

14. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 60 В, влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 30° . Индукция поля равна 0,01 Тл. Определить радиус кривизны траектории электрона и шаг винтовой линии, по которой движется электрон.
15. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 30 В, влетает в магнитное поле соленоида под углом 30° к его оси. Число ампер-витков соленоида равно 5000. Длина соленоида 25 см. Определить шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле соленоида.
16. Протон влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 30° . Индукция поля равна 0,1 Тл. Определить кинетическую энергию протона, если радиус кривизны его траектории 1,5 см.
17. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 10$ мТл перпендикулярно линиям индукции влетает электрон с кинетической энергией $K = 30$ эВ. Определить радиус кривизны траектории электрона.
18. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 71 В, влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 37° , и описывает спираль радиусом 54 мм. Определить индукцию магнитного поля и шаг винтовой линии, по которой движется электрон.
19. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 10 В, влетает в однородное магнитное поле так, что угол между направлением скорости и силовыми линиями составляет 53° . Индукция поля равна 0,1 Тл. Определить радиус кривизны траектории и шаг винтовой линии, по которой движется электрон.
20. Определить кинетическую энергию протона, движущегося по дуге окружности радиусом 60 см в магнитном поле, индукция которого $2 \cdot 10^{-3}$ Тл.
21. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью 106 м/с. Индукция магнитного поля 0,3 Тл. Радиус окружности 4 см. Определить заряд частицы, если известно, что ее энергия равна 12 кэВ.
22. В однородное магнитное поле с индукцией 0,01 Тл перпендикулярно линиям индукции влетает электрон с кинетической энергией 30 кэВ. Определить радиус кривизны траектории движения частицы.
23. Протон и альфа-частица попадают в однородное магнитное поле, двигаясь перпендикулярно линиям индукции. Сравнить радиусы кривизны их траекторий, если они имеют одинаковую энергию.
24. Электрон, влетевший в однородное магнитное поле с индукцией 0,02 Тл перпендикулярно направлению магнитного поля, движется в нем по окружности радиусом 2 см. Определить разность потенциалов, которую прошел электрон перед тем, как влетел в магнитное поле.
25. Электрон, ускоренный некоторой разностью потенциалов, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $1,5 \cdot 10^{-2}$ Тл перпендикулярно магнитным силовым линиям. В магнитном поле электрон описывает окружность радиусом 114 мм.

Определить разность потенциалов, которую прошел электрон перед тем, как влетел в магнитное поле.

Практическое занятие 12.

Тема занятия. Электромагнитные колебания в колебательном контуре.

Цель занятия. Изучить электромагнитные колебания в колебательном контуре.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Электрические колебания в колебательном контуре, дифференциальное уравнение собственных электрических колебаний. Затухающие колебания. Добротность контура. Вынужденные колебания. Резонанс. Переменный ток, его промышленное получение. Переменный ток в цепи с индуктивностью, емкостью и активным сопротивлением, векторная диаграмма напряжений и токов. Электромагнитная индукция. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла. Ток смещения. Второе уравнение Максвелла. Система уравнений Максвелла. Электромагнитные волны. Основные свойства электромагнитных волн. Шкала электромагнитных волн. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Электромагнитные колебания в колебательном контуре применяется при решении инженерных задач.

Теоретическая часть.

Электромагнитные колебания в колебательном контуре

Уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний

Колебательный контур – это электрическая цепь, состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью L , конденсатора емкостью C и резистора сопротивлением R . В **идеальном колебательном контуре** считается, что сопротивление R пренебрежимо мало ($R \approx 0$), что позволят в **идеальном контуре** (рис. 18), состоящем только из катушки индуктивности и конденсатора, получить **незатухающие электромагнитные колебания**.

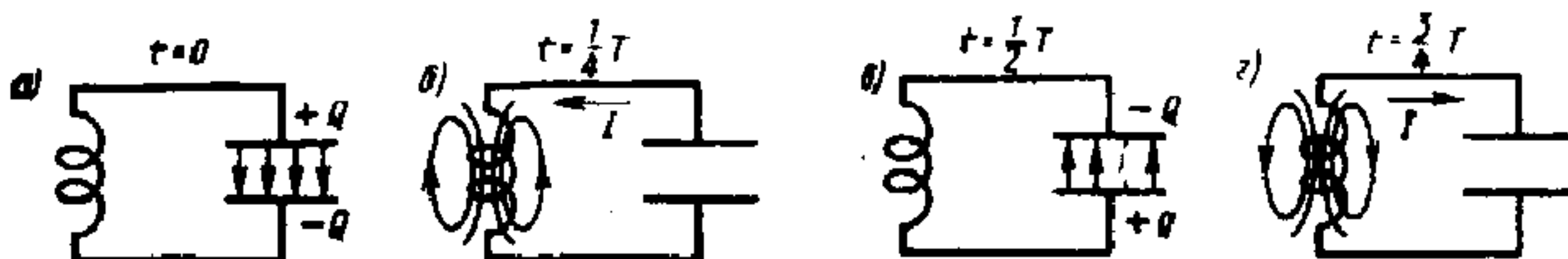
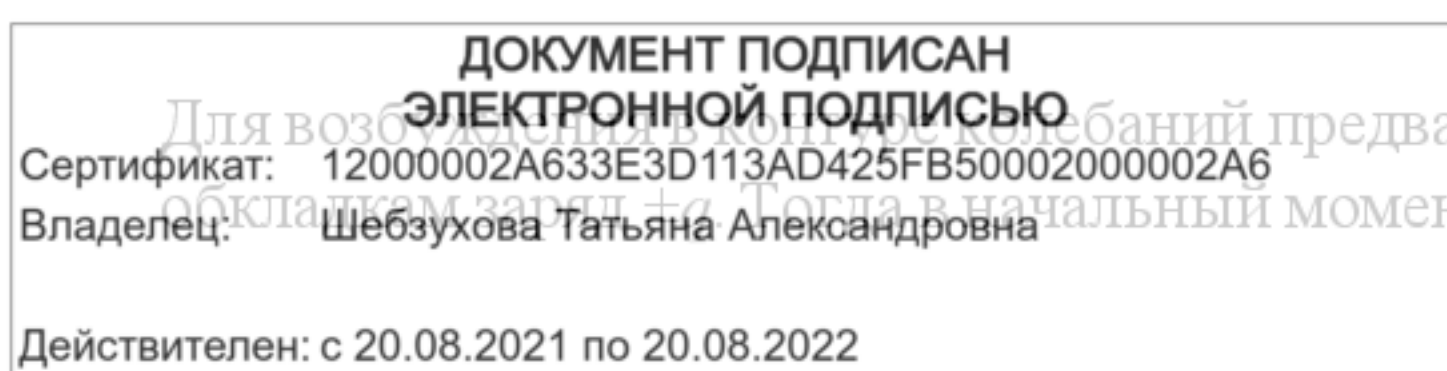


Рис. 18



ительно заряжают конденсатор, сообщая его
времени $t=0$ (рис. 18, а) между обкладками

конденсатора возникнет электрическое поле. Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, конденсатор начнет разряжаться, и в контуре потечет возрастающий со временем ток I . Когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля конденсатора полностью перейдет в энергию магнитного поля катушки (рис. 18, б). Начиная с этого момента ток в контуре будет убывать, и, следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки, тогда в ней согласно закону Фарадея индуцируется ток, который течет в соответствии с правилом Ленца в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора. Конденсатор начнет перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который, в конце концов, обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума (рис. 18, в). Далее те же процессы начнут протекать в обратном направлении (рис. 18, г), и система к моменту времени $t=T$ (T – период колебаний) придет в первоначальное состояние (рис. 18, а). После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора, то есть начнутся периодические незатухающие колебания величины заряда q на обкладках конденсатора, напряжения U_C на конденсаторе и силы тока I , текущего через катушку индуктивности. Согласно закону Фарадея напряжение U_C на конденсаторе определяется скоростью изменения силы тока в катушке индуктивности идеального контура, то есть:

$$U_C = \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Исходя из того, что $U_C = q/C$, а $I = dq/dt$, получаем **дифференциальное уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний** величины заряда q на обкладках конденсатора:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} q \quad \text{или} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решением этого дифференциального уравнения является функция $q(t)$, то есть **уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний** величины заряда q на обкладках конденсатора:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $q(t)$ – величина заряда на обкладках конденсатора в момент времени t ;

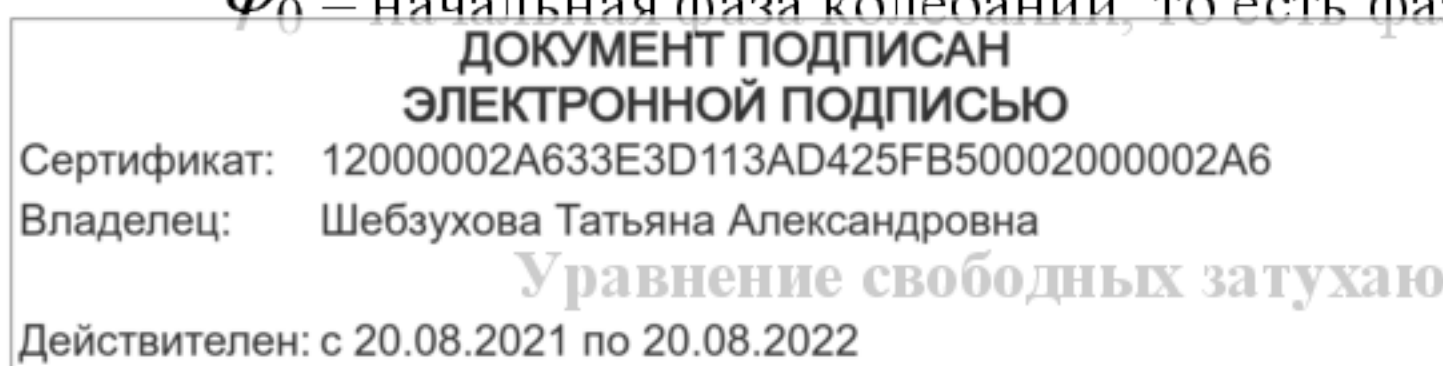
q_0 – амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора;

ω_0 – круговая (или циклическая) частота колебаний ($\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$);

$\omega_0 = 2\pi/T$ (T – период колебаний, $T = 2\pi\sqrt{LC}$ – **формула Томсона**);

$(\omega_0 t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент времени t ;

φ_0 – начальная фаза колебаний, то есть фаза колебаний в момент времени $t=0$.



Уравнение свободных затухающих гармонических колебаний.

В реальном колебательном контуре учитывается, что, кроме катушки индуктивностью L , конденсатора емкостью C , в цепи также имеется резистор сопротивлением R , отличным от нуля, что является причиной затухания колебаний в реальном колебательном контуре. Свободные **затухающие колебания** – колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшается.

Для цепи реального колебательного контура напряжения на последовательно включенных конденсаторе емкостью C и резисторе сопротивлением R складываются. Тогда с учетом закона Фарадея для цепи реального колебательного контура можно записать:

$$U_C + IR = \mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt},$$

где $\mathcal{E}_S$ – электродвижущая сила самоиндукции в катушке;

U_C – напряжение на конденсаторе ($U_C = q/C$);

IR – напряжения на резисторе.

Исходя из того, что $I = dq/dt$, получаем **дифференциальное уравнение свободных затухающих гармонических колебаний** величины заряда q на обкладках конденсатора:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0,$$

где δ – коэффициент затухания колебаний ($\delta = \frac{R}{2L}$), $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.

Решением полученного дифференциального уравнения является функция $q(t)$, то есть **уравнение свободных затухающих гармонических колебаний** величины заряда q на обкладках конденсатора:

$$q(t) = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

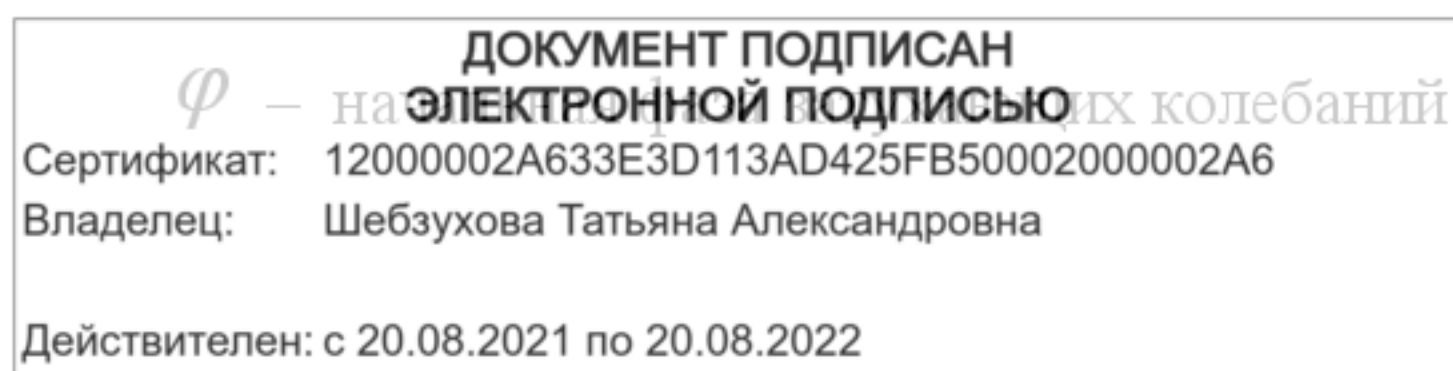
где $q(t)$ – величина заряда на обкладках конденсатора в момент времени t ;

$q_0 e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний заряда на обкладках конденсатора в момент времени t ;

q_0 – начальная амплитуда затухающих колебаний заряда на обкладках конденсатора;

ω – круговая (или циклическая) частота колебаний ($\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$);

$(\omega t + \varphi)$ – фаза затухающих колебаний в момент времени t ;



Электромагнитные волны. Вектор Умова-Пойнтинга

Согласно теории Максвелла электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн, фазовая скорость U распространения которых определяется выражением:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

где ε_0 и μ_0 – соответственно электрическая и магнитная постоянные,

ε и μ – соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды,

c – скорость света в вакууме ($c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$).

В вакууме ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$) скорость распространения электромагнитных волн совпадает со скоростью света (c), что согласуется с теорией Максвелла о том,

что свет представляет собой электромагнитные волны.

По теории Максвелла **электромагнитные волны** являются **поперечными**, то есть векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ напряженностей электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{v}$

скорости распространения волны, причем векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{v}$ образуют правовинтовую систему (рис. 19).

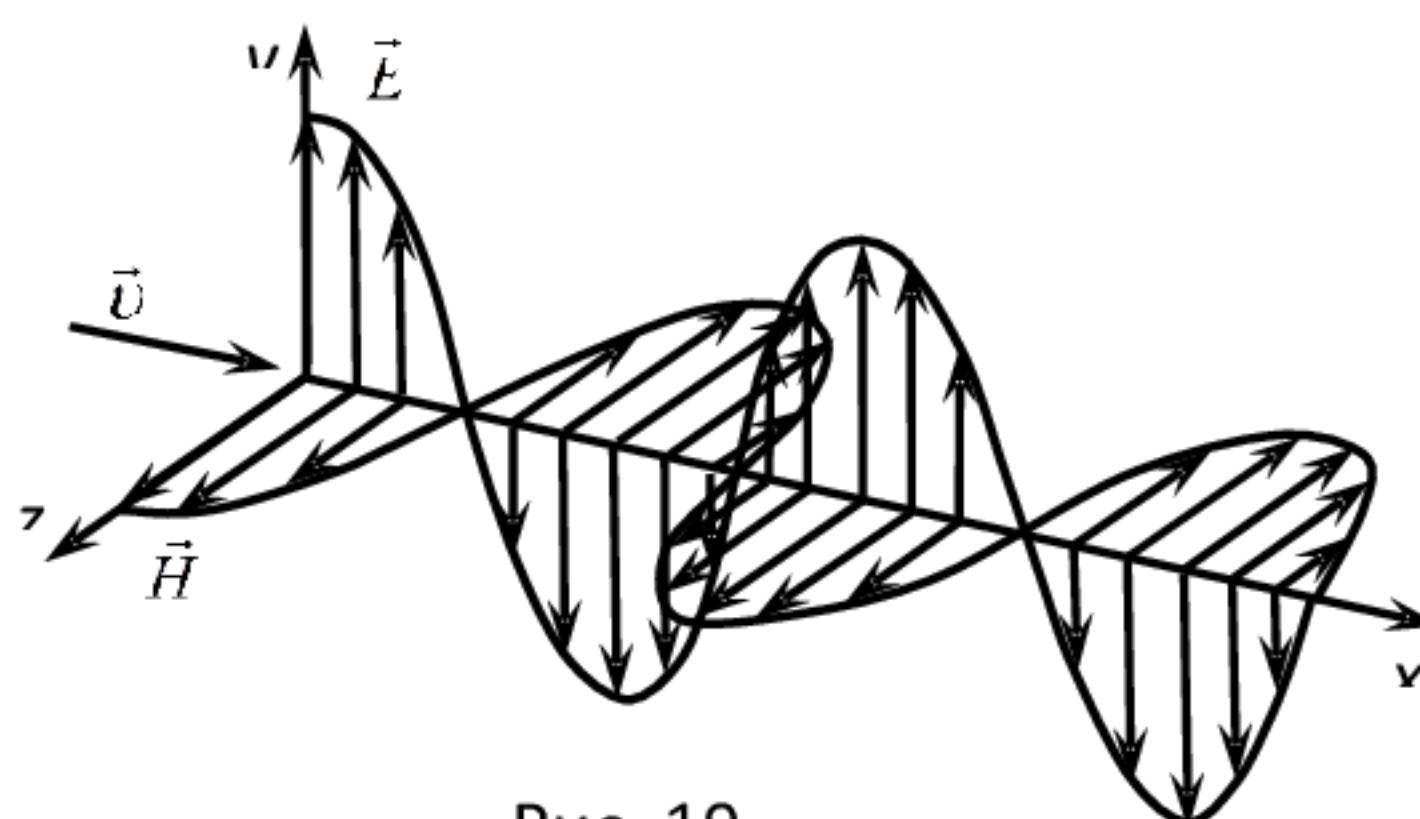


Рис. 19

Из теории Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются в одинаковых фазах (рис. 19), то есть значения напряженностей E и H электрического и магнитного полей одновременно достигают максимума и одновременно обращаются в нуль, т.е. значения E и H связаны соотношением:

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

Уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны (индексы y и z при E и H подчеркивают лишь то, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей в соответствии с рис. 19):

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где E_0 и H_0 – соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей,

ω – круговая частота волны, $\omega = 2\pi/T$ (T – период колебаний),

k – волновое число, $k = 2\pi/\lambda$ (λ – длина волны),

φ – начальная фаза колебаний (начальная фаза колебаний φ имеет одинаковое значение как для колебания электрического, так и магнитного векторов, так как в электромагнитной волне эти колебания происходят в одинаковых фазах).

Энергия электромагнитных волн. Электромагнитные волны переносят энергию. Объемная плотность w энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей $w_{эл}$ электрического и w_m магнитного полей:

$$w = w_{\vec{E}} + w_{\vec{H}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Учитывая выражение связи между величинами E и H , можно получить, что суммарная плотность энергии электрического и магнитного полей:

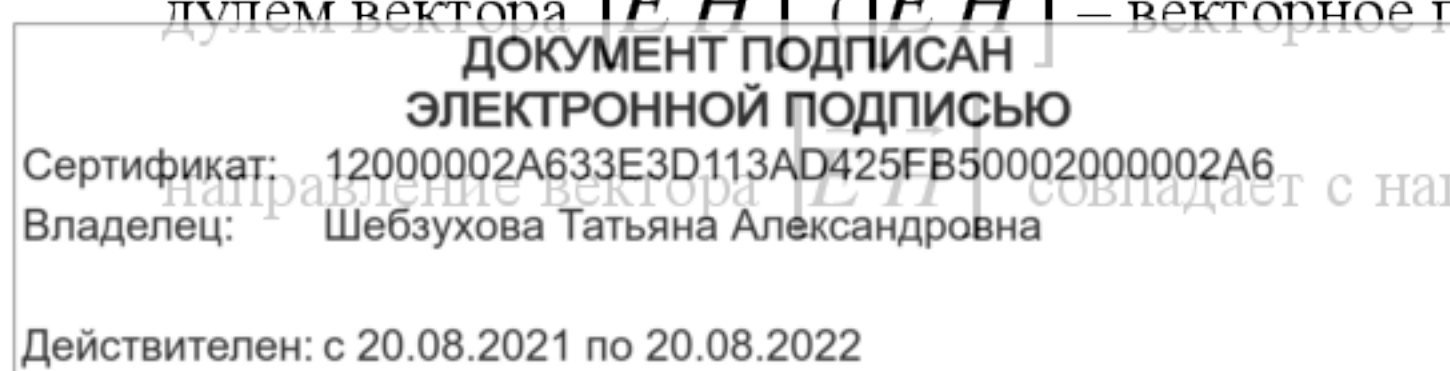
$$w = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon \mu} EH.$$

Умножив плотность энергии w на скорость v распространения волны в среде, получим модуль плотности потока энергии:

$$S = wv = EH.$$

Так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны, то произведение EH совпадает с модулем вектора $[\vec{E}, \vec{H}]$ ($[\vec{E}, \vec{H}]$ – векторное произведение векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$). Кроме того,

направление вектора $[\vec{E}, \vec{H}]$ совпадает с направлением распространения волны, то есть с



направлением переноса энергии, что позволило ввести **вектор** $\vec{S}$, равный векторному произведению $[\vec{E} \vec{H}]$, как **вектор плотности потока электромагнитной энергии**, называемый **вектором Умова–Пойнтинга**:

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}] .$$

Модуль **вектора** $\vec{S}$ равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Примеры решения задач

Задача 1. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с пластинами площадью $S=100 \text{ см}^2$ и катушки с индуктивностью $L=1 \text{ мкГн}$, резонирует на волну длиной $\lambda=10 \text{ м}$. Определить расстояние между пластинами конденсатора.

