 |
| 39            | Белоруссия                                | 70 | 15,6 | 0,2 | 0,2 | 13 |
| 40            | Репу                                      | 66 | 14   | 2   | 3,1 | 47 |
| 41            | Тайланд                                   | 69 | 28   | 0,9 | 1,3 | 35 |
| 42            | Панама                                    | 73 | 22,2 | 1,7 | 2,4 | 23 |
| 43            | Турция                                    | 67 | 20,7 | 1,7 | 2,1 | 48 |
| 44            | Польша                                    | 70 | 20   | 0,3 | 0,6 | 14 |
| 45            | Словакия                                  | 72 | 13,4 | 0,3 | 0,7 | 11 |
| 46            | Венесуэла                                 | 71 | 29,3 | 2,3 | 3   | 23 |
| 47            | ЮАР                                       | 64 | 18,6 | 2,2 | 2,4 | 50 |
| 48            | Мексика                                   | 72 | 23,7 | 1,9 | 2,8 | 33 |
| 49            | Мавритания                                | 71 | 49   | 1,3 | 1,8 | 16 |
| 50            | Бразилия                                  | 67 | 20   | 1,5 | 1,6 | 44 |
| 51            | Тринидад                                  | 72 | 31,9 | 0,8 | 1,8 | 13 |
| 52            | Малайзия                                  | 71 | 33,4 | 2,4 | 2,7 | 12 |
| 53            | Чили                                      | 72 | 35,3 | 1,5 | 2,1 | 12 |
| 54            | Уругвай                                   | 73 | 24,6 | 0,6 | 1   | 18 |
| 55            | Аргентина                                 | 73 | 30,8 | 1,3 | 2   | 22 |
| 56            | Греция                                    | 78 | 43,4 | 0,6 | 0,9 | 8  |
| 57            | Республика Корея                          | 72 | 42,4 | 0,9 | 1,9 | 10 |
| 58            | Испания                                   | 77 | 53,8 | 0,2 | 1   | 7  |
| 59            | Новая Зеландия                            | 76 | 60,6 | 1,4 | 1,5 | 7  |
| 60            | Ирландия                                  | 77 | 58,1 | 0,5 | 1,7 | 6  |
| 61            | Израиль                                   | 77 | 61,1 | 3,5 | 3,5 | 8  |
| 62            | Австралия                                 | 77 | 70,2 | 1,1 | 1,4 | 6  |
| 63            | Италия                                    | 78 | 73,7 | 0,2 | 0,4 | 7  |
| 64            | Канада                                    | 78 | 78,3 | 1,3 | 1   | 6  |
| 65            | Финляндия                                 | 76 | 65,8 | 0,5 | 0,1 | 5  |
| 66            | Гонконг                                   | 79 | 85,1 | 1,6 | 1,3 | 5  |
| 67            | Швеция                                    | 79 | 68,7 | 0,6 | 0,3 | 4  |
| 68            | Нидерланды                                | 78 | 73,9 | 0,7 | 0,6 | 6  |
| 69            | Бельгия                                   | 77 | 80,3 | 0,4 | 0,5 | 8  |
| 70            | Франция                                   | 78 | 78   | 0,5 | 0,8 | 6  |
| 71            | Сингапур                                  | 76 | 84,4 | 2   | 1,7 | 4  |
| 72            | Австрия                                   | 77 | 78,8 | 0,8 | 0,5 | 6  |
| 73            | ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ | 77 | 100  | 1   | 1,1 | 8  |
| Сертификат:   | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6    | 75 | 78,7 | 0,3 | 0,1 | 6  |
| Владелец:     | Шебзухова Татьяна Александровна           | 80 | 82   | 0,3 | 0,6 | 4  |
| Действителен: | с 20.08.2021 по 20.08.2022                | 78 | 95,9 | 1   | 0,8 | 6  |

Принятые в таблице обозначения:

- у- средняя ожидаемая продолжительность жизни при рождении, лет;
- $x_1$ - ВВП в приоритетах покупательной способности;
- $x_2$ - темпы прироста населения по сравнению с предыдущим годом, %;
- $x_3$ - темпы прироста рабочей силы по сравнению с предыдущим годом, %;
- $x_4$ - коэффициент младенческой смертности, %;

### **Рекомендуемая литература**

#### *Основная литература:*

- 1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

#### *Дополнительная литература:*

- 1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

## **ТЕМА №5. СПЕЦИФИКАЦИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ**

### **Практическое занятие №9-10. Оценка уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность**

**Цель:** ознакомиться с основными понятиями спецификации переменных в уравнениях регрессии

**Организационная форма:** решение типовых задач

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

- понятие спецификации модели;
- ошибки спецификации;
- понятие гомоскедастичности остатков.

Студент будет уметь:

- проверять ошибки стандартизации;
- проводить тест Гольдфельда-Квандта на гетероскедастичность.
- строить регрессионные модели с фиктивной структурой.

**Формируемые компетенции:** ОПК-2, ОПК-5, ОПК-6

**Актуальность темы** Построение уравнения множественной регрессии начинается с решения вопроса о спецификации модели. Он включает в себя два круга вопросов: отбор факторов и выбор вида уравнения регрессии.

#### **Теоретическая часть**

При малом объеме выборки, что наиболее характерно для эконометрических исследований, для оценки гетероскедастичности может использоваться **метод Гольдфельда — Квандта**, разработанный в 1965 году. Чтобы оценить нарушение гомоскедастичности, они предложили параметрический тест, который включает в себя следующие шаги.

1. Упорядочение наблюдений по мере возрастания переменной  $x$ .
2. Документ подписан
2. И ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

3. Разделение совокупности из ( $n - C$ ) наблюдений на две группы (соответственно с малыми и большими значениями фактора  $x$ ) и определение по каждой из групп уравнений регрессии.

4. Определение остаточной суммы квадратов для первой ( $S_1$ ) и второй ( $S_2$ ) групп и нахождение их отношения:  $R = S_1 : S_2$ .

При выполнении нулевой гипотезы о гомоскедастичности отношение  $R$  будет удовлетворять F-критерию с ( $n - C - 2p$ ) : 2 степенями свободы для каждой остаточной суммы квадратов. Чем больше величина  $R$  превышает табличное значение F-критерия, тем более нарушена предпосылка о равенстве дисперсий остаточных величин.

**Задание:**

**Базовый уровень:**

- Составьте матрицу парных коэффициентов корреляции
- Постройте уравнение регрессии, характеризующее зависимость цены от всех факторов. Установите, какие факторы коллинеарны, определив коэффициенты множественной детерминации для каждого из факторов.
- Оцените значимость полученного уравнения. Какие факторы значимо воздействуют на формирование цены квартиры в этой модели?

**Повышенный уровень:**

- Проведите тестирование ошибок уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность, применив тест Гельдфельда-Квандта.
- Постройте модель формирования цены квартиры за счет значимых факторов.

**Постановка задачи**

Имеются данные о продаже квартир на вторичном рынке жилья в Санкт -Петербурге (на 01.05.20\_):

Таблица

**Исходные данные**

|               | <b>y</b>                                  | <b>x3</b> | <b>x4</b> | <b>x5</b> | <b>x7</b> |
|---------------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1             | 13  | 37        | 21,5      | 6,5       | 20        |
| 2             | 16,5                                      | 60        | 27        | 22,4      | 10        |
| 3             | 17  | 60        | 30        | 15        | 10        |
| 4             | 15  | 53        | 26,2      | 13        | 15        |
| 5             | 14,2                                      | 35        | 19        | 9         | 8         |
| 6             | 10,5                                      | 30,3      | 17,5      | 5,6       | 15        |
| 7             | 23  | 43        | 25,5      | 8,5       | 5         |
| 8             | 12  | 30        | 17,8      | 5,5       | 10        |
| 9             | 15,6                                      | 35        | 18        | 5,3       | 3         |
| 10            | 12,5                                      | 32        | 17        | 6         | 5         |
| 11            | 11,3                                      | 31        | 18        | 5,5       | 10        |
| 12            | 13  | 33        | 19,6      | 7         | 5         |
| 13            | 21  | 53        | 26        | 16        | 5         |
| 14            | 12  | 32,2      | 18        | 6,3       | 20        |
| 15            | 11  | 31        | 17,3      | 5,5       | 15        |
| 16            | 11  | 36        | 19        | 8         | 5         |
| 17            | 22,5                                      | 48        | 29        | 8         | 15        |
| 18            | 26  | 55,5      | 35        | 8         | 10        |
| 19            | 18,5                                      | 48        | 28        | 8         | 10        |
| 20            | 13,2                                      | 44,1      | 30        | 6         | 25        |
| 21            | ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ | 80        | 51        | 13        | 10        |
| Сертификат:   | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6    |           | 38        | 10        | 12        |
| Владелец:     | Шебзухова Татьяна Александровна           | 50        | 30        | 8,7       | 15        |
| Действителен: | с 20.08.2021 по 20.08.2022                | 54,6      | 32        | 10        | 20        |

|               |   |       |      |      |    |
|---------------|---|-------|------|------|----|
| 25            | 14,5                                      | 43    | 27   | 5,5  | 10 |
| 26            | 23  | 66    | 39   | 12   | 5  |
| 27            | 19,5                                      | 53,5  | 29,5 | 7    | 15 |
| 28            | 14,2                                      | 45    | 29   | 6    | 12 |
| 29            | 13,3                                      | 45    | 30   | 5,5  | 5  |
| 30            | 16,1                                      | 50,6  | 30,8 | 7,9  | 10 |
| 31            | 13,5                                      | 42,5  | 28   | 5,2  | 25 |
| 32            | 16  | 50,1  | 31   | 6    | 10 |
| 33            | 15,5                                      | 68,1  | 44,4 | 7,2  | 5  |
| 34            | 38  | 107   | 58   | 24   | 15 |
| 35            | 30  | 100   | 58   | 20   | 15 |
| 36            | 24  | 71    | 52   | 7,5  | 15 |
| 37            | 32,5                                      | 98    | 51   | 15   | 10 |
| 38            | 43  | 100   | 45   | 35   | 25 |
| 39            | 17,8                                      | 58    | 39   | 6,2  | 10 |
| 40            | 28  | 75    | 40   | 18   | 3  |
| 41            | 32,7                                      | 85    | 59   | 9    | 5  |
| 42            | 31  | 66    | 48   | 6    | 2  |
| 43            | 33  | 81    | 52   | 12   | 10 |
| 44            | 28  | 76,4  | 49   | 10   | 5  |
| 45            | 21,5                                      | 55    | 40,5 | 6    | 15 |
| 46            | 15,3                                      | 53,7  | 37,6 | 5,5  | 3  |
| 47            | 21  | 57    | 38   | 6,3  | 7  |
| 48            | 35,5                                      | 62    | 52   | 8    | 3  |
| 49            | 22  | 74    | 47   | 10   | 15 |
| 50            | 29  | 70    | 45   | 9    | 2  |
| 51            | 16  | 80    | 54   | 8    | 3  |
| 52            | 22  | 62    | 37   | 10,2 | 5  |
| 53            | 23  | 69,7  | 42   | 10,8 | 15 |
| 54            | 19,5                                      | 79    | 50,3 | 9,1  | 25 |
| 55            | 34  | 96,4  | 58   | 12,6 | 5  |
| 56            | 24,5                                      | 90    | 64   | 15   | 5  |
| 57            | 27,3                                      | 102   | 66   | 11,8 | 7  |
| 58            | 41  | 87    | 56,5 | 12,5 | 10 |
| 59            | 31  | 114,8 | 74   | 25,6 | 10 |
| 60            | 35,6                                      | 114,3 | 74,7 | 12   | 5  |
| 61            | 46  | 90    | 62   | 8    | 5  |
| 62            | 35  | 116   | 81   | 16,5 | 10 |
| 63            | 42,7                                      | 107   | 75,5 | 9,5  | 10 |
| 64            | 27  | 93    | 66   | 10   | 15 |
| 65            | 75  | 176   | 129  | 15   | 10 |
| 66            | 38  | 96    | 69,4 | 9    | 8  |
| 67            | 23,5                                      | 92    | 72,5 | 9,5  | 10 |
| 68            | 65  | 176   | 110  | 33   | 20 |
| 69            | 23  | 74    | 49   | 6,5  | 15 |
| 70            | 45,5                                      | 106   | 73,7 | 9    | 10 |
| 71            | ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ | 88    | 61,7 | 9    | 3  |
| Сертификат:   | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6    |       | 45,8 | 9    | 10 |
| Владелец:     | Шебзухова Татьяна Александровна           | 74,7  | 50,8 | 8,2  | 10 |
| Действителен: | с 20.08.2021 по 20.08.2022                | 115   | 76   | 8,5  | 5  |

|    |    |     |      |    |    |
|----|----|-----|------|----|----|
| 75 | 30 | 92  | 62   | 9  | 15 |
| 76 | 43 | 110 | 79,5 | 10 | 5  |

Принятые в таблице обозначения:

у- цена квартиры, тыс. долл.;

$x_1$ - общая площадь квартиры ( $m^2$ );

$x_2$ - жилая площадь квартиры ( $m^2$ );

$x_3$ - площадь кухни ( $m^2$ );

$x_4$ - расстояние от метро, минут пешком.

