

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна  
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского  
федерального университета  
Дата подписания: 23.08.2023 14:37:23  
Уникальный программный ключ:  
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

**УТВЕРЖДАЮ**

Зам. директора по учебной работе  
Пятигорского института (филиал)  
СКФУ

\_\_\_\_\_ М.В. Мартыненко  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по  
дисциплине «Математический анализ»

Направление подготовки  
Направленность (профиль)

**09.03.02 Информационные системы и технологии**  
Информационные системы и технологии обработки  
цифрового контента

Форма обучения  
Год начала обучения  
Реализуется в 1,2 семестрах

заочная  
2022

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

## Предисловие

1. Назначение: обеспечение методической основы для организации и проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ». Текущий контроль по данной дисциплине – вид систематической проверки знаний, умений, навыков студентов. Задачами текущего контроля являются получение первичной информации о ходе и качестве освоения компетенций, а также стимулирование регулярной целенаправленной работы студентов. Для формирования определенного уровня компетенций.

2. ФОС является приложением к программе дисциплины «Математический анализ» в соответствии с образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии.

3. Разработчик: Манторова Ирина Владиславовна, доцент кафедры физики, электротехники и электроэнергетики, кандидат педагогических наук, доцент

4. Проведена экспертиза ФОС.

Члены экспертной группы:

Председатель:

Масютина Г.В. – зав. кафедрой физики, электротехники и электроэнергетики

Члены комиссии:

Манторова И.В. – доцент кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Ростова А.Т. – профессор кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Представитель организации-работодателя:

Афанасов Владимир Христофорович - директор ООО «Сателлит»

Экспертное заключение: фонд оценочных средств соответствует ОП ВО по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии и рекомендуется для оценивания уровня сформированности компетенций при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов по дисциплине «Математический анализ».

28 марта 2022 г.

5. Срок действия ФОС определяется сроком реализации образовательной программы.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

**1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы**

| Код оцениваемой компетенции, индикатора (ов) | Этап формирования компетенции (№ темы) | Средства и технологии оценки                                      | Вид контроля, аттестация (текущий/промежуточный) | Тип контроля (устный, письменный или с использованием технических средств) | Наименование оценочного средства |
|----------------------------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| <b>1 семестр</b>                             |                                        |                                                                   |                                                  |                                                                            |                                  |
| ОПК-1 (ИД-1,2)                               | 1-5                                    | Комплект разноуровневых заданий и вопросов по разделам дисциплины | текущий                                          | письменный                                                                 | Разноуровневые задачи и задания  |
| <b>2 семестр</b>                             |                                        |                                                                   |                                                  |                                                                            |                                  |
| ОПК-1 (ИД-1,2)                               | 6-18                                   | Комплект разноуровневых заданий и вопросов по разделам дисциплины | текущий                                          | письменный                                                                 | Разноуровневые задачи и задания  |
| ОПК-1 (ИД-1,2)                               | 6-18                                   | Вопросы к экзамену                                                | промежуточный                                    | устный                                                                     | Экзамен                          |

**2. Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

| Уровни сформированности и компетенции(ий), индикатора (ов)       | Дескрипторы                                                                              |                                                                  |                                                                                                                                       |                                                                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                  | Минимальный уровень не достигнут (неудовлетворительно) 2 балла                           | Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла                  | Средний уровень (хорошо) 4 балла                                                                                                      | Высокий уровень (отлично) 5 баллов                                                                                                      |
| <b>Компетенция: ОПК-1</b>                                        |                                                                                          |                                                                  |                                                                                                                                       |                                                                                                                                         |
| Результаты обучения по дисциплине (модулю):<br><i>Индикатор:</i> | <i>Не знаком с основами теории пределов, дифференциального исчисления, интегрального</i> | <i>Частичные знания основ теории пределов, дифференциального</i> | <i>Знает основы теории пределов, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, дифференциальных уравнений</i> | <i>Знает основы теории пределов, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, дифференциальных уравнений с</i> |