Дано:

$$S=100 \text{ см}^2=10^{-2} \text{ м}^2$$

$$L=1 \text{ мкГн}=10^{-6} \text{ Гн}$$

$$\lambda=10 \text{ м}$$

Емкость плоского конденсатора определяется по формуле

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$

$$\text{Следовательно,} \quad d = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{C} . \quad (1)$$

$$d=?$$

Длина волны связана с периодом колебаний T и скоростью

c электромагнитных волн соотношением

$$\lambda = c \cdot T . \quad (2)$$

По формуле Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC} .$$

Выразив C из формулы Томсона, с учетом (2) и (1), получим

$$d = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon c^2 SL}{\lambda^2} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6}}{10^2} = 3,14 \cdot 10^{-3} = 3,14 \text{ мм}$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задача 2. Резонанс в колебательном контуре, содержащем конденсатор емкостью $C_1 = 1$ мкФ, наступает при частоте $\nu_1 = 400$ Гц. Когда же параллельно конденсатору C_1 подключили еще один емкостью C_2 , резонансная частота становится равной $\nu_2 = 100$ Гц. Найти емкость конденсатора C_2 .

Дано: $C_1 = 1$ мкФ $= 10^{-6}$ Ф; $\nu_1 = 400$ Гц; $\nu_2 = 100$ Гц.

Найти: C_2 .

Решение

Резонанс в колебательном контуре наступает, когда собственная частота колебаний становится равной частоте вынужденных колебаний, возбуждаемых внешним передатчиком. При этом амплитуда электромагнитных колебаний в контуре становится максимальной. Частота вынужденных колебаний, равная собственной частоте колебательного контура, называется резонансной частотой. Резонансная частота ν_1 в колебательном контуре, содержащем только один конденсатор C_1 , определяется формулой Томсона:

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}. \quad (1),$$

где L – индуктивность катушки колебательного контура. Когда к конденсатору C_1 подключили параллельно конденсатор C_2 , емкость батареи конденсаторов стала равна $C_1 + C_2$.

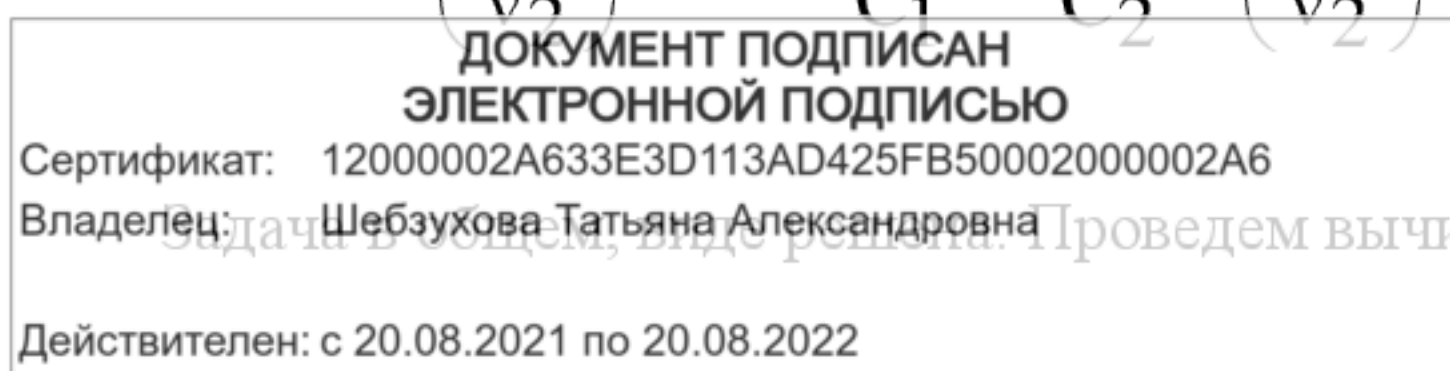
Резонансная частота ν_2 при этом равна:

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}}. \quad (2)$$

Обе частоты ν_1 и ν_2 , а также емкость C_2 известны. Неизвестна индуктивность катушки L и искомая емкость C_2 . Следовательно, необходимо исключить из уравнений (1) и (2) индуктивность L , например, поделив левые и правые части этих уравнений соответственно друг на друга. После деления, сокращения и упрощения получаем:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}}{2\pi\sqrt{LC_1}}, \quad \frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{L(C_1 + C_2)}{LC_1}} = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1}}$$

Отсюда $\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 = 1 + \frac{C_2}{C_1}; \quad \frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 - 1; \quad C_2 = C_1 \left(\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 - 1 \right).$



Задача в общем, виде решена. Проведем вычисления:

$$C_2 = 10^{-6} \left(\left(\frac{400}{100} \right)^2 - 1 \right) = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф.}$$

Ответ: $C_2 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Ф.}$

Вопросы и задания.

1. Электрические колебания в колебательном контуре, дифференциальное уравнение собственных электрических колебаний.
2. Затухающие колебания. Добротность контура. Вынужденные колебания. Резонанс.
3. Переменный ток, его промышленное получение.
4. Переменный ток в цепи с индуктивностью, емкостью и активным сопротивлением, векторная диаграмма напряжений и токов.
5. Электромагнитная индукция. Вихревое электрическое поле.
6. Первое уравнение Максвелла. Ток смещения.
7. Второе уравнение Максвелла.
8. Система уравнений Максвелла.
9. Электромагнитные волны. Основные свойства электромагнитных волн.
10. Волновое уравнение. Плоская электромагнитная волна.
11. Энергия и импульс электромагнитного поля. Вектор Умова - Пойнтинга.
12. Экспериментальное исследование электромагнитных волн.
13. Шкала электромагнитных волн.

Задачи для самостоятельного решения

1. По обмотке соленоида индуктивностью $L=0,2 \text{ Гн}$ течет ток $I=10 \text{ А}$. Определить энергию W магнитного поля соленоида.
2. Индуктивность L катушки (без сердечника) равна $0,1 \text{ мГн}$. При какой силе тока I энергия W магнитного поля равна 100 мкДж ?
3. Соленоид содержит $N=1000$ витков. Сила тока I в его обмотке равна 1 А , магнитный поток Φ через поперечное сечение соленоида равен $0,1 \text{ мВб}$. Вычислить энергию W магнитного поля.
4. На железное кольцо намотано в один слой $N=200$ витков. Определить энергию W магнитного поля, если при токе $I=2,5 \text{ А}$ магнитный поток Φ в железе равен $0,5 \text{ мВб}$.
5. При некоторой силе тока I плотность энергии w магнитного поля соленоида (без сердечника) равна $0,2 \text{ Дж/м}^3$. Во сколько раз увеличится плотность энергии поля при той же силе тока, если сердечник?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

6. Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет $n=10$ витков на каждый сантиметр длины. Определить плотность энергии w поля, если по обмотке течет ток $I=16 \text{ А}$.

7. Обмотка тороида содержит $n=10$ витков на каждый сантиметр длины. Сердечник не магнитный. При какой силе тока I в обмотке плотность энергии w магнитного поля равна 1 Дж/м^3 ?
8. Катушка индуктивностью $L=1 \text{ мГн}$ и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D=20 \text{ см}$ каждая, соединены параллельно. Расстояние d между пластинами равно 1 см . Определить период T электрических колебаний в таком контуре.
9. Конденсатор электроемкостью $C=500 \text{ пФ}$ соединен параллельно с катушкой длиной $l=40 \text{ см}$ и площадью S сечения, равной 5 см^2 . Катушка содержит $N=1000$ витков. Сердечник немагнитный. Найти период T электрических колебаний в этом контуре.
10. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=20 \text{ мкГн}$ и конденсатора электроемкостью $C=80 \text{ нФ}$. Величина емкости может отклоняться от указанного значения на 2% . Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

Практическое занятие 13.

Тема занятия. Переменный электрический ток.

Цель занятия. Изучить законы переменного электрического поля.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Переменный электрический ток. Действующее значение переменного тока. Электрическая цепь с резистором. Электрическая цепь с катушкой индуктивности. Электрическая цепь с конденсатором. Закон Ома для цепи переменного тока. Мгновенная мощность. Резонанс в электрических цепях. Резонанс напряжений. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Электромагнитные колебания в колебательном контуре применяются при решении инженерных задач.

Теоретическая часть.

Переменный электрический ток

Установившиеся вынужденные электромагнитные колебания в цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором можно рассматривать как *переменный электрический ток*. Если подводимые к контуру внешняя ЭДС или напряжение периодически изменяются по гармоническому закону, то переменный ток называют *синусоидальным* (рис. 1):

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi),$$

или

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ		$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_1),$
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6	
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна	
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022		

где i – мгновенное значение силы тока, то есть значение тока для каждого момента времени; I_m – амплитудное значение силы тока.

При частоте $\nu = 50 \text{ Гц}$ (промышленная частота) период электромагнитных колебаний составляет $T = 0,02 \text{ с}$.

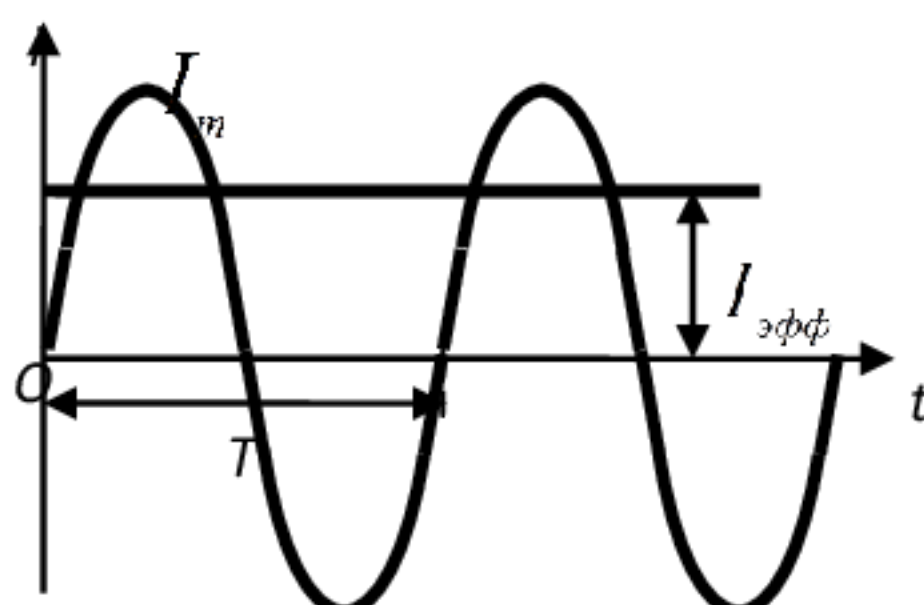


Рис.1.

Ввиду того, что в течение периода сила переменного тока изменяется, о величине такого тока судят не по мгновенным значениям, а по действующему или эффективному значению $I_{эфф}$. При этом действие переменного тока оценивают по тепловому эффекту, который сравнивают с тепловым эффектом постоянного тока.

Действующее значение переменного тока

Действующим (эффективным) значением переменного тока называют такую величину, которая равна силе постоянного тока, выделяющего в проводнике такое же количество теплоты, что и данный переменный ток за одно и то же время. Действующее значение переменного синусоидального тока связано с его амплитудным значением соотношением

$$I = I_{эфф} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

Для мгновенных значений синусоидальных токов выполняются закон Ома и правила Кирхгофа.

Рассмотрим цепи, содержащие резистор, катушку индуктивности, конденсатор и все три элемента, соединенные последовательно, на зажимах которых приложено переменное напряжение

$$u = U_m \cos \omega t,$$

где U_m – амплитудное значение напряжения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Электрическая цепь с резистором
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Сила тока, протекающего через резистор (рис.2), определяется законом Ома

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t, \quad (2)$$

где $I_m = \frac{U_m}{R}$ – амплитуда силы тока. Очевидно, что при чисто активном (R) характере цепи сдвиг фаз колебаний тока и напряжения равен нулю (рис. 3).

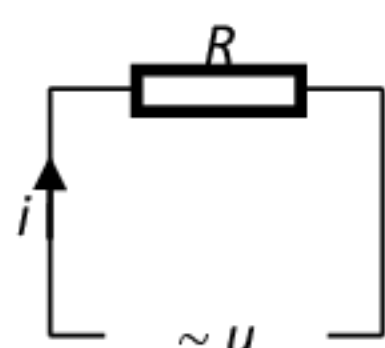


Рис. 2

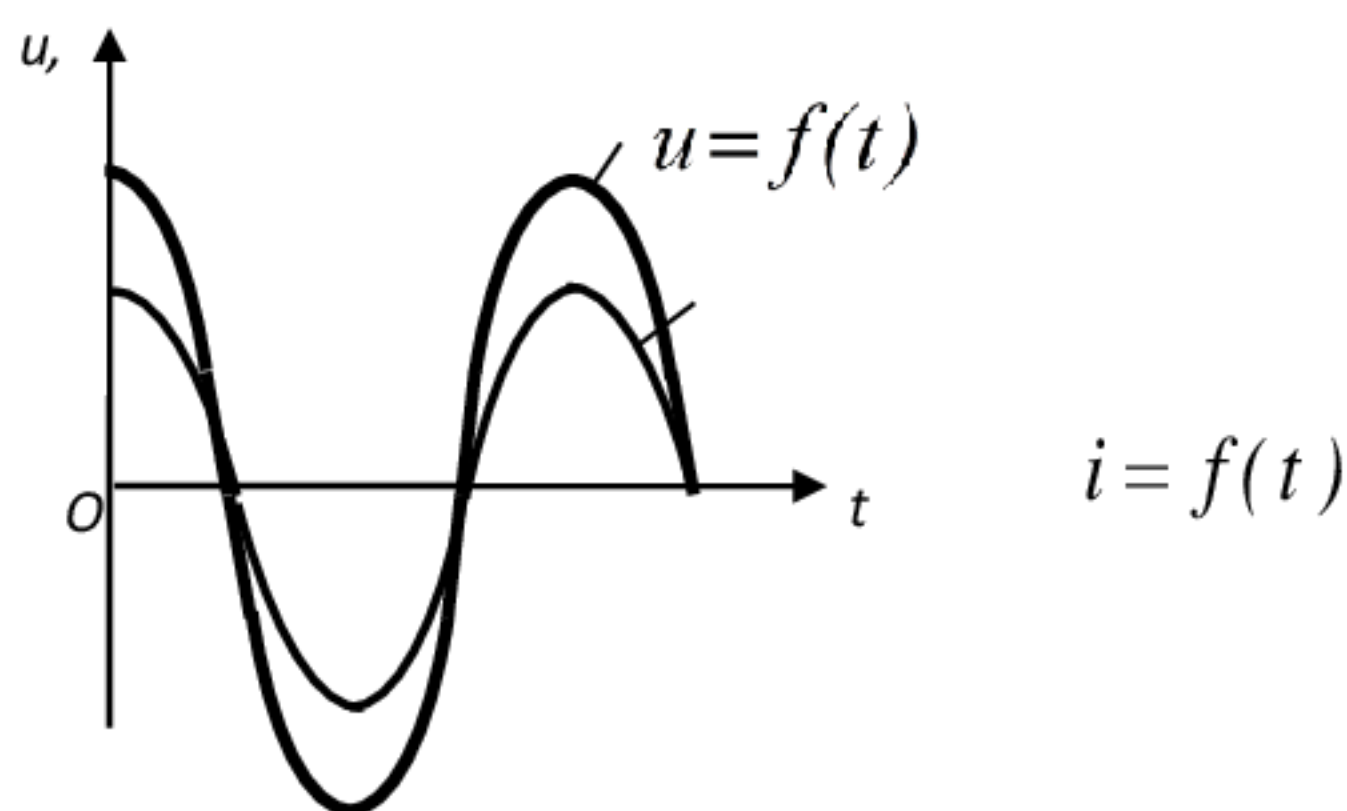


Рис. 3

Электрическая цепь с катушкой индуктивности

В катушке без потерь ($R \approx 0$) будет протекать ток, если напряжение на ее выводах компенсирует ЭДС самоиндукции (рис. 4), то есть

$$u = -\varepsilon_s = L \frac{di}{dt}, \quad (3)$$

откуда ток

$$i = \int \frac{1}{L} U_m \cos \omega t dt = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t + A = I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}). \quad (4)$$

Постоянная интегрирования $A=0$, так как ток изменяется по гармоническому закону, то есть не имеет постоянной составляющей. Очевидно, что амплитуда тока в цепи с катушкой

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}, \quad (5)$$

где $x_L = \omega L$ – *индуктивное сопротивление*, зависящее от частоты. При $\nu = 0$ (при протекании постоянного тока) $x_L = 0$.

Таким образом, в цепи с катушкой индуктивности колебания силы тока отстают по фазе на $\frac{\pi}{2}$ от колебаний напряжения (рис.5).

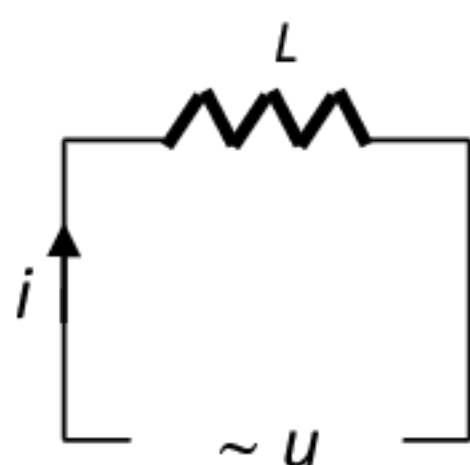


Рис. 4

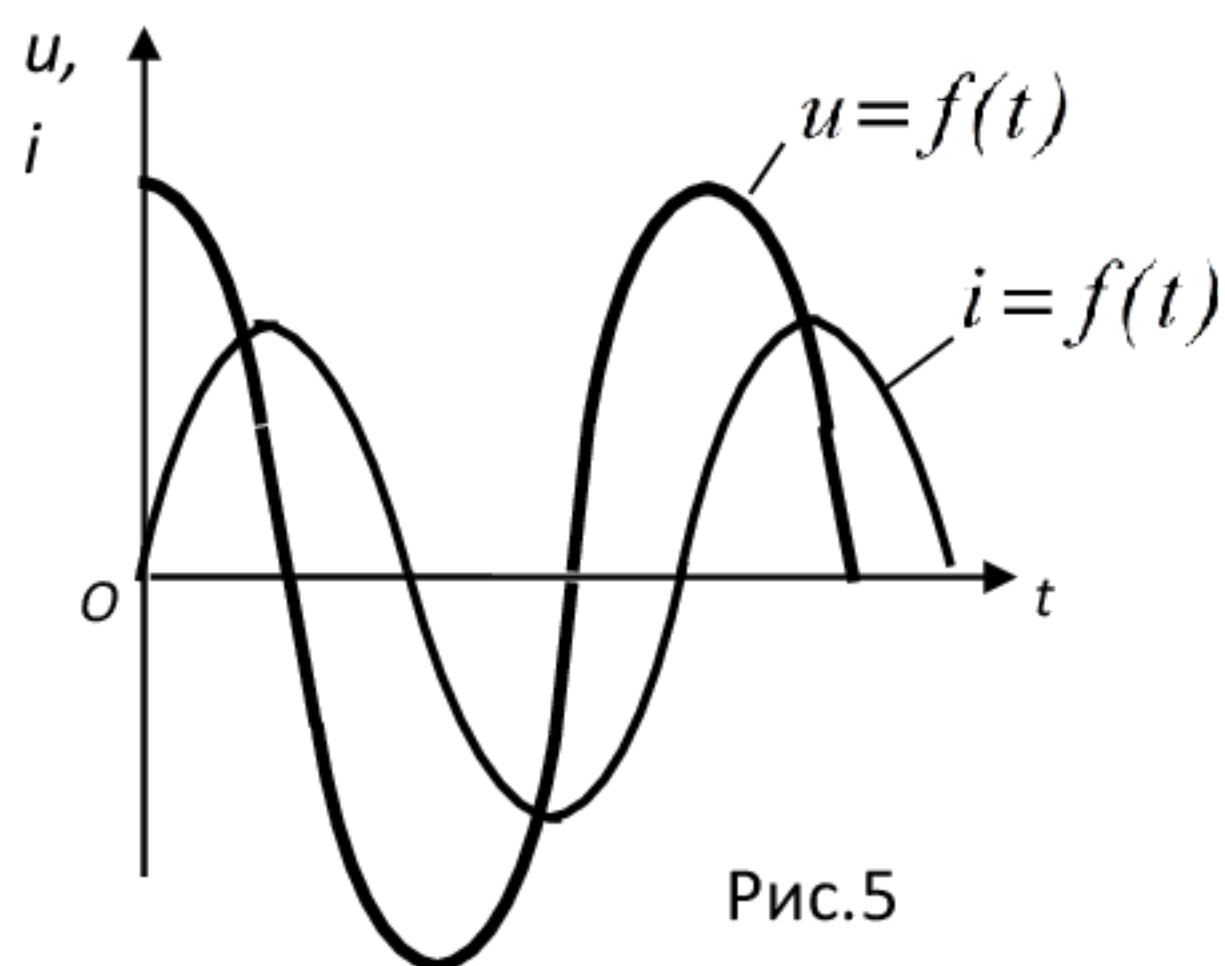


Рис.5

Электрическая цепь с конденсатором

Если пренебречь активным сопротивлением соединительных проводов и обкладок конденсатора (рис.6), то напряжение на конденсаторе $u_c = \frac{q}{C}$ будет равно напряжению на

зажимах цепи, то есть $U_m \cos \omega t = \frac{q}{C}$,

откуда заряд конденсатора

$$q = U_m C \cos \omega t.$$

Сила тока в цепи конденсатора

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega U_m C \sin \omega t = U_m \omega C \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (6)$$

где $I_m = U_m \omega C = \frac{U_m}{x_c}$, $x_c = \frac{1}{\omega C}$ – *емкостное сопротивление* цепи. Чем меньше частота ν , тем больше x_c . Поэтому в цепи постоянного тока ($\nu = 0$) $x_c \rightarrow \infty$ и конденсатор не проводит электрический ток.