#### ***Рекомендуемая литература***

##### ***Основная литература:***

- 1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

##### ***Дополнительная литература:***

- 1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

## **ТЕМА 6. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ В ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ**

### **Практическое занятие №11-12. Построение и оценка временного ряда**

**Цель:** ознакомится с особенностями использования временных рядов в эконометрическом исследовании

**Организационная форма:** решение разноуровневых задач

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

- характеристику временного ряда как источника данных в эконометрическом моделировании;
- понятие автокорреляции рядов динамики.

Студент будет уметь:

- осуществлять аналитическое выравнивание временных рядов;
- моделировать тенденции временного ряда;

**Формируемые компетенции:** ОПК-2, ОПК-5, О ПК-6

**Актуальность темы:** Эконометрическую модель можно построить, используя два типа исходных данных: данные, характеризующие совокупность различных объектов за ряд последовательных моментов (периодов) времени; данные, характеризующие один объект за ряд последовательных моментов (периодов) времени.

#### **Теоретическая часть**

Для определения параметров линейного тренда по методу наименьших квадратов используется статистическая функция ЛИНЕЙН, для определения экспоненциального тренда – ЛГРФПРИБЛ

Документ подписан  
регистрационный  
электронной подписью  
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна  
анализируемые данные;  
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

ЛИНЕЙН определяет параметры линейной регрессии следующий:  
введите исходные данные или откройте существующий файл, содержащий

2) выделите область пустых ячеек 5x2 (строк, 2 столбца) для вывода результатов регрессионной статистики или область 1x2 – для получения только оценок коэффициентов регрессии;

3) активизируйте Мастер функций – ВСТАВКА/ФУНКЦИЯ;

4) в окне Категория выберите Статистические, в окне Функция – ЛИНЕЙН. Щелкните по кнопке ОК;

5) заполните аргументы функции:

*Известные значения у* – диапазон, содержащие данные результативного признака;

*Известные значения х* – диапазон, содержащий данные факторов независимого признака;

*Константа* – логическое значение, которое указывает на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении; если *Константа* =1, то свободный член рассчитывается обычным образом; если *Константа*=0, то свободный член равен 0;

*Статистика* – логическое значение, которое указывает, выводить дополнительную информацию по регрессионному анализу или нет. Если *Статистика*=1, то дополнительная информация выводится, если *Статистика*=0, то выводятся только оценки параметров уравнения.

Щелкните по кнопке ОК.

6) в левой верхней ячейке выделенной области появится первый элемент итоговой таблицы. Чтобы раскрыть всю таблицу, нажмите на клавишу <F2>, а затем – на комбинацию клавиш <CTRL>+<SHIFT>+<ENTER>

Дополнительная регрессионная статистика будет выводится в порядке, указанном в следующей схеме:

|                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Значение коэффициента $b$           | Значение коэффициента $a$           |
| Среднеквадратическое отклонение $b$ | Среднеквадратическое отклонение $a$ |
| Коэффициент детерминации $R^2$      | Среднеквадратическое отклонение у   |
| $F$ -статистика                     | Число степеней свободы              |
| Регрессионная сумма квадратов       | Остаточная сумма квадратов          |

Для вычисления параметров экспоненциальной кривой  $y = a*b^x$  в MS Excel применяется встроенная статистическая функция ЛГРФПРИБЛ. Порядок вычисления аналогичен применению функции ЛИНЕЙН.

В качестве зависимой переменной в данном примере выступает время ( $t = 1,2,\dots,n$ ).

Построение графиков осуществляется с помощью Мастера диаграмм.

Порядок построения следующий:

7) введите исходные данные или откройте существующий файл, содержащий анализируемые данные;

8) активизируйте Мастер диаграмм: в главном меню выберите Вставка/Диаграмма;

9) в окне Тип выберите График; вид графика выберите в поле рядом со списком типов. Щелкните по кнопке Далее;

10) заполните диапазон данных. Установите флашок размещения данных в столбцах (строках). Щелкните по кнопке Далее;

11) заполните параметры диаграммы на разных закладках: название диаграммы и осей, значения осей, линии сетки, параметры легенды, таблица и подписи данных. Щелкните по кнопке Далее;

12) укажите место размещения диаграммы на отдельном или имеющемся листе.

Щелкните **документ подписан**  
В ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна  
1) выделите область построения  
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

быть добавлена в диаграмму с областями гиперссылки или в график. Для этого:  
диаграммы; в главном меню выберите

2) в появившемся диалоговом окне выберите вид линии тренда и задайте соответствующие параметры. Для полиномиального тренда необходимо задать степень аппроксимирующего полинома, для скользящего среднего – количество точек усреднения.

В качестве дополнительной информации на диаграмме можно отобразить уравнение регрессии и значение среднеквадратического отклонения, установив соответствующие флаги на закладке Параметры. Щелкните по кнопке ОК.

По полученным результатам расчетов сравниваем значения  $R^2$  по разным уравнениям трендов и выбираем уравнение для прогнозных значений.

### Пример решения

Динамика выпуска продукции Финляндии характеризуется данными (млн. долл), представленными в табл. 1

Таблица 1

| Год  | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|------|------------------|------|------------------|
| 1961 | 1054             | 1979 | 11172            |
| 1962 | 1104             | 1980 | 14150            |
| 1963 | 1149             | 1981 | 14004            |
| 1964 | 1291             | 1982 | 13088            |
| 1965 | 1427             | 1983 | 12518            |
| 1966 | 1505             | 1984 | 13471            |
| 1967 | 1513             | 1985 | 13617            |
| 1968 | 1635             | 1986 | 16356            |
| 1969 | 1987             | 1987 | 20037            |
| 1970 | 2306             | 1988 | 21748            |
| 1971 | 2367             | 1989 | 23298            |
| 1972 | 2913             | 1990 | 26570            |
| 1973 | 3837             | 1991 | 2308             |
| 1974 | 5490             | 1992 | 23981            |
| 1975 | 5502             | 1993 | 23446            |
| 1976 | 6342             | 1994 | 29658            |
| 1977 | 7665             | 1995 | 39573            |
| 1978 | 8570             | 1996 | 38435            |

### Решение

- Итог расчетов линейной функции:

| ЛИНЕЙН      |              |
|-------------|--------------|
| 977,1198198 | -1921124,369 |
| 60,67808483 | 120053,2457  |
| 0,884084673 | 3782, 05096  |
| 259,3175535 | 34           |
| 3709254808  | 486332921,9  |
| ЛГРФАПРИБЛ  |              |
| 1,004486521 | 1            |
| 9,6069E-05  |              |
| 0,076463782 | 1,140451186  |
| 2,897809882 | 35           |
| 3,768975299 | 45,52201173  |

Запишем уравнения линейного и экспоненциального тренда:

$$\text{ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН } 1921124,37 + 977,12 * t; y_t = -1,0045^t$$

2. Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

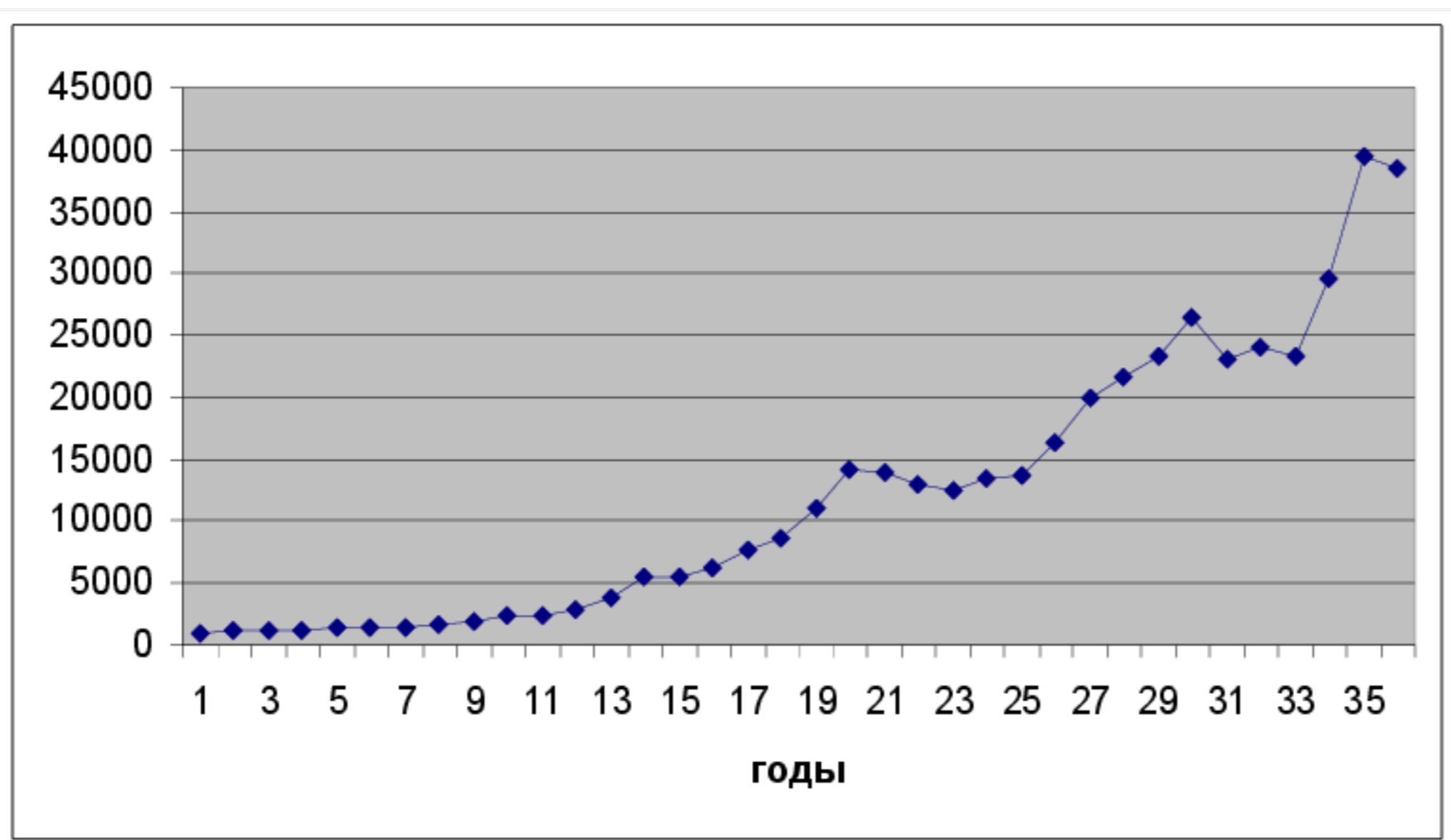


Рис.1. Динамика выпуска продукции

Построим линии трендов:

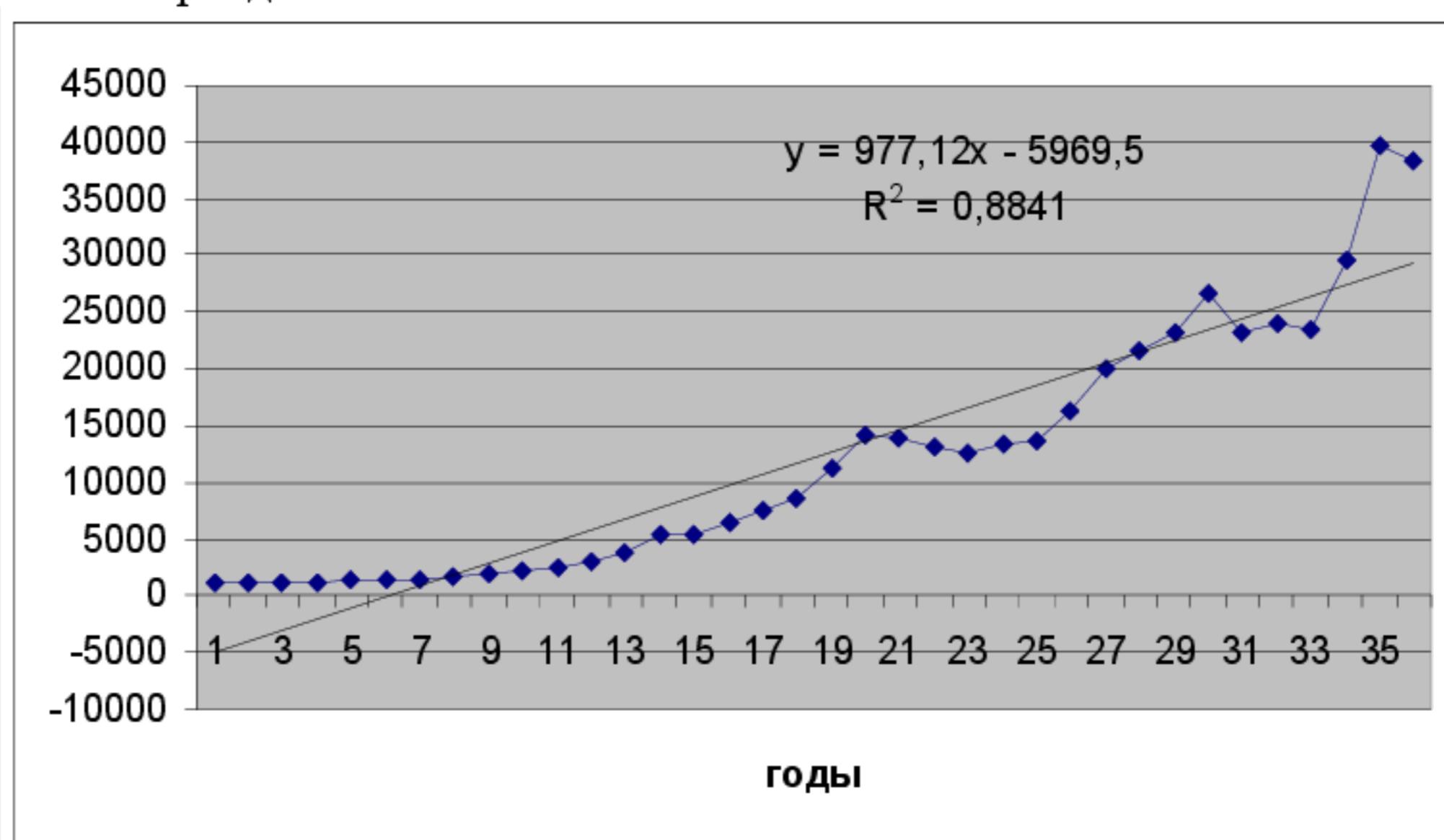
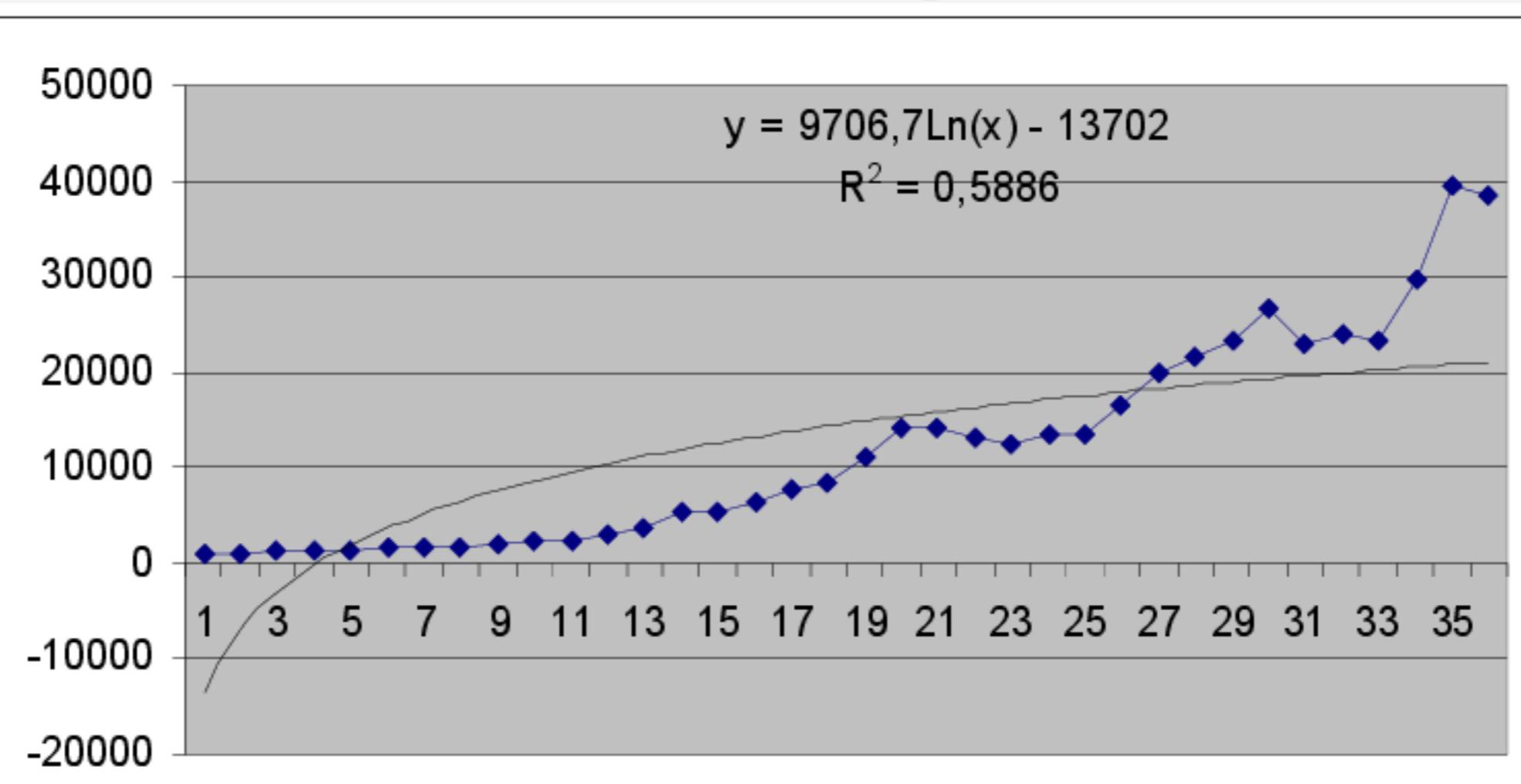


Рис. 2. Линейный тренд

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Рис.3. Логарифмический тренд

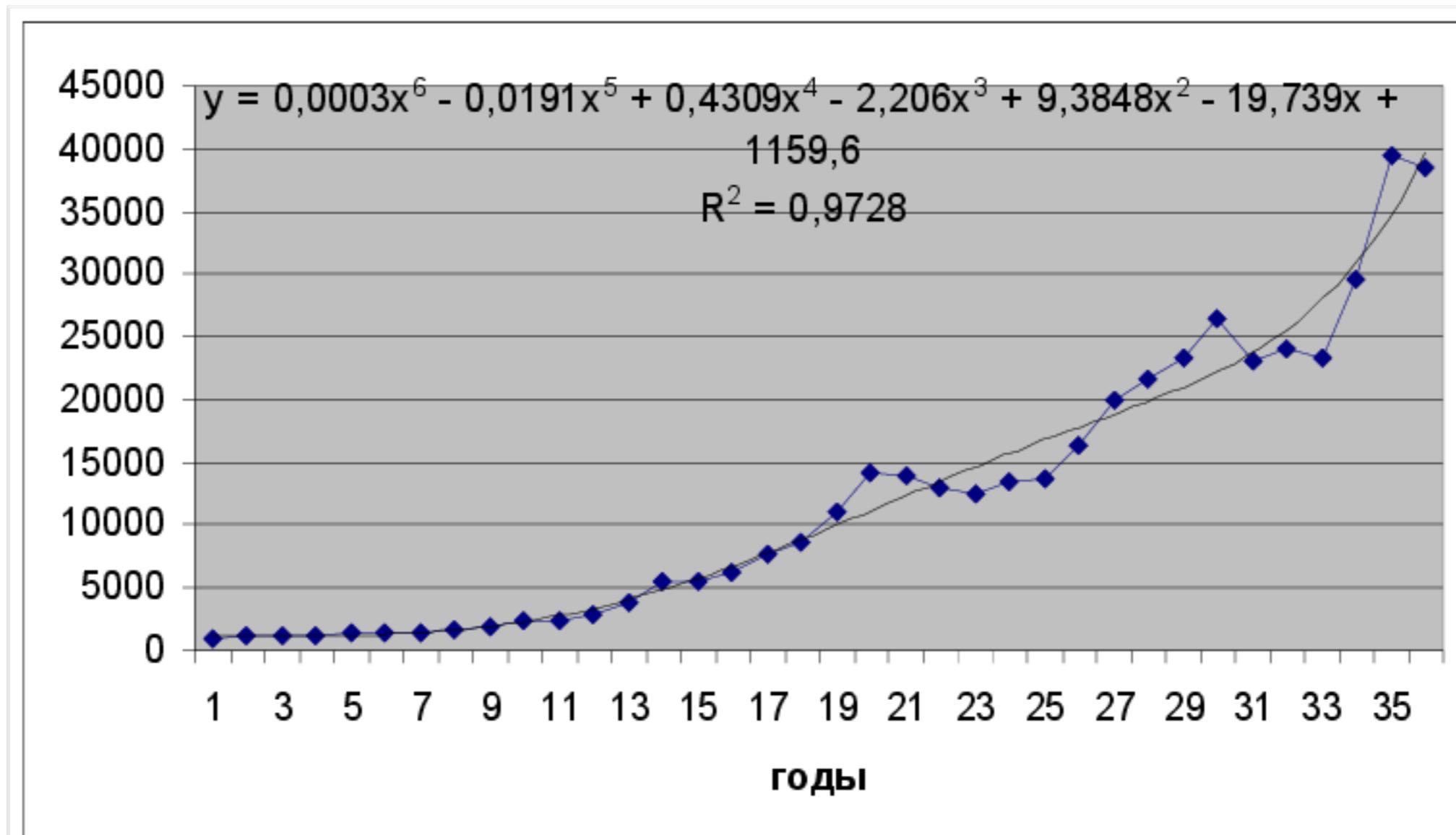


Рис.4. Полиномиальный тренд

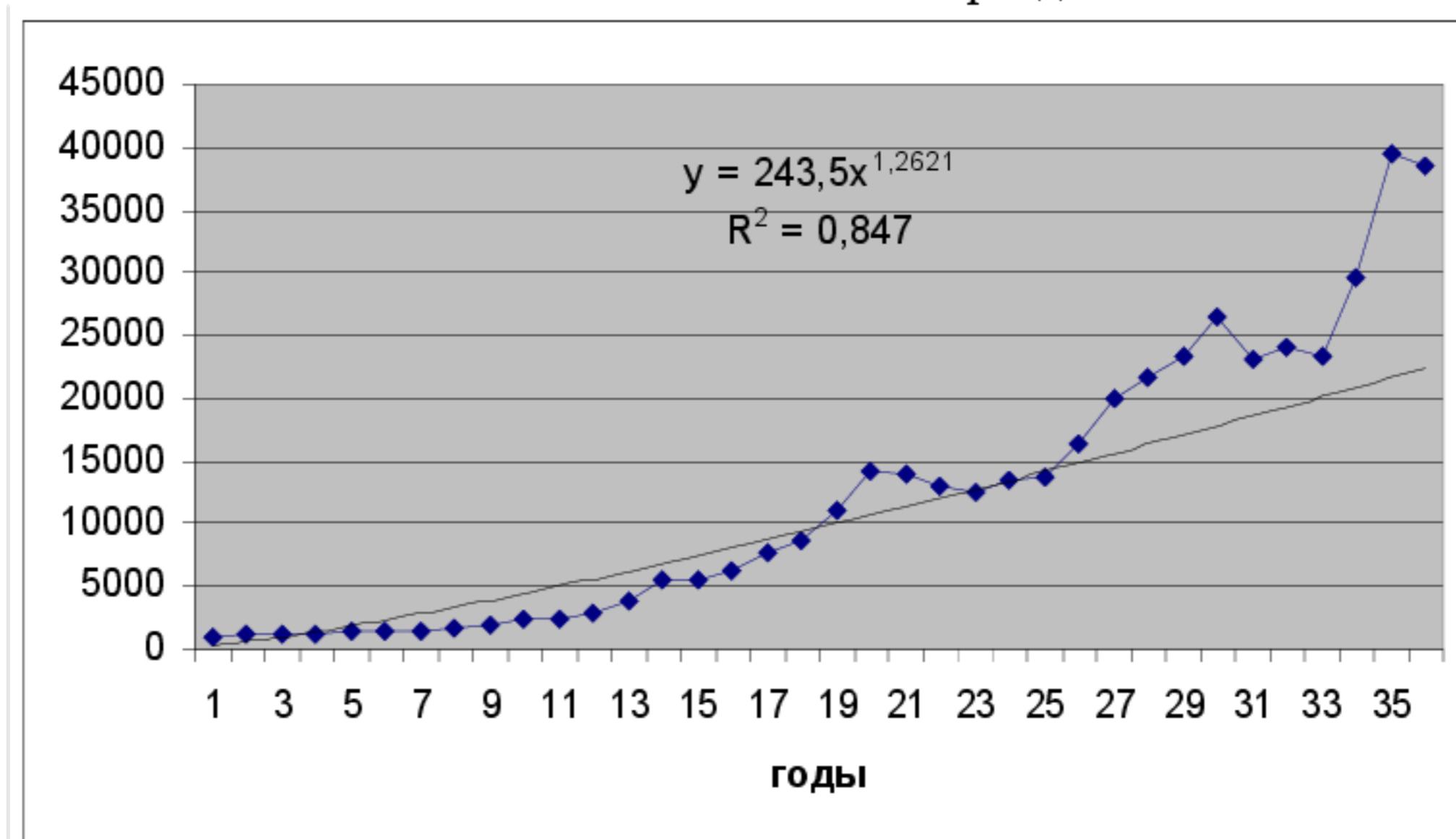
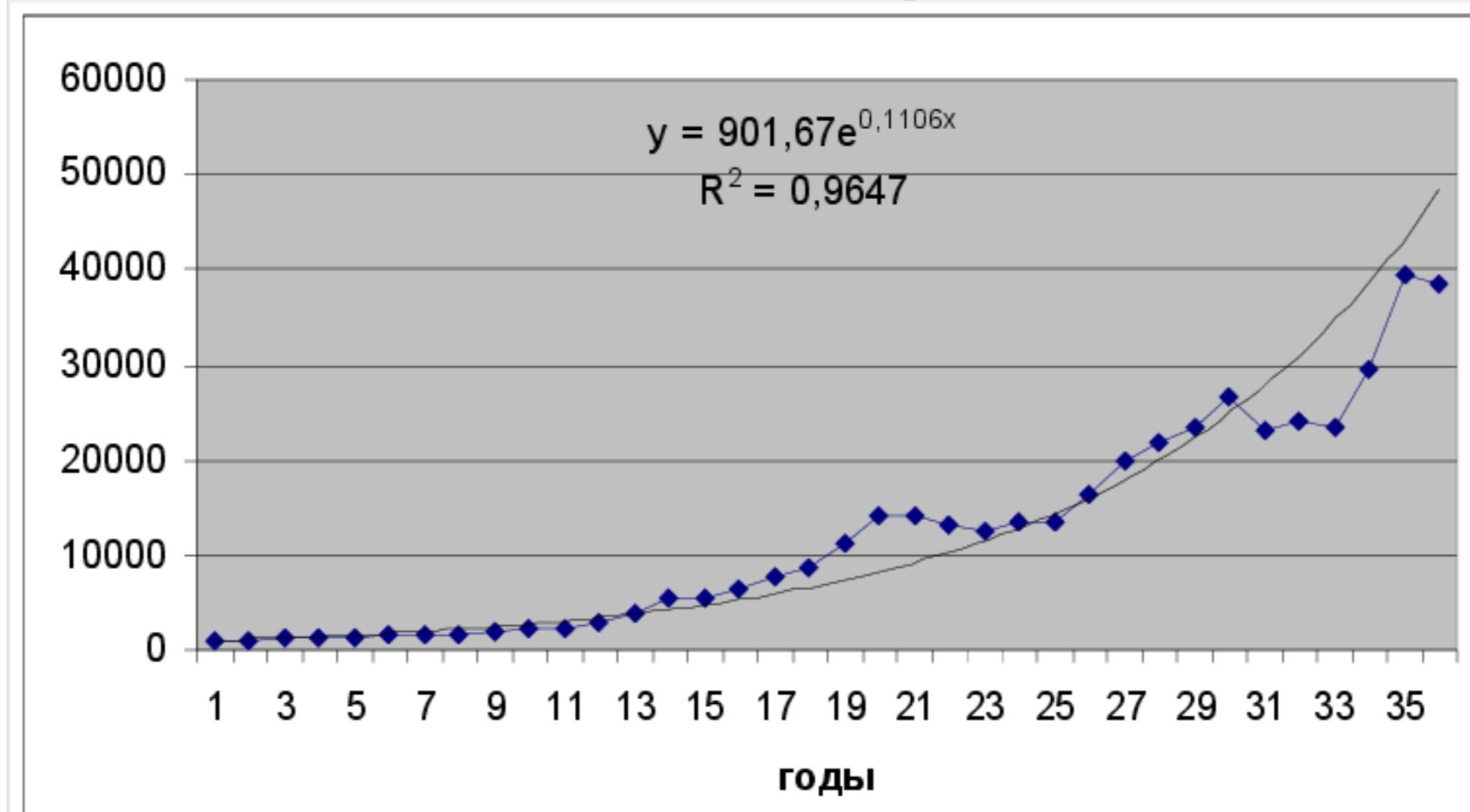