ИД-1 ОПК-1  
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна  
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

|                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| вычислительной техники и программирования.                                                                                                                                        |                                                                                                                                                     | ных уравнений                                                                                                                                             |                                                                                                                                                  | возможностью оценить их полноту и связь со смежными областями знания                                                                                                                                                 |
|                                                                                                                                                                                   | <i>Отсутствуют умения</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности  | <i>Частичные умения</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности          | <i>Умеет</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности            | <i>Умеет</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности, требующих инновационных и нестандартных подходов и методов решения            |
|                                                                                                                                                                                   | <i>Не владеет навыками</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности | <i>Частично владеет навыками</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности | <i>Владеет навыками</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности | <i>Владеет навыками</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности, требующих инновационных и нестандартных подходов и методов решения |
| <b>ИД-2</b> <sub>опк-1</sub> Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. | <i>Отсутствуют знания</i><br>основных понятий, законов и методологии применения аппарата математического анализа в профессиональной деятельности    | <i>Частичные знания</i><br>основных понятий, законов и методологии применения аппарата математического анализа в профессиональной деятельности            | <i>Хорошие знания</i><br>основных понятий, законов и методологии применения аппарата математического анализа в профессиональной деятельности     | <i>Отличные знания</i><br>основных понятий, законов и методологии применения аппарата математического анализа в профессиональной деятельности во взаимосвязи со смежными дисциплинами                                |
|                                                                                                                                                                                   | <i>Отсутствуют умения</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности  | <i>Частичные умения</i><br>применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности          | <i>Умеет</i><br>пользоваться основами математического анализа для решения задач профессиональной деятельности                                    | <i>Умеет</i><br>пользоваться основами математического анализа для решения задач профессиональной деятельности, требующих                                                                                             |

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

|  |                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |                                                                                                                                                                                                             | и                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                          | инновационных и нестандартных подходов и методов решения                                                                                                                                                                                                                     |
|  | Не владеет навыками решения задач математики и работы с информацией; составления математических моделей задач исследования в профессиональной деятельности; анализа информации на основе системного подхода | Частично владеет навыками решения задач математики и работы с информацией; составления математических моделей задач исследования в профессиональной деятельности; анализа информации на основе системного подхода | Владеет навыками решения задач математики и работы с информацией; составления математических моделей задач исследования в профессиональной деятельности; анализа информации на основе системного подхода | Владеет навыками решения задач математики и работы с информацией; анализа информации на основе системного подхода; составления математических моделей задач исследования в профессиональной деятельности, требующих инновационных и нестандартных подходов и методов решения |

### Описание шкалы оценивания

Успеваемость студентов по дисциплине оценивается в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

### 3. Типовые контрольные задания и иные материалы, характеризующие этапы формирования компетенций

#### Комплект разноуровневых задач (заданий) по дисциплине «Математический анализ»

##### 1. Задачи репродуктивного уровня

###### Раздел 1.

1. Вычислить:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 2 - 4x^2}{5 + x + 8x^2};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3 + 2x^2}{x - 2 + x^2};$$

3. Найти предел функции:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 7x^3 + 5x - 4}{x^4 + x^3 + x + 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 3)(x + 4)(x + 5)}{x^4 + x - 11};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x + 2}{x^3 - x + 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + x}{x^4 + x^3 + x + 1};$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
Сертификат: 112000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна  
Действителен с 20.08.2021 по 20.08.2022

###### Раздел 2.

1.  $y = 2x^3 + 5x^2 - 7x - 4$
2.  $y = \sqrt{x}$
3.  $y = -\operatorname{ctg} x - x$
4.  $y = \frac{1}{x^2}$
5.  $y = \sqrt[3]{x^2}$
6.  $y = 5 \sin x + 3 \cos x$
7.  $y = 5(\operatorname{tg} x - x)$
8.  $y = \frac{1}{e^x + 1}$
9.  $y = 2^{x^2}$
10.  $y = x\sqrt{x}$

2. Вычислить производную функции

- а)  $y = 5^x + x \ln x$ , в точке  $x_0 = 1$ ;
- б)  $y(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{5}x - 4x^3 + 5$ , в точке  $x_0 = 1$ ;
- в)  $f(x) = 2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$  в точке  $x_0 = 4$ ;
- г)  $f(x) = 4x^3 + 6x + 3$  в точке  $x_0 = 1$ .

3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции  $y$  в точке:

1.  $y = x - x^2$ ,  $a = 1$ .
2.  $y = x^2 + x + 1$ ,  $a = -1$ .
3.  $y = x^3 + x$ ,  $a = 1$ .
4.  $y = \sqrt{x} - 2$ ,  $a = 4$ .
5.  $y = x^2 + \sqrt{x^3}$ ,  $a = 1$ .
6.  $y = \sqrt[3]{x^2} - 9$ ,  $a = -27$ .
7.  $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$ ,  $a = 9$ .
8.  $y = 32\sqrt[4]{x} - x$ ,  $a = 16$ .
9.  $y = x^2 - x - 1$ ,  $a = 1$ .
10.  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$ ,  $a = 2$ .