Таким образом, в цепи с конденсатором колебания силы тока опережают по фазе на $\frac{\pi}{2}$ колебания напряжения (рис.7).

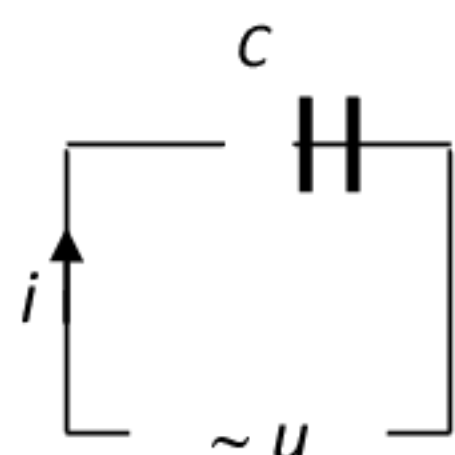


Рис.6

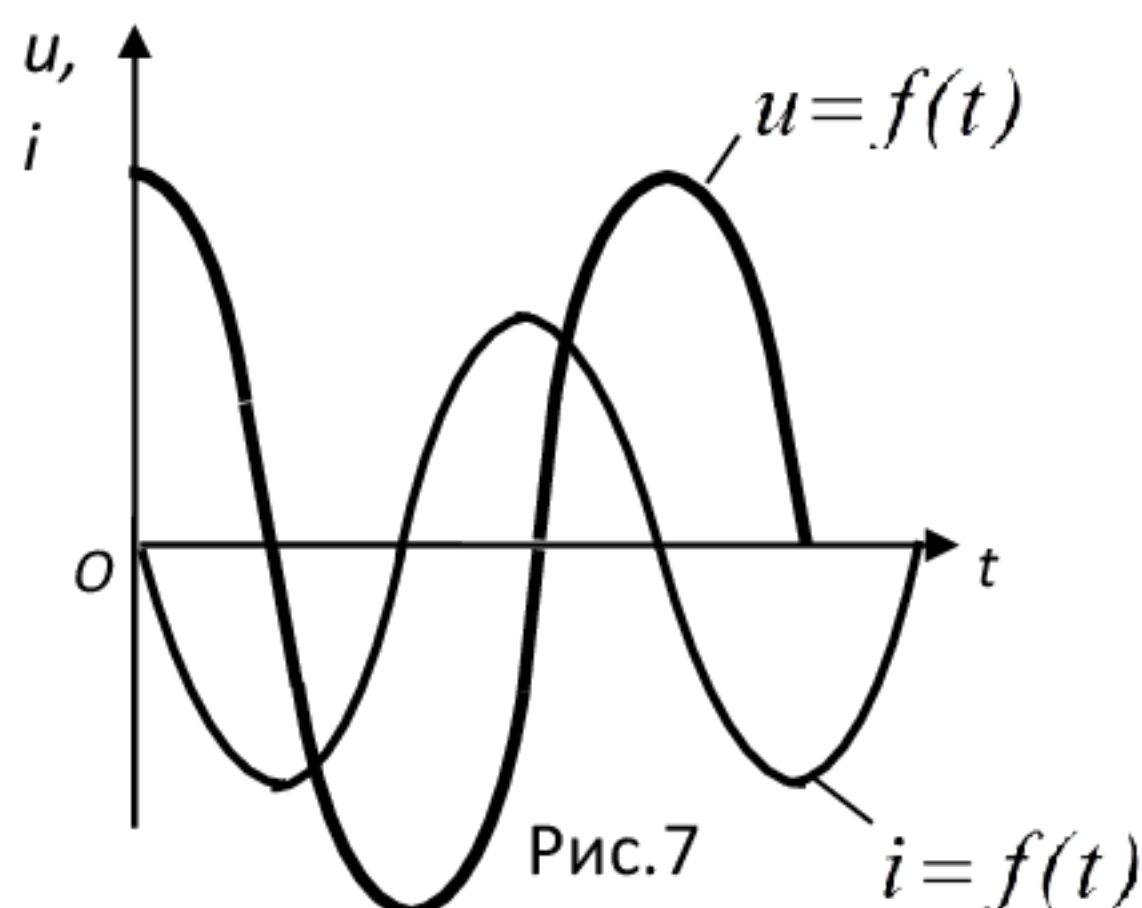


Рис.7

Закон Ома для цепи переменного тока

Рассмотрим теперь электрическую цепь из последовательно соединенных резистора, катушки индуктивности и конденсатора (рис.8).

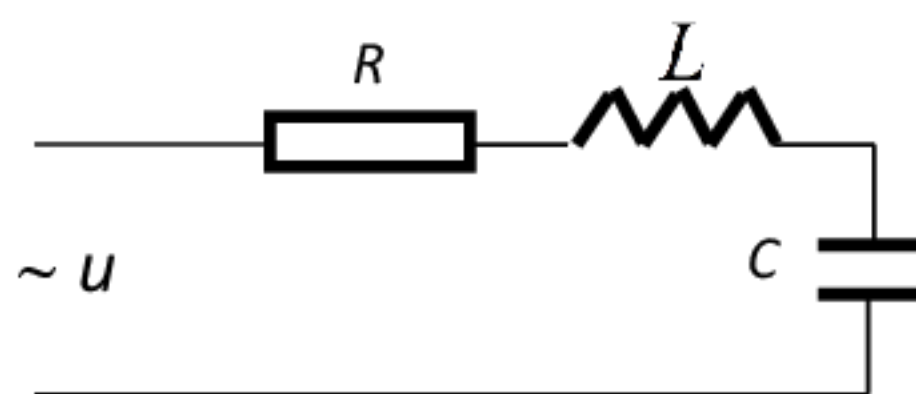


Рис.8

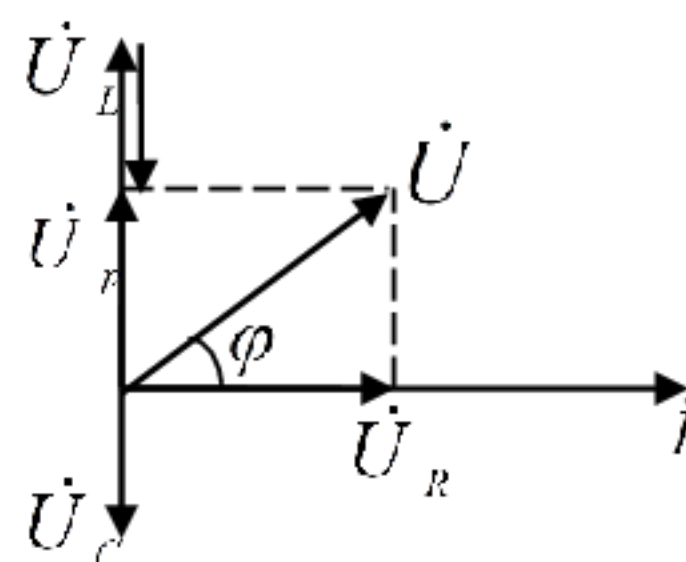


Рис. 9

По второму правилу Кирхгофа для мгновенных значений напряжение на зажимах цепи равно сумме напряжений на отдельных элементах

$$u = u_R + u_L + u_C.$$

Построим векторную диаграмму цепи с учетом полученных ранее фазовых соотношений: а) напряжение на резисторе совпадает по фазе с током; б) напряжение на

катушке индуктивности опережает по фазе ток на $\frac{\pi}{2}$; в) напряжение на конденсаторе отстает по фазе от тока на $\frac{\pi}{2}$ (рис. 9).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Из векторной диаграммы найдем модуль действующего значения напряжения

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_p^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}, \quad (20.9)$$

где U_p – реактивная составляющая напряжения.

Учитывая, что $U_R = IR$, $U_L = Ix_L$, $U_C = Ix_C$, получим:

$$U = I \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = IZ,$$

где Z – полное сопротивление цепи. Выражение

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (10)$$

называется *законом Ома для цепи переменного тока*.

Разность $x_p = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ называют *реактивным сопротивлением*. Из векторной диаграммы следует, что угол сдвига фаз между током и напряжением для рассматриваемой схемы

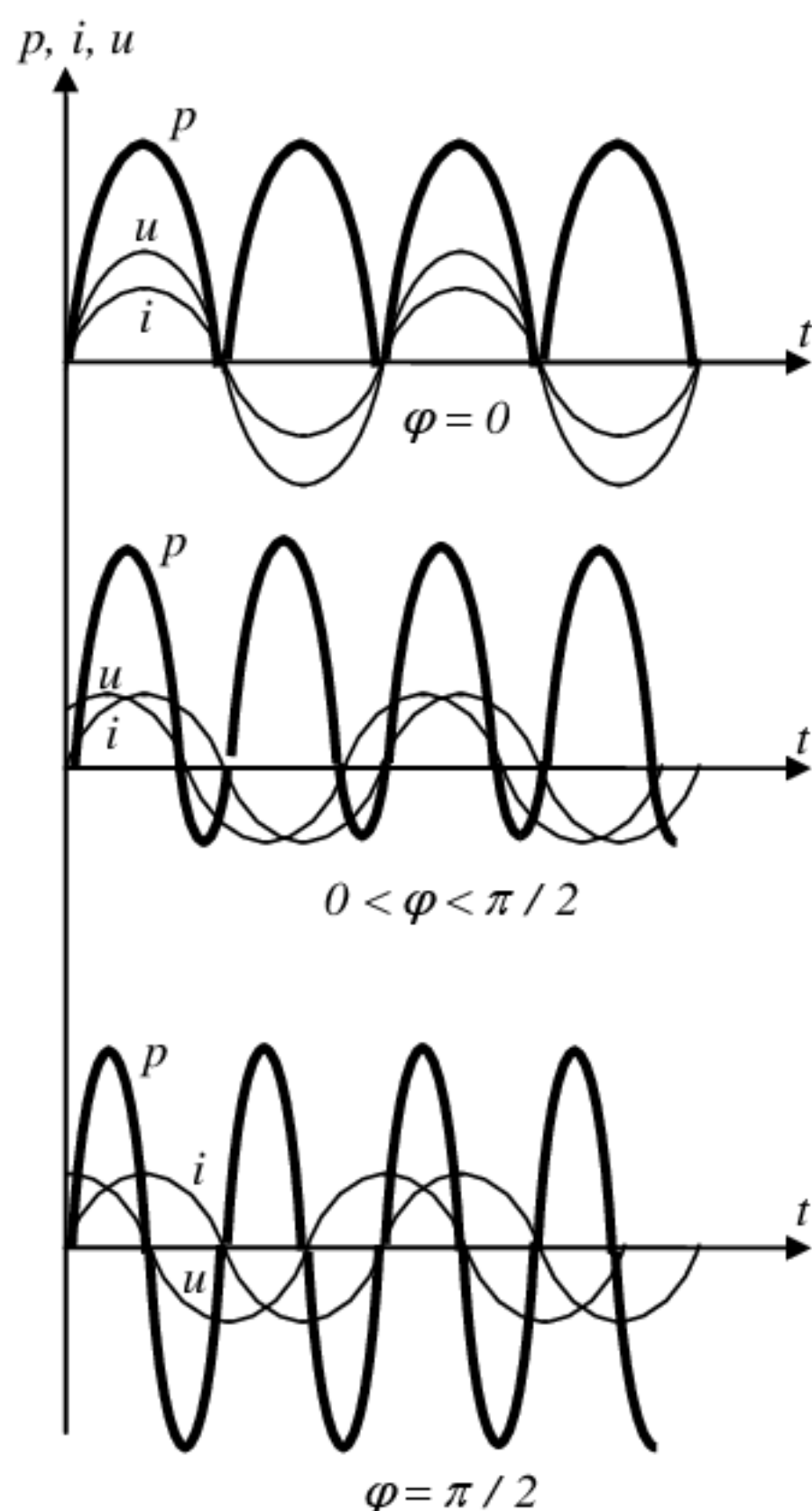
$$\varphi = \arctg \frac{U_p}{U_R} = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (20.11)$$

Если $x_L > x_C$, цепь имеет индуктивный характер, $\varphi > 0$; если $x_L < x_C$, цепь имеет емкостный характер, $\varphi < 0$; если $x_L = x_C$, то реактивное сопротивление цепи $x_p = 0$, $\varphi = 0$ и цепь имеет активный характер даже при наличии в ней L и C .

Мгновенная мощность

Мгновенная мощность, развиваемая в цепи переменного тока, равна произведению мгновенных значений силы тока и напряжения:

$$p(t) = i(t)u(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi) U_m \cos \omega t. \quad (12)$$



Среднее за период значение мгновенной мощности называют *активной мощностью*

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt. \quad (13)$$

Из-за наличия сдвига фаз φ знаки у тока и напряжения в данный момент времени могут быть разные. Поэтому мгновенная мощность может быть отрицательной в некоторые доли периода переменного тока, что означает возвращение энергии из цепи источника тока.

На рис.20.10 приведены графики изменения мгновенной мощности при различных углах сдвига фаз между колебаниями напряжения и тока.

При $\varphi = 0$ в любой момент времени мощность положительна, она расходуется в цепи на совершение различных видов работы. При $0 < \varphi < \pi/2$ в отдельные промежутки времени мощность отрицательна. Это объясняется тем, что при наличии в цепи катушки индуктивности возрастание тока приводит к созданию в ней магнитного поля, которое обладает запасом энергии. При уменьшении силы тока магнитное поле исчезает и запасенная в нем энергия возвращается к источнику тока (генератору).

Аналогичный процесс происходит при наличии в цепи конденсатора: в течение той четверти периода, когда происходит зарядка конденсатора, энергия в нем запасается, а когда конденсатор разряжается, он отдает в цепь запасенную энергию.

При $\varphi = \pi/2$ положительная мощность равна отрицательной мощности, работа тока за период равна нулю, следовательно, средняя мощность также равна нулю. При этом периодически энергия запасается в магнитном и электрическом полях, а затем снова передается генератору. Последний случай возможен лишь при $R=0$.

Подставив (12) в (13) и выполнив преобразования, найдем среднее значение мощности переменного тока:

$$P = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi = UI \cos \varphi, \quad (14)$$

где $\cos \varphi$ – косинус угла сдвига фаз, который называется *коэффициентом мощности*.

Формула (14) показывает, что развиваемая в цепи переменного тока мощность зависит не только от силы тока и напряжения, но и от сдвига фаз между напряжением и током.

Коэффициент мощности $\cos \varphi$ характеризует потери энергии в цепи и, следовательно, экономической характеристикой при проектировании электрического оборудования переменного тока. Если нагрузки в цепи имеют большие емкостные и индуктивные сопротивления, то $\varphi \neq 0$ и $\cos \varphi$ может быть много меньше единицы.

В этих случаях для передачи требуемой активной мощности P (при заданном напряжении) необходимо увеличивать силу тока, что приводит к выделению в цепи большого количества теплоты. Поэтому приходится либо увеличивать сечение проводов ($R \sim 1/S$), либо распределять реактивные нагрузки так, чтобы $\cos \varphi$ был по возможности ближе к единице.

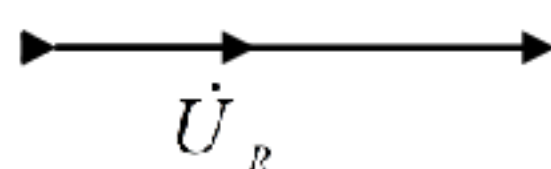
Резонанс в электрических цепях. Резонанс напряжений

Резонансом в электрической цепи называется режим участка, содержащего индуктивный и емкостный элементы, при котором угол φ сдвига фаз колебаний напряжения и тока равен нулю. Резонанс характеризуется рядом особенностей, которые обусловили его широкое применение в радиотехнике, электротехнике, измерительной технике и других областях.

Различают несколько видов резонанса: резонанс напряжений (при последовательном соединении элементов), резонанс токов (при параллельном соединении элементов), резонанс в магнитно-связанных цепях и др.

Резонанс напряжений. Из выражения (1) следует, что при последовательном соединении R, L, C ток в цепи приобретает максимальное значение при $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, то есть при $\omega L = \frac{1}{\omega C}$. Этому условию удовлетворяет частота

$$\omega_{рез} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (15)$$



i

В этом случае $\varphi = 0$, $Z = R \rightarrow \min$, падения напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе одинаковы по величине и противоположны по фазе (рис. 11). Таким образом, при резонансе напряжений

$$U_L = U_C,$$

$\vec{U}_C$

и

$$U_L = \omega_{рез} LI = \frac{1}{\sqrt{LC}} LI = \sqrt{\frac{L}{C}} I = \frac{U}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = UQ,$$

(16)

где Q – добротность контура.