Рис.5. Степенной тренд



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Полиномиальный 6-ой степени –  $R^2 = 0,9728$

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Экспоненциальный тренд

грендов:

экспоненциальный

Линейный –  $R^2 = 0,8841$

Степенной –  $R^2 = 0,8470$

Логарифмический –  $R^2 = 0,5886$

Исходные данные лучше всего описывает полином 6-ой степени. Следовательно, в рассматриваемом примере для расчета прогнозных значений следует использовать полиномиальное уравнение.

### *Задание*

По данным варианта требуется:

#### **1. Задания репродуктивного уровня**

1. Провести расчет параметров линейного и экспоненциального трендов
2. Построить графики ряда динамики и трендов

#### **2. Задачи реконструктивного уровня**

3. Выбрать наилучший вид тренда на основании графического изображения и значения коэффициента детерминации

#### **3. Задачи творческого уровня**

4. Рассчитайте прогнозные значения на три года вперед

### **Варианты индивидуальных заданий**

#### **ВАРИАНТ 1**

| Год  | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|------|------------------|------|------------------|
| 1961 | 71478            | 1979 | 58805            |
| 1962 | 55521            | 1980 | 85876            |
| 1963 | 91438            | 1981 | 77750            |
| 1964 | 49993            | 1982 | 66699            |
| 1965 | 65533            | 1983 | 52896            |
| 1966 | 79858            | 1984 | 20280            |
| 1967 | 65436            | 1985 | 76464            |
| 1968 | 27972            | 1986 | 50691            |
| 1969 | 48899            | 1987 | 53858            |
| 1970 | 67226            | 1988 | 88499            |
| 1971 | 66588            | 1989 | 24546            |
| 1972 | 32660            | 1990 | 34075            |
| 1973 | 24571            | 1991 | 61678            |
| 1974 | 19440            | 1992 | 56421            |
| 1975 | 50980            | 1993 | 86954            |
| 1976 | 59373            | 1994 | 68343            |
| 1977 | 72543            | 1995 | 45200            |
| 1978 | 8254             | 1996 | 23164            |

#### **ВАРИАНТ 2**

| Год   | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|---|------------------|------|------------------|
| 1961  | 44199            | 1979 | 41700            |
| 1962  | 6239             | 1980 | 86632            |
| 1963  | 81463            | 1981 | 26288            |
| 1964  | 44724            | 1982 | 27344            |
| 1965  | 81855            | 1983 | 32608            |
| 1966  | 90771            | 1984 | 12042            |
| 1967  | 58320            | 1985 | 17122            |
| <b>ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br/>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ</b>   |                  | 1986 | 65469            |
| Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6<br>Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна<br>Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022 |                  | 1987 | 62937            |
|   |                  | 1988 | 8971             |
|   |                  | 1989 | 61898            |

|      |       |      |       |
|------|-------|------|-------|
| 1972 | 98480 | 1990 | 18670 |
| 1973 | 9035  | 1991 | 16998 |
| 1974 | 46977 | 1992 | 17508 |
| 1975 | 45108 | 1993 | 81543 |
| 1976 | 97154 | 1994 | 93173 |
| 1977 | 68767 | 1995 | 64772 |
| 1978 | 49428 | 1996 | 93161 |

## ВАРИАНТ 3

| Год  | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|------|------------------|------|------------------|
| 1961 | 38643            | 1979 | 31932            |
| 1962 | 97507            | 1980 | 8103             |
| 1963 | 91362            | 1981 | 78208            |
| 1964 | 14513            | 1982 | 84047            |
| 1965 | 50906            | 1983 | 60175            |
| 1966 | 71660            | 1984 | 49838            |
| 1967 | 83034            | 1985 | 19701            |
| 1968 | 54495            | 1986 | 20881            |
| 1969 | 42959            | 1987 | 71119            |
| 1970 | 58774            | 1988 | 73927            |
| 1971 | 62982            | 1989 | 40064            |
| 1972 | 72270            | 1990 | 68624            |
| 1973 | 25557            | 1991 | 72731            |
| 1974 | 23559            | 1992 | 32982            |
| 1975 | 62071            | 1993 | 24371            |
| 1976 | 56699            | 1994 | 27532            |
| 1977 | 60531            | 1995 | 13429            |
| 1978 | 56351            | 1996 | 25046            |

## ВАРИАНТ 4

| Год  | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|------|------------------|------|------------------|
| 1961 | 53259            | 1979 | 17220            |
| 1962 | 9279             | 1980 | 93382            |
| 1963 | 90133            | 1981 | 5180             |
| 1964 | 15866            | 1982 | 14328            |
| 1965 | 42689            | 1983 | 11400            |
| 1966 | 59117            | 1984 | 5081             |
| 1967 | 85411            | 1985 | 99006            |
| 1968 | 66681            | 1986 | 8162             |
| 1969 | 35583            | 1987 | 53744            |
| 1970 | 27330            | 1988 | 37164            |
| 1971 | 78520            | 1989 | 48200            |
| 1972 | 11386            | 1990 | 18912            |
| 1973 | 51510            | 1991 | 42193            |
| 1974 | 81959            | 1992 | 21362            |
| 1975 | 81808            | 1993 | 26623            |
| 1976 | 17020            | 1994 | 24660            |
| 1977 | 81848            | 1995 | 72827            |

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
19.08.2021  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
34921

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 ВАРИАНТ 5

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Год Выпуск продукции

1961 68853

Год Выпуск продукции

1979 96235

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

|      |       |      |       |
|------|-------|------|-------|
| 1962 | 31312 | 1980 | 80811 |
| 1963 | 51182 | 1981 | 53991 |
| 1964 | 27018 | 1982 | 20739 |
| 1965 | 93659 | 1983 | 55239 |
| 1966 | 8397  | 1984 | 71745 |
| 1967 | 63308 | 1985 | 96286 |
| 1968 | 46595 | 1986 | 45382 |
| 1969 | 16488 | 1987 | 78634 |
| 1970 | 84257 | 1988 | 63033 |
| 1971 | 35141 | 1989 | 67369 |
| 1972 | 61068 | 1990 | 50800 |
| 1973 | 92550 | 1991 | 33457 |
| 1974 | 6429  | 1992 | 12645 |
| 1975 | 18943 | 1993 | 17184 |
| 1976 | 84399 | 1994 | 66149 |
| 1977 | 36743 | 1995 | 92147 |
| 1978 | 42951 | 1996 | 72334 |

## ВАРИАНТ 6

| Год  | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|------|------------------|------|------------------|
| 1961 | 76448            | 1979 | 74417            |
| 1962 | 93155            | 1980 | 20522            |
| 1963 | 82834            | 1981 | 21436            |
| 1964 | 79882            | 1982 | 59126            |
| 1965 | 15575            | 1983 | 58652            |
| 1966 | 35262            | 1984 | 82545            |
| 1967 | 48825            | 1985 | 90625            |
| 1968 | 46451            | 1986 | 61656            |
| 1969 | 69623            | 1987 | 65680            |
| 1970 | 86232            | 1988 | 61453            |
| 1971 | 59212            | 1989 | 84646            |
| 1972 | 69709            | 1990 | 13484            |
| 1973 | 82123            | 1991 | 34365            |
| 1974 | 11558            | 1992 | 51628            |
| 1975 | 39255            | 1993 | 27647            |
| 1976 | 20507            | 1994 | 8822             |
| 1977 | 41349            | 1995 | 20926            |
| 1978 | 79062            | 1996 | 11069            |

## ВАРИАНТ 7

| Год  | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|--|------------------|------|------------------|
| 1961   | 35620            | 1979 | 91955            |
| 1962   | 46107            | 1980 | 80399            |
| 1963   | 21042            | 1981 | 35167            |
| 1964   | 94509            | 1982 | 40179            |
| 1965   | 46962            | 1983 | 92226            |
| 1966   | 61649            | 1984 | 6971             |
| 1967   | 84530            | 1985 | 6020             |
| <b>ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br/>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ</b>  |                  | 1986 | 56374            |
| Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 |                  | 1987 | 44120            |
| Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна          |                  | 1988 | 20817            |
| Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022           |                  | 1989 | 7998             |

|      |       |      |       |
|------|-------|------|-------|
| 1972 | 98001 | 1990 | 93597 |
| 1973 | 52180 | 1991 | 57031 |
| 1974 | 6029  | 1992 | 49764 |
| 1975 | 59458 | 1993 | 35425 |
| 1976 | 32008 | 1994 | 40953 |
| 1977 | 81858 | 1995 | 58646 |
| 1978 | 49041 | 1996 | 64685 |

## ВАРИАНТ 8

| Год  | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|------|------------------|------|------------------|
| 1961 | 74283            | 1979 | 66822            |
| 1962 | 29020            | 1980 | 21677            |
| 1963 | 84453            | 1981 | 37262            |
| 1964 | 83945            | 1982 | 39994            |
| 1965 | 5344             | 1983 | 49342            |
| 1966 | 16884            | 1984 | 98172            |
| 1967 | 11622            | 1985 | 8488             |
| 1968 | 71176            | 1986 | 91394            |
| 1969 | 55716            | 1987 | 75077            |
| 1970 | 16337            | 1988 | 47244            |
| 1971 | 54615            | 1989 | 87078            |
| 1972 | 91267            | 1990 | 28383            |
| 1973 | 50473            | 1991 | 45314            |
| 1974 | 80843            | 1992 | 70287            |
| 1975 | 73622            | 1993 | 65453            |
| 1976 | 95243            | 1994 | 96317            |
| 1977 | 50212            | 1995 | 61033            |
| 1978 | 40300            | 1996 | 43316            |

## ВАРИАНТ 9

| Год  | Выпуск продукции | Год  | Выпуск продукции |
|------|------------------|------|------------------|
| 1961 | 45191            | 1979 | 67647            |
| 1962 | 19897            | 1980 | 63300            |
| 1963 | 92474            | 1981 | 53775            |
| 1964 | 80763            | 1982 | 56570            |
| 1965 | 69998            | 1983 | 87271            |
| 1966 | 14164            | 1984 | 27230            |
| 1967 | 69096            | 1985 | 84392            |
| 1968 | 24361            | 1986 | 58644            |
| 1969 | 31197            | 1987 | 34149            |
| 1970 | 47001            | 1988 | 35393            |
| 1971 | 62024            | 1989 | 28575            |
| 1972 | 62362            | 1990 | 73881            |
| 1973 | 41778            | 1991 | 62091            |
| 1974 | 22607            | 1992 | 64232            |
| 1975 | 41384            | 1993 | 60216            |
| 1976 | 37555            | 1994 | 41865            |
| 1977 | 57258            | 1995 | 50236            |