4. Найти значения  $x$ , при которых функция  $f(x) = 4x + \frac{9}{x}$  имеет экстремумы.

5. Найти значения  $x$ , при которых функция  $f(x) = 3x^2 + \frac{48}{x}$  имеет экстремумы.

6. Найти интервалы монотонного убывания функции  $y = x^3 + 1,5x^2 + 2$ .

7. Найти интервалы монотонного убывания функции  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ .

8. Найти интервалы монотонного убывания функции  $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{4} - x$ .

9. Найти уравнение касательной и нормали к графику функций  $y = \frac{-3x^2 - 5x - 4}{x + 1}$ .

10. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций  $y = \frac{x^2 + 3x - 12}{x + 5}$ .

11. Найти все критические точки функции  $f(x) = 2x^2 - 6|x+1| + 5$ .
12. Найти все критические точки  $x$  функции  $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$ .

### Раздел 3.

1. Вычислить:

1.  $\int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx$
2.  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
3.  $\int \frac{x^3 dx}{x^2+2x+3}$
4.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+3x}}$
5.  $\int x \arctg x dx$
6.  $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$
7.  $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2+x+1}}$
8.  $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$
9.  $\int \cos x \cos 3x dx$
10.  $\int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$

2. Вычислить неопределенный интеграл:

1.  $\int (x+1)e^x dx$ .
2.  $\int \arcsin x dx$ .
3.  $\int x^2 \sin x dx$ .
4.  $\int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx$ .
5.  $\int x \ln x dx$ .
6.  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ .
7.  $\int e^{2x} \cos x dx$ .
8.  $\int x^2 \arctg x dx$ .
9.  $\int \sin \ln x dx$ .
10.  $\int x^2 e^x dx$ .

### Раздел 4.

1. Найти частные производные до второго порядка включительно заданных функций:

1.  $z = e^{xy}$ .
2.  $z = x \ln(x/y)$ .
3.  $z = \sin(xy)$ .
4.  $z = e^x \cos y$ .
5.  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .
6.  $z = \ln(x^2 + y)$ .
7.  $z = \sqrt{2xy + y^2}$ .
8.  $z = \ln \sqrt[3]{xy}$ .
9.  $z = x \cos y + y \sin x$ .
10.  $z = (1+x)^2(1+y)^4$ .

2. Найти производные функции  $z = z(u, v)$ :

$$z'_x \text{ и } z'_y, \quad u = u(x, y) \text{ и } v = v(x, y).$$

1.  $z = u^2 + v^2, \quad u = x + y, \quad v = x - y$ .
2.  $z = \ln(u^2 + v^2), \quad u = xy, \quad v = x/y$ .
3.  $z = u^v, \quad u = \sin x, \quad v = \cos y$ .
4.  $z = u^2 + 2v^3, \quad u = x^2 - y^2, \quad v = e^{xy}$ .
5.  $z = \arctg(u/v), \quad u = x \sin y, \quad v = x \cos y$ .
6.  $z = \ln(u - v^2), \quad u = x^2 + y^2, \quad v = y$ .
7.  $z = u^3 + v^2, \quad u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v = \arctg(y/x)$ .
8.  $z = \sqrt{uv}, \quad u = \ln(x^2 + y^2), \quad v = xy^2$ .

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$u = \ln(x/y),$   
 $v = \sqrt{x/y}$ .

неявно:

1.  $y^x = x^y$ .
2.  $y = 1 + y^x$ .
3.  $y = x + \ln y$ .
4.  $x + y = e^{x-y}$ .
5.  $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0$ .
6.  $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$ .
7.  $y \sin x - \cos(x - y) = 0$ .
8.  $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0$ .
9.  $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$ .
10.  $x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0$ .