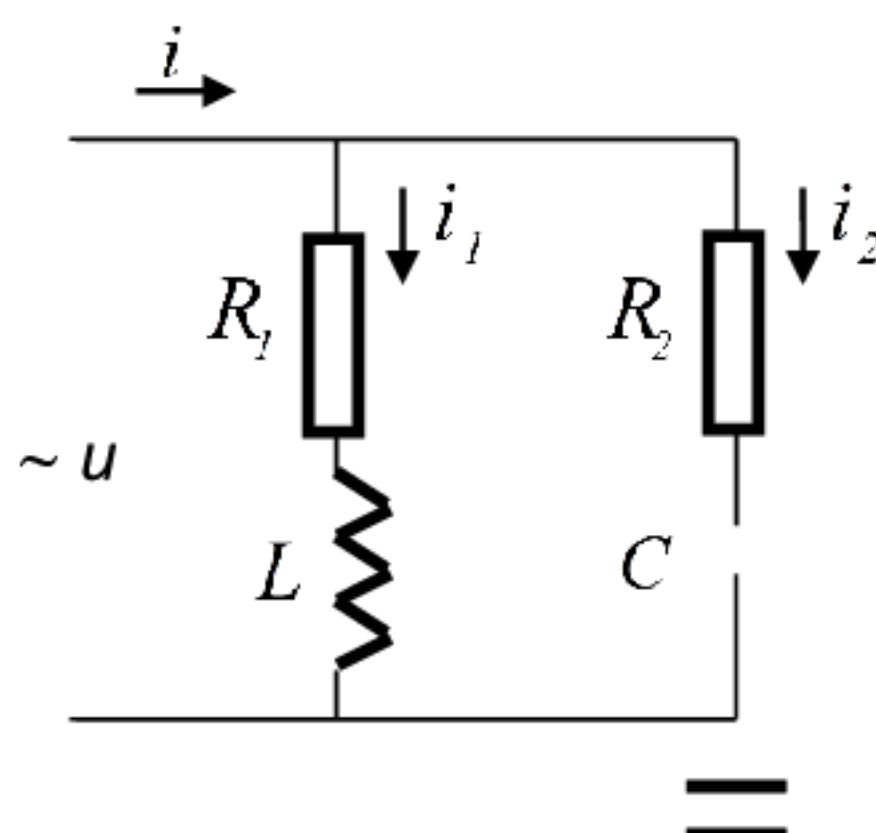


Рис.12

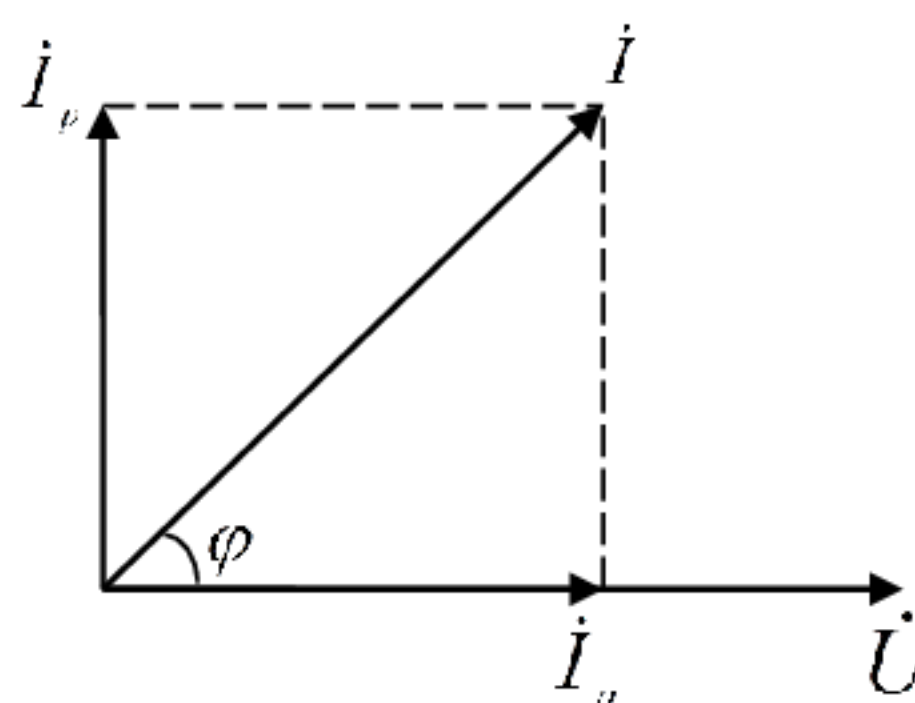


Рис.13

Так как добротность колебательных контуров больше единицы, то напряжение, как на катушке индуктивности, так и на конденсаторе превышает напряжение U , приложенное к цепи. Из выражения (16) следует, что добротность контура показывает, во сколько раз при резонансе напряжение на реактивных элементах больше по величине входного напряжения.

Явление резонанса напряжений используется в радиотехнике и электронике для усиления колебаний напряжения какой-либо определенной частоты. В электроэнергетике явление резонанса напряжений необходимо учитывать при выборе изоляции высоковольтного оборудования, так как иначе может произойти ее пробой.

Вопросы и задания.

1. Переменный электрический ток.
2. Действующее значение переменного тока.
3. Электрическая цепь с резистором.
4. Электрическая цепь с катушкой индуктивности.
5. Электрическая цепь с конденсатором.
6. Закон Ома для цепи переменного тока.
7. Мгновенная мощность.
8. Резонанс в электрических цепях. Резонанс напряжений.

Задачи для самостоятельного решения

1. В сеть переменного тока с действующим напряжением 220 В включено активное сопротивление 55 Ом. Определить действующее и амплитудное значение силы тока.
2. Неоновая лампа включена в сеть переменного тока с эффективным напряжением $V_э=71$ В и периодом $T=(1/50)$ с. Найти промежуток времени, в течение которого длится вспышка лампы, и частоту вспышек лампы n . Напряжение зажигания лампы $V_з=86,7$ В считать равным напряжению гашения $V_г$.
3. В цепь последовательно включены резистор с сопротивлением R , конденсатор с емкостью C и катушка с индуктивностью L . По цепи протекает переменный ток. Определить действующее значение напряжения на каждом из элементов цепи и во всей цепи. По какому закону изменится действующее значение напряжения, приложенное к цепи?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Практическое занятие 14.

Тема занятия. Геометрическая оптика. Линзы

Цель занятия. Изучить основные законы геометрической оптики.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Закон прямолинейного распространения света в однородной среде. Основные законы оптики. Полное отражение. Линзы. Формула линзы. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Основные законы геометрической оптики применяются при решении инженерных задач.

Теоретическая часть.

Закон прямолинейного распространения света в однородной среде

Прямолинейность световых лучей означает, что форма тени предмета при его освещении точечным источником соответствует геометрической *центральной проекции* контура предмета (с центром в источнике). Представление о прямолинейных световых лучах используется в инструментальной оптике для конструирования и расчета оптических приборов. В оптически неоднородных средах геометрическая оптика допускает и непрямолинейное распространение света.

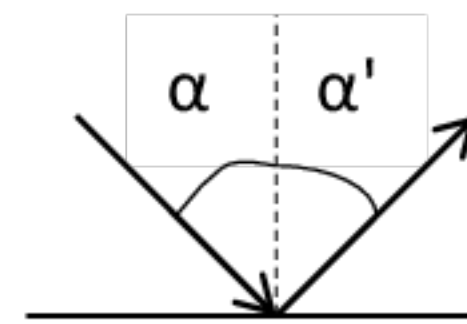
Закон независимости световых лучей

Опыт показывает, что световые пучки при пересечении, как правило, не возмущают друг друга. Производимое одним пучком действие не зависит от наличия других пучков. Математически это означает, что при наложении нескольких световых пучков результирующая интенсивность пучков равна сумме интенсивностей, каждого из пучков $I = \sum_{i=1}^n I_i$, то

есть здесь мы пренебрегаем волновыми свойствами света (интерференцией и дифракцией). Кроме того, этот закон строго справедлив для вакуума. Для световых лучей в веществе закон независимости световых лучей справедлив для *линейных* сред, оптические свойства которых не зависят от интенсивности света. Это выполняется точно при небольшой и приближенно при умеренной интенсивности света. При распространении света высокой интенсивности в веществе этот закон нарушается.

Закон отражения света

При падении луча света на границу раздела двух сред, в точке падения восстанавливают нормаль к границе раздела и отсчитывают угол падения α , как угол между падающим лучом и нормалью, а угол отражения α' - как



угол между падающим лучом и нормалью. Тогда закон *отражения* *и нормаль к отражающей поверхности лежат в одной плоскости, причем угол падения равен углу отражения* $\alpha = \alpha'$.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Закон преломления света

Более сложный закон имеет место при переходе света из одной среды в другую. При падении света на границу раздела прозрачных сред с абсолютными показателями преломления

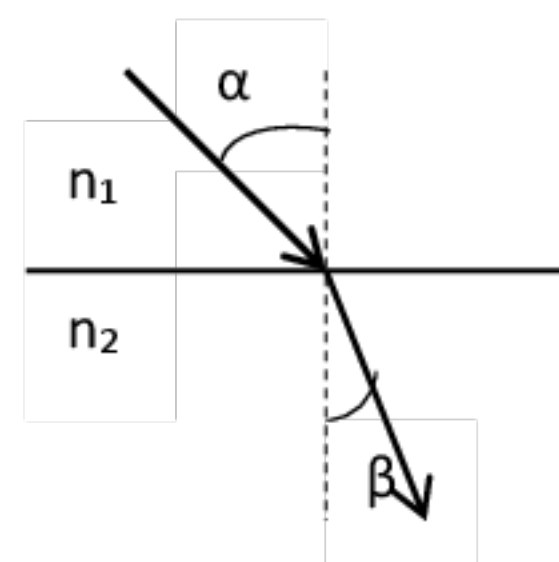
$n_1 = \frac{c}{v_1}$ и $n_2 = \frac{c}{v_2}$ часть света отражается, а часть проходит во

вторую среду, изменяя направление распространения (преломляется). Здесь c – скорость света в вакууме, v – скорость света в

соответствующей среде. Угол к нормали, под которым свет распространяется во второй среде, называют углом преломления β . Тогда закон преломления гласит: *луч падающий, луч преломленный и нормаль к преломляющей поверхности лежат в одной плоскости. Угол па-*

дения и угол преломления связаны соотношением: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}$, где n_{21} – относительный

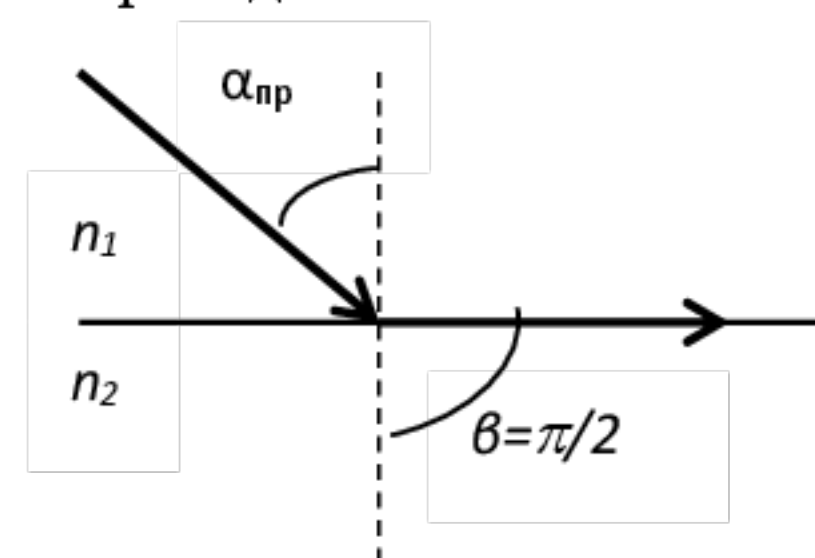
коэффициент преломления второй среды относительно первой. $n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$.



Здесь различают два случая:

1. Когда свет переходит из оптически менее плотной среды в оптически более плотную среду ($n_2 > n_1$), угол преломления меньше угла падения ($\beta < \alpha$). В этом случае доля отраженной энергии светового луча от границы раздела двух сред сильно возрастает по мере увеличения угла падения. Однако даже при очень больших углах падения, близких к 90° , когда световой луч почти скользит вдоль поверхности раздела двух сред, все же часть световой энергии переходит во вторую среду.

2. Новое интересное явление возникает тогда, когда свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду ($n_2 < n_1$). Тогда угол преломления больше угла падения ($\beta > \alpha$). Здесь также доля отраженной энергии возрастает с увеличением угла падения, однако возрастание идет по иному закону: *начиная с некоторого угла падения, вся световая энергия отражается от границы раздела. Это явление носит название полного внутреннего отражения. Угол падения α_{np} , начиная с которого вся световая энергия отражается от границы раздела, называется предельным углом полного внутреннего отражения. Значение этого угла определяется выражением:* $\sin \alpha_{np} = n_{21}$. При падении луча с углом падения $\alpha > \alpha_{np}$, вся световая энергия отражается в первую среду и не проходит во вторую, преломленного луча во второй среде нет.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ИЗ ЗАКОНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$F = R / 2,$$

где R – радиус кривизны зеркала.

Оптическая сила сферического зеркала

$$D = 1 / F.$$

Формула сферического зеркала

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

где d и f – расстояния от полюса зеркала соответственно до предмета и изображения. Знак плюс соответствует действительным величина, а знак минус – мнимым.

Оптическая сила тонкой линзы

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где F – фокусное расстояние линзы; $n_{\text{л}}$ – абсолютный показатель преломления вещества линзы; $n_{\text{ср}}$ – абсолютный показатель преломления окружающей среды.

Радиусы выпуклых поверхностей (R_1 и R_2) берутся со знаком плюс, вогнутых – со знаком минус.

Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вплотную

$$D = D_1 + D_2.$$

Формула тонкой линзы

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f},$$

где d и f – расстояния от оптического центра линзы соответственно до предмета и изображения. Знак плюс соответствует действительным величина, а знак минус – мнимым.

Угловое изображение лупы

$$\Gamma = \frac{d_0}{F},$$

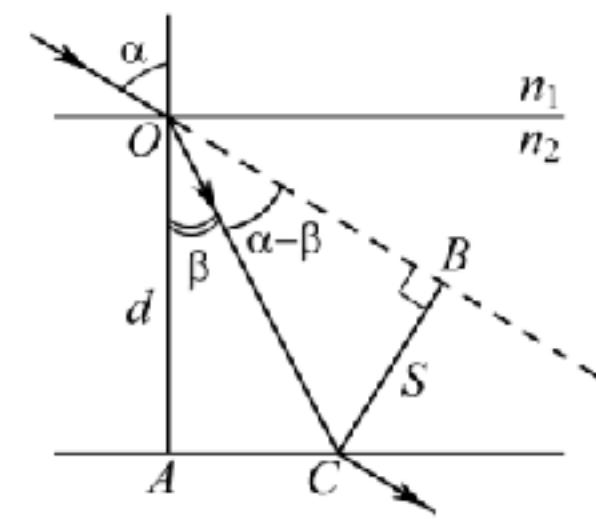
где d_0 – расстояние наилучшего зрения ($d_0 = 25$ см).

Угловое увеличение телескопа в случае, когда в телескоп наблюдают удаленные предметы

$$\Gamma = \frac{F_1}{F_2},$$

где F_1 и F_2 – фокусные расстояния соответственно объектива и окуляра.

Задача 1. Световой луч падает под углом $\alpha = 60^\circ$ на плоско-параллельную стеклянную пластинку толщиной $d = 10$ см. Определите смещение S луча пластинкой, если пластинка погружена в воду. Показатели преломления стекла и воды соответственно равны $n_2 = 1,5$, $n_1 = 1,33$.



Дано:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$d = 10 \text{ см}$$

$$n_1 = 1,33$$

$$n_2 = 1,5$$

$S = ?$

Решение. Из прямоугольных треугольников AOB и BOC следует:

$$\frac{d}{\cos \beta} = \frac{S}{\sin(\alpha - \beta)} = CO.$$

$$S = \frac{d \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} = d \left(\sin \alpha - \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \beta} \right). \quad (1)$$

По закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \sin \beta = \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2}. \quad (2)$$

Следовательно,

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{1}{n_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}. \quad (3)$$

Подставляя выражения (2) и (3) в формулу (1), получим

$$\begin{aligned} S &= d \left(\sin \alpha - \frac{n_1 n_2 \cos \alpha \sin \alpha}{n_2 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right) = d \left(\sin \alpha - \frac{n_1 \sin 2\alpha}{2 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha}} \right) = \\ &= 10 \left(\sin 60^\circ - \frac{1,33 \sin 120^\circ}{2 \sqrt{1,5^2 - 1,33^2 \sin^2 60^\circ}} \right) \approx 2,67 \text{ см.} \end{aligned}$$

Задача 2. Внутренняя поверхность конуса покрыта отражающим слоем, образующим коническое зеркало. Вдоль оси конуса внутри него натянута светящаяся нить. Определите минимальный угол раствора конуса $\alpha_{\min}$, при котором лучи, идущие от нити, будут отражаться

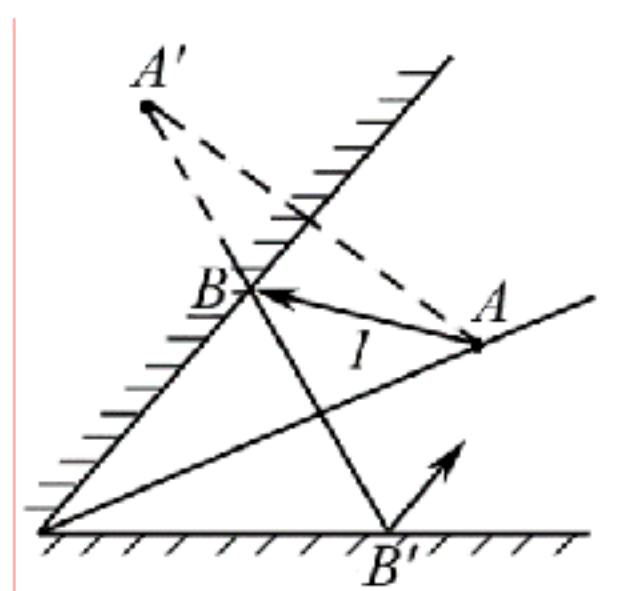
от поверхности конуса не более одного раза.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

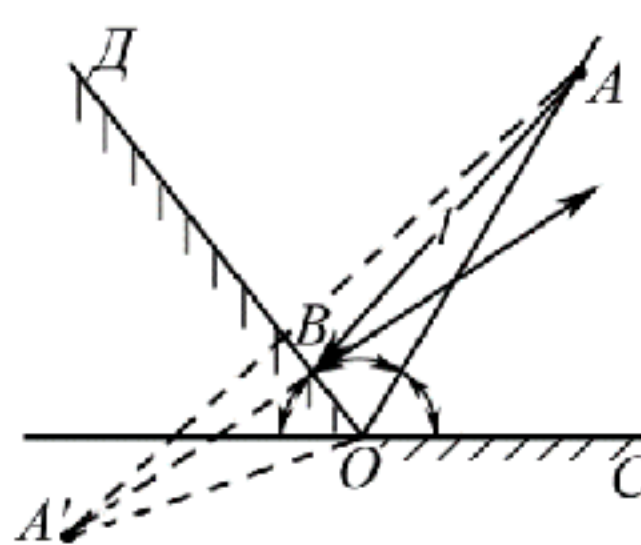
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022



а)



б)

Решение. Рассмотрим ход луча (I), испущенного точкой A , лежащей на нити. После первого отражения от конической поверхности в точке B луч I пойдет так, как если бы он вышел из точки A' – мнимого изображения точки A . Если угол раствора конуса мал, то точка A' – изображение точки A будет лежать выше прямой OC (рис. а). Тогда луч I может отразиться в точке D второй раз от нижней поверхности конуса. При большом угле раствора конуса точка A' лежит ниже прямой OC (рис. б).

Тогда ни один луч, вышедший из точки A второй раз не попадет на зеркало. Это будет иметь место, если

$$\angle A'OD + \angle AOD + \angle AOC \geq 180^\circ. \quad (1)$$

Но $\angle AOC = \angle AOD = \angle A'OD = \alpha / 2$. Подставим выражение для углов в (1): $3(\alpha / 2) \geq 180^\circ$.

Отсюда получим

$$\alpha_{\min} = \alpha \geq (2 / 3) \cdot 180^\circ.$$

$$\alpha_{\min} \geq 120^\circ.$$

Задача 3. На оптической скамье установлена лампочка L (ее можно считать точечным источником света). От лампочки отодвигают с постоянной скоростью v_0 собирающую линзу, фокусное расстояние которой равно F . В какую сторону, и с какой скоростью будет двигаться изображение L' лампочки в тот момент, когда линза окажется от нее на расстоянии $1,5F$? Лампочка все время остается на главной оптической оси линзы.



Дано:

$$d = 1,5F$$

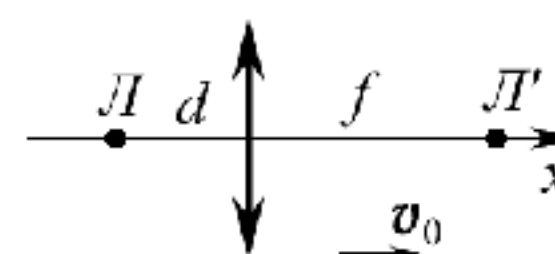
$$v_0$$

$$v_x = ?$$

Решение. В системе отсчета, связанной с линзой, скорость лампочки

$$v' = -v_0.$$

Продифференцируем формулу линзы



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \quad (1)$$

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

где d – расстояние от предмета до линзы; f – расстояния от изображения до линзы; F – фо-

$$-\frac{dd}{d^2 dt} - \frac{1}{f^2} \frac{df}{dL} = 0.$$

Здесь $\frac{dd}{dt} = v_0$ – положительная величина, так как расстояние до предмета увеличивается.

Скорость изменения f обозначим U :

$$U = \frac{df}{dt} = -\frac{f^2}{d^2} v_0.$$

Из выражения (1) находим f :

$$f = \frac{Fd}{d - F} = \frac{F \cdot 1,5F}{1,5F - F} = 3F.$$

Тогда

$$U = -\frac{9F^2 v_0}{(1,5F)^2} = -4v_0.$$

Знак «минус» говорит о том, что f уменьшается по величине, т.е. изображение лампочки движется по направлению к линзе.

Скорость изображения в неподвижной системе отсчета

$$v_x = U_x + v_{0x} = -4v_0 + v_0 = -3v_0.$$

Таким образом, изображение лампочки движется по направлению к линзе со скоростью $3v_0$.

Задача 4. Луч света падает под углом α на поверхность среды с показателем преломления, изменяющемуся по закону $n = n_0 + ky$, где n_0 и k – положительные постоянные; y – координата. Определите траекторию луча света в среде.