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
19.08.2021  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
44362

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

## ВАРИАНТ 10

| Год  | Выпуск продукции |
|------|------------------|
| 1961 | 29242            |
| 1979 | 73010            |

|      |       |      |       |
|------|-------|------|-------|
| 1962 | 54391 | 1980 | 30005 |
| 1963 | 39761 | 1981 | 14889 |
| 1964 | 67006 | 1982 | 6119  |
| 1965 | 31240 | 1983 | 58280 |
| 1966 | 53246 | 1984 | 11114 |
| 1967 | 20678 | 1985 | 84721 |
| 1968 | 27361 | 1986 | 53975 |
| 1969 | 62997 | 1987 | 99844 |
| 1970 | 75427 | 1988 | 24580 |
| 1971 | 63274 | 1989 | 55307 |
| 1972 | 52898 | 1990 | 33892 |
| 1973 | 58306 | 1991 | 35376 |
| 1974 | 70118 | 1992 | 77078 |
| 1975 | 95568 | 1993 | 14317 |
| 1976 | 89826 | 1994 | 47137 |
| 1977 | 64467 | 1995 | 62445 |
| 1978 | 33117 | 1996 | 70274 |

### ***Рекомендуемая литература***

#### ***Основная литература:***

- 1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

#### ***Дополнительная литература:***

- 1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

## **ТЕМА 7. МОДЕЛИ СТАЦИОНАРНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ, ИХ ИДЕНТИФИКАЦИЯ**

### **Практическое занятие №13-14. Оценка стационарности временных рядов**

**Цель:** ознакомится с особенностями стационарных и нестационарных временных рядов

**Организационная форма:** собеседование

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

- понятие стационарных временных рядов;
- понятие нестационарных временных рядов.

Студент будет уметь:

- применять параметрические тесты стационарности;
- применять непараметрические тесты стационарности;
- преобразовывать нестационарные временные ряды в стационарные.

Сертификат 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 ОПК-2, ОПК-5, ОПК-6

Форма обучения: очная  
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лекции, практики, лабораторные занятия. Некоторые временные ряды не содержат тенденции и циклической компоненты, а каждый следующий их уровень образуется как сумма среднего уровня ряда

и некоторой (положительной или отрицательной) случайной компоненты. Такие ряды называются *стационарными*. Ряды, содержащие в своем составе две или три компоненты, называются *нестационарными*.

### Теоретическая часть

#### Линейные модели временных рядов

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \dots + a_n y_{t-n} + \varepsilon_t. \quad (1)$$

применяются, как правило, для описания *стационарных процессов*. При этом обычно имеются в виду стационарные процессы второго порядка. Напомним, что стационарный процесс  $n$ -го порядка характеризуется постоянными значениями всех своих моментов порядка  $n$  и ниже на всех временных отрезках, входящих в интервал  $t=1, 2, \dots, T$ . У строго стационарных процессов постоянными являются моменты всех порядков. Таким образом, для любых двух интервалов времени  $(T_1, T_2)$  и  $(T_3, T_4)$  для стационарного процесса второго порядка  $y_t$  должны выполняться условия, характеризующие равенство на рассматриваемых интервалах математических ожиданий, дисперсий и однопорядковых коэффициентов автокорреляций исследуемого процесса. На практике это означает, что для соответствующих оценок перечисленных показателей должны иметь место следующие соотношения:

$$\bar{y}_1 = \sum_{t=T_1}^{T_2} \frac{y_t}{T_2 - T_1} = \sum_{t=T_3}^{T_4} \frac{y_t}{T_4 - T_3} = \bar{y}_2; \quad (6.2)$$

$$D_1(y) = \sum_{t=T_1}^{T_2} \frac{(y_t - \bar{y})^2}{T_2 - T_1} = \sum_{t=T_3}^{T_4} \frac{(y_t - \bar{y})^2}{T_4 - T_3} = D_2(y); \quad (6.3)$$

$$r_i^1 = \sum_{t=T_1}^{T_2-i} \frac{(y_t - \bar{y})(y_{t+i} - \bar{y})}{(T_2 - T_1 - i) \cdot D(y)} = \sum_{t=T_3}^{T_4-i} \frac{(y_t - \bar{y})(y_{t+i} - \bar{y})}{(T_4 - T_3 - i) \cdot D(y)} = r_i^2; \quad (6.4)$$

$$i = 1, 2, \dots,$$

где  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$  – оценки математических ожиданий;  $D_1(y)$  и  $D_2(y)$  – оценки дисперсий;  $r_i^1$  и  $r_i^2$  – оценки коэффициентов автокорреляции  $i$ -го порядка процесса  $y_t$  на 1-ом и на 2-ом интервалах соответственно;  $\bar{y}$  – среднее значение процесса (оценка математического ожидания) на интервале  $(1, T)$ ;  $D(y)$  – оценка дисперсии процесса на интервале  $(1, T)$ .

Заметим, что на практике равенства (6.2)–(6.4) рассматриваются в статистическом смысле. Иными словами, например, равенство  $\bar{y}_1 = \bar{y}_2$  может в точности не выполняться. Однако гипотеза о постоянстве математического ожидания процесса  $y_t$  может быть принята, если значения  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$  удовлетворяют соответствующему статистическому критерию.

Для проверки соответствия реального временного ряда  $y_t$ ,  $t=1, 2, \dots$  стационарному процессу, т. е. для проверки выполнимости условий (6.2)–(6.4), обычно используются соответствующие тесты. При этом в некоторых случаях для одного и того же условия возникает необходимость применять несколько тестов, если по результатам одного теста нельзя вывести суждение о безусловной истинности или ложности выдвинутой гипотезы. Все множество таких тестов разделяется на три основные группы: непараметрические, полу параметрические и параметрические тесты.

Непараметрические тесты не выдвигают заранее каких-либо сведений о законе распределения тестируемого временного ряда, его параметрах. Они исследуют взаимосвязи между порядками следования образующих его значений, выявляют наличие или отсутствие закономерностей в продолжительности и (или) чередовании их серий, образованных, например, последовательностями единиц совокупности с одинаковыми знаками, сме-

ной знаковыми единицами.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН**

**ПЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

К общим свойствам функции распределения

Действителен с 20.08.2021 по 20.08.2022

используют относительно слабые предположения о характере распределения значений временного ряда. Они, например, относятся к общим свойствам функции распределения приростов значений ряда –симметричности, распределения в таких тестах определяются

по порядковым статистикам: среднее по медиане, среднеквадратическое отклонение – по размаху (абсолютной разнице между наибольшим и наименьшим значениями ряда) и т. п.

Параметрические тесты применяются при относительно строгих предположениях относительно законов распределения временного ряда, его параметров. Они, как правило, оценивают меру близости между эмпирическими характеристиками распределения временного ряда и их теоретическими аналогами. На основании величины этой меры делается вывод о целесообразности принятия или отвержения гипотезы о соответствии свойств рассматриваемого ряда стационарному процессу.

### ***Вопросы для собеседования***

#### ***Базовый уровень:***

1. Дайте понятие стационарного временного ряда
2. Дайте понятие нестационарного временного ряда
3. Какие тесты используются для проверки стационарности
4. Параметрические тесты стационарности
5. Непараметрические тесты стационарности
6. Преобразование нестационарных временных рядов в стационарные

#### ***Повышенный уровень:***

7. Тестирование математического ожидания
8. Тестирование дисперсии
9. Тестирование коэффициента автокорреляции
10. Тест Манна-Уитни (тестирование математического ожидания).
11. Тест Сиджела-Тьюки
12. Сериальные критерии стационарности

### ***Рекомендуемая литература***

#### ***Основная литература:***

1. Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

#### ***Дополнительная литература:***

1. Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

## **ТЕМА 8. СИСТЕМЫ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ: ХАРАКТЕРИСТИКА, ВИДЫ**

### **Практическое занятие №15-16. Построение систем эконометрических уравнений**

**Цель:** ознакомится с основными характеристиками и видами систем эконометрических уравнений

**Организационная форма:** решение типовых задач

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

- виды систем эконометрических уравнений;

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

- рекурсивные системы;

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

- структурную и приведенную формы эконометрической модели.

Студент будет уметь:

- преобразовывать структурную в приведенную форму модели.

**Формируемые компетенции:** ОПК-2, ОПК-5, ПК-6

**Актуальность темы:** Объектом статистического изучения в социальных науках являются сложные системы. Отдельно взятое уравнение множественной регрессии не может характеризовать истинные влияния отдельных признаков на вариацию результирующей переменной. Именно поэтому в последние десятилетия в экономических, биометрических и социологических исследованиях важное место заняла проблема описания структуры связей между переменными системой, так называемых одновременных уравнений, называемых также структурными уравнениями.

## *Теоретическая часть*

Объектом статистического изучения в социальных науках являются сложные системы. Измерение тесноты связей между переменными, построение изолированных уравнений регрессии недостаточно для описания таких систем и объяснения механизма их функционирования. При использовании отдельных уравнений регрессии, например для экономических расчетов, в большинстве случаев предполагается, что аргументы (факторы) можно изменять независимо друг от друга. Однако это предположение является очень грубым: практически изменение одной переменной, как правило, не может происходить при абсолютной неизменности других. Ее изменение повлечет за собой изменения во всей системе взаимосвязанных признаков. Следовательно, отдельно взятое уравнение множественной регрессии не может характеризовать истинные влияния отдельных признаков на вариацию результирующей переменной. Именно поэтому в последние десятилетия в экономических, биометрических и социологических исследованиях важное место заняла проблема описания структуры связей между переменными системой так называемых одновременных уравнений, называемых также структурными уравнениями. Так, если изучается модель спроса как соотношение цен и количества потребляемых товаров, то одновременно для прогнозирования спроса необходима модель предложения товаров, в которой рассматривается также взаимосвязь между количеством и ценой предлагаемых благ. Это позволяет достичь равновесия между спросом и предложением.

Система уравнений в эконометрических исследованиях может быть построена по-разному.

Возможна **система независимых уравнений**, когда каждая зависимая переменная ( $y$ ) рассматривается как функция одного и того же набора факторов ( $x$ ):

Набор факторов  $x_i$  в каждом уравнении может варьировать.

Каждое уравнение системы независимых уравнений может рассматриваться самостоятельно. Для нахождения его параметров используется метод наименьших квадратов. По существу, каждое уравнение этой системы является уравнением регрессии. Поскольку никогда нет уверенности, что факторы полностью объясняют зависимые переменные, то в уравнениях присутствует свободный член  $a_0$  так как фактические значения зависимой переменной отличаются от теоретических на величину случайной ошибки, то в каждом

уравнений, производят волнистую случайную ошибку.

ПОДСУМКИ СТРУКТУР ВІДПІДВІДНОСІЙ

Документ подписан на сл. ниже.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

$$y_1 = a_{01} + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + \varepsilon_1,$$

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

(2)

$$y3_I = a_{03} + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 + \varepsilon_3$$

Однако если зависимая переменная у одного уравнения выступает в виде фактора  $x$  в другом уравнении, то исследователь может строить модель в виде *системы рекурсивных уравнений*:

В данной системе зависимая переменная у включает в каждое последующее уравнение в качестве факторов все зависимые переменные предшествующих уравнений наряду с набором собственно факторов x. Как и в предыдущей системе, каждое уравнение может рассматриваться самостоятельно, и его параметры определяются методом наименьших квадратов (МНК).

Наибольшее распространение в эконометрических исследованиях получила **система взаимозависимых уравнений**. В ней одни и те же зависимые переменные в одних уравнениях входят в левую часть, а в других уравнениях - в правую часть системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + \dots + b_{1n}y_n + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \dots + b_{2n}y_n + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2, \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{n,n-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n. \end{array} \right. \quad (4)$$

Система взаимозависимых уравнений получила название ***системы совместных, одновременных уравнений***. Тем самым подчеркивается, что в системе одни и те же переменные ( $y$ ) одновременно рассматриваются как зависимые в одних уравнениях и как независимые в других. В эконометрике эта система уравнений называется также ***структурной формой модели***. В отличие от предыдущих систем каждое уравнение системы одновременных уравнений не может рассматриваться самостоятельно, и для нахождения его параметров традиционный МНК неприменим. С этой целью используются специальные приемы оценивания.

### Указания к решению.

Для нахождения приведенных уравнений (а также коэффициентов структурных уравнений при применении ДМНК) рекомендуется использовать табличный процессор Excel (надстройка «Анализ данных», функция – расчет уравнения регрессии):

- 1) вызов модуля для нахождения регрессии – пункты меню: Сервис – Анализ данных – Регрессия.
  - 2) указать ячейки, содержащие исходные значения  $y$  и  $x$ .
  - 3) если отсутствует свободный член в уравнении регрессии – установить флажок «Константа=нет».

Искомые значения коэффициентов линейного уравнения регрессии ( $a$ ,  $b_1$ ) берутся из столбца «Коэффициенты» таблицы результатов регрессии.