### Раздел 5.

Решить дифференциальные уравнения:

- 1)  $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0$
- 2)  $4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dy$ ;
- 3)  $xy' - y^2 = 0, y(1) = 1$ ;
- 4)  $\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{y-x}$ ;
- 5)  $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y + y$ ;
- 6)  $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1$ ;
- 7)  $y' = y \sin x = \sin x \cos x$ ;
- 8)  $y' = \frac{y}{x} = x^2$ ;
- 9)  $y' - \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$ ;
- 10)  $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$ ;
- 11)  $2xy'y'' = (y')^2 + 1$ ;
- 12)  $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2, y(0) = y'(0) = 1$ ;
- 13)  $y'' + 9y = \sin 3x + 2e^x$ ;
- 14)  $y'' - 4y' + 5y = (16 - 2x)e^{-x} + x^2$ ;
- 15)  $y'' - 6y' + 9y = 3e^{3x}, y(0) = \frac{4}{3}, y'(0) = \frac{1}{27}$ ;
- 16)  $y'' + 4y = \sin x, y(0) = y'(0) = 1$ ;
- 17)  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$ ;
- 18)  $y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1+e^{-2x}}, y(0) = y'(0) = 0$ ;

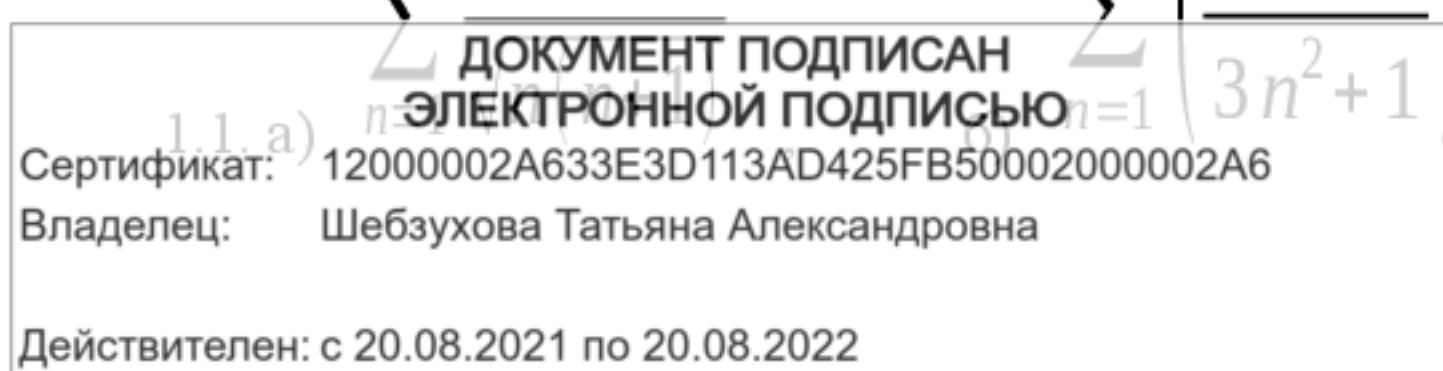
### Раздел 6.

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\left( \frac{2n^2-1}{3n^2+1} \right)^n}$$

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3}{(2n-1)^2},$$

г)



$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{8n^3+1},$$

1.2. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n}{3n+1} \right)^n$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n^n}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^3+2}$ ,

1.3. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+2}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n}{3n+1} \right)^n$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{8n^9-3}$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{3^n}$ ,

1.4. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+2)^2}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 5^n}{n^n}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{8n^6-5}$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^{n^2}$ ,

1.5. а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 - \frac{1}{2}}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^{n^2}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5n^9-3}$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 6^n}{7^n}$ ,

## 2. Задачи реконструктивного уровня

### Раздел 1.

1. Вычислить:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}$ , 2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4}$ ,  
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^3 - (1+n)^3}$ , 4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}$ ,  
5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}$ , 6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n+2)^2}{(n-2)^3 - (n+2)^3}$ .

### Раздел 2.

1. Исследовать на непрерывность функцию  $y = 9^{\frac{1}{1-x}}$  в точках  $x_0 = 4$ ,  $x_1 = 1$ . Показать графически.

2. Вычислить предел по правилу Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$ .  
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$$y = \sin^4 x + \cos^4 x \quad \text{на } [0; \pi].$$

4. Провести полное исследование функции и построить её график

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

б)  $y = \frac{\ln x}{x}$ .

5. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом  $60^\circ$  вписан прямоугольник, Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

основание которого расположено на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

### Раздел 3.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

1. Найти площадь эллипса
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой  $r = a(1 + \cos \varphi)$ .

$$y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

3. Найти длину дуги кривой от точки  $M_1$  с абсциссой  $x_1 = a$  до точки  $M_2$  с абсциссой  $x_2 = b$  ( $b > a$ ).