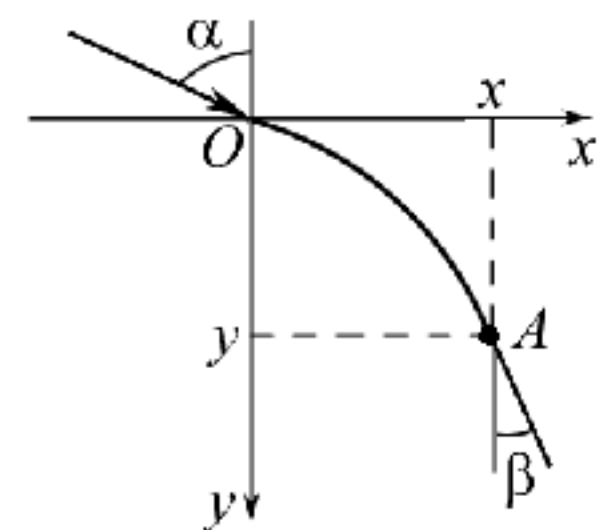
Решение. Для любой точки A , лежащей на траектории луча (см. рис.) можно записать:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{ctg} \beta, \quad (1)$$

где β – угол преломления луча.

Из закона преломления света следует

$$\sin \beta / \sin \alpha = n.$$



Отсюда

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\sin \beta = \sin \alpha / n, \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n}. \quad (2)$$

Подставим выражения (2) в (1):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}.$$

Отсюда

$$dx = dy \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

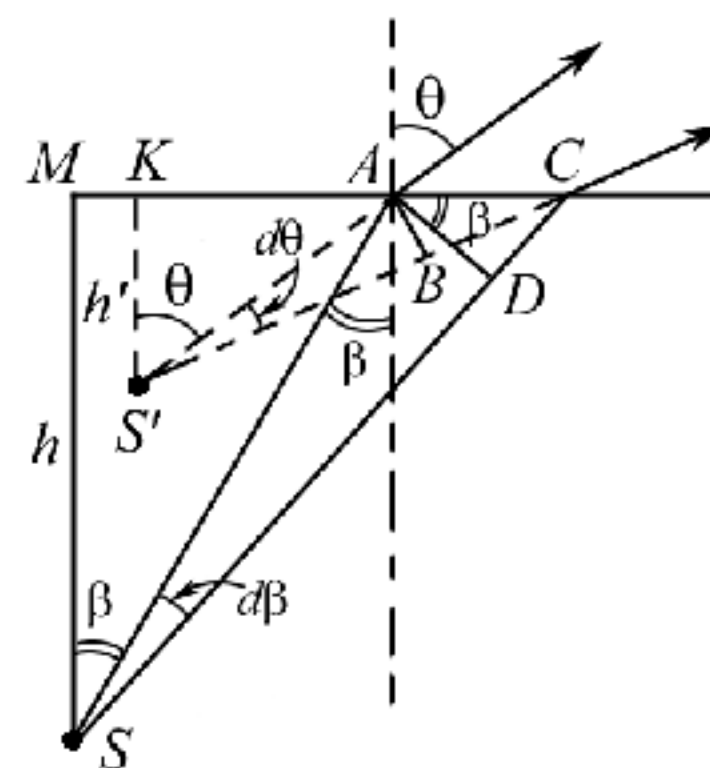
Интегрируя это уравнение, найдем траекторию луча

$$\begin{aligned} x &= \int_0^y \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} dy = \int_0^y \frac{\sin \alpha}{\sqrt{(n_0 + ky)^2 - \sin^2 \alpha}} dy = \\ &= \frac{\sin \alpha}{k} \ln \left[\left(\frac{n_0 + ky}{\sin \alpha} \right) + \sqrt{\frac{n_0 + ky}{\sin \alpha} - 1} \right] \Bigg|_0^y. \end{aligned}$$

После несложных преобразований получим:

$$X = \frac{\sin \alpha}{k} \ln \left[(n_0 + ky) + \sqrt{(n_0 + ky)^2 - \sin^2 \alpha} \right] + C,$$

где $C = -\frac{\sin \alpha}{k} \ln(n_0 + \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha}).$



Задача 5. Две плосковыпуклые линзы, сложенные плоскими сторонами, образуют линзу с фокусным расстоянием F_1 . Найти фокусное расстояние F_2 линзы, которая получится, если сложить эти линзы выпуклыми сторонами, а пространство между ними заполнить водой. Показатель преломления стекла $n_1=1,66$, воды $n_2=1,33$.

Дано:

В первом случае мы имеем двояковыпуклую линзу, оптическая $F_1=10\text{см}$
сила которой определяется по формуле $n_1=1,66$

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

(1)

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Щербухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны выпуклых поверхностей линз.

Во втором случае к двум плосковыпуклым линзам добавляется третья линза (водяная) с вогнутыми поверхностями, с отрицательными радиусами кривизны R_1 и R_2 и оптической силой $F_2 = ?$

$$\Phi = \frac{1}{F} = (n_{21} - 1) \cdot \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (2)$$

Здесь $n_{21} = n_2 / n_1$ – относительный показатель преломления.

Оптическая сила сложенных вплотную линз

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi \quad \text{или} \quad \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F} \quad (3)$$

Подставим в (3) выражение (2)

$$\begin{aligned} \frac{1}{F_2} &= \frac{1}{F_1} + (n_2 - 1) \cdot \left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{F_1} - (n_2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \\ &= \frac{1}{F_1} - (n_2 - 1) \cdot \frac{n_1 - 1}{n_1 - 1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Подставим в (4) левую часть (1):

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{F_1} - \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} \cdot \frac{1}{F_1} = \frac{1}{F_1} \cdot \left(1 - \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} \right) = \frac{1}{F_1} \cdot \frac{n_1 - n_2}{n_1 - 1},$$

$$\text{откуда} \quad F_2 = \frac{n_1 - 1}{n_1 - n_2} \cdot F = \frac{1,66 - 1}{1,66 - 1,33} \cdot 10 = \frac{0,66}{0,33} \cdot 10 = 20 \text{ см}.$$

Вопросы и задания.

1. Закон прямолинейного распространения света в однородной среде.
2. Основные законы оптики.
3. Полное отражение.
4. Линзы. Формула линзы.

Задачи для самостоятельного решения

1. Плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием $f = 1$ м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_5 = 1,1$ мм. Определить длину световой волны λ .

2. Оптическая сила собирающей линзы равна 0,5 дптр. Окуляр действует как лупа, дающая увеличение $\Gamma_1 = 10$. Какое увеличение

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Щербухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

равна 0,5 дптр. Окуляр действует как лупа, дающая увеличение Γ_2 дает телескоп?

3. Лупа дает увеличение $\Gamma = 2$. Вплотную к ней приложили собирающую линзу с оптической силой $\Phi = 20$ дптр. Какое увеличение Γ_2 будет давать составная лупа?

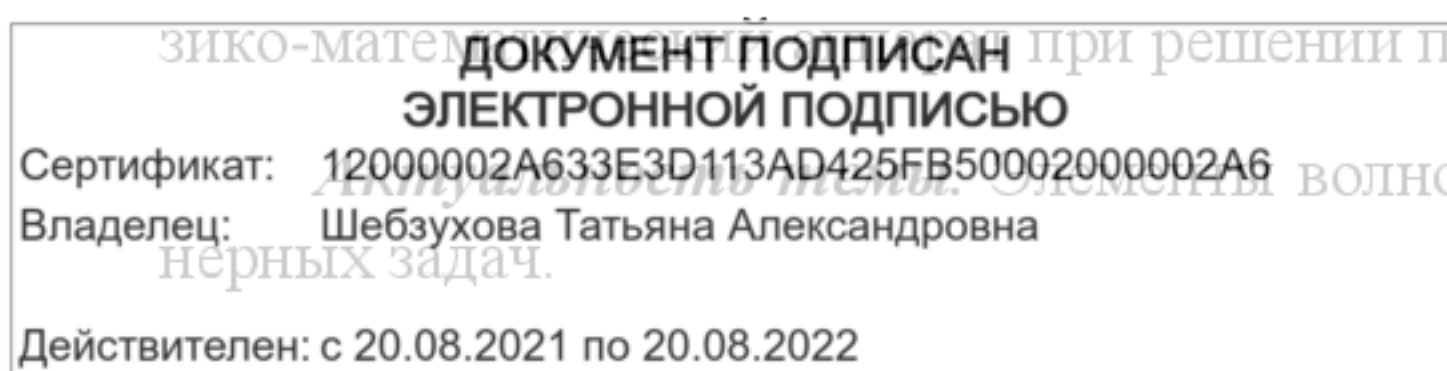
4. Пределы аккомодации глаза близорукого человека без очков лежат между $a_1 = 16$ см и $a_2 = 80$ см. В очках он хорошо видит удаленные предметы. На каком минимальном расстоянии d он может держать книгу при чтении в очках? Считать расстояние наилучшего зрения $D=25$ см.
5. Человек без очков читает книгу, располагая ее перед собой на расстоянии $a = 12,5$ см. Какой оптической силы Φ очки следует ему носить?
6. Главное фокусное расстояние f собирающей линзы в воздухе равно 10 см. Определить, чему оно равно: 1) в воде; 2) в коричневом масле.
7. Каково возможное наименьшее расстояние l между предметом и его действительным изображением, создаваемым собирающей линзой с главным фокусным расстоянием $f = 12$ см?
8. Луч света переходит из среды с показателем преломления n_1 в среду с показателем преломления n_2 . Показать, что если угол между отраженным и преломленным и преломленным лучами равен $\pi/2$, то выполняется условие $\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{n_2}{n_1} (\varepsilon_1 - \text{угол падения})$.
9. Пучок параллельных лучей шириной a падает на толстую стеклянную пластину под углом $\varepsilon = 60^\circ$ и, преломляясь, переходит в стекло. Ширина a пучка в воздухе равна 10 см. Определить ширину b пучка в стекле.
10. Луч падает под углом $\varepsilon = 60^\circ$ на стеклянную пластинку толщиной $d = 30$ мм. Определить боковое смещение Δx луча после выхода из пластинки.

Практическое занятие 15.

Тема занятия. Волновая оптика. Интерференция и дифракция света. Дисперсия и поляризация света.

Цель занятия. Изучить основы волновой оптики. Интерференцию и дифракцию света. Дисперсию и поляризацию света.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Электромагнитная природа света. Когерентность и монохроматичность световых волн. Оптическая длина пути и оптическая разность хода лучей. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Интерференция в тонких пленках. Интерференция многих волн. Дифракционная решетка. Дифракция световых волн. Принцип Гюйгенса — Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера. Дифракция от щели. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах. Естественный и поляризованный свет. Закон Малюса. Поляризация света при отражении и преломлении. Двойное лучепреломление. Нормальная и аномальная дисперсии. Электронная теория дисперсии света. Рассеяние света. Поглощение света. Связь дисперсии с поглощением. Спектры поглощения и цвета тел. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.



Волновая оптика применяется при решении инженерных задач.

Теоретическая часть.

Интерференция света

В волновой оптике рассматриваются оптические явления, в которых проявляется волновая природа света (например, явления интерференции, дифракции, поляризации и дисперсии света). Свет представляет собой электромагнитные волны, в которых совершают колебания векторы электрической напряженности E и магнитной напряженности H . Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие свойства света вызываются колебаниями электрического вектора.

В соответствии с этим, в дальнейшем, говоря о световом векторе, будем подразумевать под ним вектор напряженности электрического поля E . *Явление интерференции света состоит в усилении или ослаблении колебаний, которое происходит в результате сложения двух или нескольких волн с одинаковыми периодами, распространяющихся в пространстве, и зависит от соотношения между фазами складывающихся колебаний.*

Необходимым условием интерференции волн является их когерентность, то есть *равенство их частот и постоянная во времени разность фаз*. Этому условию удовлетворяют только монохроматические световые волны, то есть волны одного цвета. Для световых волн, так же как и для любых других, справедлив принцип суперпозиции, то есть результирующий световой вектор двух волн, проходящих через одну точку, равен векторной сумме световых векторов каждой из волн в отдельности.

Амплитуда результирующего колебания находится путем геометрического сложения амплитуд исходных колебаний. Условия усиления или ослабления результирующего колебания обычно формулируются не через разность фаз $\Delta\varphi$, а через разность хода волн δ . Известно, что фазе $\varphi = \pi$ соответствует пройденный волновой путь, равный половине длины волны $\lambda/2$ (Рис.1). Тогда условие максимумов интерференции можно сформулировать следующим образом: максимальное усиление результирующего колебания наступает, если разность хода световых волн равна четному числу полуволн, или целому числу длин волн, то есть

$$\delta = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda. \quad (1)$$

Аналогично формулируется условие минимумов: ослабление результирующего колебания будет, если разность хода слагаемых волн равна нечетному числу полуволн, то есть

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$ называется порядком интерференционного максимума или минимума.

Решение задач на интерференцию света надо обязательно сопровождать рисунком, указать в нем, какие лучи интерферируют. Следует различать путь геометрический и путь оптический. Если свет проходит в среде, показатель преломления которой относительно вакуума равен n , то оптическая длина его пути S связана с геометрической ℓ следующим соотношением

$$S = n\ell \quad (3)$$

При отражении луча от среды более плотной, чем та среда, в которой идет падающий луч, фаза колебаний изменяется на π радиан, то есть в данной точке, говорят, происходит «потеря» половины длины волны. Наиболее типичным и распространенным примером интерференции света в природе является интерференция в тонких пленках: мыльные пузыри, радужная пленка нефти на воде, оксиды пленки на металлах и т.д. Допустим, что тонкую пленку толщиной d окружает воздух (рис.2). На нее под углом α к нормали падает параллельный пучок лучей, из которого можно выделить два луча 1 и 2 (рассматривается интерференция в отраженном и проходящем свете). Для разности хода этих лучей имеют место следующие выражения:

а) в отраженном свете: 2-ой луч, отражаясь в точке C от среды более плотной пленки «теряет» $\lambda/2$, поэтому разность хода

$$\delta = 2dn \cos d + \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}; \quad (4)$$

б) в проходящем свете: 2-ой луч не имеет «потери» $\lambda/2$ и поэтому

$$\delta = 2dn \cos \gamma = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (5)$$

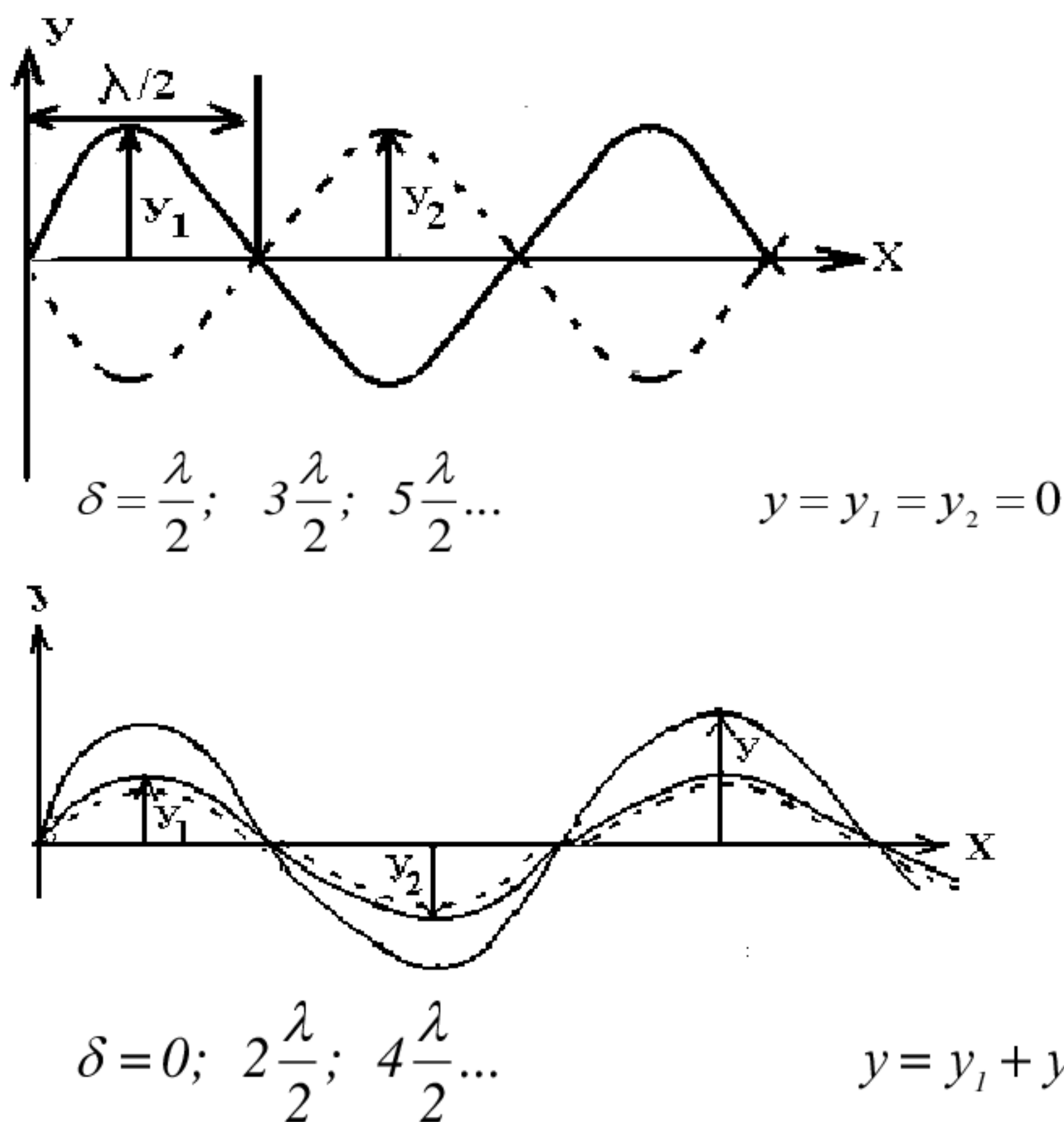


Рис. 1.

Рассматривая интерференцию света в тонких пленках, различают полосы равной толщины. Первые наблюдаются в тех случаях, когда на плоскопараллельную, тонкую пленку падает под разными углами α расходящийся (или сходящийся) пучок света. Интерференционную картину можно видеть на экране Э, установленном в фокальной плоскости собирающей линзы.

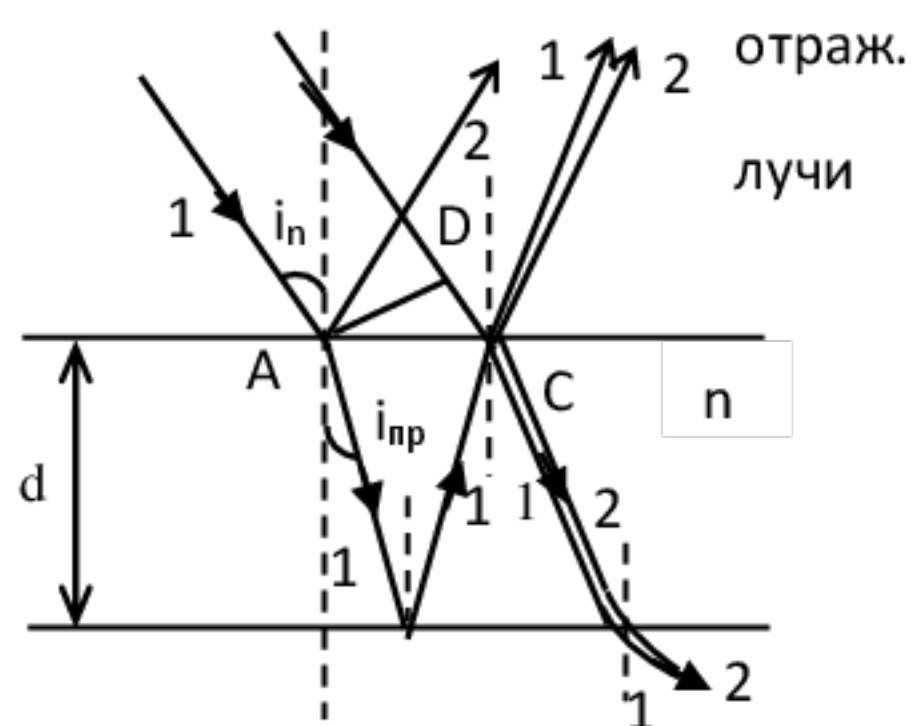


Рис. 2.

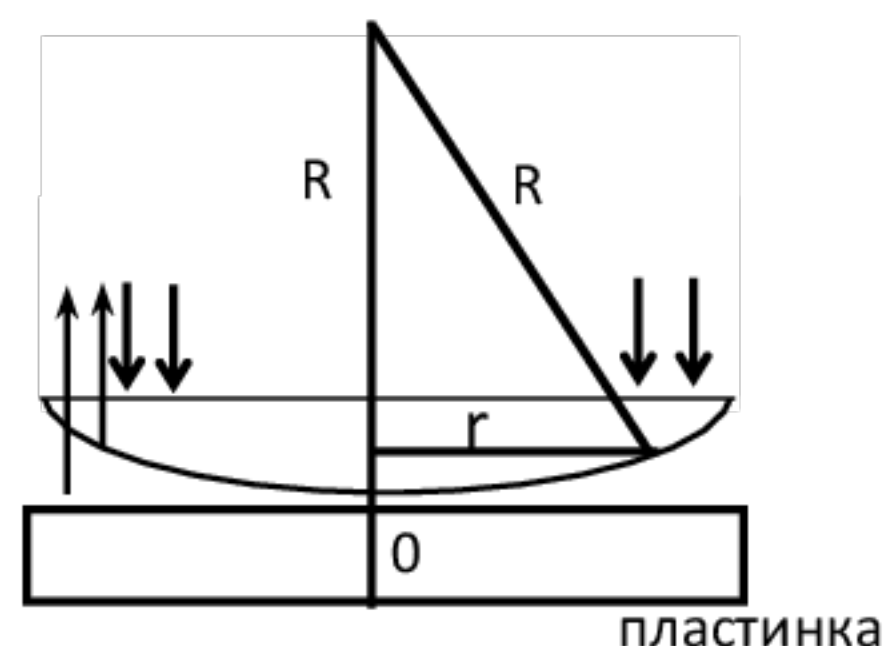


Рис. 3.