### **Задание**

### Задание.

## Но заданы:

- 1) выделить эндогенные и экзогенные переменные;

2) применив необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое из уравнений модели;

3) определить параметры модели;

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Сертификат  
Повышенный уровень.  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

4) Шебзухова Татьяна Александровна

5) спасіться від цінності приведені

Действителен с 20.08.2021 по 20.08.2022

[View Details](#) | [Edit](#) | [Delete](#)

- 6) определить коэффициенты структурной формы модели;  
 7) проверить значимость полученных уравнений и их коэффициентов.

### Задачи для решения

#### Задача 1

Модель протекционизма Сальватора (упрощенная версия):

$$M_t = a_1 + b_{12} \cdot N_t + b_{13} \cdot S_t + b_{14} \cdot E_t - 1 + b_{15} \cdot M_{t-1} + \varepsilon_1;$$

$$N_t = a_2 + b_{21} \cdot M_t + b_{23} \cdot S_t + b_{26} \cdot Y_t + \varepsilon_2;$$

$$S_t = a_3 + b_{31} \cdot M_t + b_{32} \cdot N_t + b_{37} \cdot X_t + \varepsilon_3,$$

где  $M$  – доля импорта в ВВП;

$N$  – общее число прошений об освобождении от таможенных пошлин;

$S$  – число удовлетворенных прошений об освобождении от таможенных пошлин;

$E$  – фиктивная переменная, равная 1 для тех лет, в которые курс рубля на международных валютных рынках был искусственно завышен, и 0 – для всех остальных лет;

$Y$  – реальный ВВП;

$X$  – реальный объем чистого экспорта;

$t$  – текущий период;

$t-1$  – предыдущий период.

#### Исходные данные

| Текущий период, $t$ | Реальный ВВП, $Y$ | Доля импорта в ВВП, $M$ | Общее число прошений об освобождении от таможенных пошлин, $N$ | Число удовлетворенных прошений, $S$ | Фиктивная переменная, $E$ | Реальный объем чистого экспорта, $X$ |
|---------------------|-------------------|-------------------------|--|-------------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| 1                   | 1 398,5           | 0,12947<br>1            | 900  | 800                                 | 1                         | 185,6                                |
| 2                   | 19 005,5          | 0,48263<br>2            | 2200   | 1500                                | 1                         | 11847                                |
| 3                   | 171 509,5         | 0,30495<br>6            | 5500   | 4000                                | 1                         | 65524                                |
| 4                   | 610 745,2         | 0,23213<br>1            | 10500  | 6 000                               | 1                         | 169534                               |
| 5                   | 1524049,<br>0     | 0,24285<br>7            | 20350  | 18000                               | 1                         | 426735                               |
| 6                   | 2145655,<br>5     | 0,20596<br>5            | 20000  | 15000                               | 0                         | 532239                               |
| 7                   | 2478594,<br>1     | 0,20935<br>9            | 30000  | 20 000                              | 0                         | 592332                               |
| 8                   | 2741051,<br>2     | 0,23495<br>1            | 45000  | 35000                               | 0                         | 840596                               |
| 9                   | 4757233,<br>7     | 0,26890<br>8            | 50000  | 45000                               | 0                         | 2 090687                             |
| 10                  | 7063392,<br>8     | 0,24929<br>2            | 45000  | 40000                               | 0                         | 3 232388                             |

#### Задача 2

Документ подписан  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ на свою продукцию предприятия использует-

Сертификат 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6Я общую экономическую ситуацию:

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$C_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + \varepsilon_2;$

$I_t = a_3 + b_3 2 \cdot (Y_{t-1} - K_{t-1}) + \varepsilon_3;$   
 $Y_t = C_t + I_t,$   
 где  $Q$  – реализованная продукция в период  $t$ ;  
 $Y$  – ВДС;  
 $C$  – конечное потребление;  
 $I$  – инвестиции;  
 $K$  – запас капитала;  
 $t$  – текущий период;  
 $t-1$  – предыдущий период.

Исходные данные

| Текущий пе-<br>риод, $t$ | ВДС регио-<br>на, $Y$ | Инвестиции,<br>$I$ | Конечное<br>потребление,<br>$C$ | Реализованная<br>продукция в<br>период $t$ , $Q$ | Запас капи-<br>тала, $K$ |
|--------------------------|-----------------------|--------------------|---------------------------------|--|--------------------------|
| 1                        | 560,5                 | 210,5              | 450                             | 52   | 325                      |
| 2                        | 12 170                | 2670               | 7500                            | 250  | 4550                     |
| 3                        | 77 725                | 27125              | 40600                           | 790  | 34965                    |
| 4                        | 292 810               | 108810             | 124000                          | 1390,4   | 133209                   |
| 5                        | 476 974               | 266974             | 310000                          | 7318,2   | 327941                   |
| 6                        | 735 998               | 375998             | 260000                          | 7524,4   | 454369                   |
| 7                        | 698 797               | 408797             | 390000                          | 7323,6   | 482451                   |
| 8                        | 797 086               | 407086             | 490000                          | 8804,5   | 485452                   |
| 9                        | 2 160 439             | 970439             | 990000                          | 13130,3  | 766672                   |
| 10                       | 2 415 181             | 1165181            | 1650000                         | 2 14874,2  | 1293750                  |

## ТЕМА 9. СИСТЕМЫ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ:

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ, ПРИМЕНЕНИЕ

#### Практическое занятие №17-18. Оценка идентификации модели

**Цель:** ознакомится с особенностями идентификации систем эконометрических уравнений

**Организационная форма:** решение типовых задач

**Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:**

Студент будет знать:

- идентифицируемость структурных моделей;
- косвенный, двухшаговый и трехшаговый МНК;
- области применения эконометрических моделей.

Студент будет уметь:

- определять идентифицируемость модели;
- использовать косвенный, двухшаговый и трехшаговый МНК.

**Формируемые компетенции:** ОПК-2, ОПК-5, ПК-6

**Актуальность темы:** Объектом статистического изучения в социальных науках являются сложные системы. Отдельно взятое уравнение множественной регрессии не может характеризовать истинные влияния отдельных признаков на вариацию результирующей переменной. Именно поэтому в последние десятилетия в экономических, биометрических и социологических исследованиях важное место заняла проблема описания структуры связей между переменными системой, так называемых одновременных уравнений, называемых также структурными уравнениями.

#### Теоретическая часть

Документ подписан введенной формой  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

модели к структурной возникает проблема

соответствия между приведенной и струк-

Структурная модель в полном виде содержит  $m \cdot (m + n - 1)$  параметров, а приведенная форма модели в полном виде содержит  $m \cdot n$  параметров. Т.е. в полном виде структурная модель содержит большее число параметров, чем приведенная форма модели. Соответственно  $m \cdot (m + n - 1)$  параметров структурной модели не могут быть однозначно определены из  $m \cdot n$  параметров приведенной формы модели.

Чтобы получить единственное возможное решение для структурной модели, необходимо предположить, что некоторые из структурных коэффициентов модели ввиду слабой взаимосвязи признаков с эндогенной переменной из левой части системы равны нулю. Тем самым уменьшится число структурных коэффициентов модели. Уменьшение числа структурных коэффициентов модели возможно и другим путем: например, путем приравнивания некоторых коэффициентов друг к другу, т.е. путем предположений, что их воздействие на формируемую эндогенную переменную одинаково. На структурные коэффициенты могут накладываться, например, ограничения вида  $b_{ik} + a_{ij} = 0$ .

С позиции идентифицируемости структурные модели можно подразделить на три вида:

- 1) идентифицируемые;
- 2) неидентифицируемые;
- 3) сверхидентифицируемые.

Модель **идентифицируема**, если все структурные ее коэффициенты определяются однозначно, единственным образом по коэффициентам приведенной формы модели, т. е. если число параметров структурной модели равно числу параметров приведенной формы модели. В этом случае структурные коэффициенты модели оцениваются через параметры приведенной формы модели и модель идентифицируема.

Модель **неидентифицируема**, если число приведенных коэффициентов меньше числа структурных коэффициентов, и в результате структурные коэффициенты не могут быть оценены через коэффициенты приведенной формы модели.

Модель **сверхидентифицируема**, если число приведенных коэффициентов больше числа структурных коэффициентов. В этом случае на основе коэффициентов приведенной формы можно получить два или более значений одного структурного коэффициента. В этой модели число структурных коэффициентов меньше числа коэффициентов приведенной формы. Сверхидентифицируемая модель в отличие от неидентифицируемой модели практически решаема, но требует для этого специальных методов исчисления параметров.

Структурная модель всегда представляет собой систему совместных уравнений, каждое из которых требуется проверять на идентификацию. Модель считается идентифицируемой, если каждое уравнение системы идентифицируемо. Если хотя бы одно из уравнений системы неидентифицируемо, то и вся модель считается неидентифицируемой. Сверхидентифицируемая модель содержит хотя бы одно сверхидентифицируемое уравнение.

Выполнение условия идентифицируемости модели проверяется для каждого уравнения системы. Чтобы уравнение было идентифицируемо, необходимо, чтобы число предопределенных переменных, отсутствующих в данном уравнении, но присутствующих в системе, было равно числу эндогенных переменных в данном уравнении без одного.

Если обозначить число эндогенных переменных в  $i$ -м уравнении системы через  $H$ , а число экзогенных (предопределенных) переменных, которые содержатся в системе, но не входят в данное уравнение, — через  $D$ , то условие идентифицируемости модели

может быть выражено следующим правилом:

**ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

уравнение идентифицируемо

уравнение неидентифицируемо

уравнение сверхидентифицируемо

Для оценки параметров структурной модели система должна быть идентифицируема или сверхидентифицируема.

Рассмотренное счетное правило отражает необходимое, но недостаточное условие идентификации. Более точно условия идентификации определяются, если накладывать ограничения на коэффициенты матриц параметров структурной модели. Уравнение идентифицируемо, если по отсутствующим в нем переменным (эндогенным и экзогенным) можно из коэффициентов при них в других уравнениях системы получить матрицу, определитель которой не равен нулю, а ранг матрицы не меньше, чем число эндогенных переменных в системе без одного.

Целесообразность проверки условия идентификации модели через определитель матрицы коэффициентов, отсутствующих в данном уравнении, но присутствующих в других, объясняется тем, что возможна ситуация, когда для каждого уравнения системы выполнено счетное правило, а определитель матрицы названных коэффициентов равен нулю. В этом случае соблюдается лишь необходимое, но недостаточное условие идентификации.

Идентификация уравнений достаточно сложна и не ограничивается только вышеизложенным. На структурные коэффициенты модели могут накладываться и другие ограничения, например, в производственной функции сумма эластичностей может быть равна по предположению 1. Могут накладываться ограничения на дисперсии и ковариации остаточных величин

### Пример решения

Изучается модель вида

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot C_{t-1} + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot r_t + b_{22} \cdot I_{t-1} + \varepsilon_2, \\ r_t = a_3 + b_{31} \cdot Y_t + b_{32} \cdot M_t + \varepsilon_3, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t, \end{cases}$$

где  $C_t$  – расходы на потребление в период  $t$ ,  $Y_t$  – совокупный доход в период  $t$ ,  $I_t$  – инвестиции в период  $t$ ,  $r_t$  – процентная ставка в период  $t$ ,  $M_t$  – денежная масса в период  $t$ ,  $G_t$  – государственные расходы в период  $t$ ,  $C_{t-1}$  – расходы на потребление в период  $t-1$ ,  $I_{t-1}$  – инвестиции в период  $t-1$ . Первое уравнение – функция потребления, второе уравнение – функция инвестиций, третье уравнение – функция денежного рынка, четвертое уравнение – тождество дохода.

Модель представляет собой систему одновременных уравнений. Проверим каждое ее уравнение на идентификацию.

Модель включает четыре эндогенные переменные  $(C_t, I_t, Y_t, r_t)$  и четыре предопределенные переменные (две экзогенные переменные –  $M_t$  и  $G_t$  и две лаговые переменные –  $C_{t-1}$  и  $I_{t-1}$ ).

Проверим необходимое условие идентификации для каждого из уравнений модели.

Первое уравнение:  $C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot C_{t-1} + \varepsilon_1$ . Это уравнение содержит

две эндогенные переменные  $C_t$  и  $Y_t$  и одну предопределенную переменную  $C_{t-1}$ . Таким образом,  $D = 2$ ,  $H = 1$ , т.е. выполняется условие  $D + 1 > H$ .

Уравнение Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Второе уравнение:  $I_t = a_2 + b_{21} \cdot r_t + b_{22} \cdot I_{t-1} + \varepsilon_2$ . Оно включает две эндогенные переменные  $I_t$  и  $r_t$  и одну экзогенную переменную  $I_{t-1}$ . Выполняется условие  $D + 1 = 3 + 1 > H = 2$ . Уравнение сверхидентифицируемо.

Третье уравнение:  $r_t = a_3 + b_{31} \cdot Y_t + b_{32} \cdot M_t + \varepsilon_3$ . Оно включает две эндогенные переменные  $Y_t$  и  $r_t$  и одну экзогенную переменную  $M_t$ . Выполняется условие  $D + 1 = 3 + 1 > H = 2$ . Уравнение сверхидентифицируемо.