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг оси OX

$$\text{астроиды } x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью
6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  вокруг оси OX.
7. Котел, имеющий форму полушара радиуса  $r$ , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$$

8. Исследовать сходимость интеграла

### Раздел 4.

1. Найти область существования функции:

$$1) z = xy \text{ и } 2) z = x^2 + y^2; f(x, y) = \arcsin(1 - x^2 - y^2) + \arcsin 2xy.$$

2. Выразить объем прямоугольного параллелепипеда, вписанного в шар радиуса  $R$ , как функцию двух его измерений  $x, y$ . Найти область определения этой функции.

3. Выразить площадь  $S$  равнобокой трапеции как функцию трех величин: длин оснований  $x$  и  $y$  и боковой стороны  $z$ .

4. Выразить площадь треугольника как функцию длин двух его сторон при условии, что известен полупериметр треугольника  $p$ .

### Раздел 5.

1. Известно, что скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела  $T_T$  и температурой окружающей среды  $T_c$ . Найти зависимость температуры тела от времени  $t$ , если  $T_T(0) = T_0$ .

2. Найти кривую, проходящую через точку  $(2; 0)$  и обладающую тем свойством, что отрезок касательной к этой кривой между осью абсцисс и осью ординат имеет постоянную длину, равную 2.

3. Тело падает с высоты  $h$  под действием силы тяжести и тормозящей силы сопротивления воздуха, пропорциональной скорости. Найти закон изменения скорости падения тела, если  $V(0) = 0$ .

Сертификат 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6  
Владелец: Щербатова Татьяна Александровна  
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

## Раздел 6.

1. Вычислить приближенно интеграл, взяв два члена разложения подынтегральной функции в ряд. Оценить погрешность.

1.  $\int_0^{1/2} e^{-2x^2} dx,$
2.  $\int_0^{1/2} \ln(1+x^3) dx,$
3.  $\int_0^{1/2} \sin x^2 dx,$
4.  $\int_0^{1/2} \cos x^2 dx,$
5.  $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$
6.  $\int_0^{1/2} \ln(1+x^4) dx.$

### 3. Задачи творческого уровня

1. Вычислить:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}.$$

2. Доказать, что последовательность имеет предел и найти его:

$$\frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}, \dots$$

3. Вычислить:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \dots \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1} \right].$$

4. Доказать, что предел последовательности существует и найти его:

$$x_{n+1} = \frac{x_n(x_n^2 + 3a)}{3x_n^2 + a} \quad x_0 > 0, \quad a > 0$$

5. Пусть  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  дважды дифференцируемая функция

и  $f(0) = 0$ . Доказать, что существует  $\xi \in (-\pi/2, \pi/2)$  такая, что

$$f''(\xi) = f(\xi)(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \xi)^4.$$

6. Пусть  $f(x)$  – дифференцируемая на отрезке  $[0, 1]$  функция. Докажите, что уравнение имеет хотя бы один корень:

$$(x - x^3)f'(x) = (3x^2 - 1)f(x)$$

7. Доказать, что если

$$\frac{a_0}{n+1} + \frac{a_1}{n} + \dots + \frac{a_{n-1}}{2} + a_n = 0,$$

то уравнение

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

имеет, по крайней мере, один корень на интервале  $(0, 1)$ .

8. Доказать, что у многочлена Лежандра все корни вещественные и принадлежат интервалу  $(-1, 1)$ .

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} \{(x^2 - 1)^n\}$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Доказать, что производная функции  $f(x)$  в точке  $x = 0$ , если

$$f(x) = \frac{1}{(x+2)(x+2^2)(x+2^3)\dots(x+2^{2004})}.$$

#### 4. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

#### 5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить сформированность компетенции ОПК-1. Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