Результаты интерференции отраженного света в различных точках экрана зависят только от углов α падения на пленку. Интерференционные полосы в этом случае называются полосами равного наклона, так как они получаются в результате интерференции лучей, падающих на пленку под одним и тем же углом. Для разных полос углы падения различны.

Полосы равной толщины наблюдаются при отражении параллельного пучка лучей света ($d = \text{const}$) от тонкой прозрачной пленки, толщина d которой не одинакова в разных местах. Оптическая разность хода интерферирующих волн изменяется при переходе от одних точек на поверхности пленки к другим, в соответствии с изменением толщины d , так что условия интерференции одинаковы в точках, соответствующих одинаковым значениям d . При проектировании пленки на экран посредством линзы таким образом, чтобы на экране получилось изображение пленки, последняя оказывается покрытой полосами, проходящими по точкам, соответствующим равной толщине d пленки (рис.2). Эти полосы называются полосами равной толщины.

Частным случаем полос равной толщины являются кольца Ньютона (рис.3). Плоско-выпуклая линза с радиусом R кривизны выпуклой поверхности обращена этой поверхностью к плоской пластинке и соприкасается с ней в точке O . Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней

и нижней поверхностей воздушного промежутка между линзой и пластинкой. При наложении отраженных волн возникают интерференционные кольца равной толщины. Радиус k -того светлого кольца в отраженном свете (или темного в проходящем) равен

$$r_n = \sqrt{(2k+1)\frac{\lambda}{2}R}. \quad (6)$$

Радиус k -того темного кольца в отраженном свете (или светлого в проходящем) равен

$$r_k = \sqrt{k\lambda R}, \quad (7)$$

где R – радиус кривизны линзы.

Дифракция света. Дифракция Фраунгофера. Дифракционная решетка. Дифракция рентгеновских лучей

Дифракцией называется отклонение света от прямолинейного распространения в однородной среде, когда свет, огибая препятствия, заходит в область геометрической тени. Дифракция света всегда сопровождается интерференцией дифрагированных лучей. Дифракция возникает в том случае, когда фронт волны не является безграничным, а частично экранирован. (Например, вблизи границ непрозрачных или прозрачных тел, сквозь малые отверстия). Проникновение световых волн в область геометрической тени может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волновое движение, служит центром вторичных волн. Огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент (рис.1). Пусть на плоскую преграду с отверстием падает параллельный ей фронт волны (рис.2).

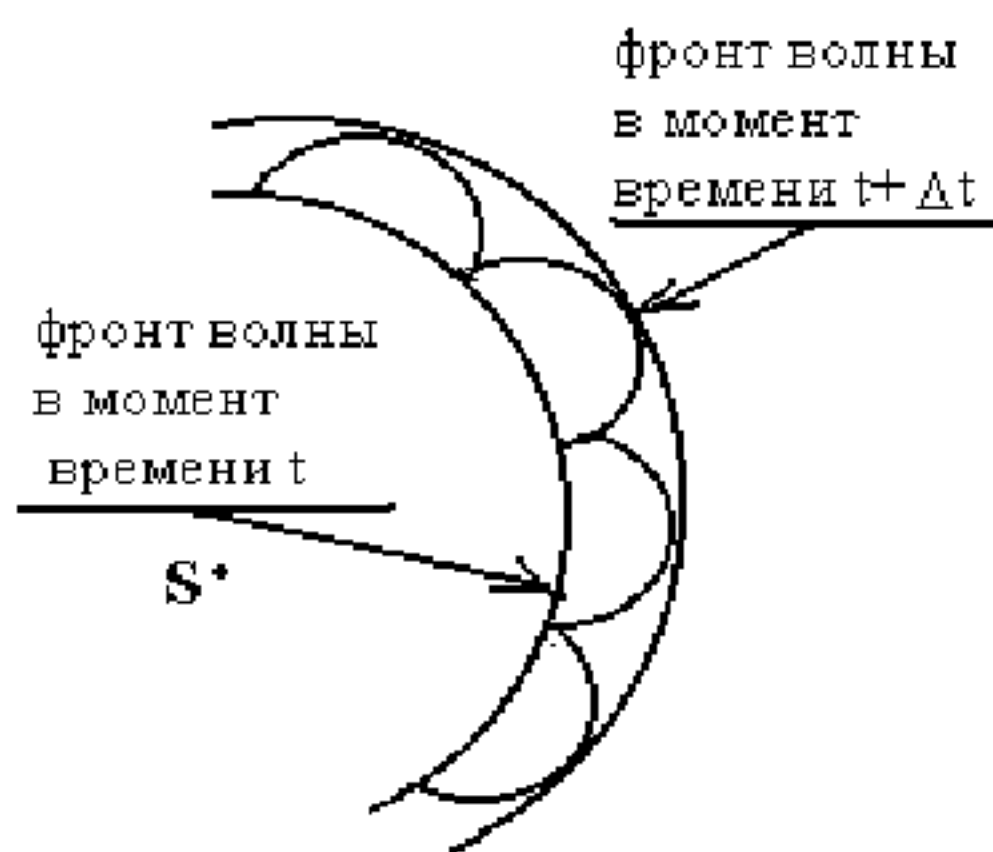


Рис. 1.

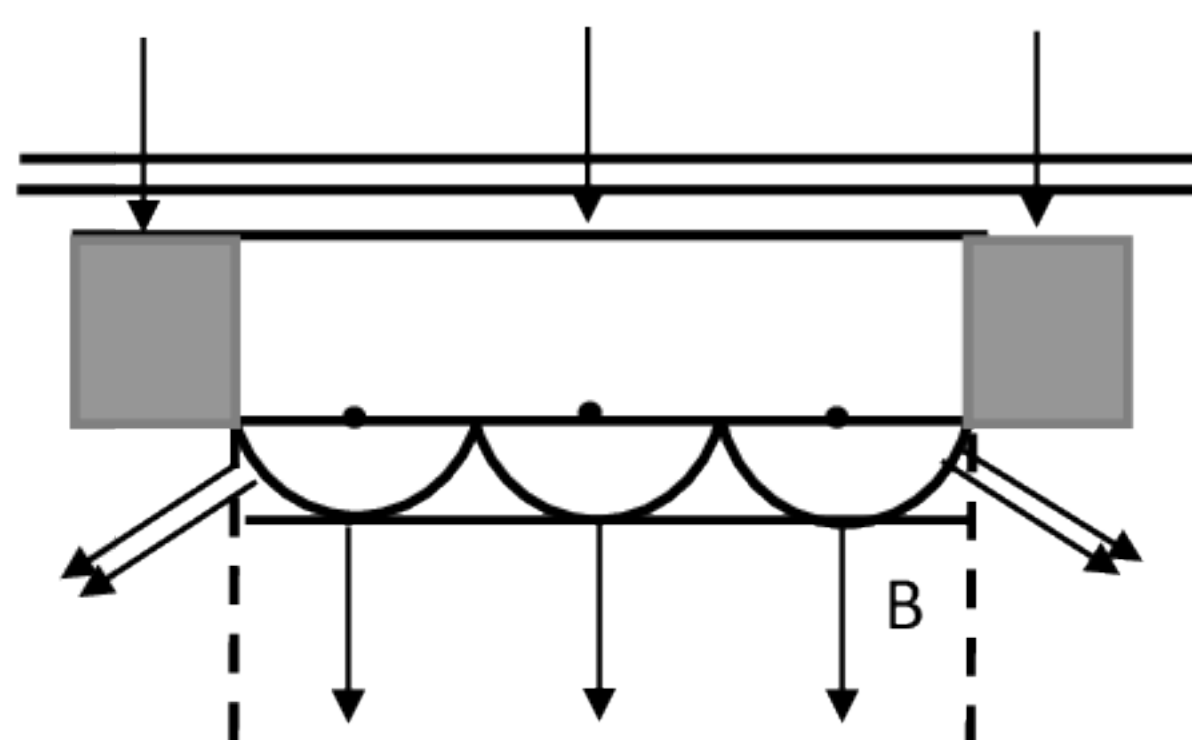


Рис. 2.

По Гюйгенсу каждая точка выделяемого отверстием участка открытого фронта волн служит центром вторичных волн, которые в однородной и изотропной среде будут распространяться во все стороны. Если огибающая этих волн AB , можно убедиться в том, что за отверстием волна проникает в область геометрической тени, огибая края преграды.

Принцип Гюйгенса не дает никаких сведений об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Этот недостаток был устранен Френелем. Последний впервые предположил, что все вторичные волны являются когерентными и поэтому могут интерферировать в любой точке пространства. Принцип Гюйгенса-Френеля позволяет рассмотреть многие случаи дифракции света и дает результаты, удовлетворительно согласующиеся с опытом. Чтобы понять суть метода, разработанного Френелем, определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке P сферической волной от источника S (рис.3).

Разобьем изображенную на рисунке волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки P отличаются на $\lambda/2$. Это зоны Френеля. Колебания, приходящие в точку P от аналогичных точек двух соседних зон, находятся в противофазе, поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на π . При небольшом числе k зон Френеля площади их примерно одинаковы, а высота сегмента $h_k \ll a$, Поэтому можно легко вывести радиус k -той зоны Френеля;

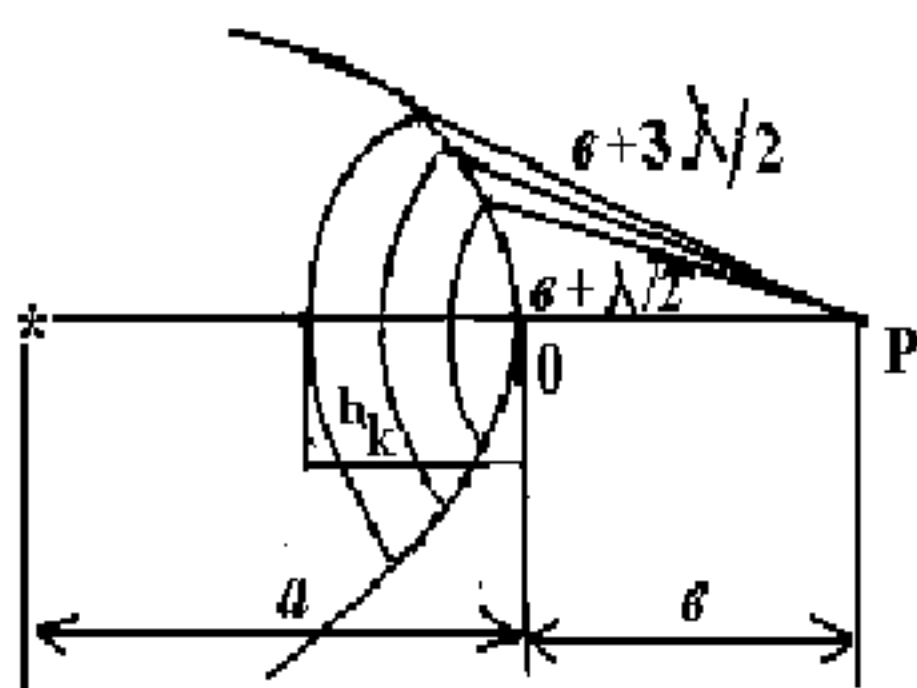


Рис.3

$$r_k = \sqrt{\frac{a \cdot b}{a + b}} k \lambda. \quad (8)$$

Расстояние b_k от зоны до точки P медленно растет с ростом номера зоны k , значит амплитуда A_k колебания, возбуждаемого k -той зоной в точке P монотонно убывает. Вследствие этого можно приближенно считать, что

$$A_k = \frac{A_{k-1} + A_{k+1}}{2} \quad \text{и} \quad A = \frac{A_1}{2}.$$

То есть амплитуда в точке P равна половине амплитуды центральной зоны. Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, открывающим только центральную зону, то амплитуда в точке P будет равна A , а интенсивность света будет в четыре раза больше, чем при отсутствии преград между точками S и P .

Если же отверстие таково, что открывает две зоны Френеля, то амплитуды от этих зон (примерно одинаковые) придут в точку P в противофазе, и в ней будет наблюдаться минимум интенсивности света. Можно заключить, что, если в открытый фронт волны входит четное число зон Френеля, то наблюдается минимум интенсивности света, если k – нечетное, то в точке P наблюдается максимум интенсивности света.

Различают два случая дифракции света: дифракцию Френеля, или дифракцию в сходящихся лучах, и дифракцию Фраунгофера, или дифракцию в параллельных лучах. В первом случае на препятствие падает сферическая или плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном расстоянии от него. Во втором случае на препятствие падает плоская волна, а дифракционная картина наблюдается в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через препятствие света.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на щели. Пусть параллельный пучок монохроматического света падает нормально на непрозрачный экран, в котором прорезана узкая щель шириной a (рис. 4). В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля все точки щели являются когерентными источниками света, колеблющимися в одной фазе.

Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND , идущими от щели в произвольном направлении φ

$$\delta = a \sin \varphi. \quad (9)$$

Разобьем щель MN на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Все зоны в заданном направлении излучают свет совершенно одинаково. При интерференции света от каждой пары соседних зон амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как эти зоны вызывают колебания с одинаковыми амплитудами, но противоположными фазами. Результат интерференции в точке B определяется тем, сколько зон Френеля укладывается в щели. Если число зон четное, то есть

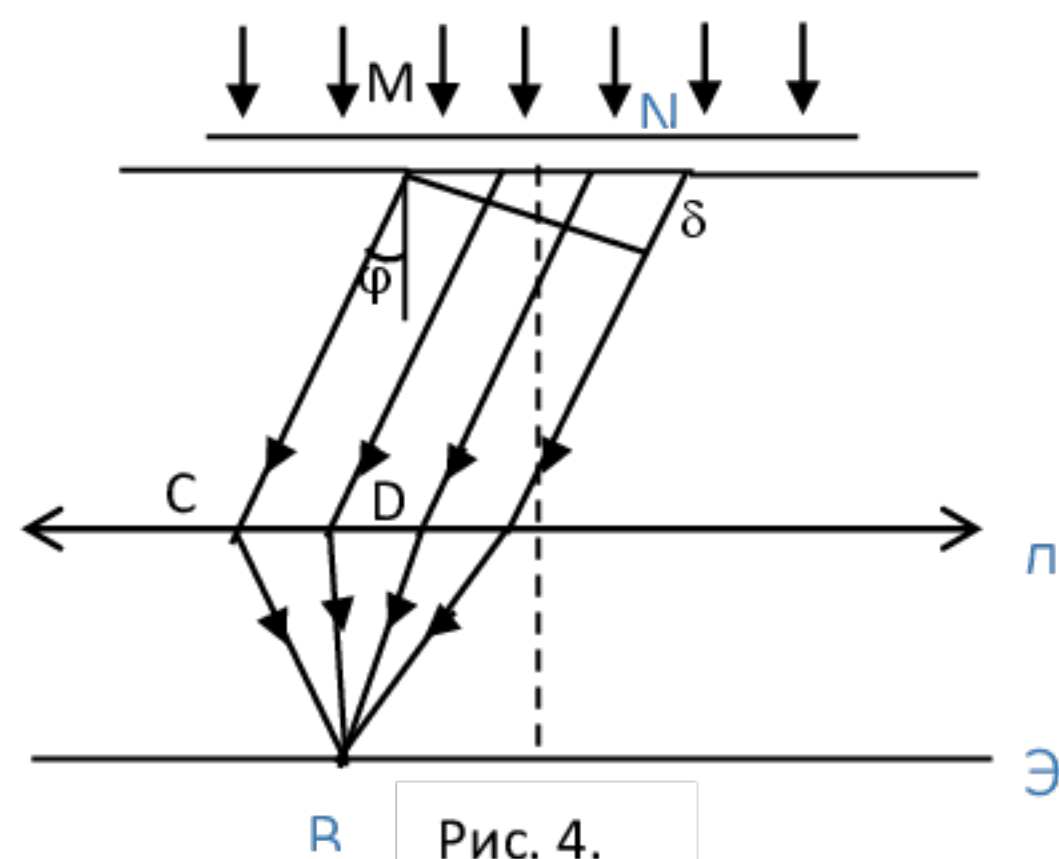


Рис. 4.

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (10)$$

то наблюдается дифракционный минимум.

Если число зон нечетное, то есть

$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (11)$$

то наблюдается дифракционный максимум.

Величина k называется порядком дифракционного максимума (или минимума).

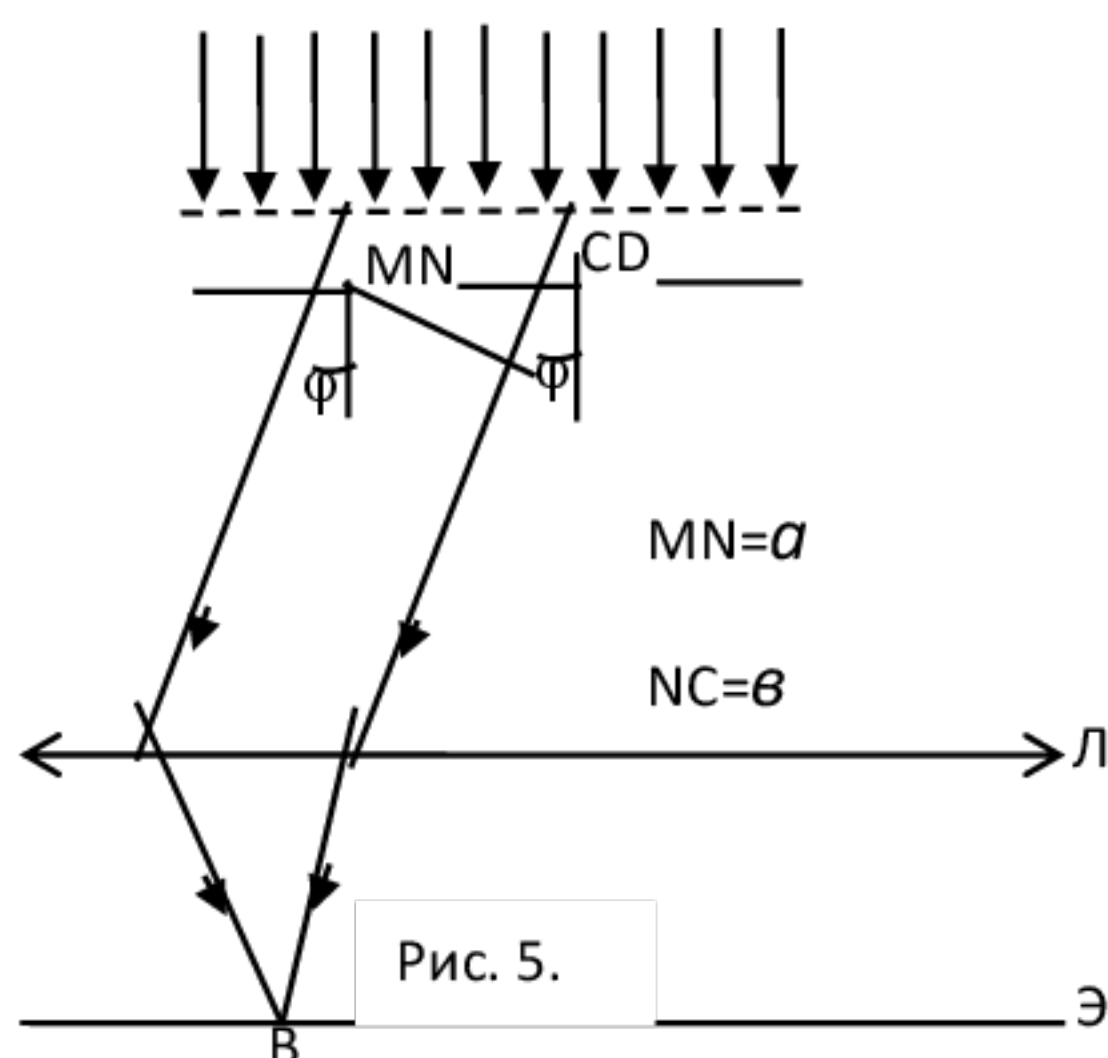


Рис. 5.