Четвертое уравнение:  $Y_t = C_t + I_t + G_t$ . Оно представляет собой тождество, параметры которого известны. Необходимости в идентификации нет.

Проверим для каждого уравнения достаточное условие идентификации. Для этого составим матрицу коэффициентов при переменных модели.

|               | $C_t$ | $I_t$ | $r_t$    | $Y_t$    | $C_{t-1}$ | $I_{t-1}$ | $M_t$    | $G_t$ |
|---------------|-------|-------|----------|----------|-----------|-----------|----------|-------|
| I уравнение   | -1    | 0     | 0        | $b_{11}$ | $b_{12}$  | 0         | 0        | 0     |
| II уравнение  | 0     | -1    | $b_{21}$ | 0        | 0         | $b_{22}$  | 0        | 0     |
| III уравнение | 0     | 0     | -1       | $b_{31}$ | 0         | 0         | $b_{32}$ | 0     |
| Тождество     | 1     | 1     | 0        | -1       | 0         | 0         | 0        | 1     |

В соответствии с достаточным условием идентификации ранг матрицы коэффициентов при переменных, не входящих в исследуемое уравнение, должен быть равен числу эндогенных переменных модели без одного.

Первое уравнение. Матрица коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение, имеет вид

|               | $I_t$ | $r_t$    | $I_{t-1}$ | $M_t$    | $G_t$ |
|---------------|-------|----------|-----------|----------|-------|
| II уравнение  | -1    | $b_{21}$ | $b_{22}$  | 0        | 0     |
| III уравнение | 0     | -1       | 0         | $b_{32}$ | 0     |
| Тождество     | 1     | 0        | 0         | 0        | 1     |

Ранг данной матрицы равен трем, так как определитель квадратной подматрицы  $3 \times 3$  не равен нулю:

$$\begin{vmatrix} b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = b_{22}b_{32} \neq 0.$$

Достаточное условие идентификации для данного уравнения выполняется.

Второе уравнение. Матрица коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение, имеет вид

|               | $C_t$ | $Y_t$    | $C_{t-1}$ | $M_t$    | $G_t$ |
|---------------|-------|----------|-----------|----------|-------|
| I уравнение   | -1    | $b_{11}$ | $b_{12}$  | 0        | 0     |
| III уравнение | 0     | $b_{31}$ | 0         | $b_{32}$ | 0     |
| Тождество     | 1     | -1       | 0         | 0        | 1     |

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

Распечатано в электронной форме и подписано в электронной форме

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\begin{vmatrix} b_{12} & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = b_{12}b_{32} \neq 0.$$

Достаточное условие идентификации для данного уравнения выполняется.

Третье уравнение. Матрица коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение, имеет вид

|              | $C_t$ | $I_t$ | $C_{t-1}$ | $I_{t-1}$ | $G_t$ |
|--------------|-------|-------|-----------|-----------|-------|
| I уравнение  | -1    | 0     | $b_{12}$  | 0         | 0     |
| II уравнение | 0     | -1    | 0         | $b_{22}$  | 0     |
| Тождество    | 1     | 1     | 0         | 0         | 1     |

Ранг данной матрицы равен трем, так как определитель квадратной подматрицы  $3 \times 3$  не равен нулю:

$$\begin{vmatrix} b_{12} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = b_{12}b_{22} \neq 0.$$

Достаточное условие идентификации для данного уравнения выполняется.

Таким образом, все уравнения модели сверхидентифицируемы. Приведенная форма модели в общем виде будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} C_t = A_1 + \delta_{11}C_{t-1} + \delta_{12}I_{t-1} + \delta_{13}M_t + \delta_{14}G_t + u_1, \\ I_t = A_2 + \delta_{21}C_{t-1} + \delta_{22}I_{t-1} + \delta_{23}M_t + \delta_{24}G_t + u_2, \\ r_t = A_3 + \delta_{31}C_{t-1} + \delta_{32}I_{t-1} + \delta_{33}M_t + \delta_{34}G_t + u_3, \\ Y_t = A_4 + \delta_{41}C_{t-1} + \delta_{42}I_{t-1} + \delta_{43}M_t + \delta_{44}G_t + u_4. \end{cases}$$

#### Постановка задачи

На основе данных, приведенных в таблице 1 и соответствующих Вашему варианту провести идентификацию модели с помощью необходимого и достаточного условия идентификации.

Эконометрическая модель содержит три уравнения. Количество эндогенных переменных ( $Y$ ), экзогенных переменных ( $X$ ) и вид уравнения определяются вариантом задания.

Коэффициенты при переменных берутся из таблицы 1:

#### Ошибка! Ошибка связи.

Таким образом, окончательно система уравнений, соответствующая варианту 01, примет вид:

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_{11} \cdot X_1 + a_{21} \cdot X_2 + a_{31} \cdot X_3 \\ Y_2 &= b_{12} \cdot Y_1 + b_{32} \cdot Y_3 + a_{32} \cdot X_3 \\ Y_3 &= b_{13} \cdot Y_1 + a_{23} \cdot X_2 + a_{33} \cdot X_3 \end{aligned}$$

Таблица 1

| Вариант | Исходные данные |                   |          |
|---------|-----------------|-------------------|----------|
|         | Variant         | Variant уравнения |          |
|         | $y_1$           | $y_2$             | $y_3$    |
| 11      | $y_{11}$        | $y_{23}$          | $y_{33}$ |
| 12      | $y_{11}$        | $y_{23}$          | $y_{34}$ |

Документ подписан  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6y<sub>3</sub>

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

|    |          |          |          |    |          |          |          |
|----|----------|----------|----------|----|----------|----------|----------|
| 3  | $Y_{11}$ | $Y_{21}$ | $Y_{33}$ | 13 | $Y_{11}$ | $Y_{24}$ | $Y_{31}$ |
| 4  | $Y_{11}$ | $Y_{21}$ | $Y_{34}$ | 14 | $Y_{11}$ | $Y_{24}$ | $Y_3$    |
| 5  | $Y_{11}$ | $Y_{22}$ | $Y_{31}$ | 15 | $Y_{11}$ | $Y_{24}$ | $Y_{33}$ |
| 6  | $Y_{11}$ | $Y_{22}$ | $Y_{32}$ | 16 | $Y_{11}$ | $Y_{24}$ | $Y_{34}$ |
| 7  | $Y_{11}$ | $Y_{22}$ | $Y_{33}$ | 17 | $Y_{11}$ | $Y_{25}$ | $Y_{31}$ |
| 8  | $Y_{11}$ | $Y_{22}$ | $Y_{34}$ | 18 | $Y_{11}$ | $Y_{25}$ | $Y_{32}$ |
| 9  | $Y_{11}$ | $Y_{23}$ | $Y_{31}$ | 19 | $Y_{11}$ | $Y_{25}$ | $Y_{33}$ |
| 10 | $Y_{11}$ | $Y_{23}$ | $Y_{32}$ | 20 | $Y_{11}$ | $Y_{25}$ | $Y_{34}$ |

***Задание******Базовый уровень***

1. Провести идентификацию модели с помощью необходимого условия идентификации.

***Повышенный уровень***

2. Провести идентификацию модели с помощью достаточного условия идентификации.

***Рекомендуемая литература******Основная литература:***

1. Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

***Дополнительная литература:***

1. Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся  
по дисциплине «Эконометрика»

для студентов направления подготовки 38.03.01 «Экономика»,  
направленность (профиль) «Учет, аudit и правовое регулирование бизнеса»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Пятигорск 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |                           |
|---|---------------------------|
| <u><a href="#">ВВЕДЕНИЕ</a></u>   | <u><a href="#">55</a></u> |
| <u><a href="#">1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ»</a></u> | <u><a href="#">56</a></u> |
| <u><a href="#">2. ПЛАН-ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</a></u>   | <u><a href="#">58</a></u> |
| <u><a href="#">3. КОНТРОЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ВИДЫ ОТЧЕТНОСТИ ПО НИМ</a></u>  | <u><a href="#">58</a></u> |
| <u><a href="#">4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА</a></u>   | <u><a href="#">59</a></u> |
| <u><a href="#">5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ</a></u>   | <u><a href="#">60</a></u> |
| <u><a href="#">6. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ</a></u>   | <u><a href="#">62</a></u> |

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

## ВВЕДЕНИЕ

*Цель* освоения дисциплины «Эконометрика» - ознакомление с методами исследования, т.е. методами проверки, обоснования, оценивания количественных закономерностей и качественных утверждений (гипотез) в микро- и макроэкономике на основе анализа статистических данных.

*Задачи* освоения дисциплины Эконометрика состоят в следующем:

- приобретение студентами теоретических и практических навыков исследования и решения экономических задач с применением аппарата математической статистики;
- использование современных программных продуктов для решения экономических задач на компьютере;
- выработка умения самостоятельного принятия решения для целей управления и образования.

Учебная дисциплина Эконометрика в базовую часть дисциплин ОП ВО подготовки бакалавра направления 38.03.01 «Экономика» и реализуется на промежуточной стадии подготовки бакалавра в 3 семестре.

Дисциплина Эконометрика является обобщающей, в рамках которой интегрируются знания, полученные по ряду базовых и вариативных дисциплин в области статистики, математики, менеджмента, финансов, экономики. Изучение данной дисциплины должно способствовать достижению целей обучения и подготовки бакалавров в области экономики, поэтому материалы программы взаимоувязаны с содержанием всех других дисциплин данного направления подготовки.

*Объектом* изучения данной дисциплины являются эконометрические методы исследования и прогнозирования.

*Предметом* изучения дисциплины являются процессы построения эконометрических моделей.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

## 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭКОНОМЕТРИКА»

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. В связи с этим, обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной финансовой ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента – подготовкой специалиста и бакалавра с высшим образованием. При организации СРС важным и необходимым условием становится формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности.

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. В соответствии с рабочей программой дисциплины «Эконометрика» предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студента:

- самостоятельное изучение литературы;
- самостоятельное решение задач (разноуровневых задач; типовых задач).

**Цель самостоятельного изучения литературы** – самостоятельное овладение знаниями, опытом исследовательской деятельности.

**Задачами** самостоятельного изучения литературы являются:

- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов.

**Цель самостоятельного решения задач** – овладение профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю будущей деятельности.

**Задачами** самостоятельного решения задач являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- **документ подписан** исследовательских умений.  
**ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

**В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции: Наименование компетенций**

| Код   | Формулировка:   |
|-------|---|
| ОПК-2 | Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач            |
| ОПК-5 | Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач                     |
| ОПК-6 | Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности |

**5.2. Знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций**

| Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций   | Формируемые компетенции |
|--|-------------------------|
| <b>Знать:</b> правила сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения финансово-экономических задач; методику оценки результатов исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендаций по принятию финансово-экономических решений  | ОПК-2                   |
| <b>Знать:</b> современные информационные технологии и программные средства для поиска и обработки больших объемов информации по поставленной проблематике на основе стандартов и норм, принятых в профессиональной среде; качественный и количественный инструментарий обработки больших массивов данных с целью выведения новой информации и получения содержательных выводов   | ОПК-5                   |
| <b>Знать:</b> знания принципов работы современных информационных технологий, цифровых сервисов и умение работать с ними;   | ОПК-6                   |
| <b>Уметь:</b> осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения финансово-экономических задач; применять методику оценки результатов исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендаций по принятию финансово-экономических решений.  | ОПК-2                   |
| <b>Уметь:</b> применять на практике современные информационные технологии и программные средства для поиска и обработки больших объемов информации по поставленной проблематике на основе стандартов и норм, принятых в профессиональной среде; применять на практике качественный и количественный инструментарий обработки больших массивов данных с целью выведения новой информации и получения содержательных выводов | ОПК-5                   |
| <b>Уметь:</b> использовать современные информационные технологии для решения поставленной задачи, проектной и профессиональной деятельности  | ОПК-6                   |
| Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6<br>Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна<br>Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022  | ОПК-2                   |

|   |       |
|---|-------|
| ческих задач; способностью оценки результатов исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендаций по принятию финансово-экономических решений  |       |
| <b>Владеть:</b> способностью пользоваться современными информационными технологиями и программными средствами для поиска и обработки больших объемов информации по поставленной проблематике на основе стандартов и норм, принятых в профессиональной среде; способностью использовать качественный и количественный инструментарий обработки больших массивов данных с целью выведения новой информации и получения содержательных выводов | ОПК-5 |
| <b>Владеть:</b> владение информационными технологиями для проведения исследований и представления результатов проектной и исследовательской деятельности;   | ОПК-6 |

## 2. ПЛАН-ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

| Код реализуемых компетенций | Вид деятельности студентов          | Итоговый продукт самостоятельной работы | Средства и технологии оценки                    | Объем часов, в том числе |                                    |       |
|-----------------------------|-------------------------------------|---|---|--------------------------|------------------------------------|-------|
|                             |                                     |   |   | СРС                      | Контактная работа с преподавателем | Всего |
| <b>3 семестр</b>            |                                     |   |   |                          |                                    |       |
| ОПК-2,<br>ОПК-5,<br>ОПК-6   | Самостоятельное изучение литературы | Конспект                                | Собеседование                                   | 33,75                    | 3,75                               | 37,5  |
|                             | Самостоятельное решение задач       | Решенная задача                         | Письменный отчет о решении типовых задач        | 18                       | 2                                  | 20    |
|                             | Самостоятельное решение задач       | Решенная задача                         | Письменный отчет о решении разноуровневых задач | 9                        | 1                                  | 10    |
| <b>Итого за 3 семестр</b>   |                                     |   |   | 60,75                    | 6,75                               | 67,5  |
| <b>Итого</b>                |                                     |   |   | 60,75                    | 6,75                               | 67,5  |

## 3. КОНТРОЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ВИДЫ ОТЧЕТНОСТИ ПО НИМ

В рамках рейтинговой системы успеваемость студентов по каждой дисциплине оценивается в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

При проведении текущего контроля рейтинговая оценка знаний студента оценивается следующим образом:

| Контроль-     | Неделя                                 | Изученные               | Вид деятельности студентов   | Коли-<br>чество бал-<br>лов |
|---------------|--|-------------------------|--|-----------------------------|
| ная точка     | документ подписан                      | теорети-<br>ческий курс |  |                             |
|               | ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ                   |                         |  |                             |
| Сертификат:   | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 | 1-3                     | Собеседование по теме 1<br>Типовая задача по теме 2<br>Разноуровневая задача по теме 3 | 25                          |
| Владелец:     | Шебзухова Татьяна Александровна        |                         |  |                             |
| Действителен: | с 20.08.2021 по 20.08.2022             |                         |  |                             |

|   |    |     |  |    |
|---|----|-----|--|----|
| 2 | 12 | 4-6 | Типовая задача по темам 4,5<br>Разноуровневая задача по теме 6 | 30 |
|   |    |     | <b>Итого 3 семестр</b>   | 55 |

**Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным 55. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:**

| Уровень выполнения контрольного задания | Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание) |
|---|--|
| Отличный                                | <b>100</b>   |
| Хороший                                 | <b>80</b>  |
| Удовлетворительный                      | <b>60</b>  |
| Неудовлетворительный                    | <b>0</b>   |

#### **4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА**

Самостоятельная работа студента начинается с внимательного ознакомления с содержанием учебного курса.

Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной теме. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие вопросы темы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в конкретном учебном материале, а какие вообще опущены. Требуется творческое отношение и к самому содержанию дисциплины.

Вопросы, составляющие ее содержание, обладают разной степенью важности. Есть вопросы, выполняющие функцию логической связки содержания темы и всего курса, имеются вопросы описательного или разъяснительного характера, а также исторического экскурса в область изучаемой дисциплины. Все эти вопросы не составляют сути понятийного, концептуального содержания темы, но необходимы для целостного восприятия изучаемых проблем.

Изучаемая дисциплина имеет свой категориально-понятийный аппарат. Научные понятия — это та база, на которой строится каждая наука. Понятия — узловые, опорные пункты как научного, так и учебного познания, логические ступени движения в учебе от простого к сложному, от явления к сущности. Без ясного понимания понятий учеба крайне затрудняется, а содержание приобретенных знаний становится тусклым, расплывчатым.

Студент должен понимать, что самостоятельное овладение знаниями является главным, определяющим. Высшая школа создает для этого необходимые условия, помогает будущему высококвалифицированному специалисту овладеть технологией самостоятельного производства знаний.

В самостоятельной работе студентам приходится использовать литературу различных видов: первоисточники, монографии, научные сборники, хрестоматии, учебники, учебные пособия, журналы и др. Изучение курса предполагает знакомство студентов с большим объемом научной и учебной литературы, что, в свою очередь, порождает необходимость выработки у них рационально-критического подхода к изучаемым источникам.

Чтобы по изучению в огромном объеме рекомендованных ему для изучения источников, с электронной подписью, можно научиться правильно их читать. Правильное чтение рекомендованных источников предполагает следование нескольким несложным, но весьма полезным правилам.

Предварительный просмотр книги включает ознакомление с титульным листом книги, аннотацией, предисловием, оглавлением. При ознакомлении с оглавлением необходимо выделить разделы, главы, параграфы, представляющие для вас интерес, бегло их просмотреть, найти места, относящиеся к теме (абзацы, страницы, параграфы), и познакомиться с ними в общих чертах.

Научные издания сопровождаются различными вспомогательными материалами — научным аппаратом, поэтому важно знать, из каких основных элементов он состоит, каковы его функции.

Знакомство с книгой лучше всего начинать с изучения аннотации — краткой характеристики книги, раскрывающей ее содержание, идейную, тематическую и жанровую направленность, сведения об авторе, назначение и другие особенности. Аннотация помогает составить предварительное мнение о книге.

Глубже понять содержание книги позволяют вступительная статья, в которой дается оценка содержания книги, затрагиваемой в ней проблематики, содержится информация о жизненной и творческой биографии автора, высказываются полемические замечания, разъясняются отдельные положения книги, даются комментарии и т.д. Вот почему знакомство с вступительной статьей представляется очень важным: оно помогает студенту сориентироваться в тексте работы, обратить внимание на ее наиболее ценные и важные разделы.

Той же цели содействует знакомство с оглавлением, предисловием, послесловием. Весьма полезными элементами научного аппарата являются сноски, комментарии, таблицы, графики, списки литературы. Они не только иллюстрируют отдельные положения книги или статьи, но и сами по себе являются дополнительным источником информации для читателя.

Если читателя заинтересовала какая-то высказанная автором мысль, не нашедшая подробного освещения в данном источнике, он может обратиться к тексту источника, упоминаемого в сноске, либо к источнику, который он может найти в списке литературы, рекомендованной автором для самостоятельного изучения.

Существует несколько форм ведения записей:

— план (простой и развернутый) — наиболее краткая форма записи прочитанного, представляющая собой перечень вопросов, рассматриваемых в книге или статье. Развернутый план представляет собой более подробную запись прочитанного, с детализацией отдельных положений и выводов, с выпиской цитат, статистических данных и т.д. Развернутый план — неоценимый помощник при выступлении с докладом на конкретную тему на семинаре, конференции;

— тезисы — кратко сформулированные положения, основные положения книги, статьи. Как правило, тезисы составляются после предварительного знакомства с текстом источника, при его повторном прочтении. Они помогают запомнить и систематизировать информацию.

### **Составление конспектов**

Большую роль в усвоении и повторении пройденного материала играет хороший конспект, содержащий основные идеи прочитанного в учебнике и услышанного в лекции. Конспект — это, по существу, набросок, развернутый план связного рассказа по основным вопросам темы.

В какой-то мере конспект рассчитан (в зависимости от индивидуальных особенностей студента) не только на интеллектуальную и эмоциональную, но и на зрительную память, причем текст конспекта нередко ассоциируется еще и с текстом учебника или записью лекции. Поэтому также запоминается содержание конспектов, написанных разбором, документом подписан чибо, с гэлектронной подписью

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Для успешного освоения дисциплины, необходимо самостоятельно детально изучить пред-

ставленную в конспектах и вспомогательных материалах, предложенных преподавателем, и использовать полученные знания для самостоятельной работы.

Действителен с 20.08.2021 по 20.08.2022

| №<br>п/п | Темы для самостоятельного изучения   | Рекомендуемые источники информации<br>(№ источника) |                |              |                  |
|----------|--|---|----------------|--------------|------------------|
|          |  | Основная  | Дополнительная | Методическая | Интернет-ресурсы |
| 1        | Тема 1. Предмет и задачи курса   | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |
| 2        | Тема 2. Парная регрессия и корреляция  | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |
| 3        | Тема 3. Множественная регрессия и корреляция: модель, значимость               | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |
| 4        | Тема 4: Множественная регрессия и корреляция: качество, мультиколлинеарность   | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |
| 5        | Тема 5. Спецификация переменных в уравнения регрессии                          | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |
| 6        | Тема 6. Временные ряды в эконометрическом исследовании                         | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |
| 7        | Тема 7. Модели стационарных и нестационарных временных рядов, их идентификация | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |
| 8        | Тема 8. Системы эконометрических уравнений: характеристика, виды               | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |
| 9        | Тема 9: Системы эконометрических уравнений: идентификация, применение          | 1,2   | 1,2            | 1            | 1-7              |

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

По следующим темам на практических занятиях выполняются разноуровневые и проблемные задачи в соответствии с рабочей программой дисциплины. Отдельные задания по этим задачам выполняются студентом самостоятельно.

Методические указания по выполнению этих заданий представлены в «Методических указания по выполнению практических работ».

| №<br>темы     | Название темы   | Название задачи   | Номер задания, выносимого на самостоятельную проработку                          |
|---------------|---|---|--|
|               | ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН<br>ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ   |   |  |
| Сертификат:   | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6<br>Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна | Построение<br>модели линей-<br>ной и нели-<br>нейной парной<br>регрессии (ли-<br>нейная задача) | 1. (в, г) Для характери-<br>стики зависимости $y$ от $x$<br>рассчитать параметры |
| Действителен: | с 20.08.2021 по 20.08.2022  |   |  |

|   |  |  |   |
|---|--|--|---|
|   |  |  | следующих функций:<br>в) показательной;<br>г) равносторонней гиперболы.<br>2. (в,г) Оценить каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации и критерий Фишера. |
| 3 | Множественная регрессия и корреляция: модель, значимость             | Построение модели множественной регрессии ( <i>разноуровневая задача</i> )                 | №3. Сравнить частные коэффициенты эластичности о стандартизованными, пояснить различия между ними   |
| 4 | Множественная регрессия и корреляция: качество, мультиколлинеарность | Определение коллинеарности факторов ( <i>типовая задача</i> )                              | №3. Установите, какие факторы коллинеарны, определив коэффициенты множественной детерминации для каждого из факторов  |
| 5 | Спецификация переменных в уравнениях регрессии                       | Оценка уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность ( <i>типовая задача</i> ) | №5. Постройте модель формирования цены квартиры за счет значимых факторов   |
| 6 | Временные ряды в эконометрическом исследовании                       | Построение и оценка временного ряда ( <i>разноуровневая задача</i> )                       | №3. Рассчитайте прогнозные значения на три года вперед  |
| 8 | Системы эконометрических уравнений: характеристика виды              | Построение систем эконометрических уравнений ( <i>типовая задача</i> )                     | №7. Проверить значимость полученных уравнений и их коэффициентов  |

### **3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедура проведения данного оценочного мероприятия включает в себя: беседу с преподавателем на темы изучаемой дисциплины.

Для подготовки к данному оценочному мероприятию необходимо изучить лекционный материал, материалы практических занятий, а также вопросы, выносимые на самостоятельное изучение.

При подготовке к испытанию студенту предоставляется право пользоваться своими конспектами.

При проверке задания, оцениваются полнота раскрытия проблемы, использование различных источников информации, четкость изложения ответа.

### **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

|               |  |   |
|---------------|--|---|
| Сертификат:   | 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 | Документ подписан данного оценочного мероприятия включает в себя: написание реферата по темам, предложенным преподавателем, выступление с ним перед студенческой аудиторией. Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенции: УК-1, ПК-6. |
| Владелец:     | Шебзухова Татьяна Александровна        | Для подготовки к данному оценочному мероприятию необходимо изучить работы отечественных и зарубежных ученых по данной проблематике, просмотреть последние аналитиче-  |
| Действителен: | с 20.08.2021 по 20.08.2022             |   |

ские отчеты и справочники, а также повторить лекционный материал, материалы практических занятий, а также вопросы, выносимые на самостоятельное изучение.

При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользоваться своей работой и конспектами.

При проверке задания, оцениваются полнота раскрытия проблемы, использование различных источников информации.

## **Методические рекомендации по изучению теоретического материала**

### **Работа с книгой**

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. *Первичное* - эти внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятного слова. Содержание не всегда может быть понято после первичного чтения.

Задача *вторичного* чтения полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

### **Правила самостоятельной работы с литературой**

Как уже отмечалось, самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) ~~это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания.~~

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН**

**Основные ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

вести к следующим:

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

• Сам такой перечень должен быть систематизированным.

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

• Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).

• Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.

• При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными со-курсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...

• Естественно, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

1. информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)  
2. усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)

3. аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)

4. творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

### **Методические указания по составлению конспекта**

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выполните первое – составьте план;

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

3 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

4 ЗАКОНСПЕКТИРУЙТЕ МАТЕРИАЛ, ЧЕТКО

положения текста, отметьте аргументацию

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

следуя пунктам плана. При конспектированием. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

#### **4 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

##### **Перечень основной литературы:**

1. Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

##### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

##### **Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:**

1. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Эконометрические методы исследования и прогнозирования» для студентов направления подготовки 38.03.01 «Экономика» (направленность (профиль): (Финансы и кредит), Штапова И.С., 2019 г.

##### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:**

1. <http://biblioclub.ru> - «Университетская библиотека онлайн»
2. <http://www.iprbookshop.ru> - ЭБС «IPRbooks»
3. <http://catalog.ncstu.ru/> - Электронная библиотека СКФУ.
4. <http://www.math.ru/lib/> - Math.Ru Библиотека
5. <http://ilib.mccme.ru/> - Интернет-библиотека Московского Центра Непрерывного Математического Образования
6. [http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus) - Математическое моделирование : научный журнал
7. [http://bd.viniti.ru/index.php?option=com\\_content&task=view&id=236&Itemid=101](http://bd.viniti.ru/index.php?option=com_content&task=view&id=236&Itemid=101) – База данных «Вычислительные науки»

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022