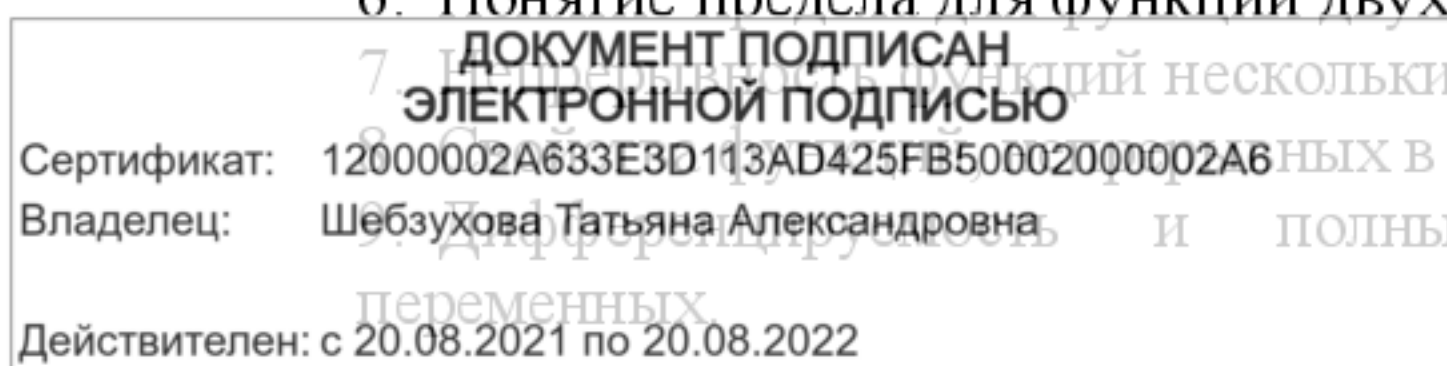
##### Оценочный лист

| Оцениваемый критерий                                                | Оценка    |           |           |           |             |
|---------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
|                                                                     | Задание 1 | Задание 2 | Задание 3 | Задание 4 | Задание ... |
| Обоснованность выбора способа решения                               |           |           |           |           |             |
| Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований |           |           |           |           |             |
| Верный ответ                                                        |           |           |           |           |             |

#### Вопросы к экзамену 2 семестр

Знать:

1. Понятие неопределенного интеграла. Первообразная.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральная сумма.
4. Условия существования определенного интеграла.
5. Свойства определенного интеграла.
6. Понятие предела для функции двух и более переменных.
7. Дифференцирование функции нескольких переменных.
8. Дифференцирование функции в ограниченной замкнутой области.
9. Дифференцирование функции и полный дифференциал функции нескольких переменных.



10. Понятие двойного интеграла.
11. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
12. Основные свойства двойного интеграла.
13. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
14. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной, их геометрический смысл.
15. Уравнения с разделяющимися переменными.
16. Линейные уравнения.
17. Понятие числового ряда.
18. Ряд геометрической прогрессии.
19. Гармонический ряд.
20. Знакопеременные ряды.
21. Абсолютная и условная сходимость.
22. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Уметь:

1. Интегрирование элементарных дробей.
2. Интегрирование рациональных функций.
3. Интегрирование тригонометрических функций.
4. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
5. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
6. Частные производные высших порядков.
7. Касательная и нормаль к поверхности.
8. Производная по направлению. Градиент.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Наибольшее и наименьшее значения функции.
11. Условный экстремум.
12. Метод множителей Лагранжа.
13. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
14. Методы решения ДУ первого порядка.
15. Методы решения уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка.
16. Интегрирование ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
17. Признак Лейбница.
18. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
19. Сходимость степенных рядов.

Владеть:

2. Таблица основных неопределенных интегралов. Непосредственное интегрирование.

3. Замена переменной в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование по частям.
5. Способы вычисления определенного интеграла.
6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Замена переменной в определенном интеграле.
8. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
9. Физические и геометрические приложения определенного интеграла.
10. Методы интегрирования ДУ первого порядка.
11. Методы интегрирования ДУ второго порядка.

12. Понятие сходимости числовых рядов.
13. Интегрирование дифференциальных уравнений.
14. Численное дифференцирование.
15. Численное интегрирование.

## 1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

## 2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения экзамена осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются 1 теоретический вопрос и два практических задания.

Для подготовки по билету отводиться 40 мин. При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования справочными таблицами.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

| Оценочный лист       |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
|----------------------|-------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------|--|--|-----------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------|---------------|
| №<br>п/п             | Ф.И.О. студента   | Параметры состояния образованности                   |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 | Итоговый балл |
|                      |                   | Предметно-информационная составляющая образованности |                             |  |  | Деятельностно-коммуникативная составляющая образованности |                               |             | Ценностно-ориентационная составляющая образованности       |                                 |               |
|                      |                   | Контроль-но-методический срез                        | Общеучебные умения и навыки |  |  | Уровень развития устной речи                              | Умение работать с информацией | Грамотность | Умение использовать полученные знания в повседневной жизни | Уровень адекватности самооценки |               |
| Умение анализировать | Умение доказывать |                                                      | Умение делать выводы        |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 1                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 2                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 3                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 4                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 5                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 6                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 7                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 8                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 9                    |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 10                   |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 11                   |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 12                   |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 13                   |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |
| 14                   |                   |                                                      |                             |  |  |                                                           |                               |             |                                                            |                                 |               |

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022