Широкое распространение в

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 012000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

науке, которые представляют собой множество щелей одинаковой ширины непрозрачными промежутками. Если ширина промежутков и щели называется постоянной (или периодом решетки), то есть

$$d = a + b.$$

Дифракционная картина от решетки сложнее, чем от одной щели, потому, что свет от разных щелей также интерферирует. Если на решетку нормально к ее поверхности падает свет с длиной волны λ , то (рис.5) лучи, идущие под углом φ к первоначальному направлению от соответствующих точек каждой щели, обладают разностью хода

$$\delta = d \sin \varphi.$$

Если эта разность хода равна целому числу длин волн, то наблюдается максимум интерференции. Условия главных максимумов для решетки записываются в виде

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (12)$$

Как следует из формулы, если на решетку падает белый свет, то для более коротких волн условие максимума выполняется при меньших углах.

Разрешающая способность R дифракционной решетки, то есть способность ее представить отдельно две спектральные линии, определяется по формуле

$$R = kN, \quad (13)$$

где N – общее число штрихов дифракционной решетки, k – порядок дифракционного максимума.

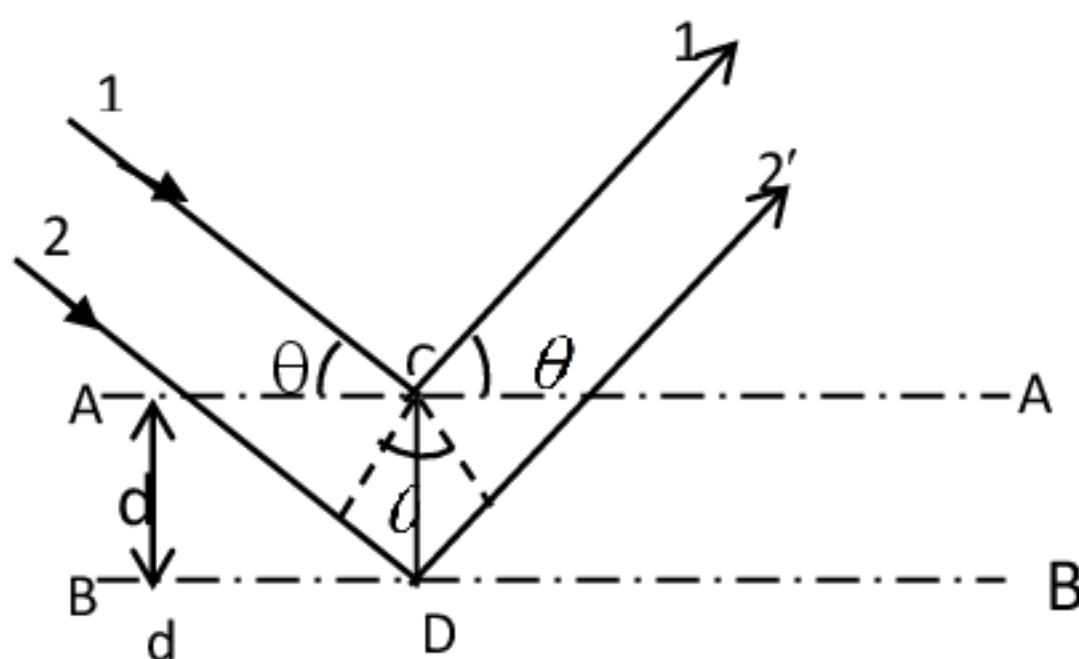


Рис.6.

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего света. Поэтому для рентгеновского излучения в качестве дифракционных решеток можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с $\lambda_{\text{рент. изл.}}$ ($\approx 10^{-12} - 10^{-8}$ м).

Дифракцию рентгеновского излучения можно рассматривать как результат его отражения от системы параллельных сетчатых плоскостей кристалла, то есть плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки. Это отражение, в отличие от обычного, осуществляется лишь при таких условиях падения лучей на кристалл, которые соответствуют интерференционным максимумам для лучей, отраженных от разных плоскостей.

Абсолютный показатель преломления всех сред для рентгеновского излучения близок к единице, поэтому оптическая разность хода между двумя лучами 1' и 2', отражающимися от плоскостей AA и BB равна (рис.6)

$$2 d \sin \theta, \quad (14)$$

где d – межатомное расстояние, θ – угол скольжения. Дифракционные максимумы наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют условию Вульфа-Брэггов

$$\delta = 2 d \sin \theta = m\lambda, (m = 1, 2, 3 \dots). \quad (15)$$

Поляризация света. Двойное лучепреломление.

Вращение плоскости поляризации

Обычные источники света испускают естественный свет, то есть свет, в котором имеются колебания светового вектора, совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных к лучу (рис. 7).

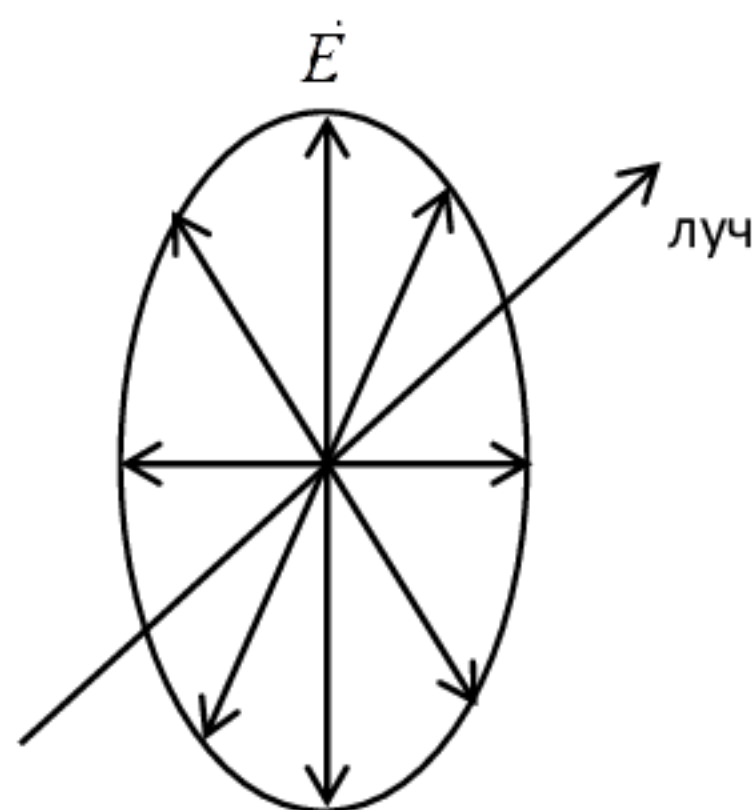


Рис. 7.

Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых его атомами. Процесс излучения отдельного атома продолжается около 10^{-8} с. За это время успевает образоваться последовательность горбов и впадин (или, как говорят, цуг волн), протяженностью примерно 3 м. «Погаснув», атом через некоторое время «вспыхивает» вновь. Одновременно вспыхивает множество атомов. Возбуждаемые ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. Плоскость колебаний для каждого цуга ориентирована случайно. Поэтому в результирующей волне колебания различных направлений равновероятны. В естественном свете колебания различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора E упорядочены каким-либо образом, называется поляризованным. Если колебания светового вектора происходят только в одной плоскости, проходящей через луч, свет называется плоско - (или линейно) поляризованным. Упорядоченность может заключаться еще и в том, что вектор E поворачивается вокруг луча, одновременно пульсируя по величине. В результате, конец вектора E описывает или эллипс (эллиптически поляризованный свет) или окружность (поляризованный по кругу свет). *Плоскость, в которой колеблется световой вектор E , называется плоскостью колебаний, а перпендикулярная ей плоскость называется плоскостью поляризации.*

Плоскополяризованный свет можно получить с помощью различных устройств, называемых поляризаторами. Эти приборы пропускают свободно колебания, параллель-

ные плоскости, перпендикулярные плоскости колебаний, и полностью задерживают колебания, перпендикулярные этой плоскости.

Поляризованный свет можно получить также при отражении от диэлектрика. Как показывает опыт, отраженный и преломленный

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

лучи всегда частично поляризованы. Степень поляризации зависит от угла падения и показателя преломления.

Изучая это явление, Брюстер установил, что при определенном значении угла падения отраженный луч полностью линейно поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. При этом отражается только та компонента вектора напряженности электрического поля, которая параллельна поверхности диэлектрика (условно эту компоненту обозначаем точками, то есть колебания E происходят перпендикулярно плоскости чертежа). Преломленный луч поляризован лишь частично. Угол падения, при котором отраженный луч полностью поляризован, называется углом Брюстера (рис.8) и определяется соотношением

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (17)$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления

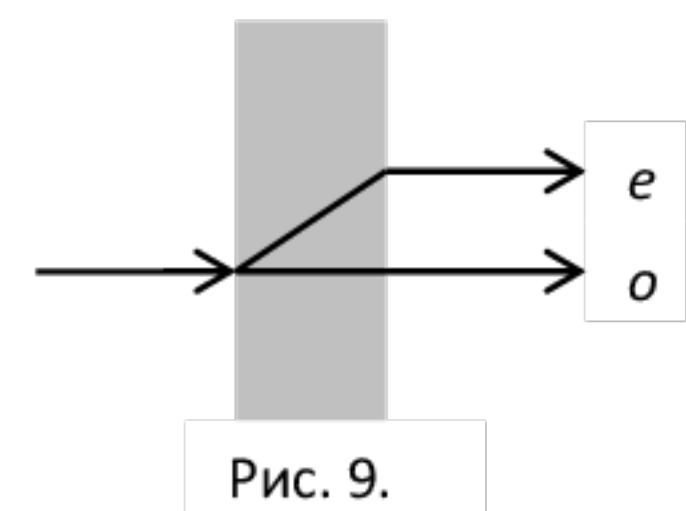
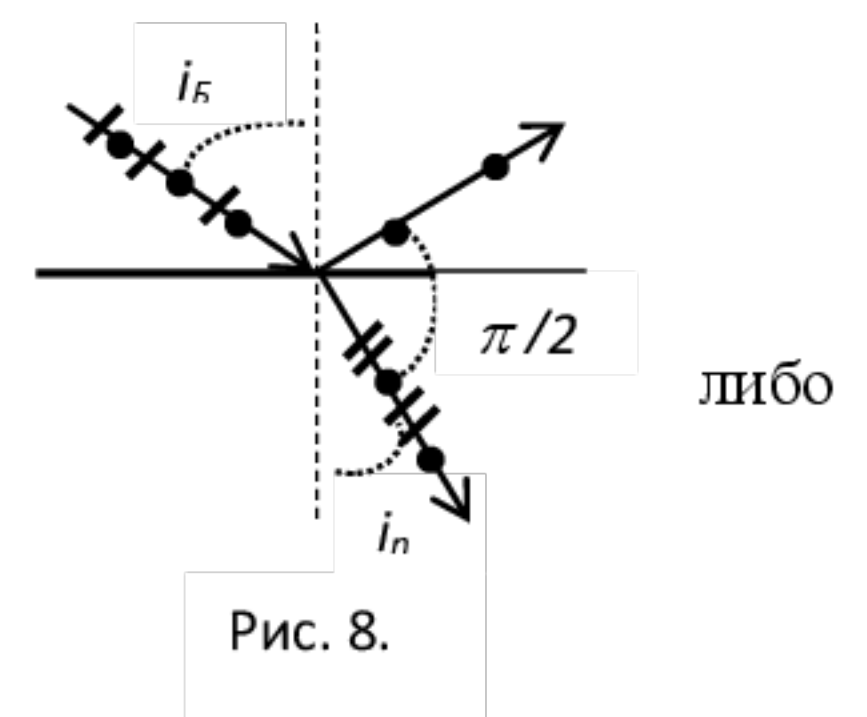
сред. При этом угол между отраженным и преломленным лучами равен 90° .

Действия различного типа поляризаторов основаны на законе Брюстера, либо на явлении двойного лучепреломления, которое состоит в

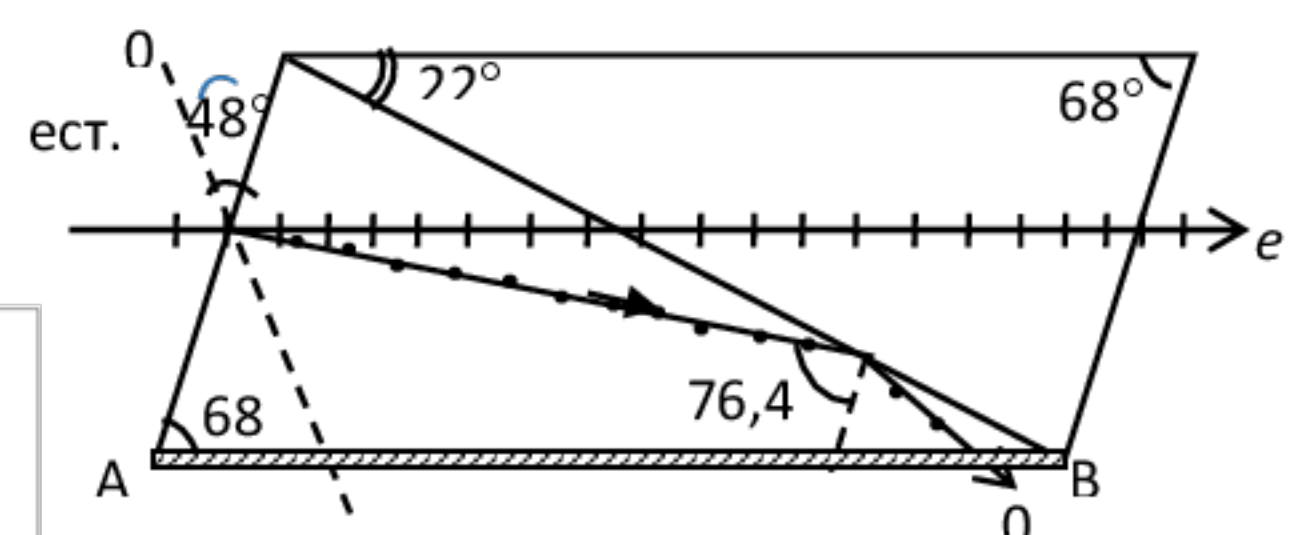
том, что в оптически анизотропных кристаллах

луч света, падающий на поверхность кристалла, раздваивается в нем на два преломленных луча

(рис. 9). Один из них лежит в плоскости падения, подчиняется законам преломления света и называется обыкновенным лучом (о). Второй не удовлетворяет этим условиям и называется необыкновенным (е). Двойное лучепреломление свидетельствует о том, что падающая на оптически анизотропный кристалл световая волна возбуждает



две волны, распространяющиеся в кристалле по различным направлениям. Обыкновенная и необыкновенная волны линейно поляризованы. Направления векторов E в этих волнах условно показывают точками на обыкновенном луче и черточками на необыкновенном. В одноосном кристалле скорость обыкновенного луча v_o численно одинакова по всем направлениям: $v_o = C / n_o$, где n_o – показатель преломления кристалла для обыкновенного луча. Соответственно, для необыкновенного луча: $v_e = C / n_e$. Значения n_e и v_e зависят от направления необыкновенного луча по отношению к оптической оси кристалла (это направление в кристалле, вдоль которого не наблюдается двойное лучепреломление). Для луча, распространяюще-



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Примером поляризации может служить призма Николя (рис.10). Она вырезается из кристалла исландского шпата, и в поперечном сечении имеет форму ромба. По плоскости СВ кристалл разрезан и склеян канадским бальзамом.

Обыкновенный луч o полностью отражается от него и поглощается зачерненной поверхностью АВ. Из призмы Николя выходит только необыкновенный луч e , который поляризован в плоскости, параллельной главной плоскости призмы. Устройства, служащие для анализа степени поляризации света, называются анализаторами.

Ими могут служить те же призмы Николя. Всякий анализатор можно условно изобразить в виде решетки, прутья которой параллельны направлению колебаний светового вектора E_a в проходящем сквозь нее свете (рис.11). Если на такую решетку-анализатор падает естественный луч, то интенсивность I_a проходящего света не изменится при повороте анализатора. Это происходит вследствие

того, что в естественном свете ни одно из направлений плоскости колебаний не является преобладающим. Если на анализатор падает линейно поляризованный свет, полученный с помощью поляризатора и имеющий интенсивность I_p , то интенсивность света, прошедшего через анализатор будет зависеть от угла α между главными плоскостями поляризации анализатора ($a - a$) и поляризатора (P-P) (рис. 12). E_p - амплитуда вектора колебаний света,

прошедшего через поляризатор. На входе в анализатор луч разложится на два луча, поляризованные в главной плоскости анализатора перпендикулярной к ней плоскости

$$E_1 = E_p \sin \alpha; E_2 = E_p \cos \alpha$$

Первый луч поглотится в анализаторе, пройдет через него

$$E_a = E_p \cos \alpha$$

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через анализатор и поляризатор, меняется в зависимости от угла α по закону Малюса

$$I_a = I_p \cos^2 \alpha \quad (18)$$

Если $I_{ест}$ - интенсивность естественного света, то из поляризатора выходит плоскополяри-

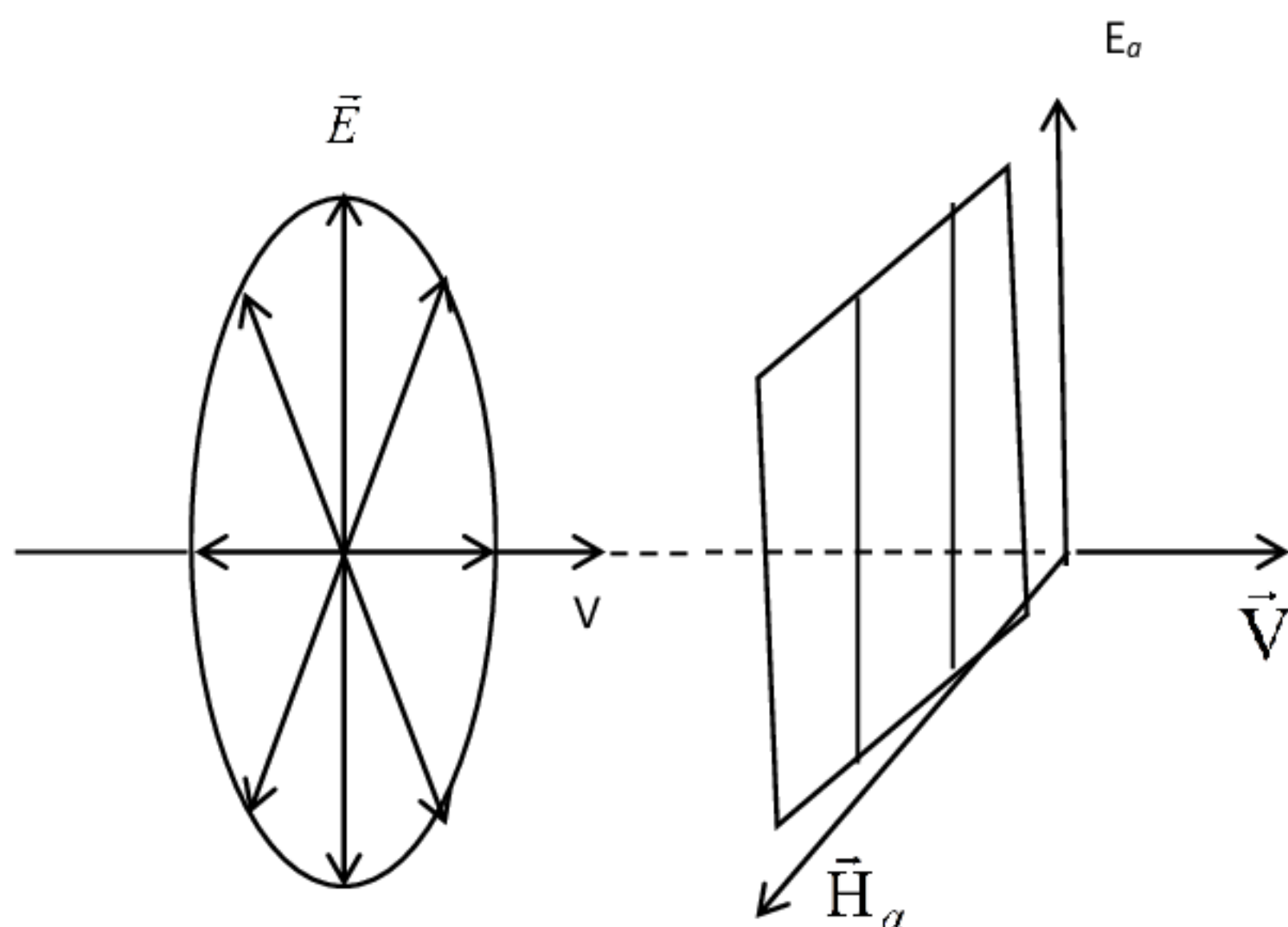


Рис.11

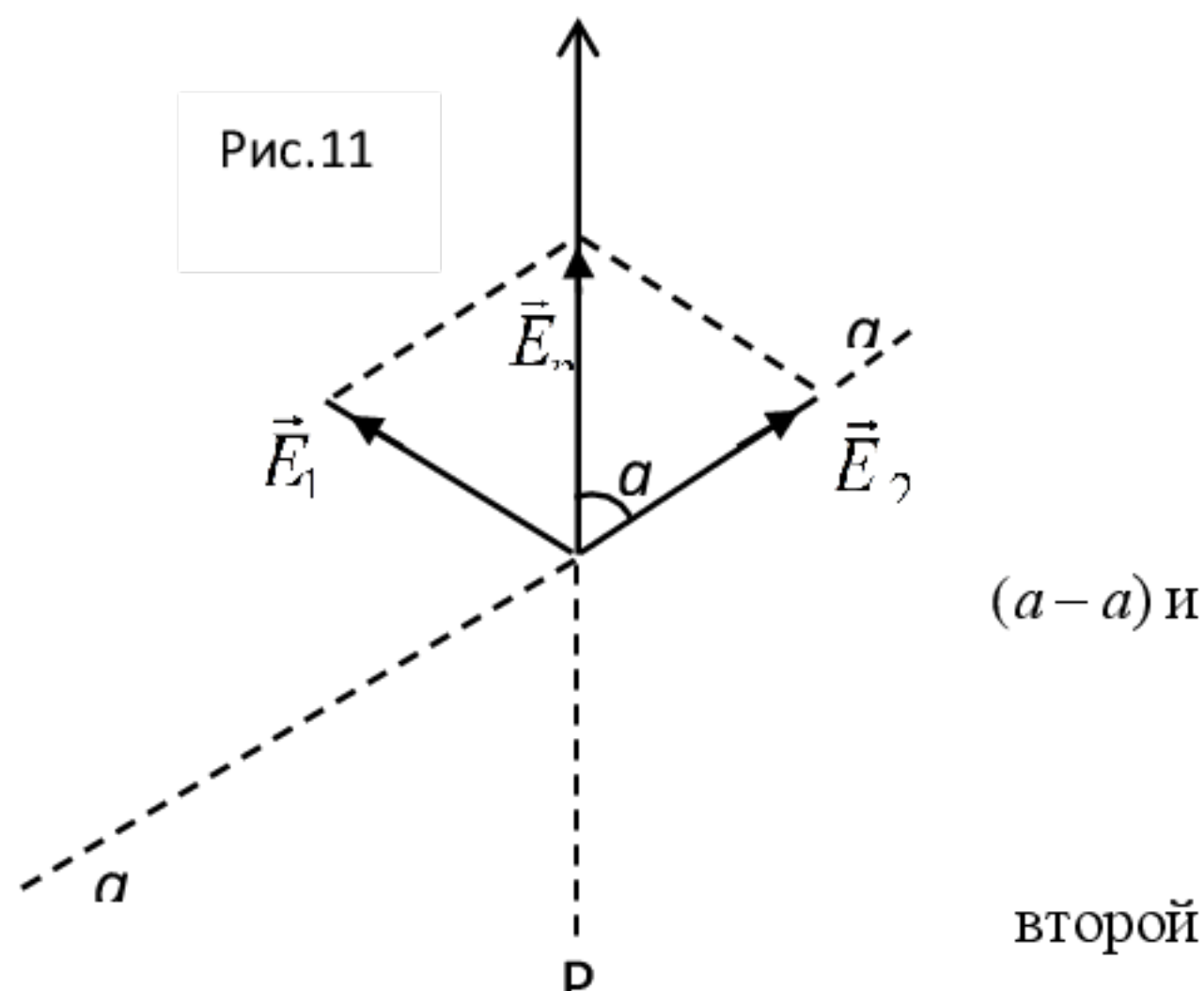


Рис. 12.

$$I_P = \frac{1}{2} I_{ест}.$$

Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора

$$I_a = \frac{1}{2} I_{ест} \cos^2 \alpha.$$

Откуда $I_{\max} = \frac{1}{2} I_{ест}$ (поляризаторы параллельны) и $I_{\min} = 0$ (поляризаторы скрещены).

Формулы приведены без учета потерь интенсивности. Некоторые растворы (например, раствор сахара) и твердые вещества (в частности кварц) обладают свойством вращать плоскость поляризации поляризованного луча. Угол φ поворота плоскости поляризации зависит от пути луча в этих веществах ℓ и концентрации раствора C .

Для твердых веществ

$$\varphi = [\alpha] \ell. \quad (19)$$

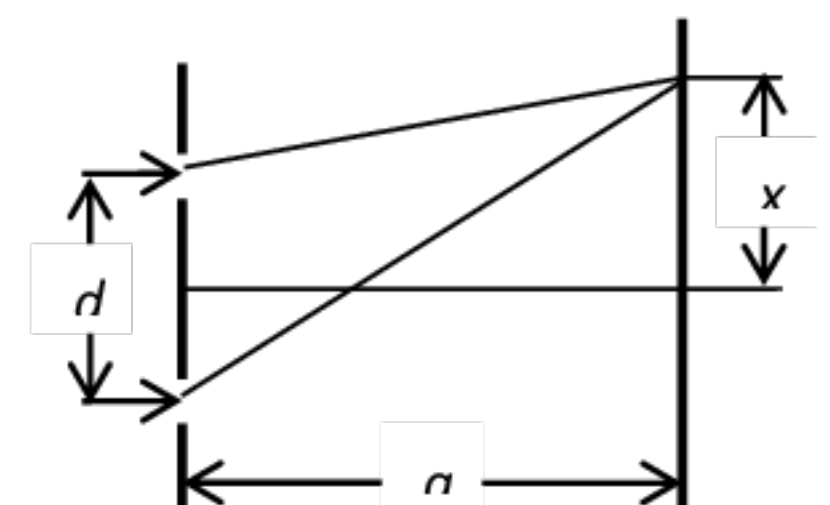
Для растворов

$$\varphi = [\alpha] \ell C, \quad (20)$$

где $[\alpha]$ – удельный угол вращения (постоянная вращения), показывающий, на какой угол повернется плоскость поляризации, если $\ell = 1$ и $C = 1$ (для растворов). Размерность $[\alpha]$ зависит от того, в каких единицах взяты ℓ и C в СИ. $[\alpha]$ – рад/м (для твердых веществ) для растворов $[\alpha] = \text{рад/м} \cdot (\text{кг/м}^3)$.

Примеры решения задач

Задача 1. Найти длину волны λ монохроматического излучения, если в опыте Юнга расстояние первого интерференционного максимума от центральной полосы $x = 0,05$ см. Данные установки $a = 5$ м, $d = 0,5$ см.



Дано:

$$x = 0,05 \text{ см}$$

$$a = 5 \text{ м}$$

$$d = 0,5 \text{ см}$$

$$\lambda = ?$$

Решение. Разность хода лучей, прошедших в точку наблюдения равна

$$\delta = r_2 - r_1; \quad (1)$$

$$r_2^2 = a^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2; \quad (2)$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

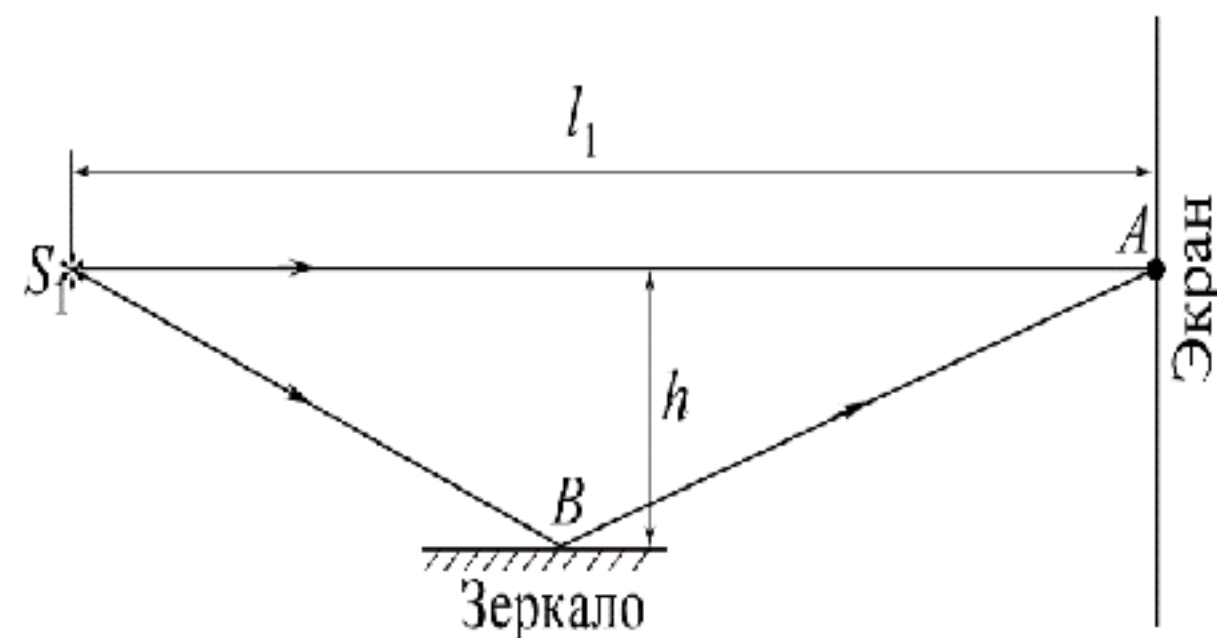
$$r_1^2 = \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + a^2. \quad (3)$$

Легко видеть, что

$$r_2 - r_1 = \frac{xd}{a} = m\lambda. \quad (4)$$

По условию задачи $m = 1$, поэтому

$$\lambda = \frac{xd}{a} = 500 \text{ нм}.$$



Задача 2. В точку A экрана от источника S_1 монохроматического света длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ приходит два луча: непосредственно от источника перпендикулярный экрану луч S_1A и луч S_1BA , отраженный в точке B от зеркала, параллельного лучу S_1A . Расстояние l_1 равно 1 м, расстояние h равно 2 мм. Определите, что будет наблюдаться в точке A экрана – усиление или ослабление освещенности.

Дано:

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм}$$

$$l_1 = 1 \text{ м}$$

$$h = 2 \text{ мм}$$

min, max - ?

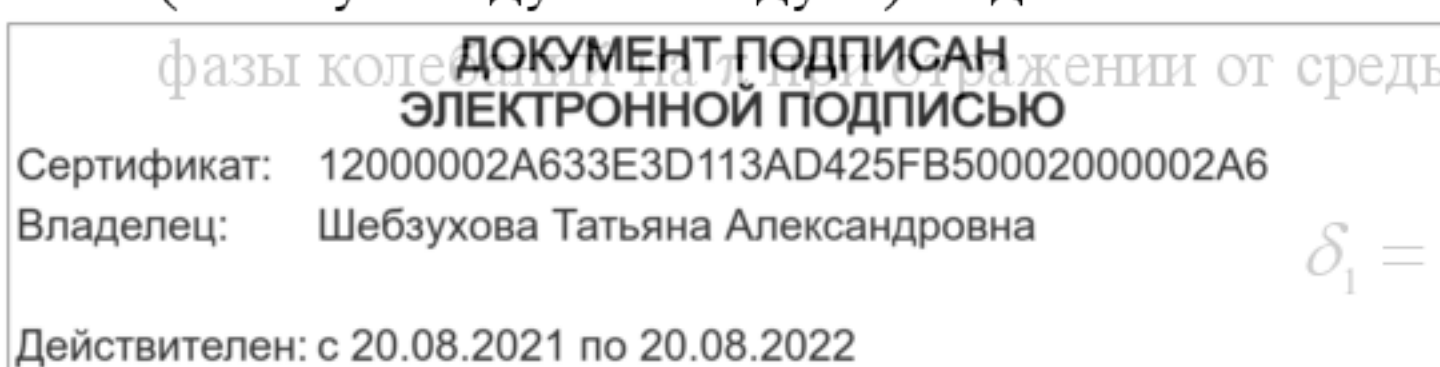
Решение: Источник S_1 и мнимый S_2 являются когерентными, поэтому на экране возникает интерференционная картина. Максимум или минимум возникает в той или иной точке экрана зависит от оптической разности хода δ интерферирующих лучей

$$m = \frac{2\delta}{\lambda}. \quad (1)$$

Если m – целое четное число, то имеем максимум, если m – целое нечетное, то минимум.

Оптическая разность хода δ_1 будет складываться из геометрической разности $l_2 - l_1$ (оба луча идут в воздухе) и дополнительной разности $\lambda/2$, обусловленной изменением фазы колебаний при отражении от среды, оптически более плотной. Таким образом

$$\delta_1 = l_2 - l_1 + \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$



По теореме Пифагора $l_2^2 = l_1^2 + (2h)^2$, $(l_2 - l_1) = \frac{(2h)^2}{2l_1}$, так как

$$l_2^2 - l_1^2 = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1), \text{ где } l_2 + l_1 \approx 2l_1, 2h = l.$$

Подставив это выражение $l_2 - l_1$ в формулу (2), найдем:

$$\delta_1 = \frac{(2h)^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Зная δ_1 , можно по формуле (1) найти m_1 :

$$m_1 = \frac{\frac{(2h)^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}}{\lambda/2} = \frac{(2h)^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Тогда окончательно получим

$$m_1 = 4 \frac{h^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Выразим h , l_1 и λ в микрометрах и вычислим:

$$m_1 = 4 \frac{(2 \cdot 10^3)^2}{1 \cdot 10^6 \cdot 0,5} + 1 = 32 + 1 = 33.$$

Так как на разности хода укладывается нечетное число длин полуволн, то в точке A наблюдается максимальное ослабление освещенности.

Задача 3. На пути одного луча в интерференционной установке Юнга стоит трубка длиной $l = 2$ см с плоскопараллельными стеклянными основаниями и наблюдается интерференционная картина, когда эта трубка наполнена воздухом. Затем трубка заполняется хлором и при этом наблюдается смещение интерференционной картины на $m = 20$ полос. Вся установка помещена в термостат, поддерживающий постоянную температуру. Наблюдения производятся со светом линии D натрия ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$). Принимая показатель преломления воздуха $n = 1,000276$, вычислите показатель преломления хлора. В какую сторону смещаются полосы интерференции при наполнении сосуда хлором?

Дано:

$$l = 2 \text{ см}$$

$$m = 20$$

$$\lambda = 5890 \text{ \AA}$$

Решение. Легко догадаться, что разность хода лучей при усилении света по определению равна $m\lambda$. В данном случае оптическая разность хода равна $(n_{\text{Cl}} - n)l$. Из полученного равенства находим

$$(n_{\text{Cl}} - n)l = m\lambda \quad (1)$$

$n_{\text{Cl}} = 1,000276$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

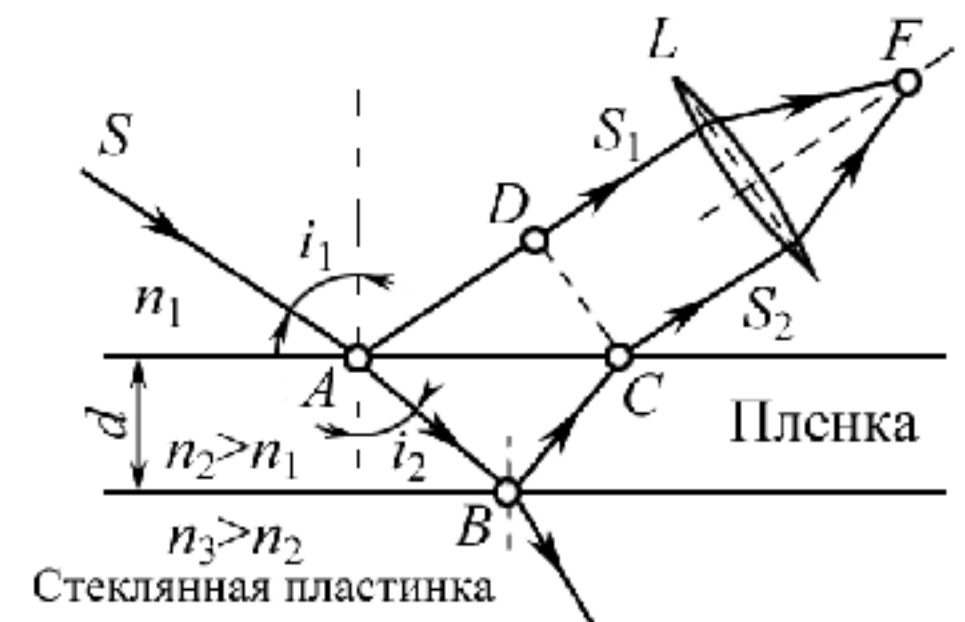
Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$n_{cl} = n + \frac{m\lambda}{l}. \quad (2)$$

Вычисляя, получаем $n_{cl} = 1,000865$.

Задача 4. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, коэффициент преломления вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ($\lambda = 0,6$ мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определите толщину пленки.



Дано:

$$\lambda = 0,6 \text{ мкм}$$

$$n_2 = 1,4$$

$$d - ?$$

Решение. В точках A и B падающий луч SA отражается и частично преломляется. Отраженные лучи AS_1 и BCS_2 падают на собирающую линзу L , пересекаются в ее

фокусе F и интерферируют между собой.

Показатель преломления воздуха ($n_1 = 1,0029$) меньше показателя преломления вещества пленки ($n_2 = 1,4$), который в свою очередь меньше показателя преломления стекла ($n_3 = 1,5$). В обоих случаях отражение происходит от среды оптически более плотной.

Следовательно, никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого луча не происходит.

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Как видно из рисунка, оптическая разность хода

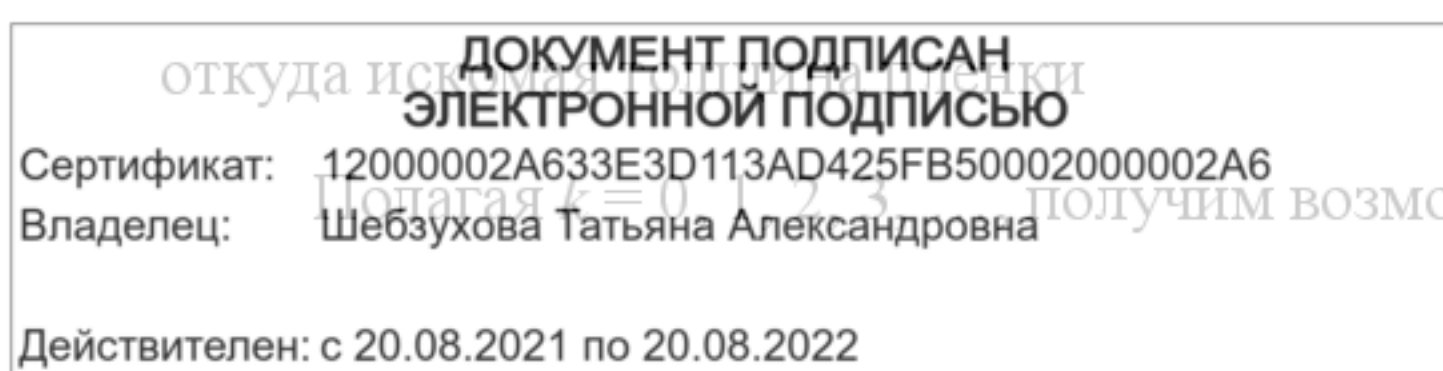
$$\delta = (AB + BC) n_2 - ADn_1.$$

Следовательно,

$$(AB + BC) n_2 - ADn_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Если угол падения i_1 будет уменьшаться, то в пределе при $i_1 = 0$ будем иметь

$$\delta = 2dn_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$



возможные значения толщины пленки:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{0,6}{4 \cdot 1,4} = 0,11 \text{ мкм};$$

$$d_1 = \frac{3\lambda}{4n_2} = 3d_0 = 0,33 \text{ мкм}.$$

Задача 5. Почему центр колец Ньютона, наблюдаемых в отраженном свете, обычно темный, а в проходящем светлый?

Решение. В проходящем свете на границе стекло-воздух вектор напряженности электрического поля E не испытывает изменения фазы, а при отражении на границе воздух – стекло меняет фазу на 180° , что соответствует приобретению разности хода, равной половине длины волны.

Задача 6. На дифракционную решетку от разрядной трубки, наполненной гелием, нормально падает пучок света. На какую линию λ_1 (в нанометрах) в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия длиной волны $\lambda_2 = 706 \text{ нм}$ в спектре второго порядка?

Дано:

$$k_1 = 3$$

$$k_2 = 2$$

$$\lambda_2 = 706 \text{ нм}$$

$$\lambda_1 = ?$$

Решение: Условия главных максимумов освещенности для дифракционной решетки выглядит следующим образом:

$$d \sin \varphi_1 = k_1 \lambda_1; \quad d \sin \varphi_2 = k_2 \lambda_2$$

Спектральные линии накладываются одна на другую, поэтому углы дифракции будут равными, то есть $\varphi_1 = \varphi_2$. Разделив первое уравнение на второе:

$$1 = \frac{k_1 \lambda_1}{k_2 \lambda_2},$$

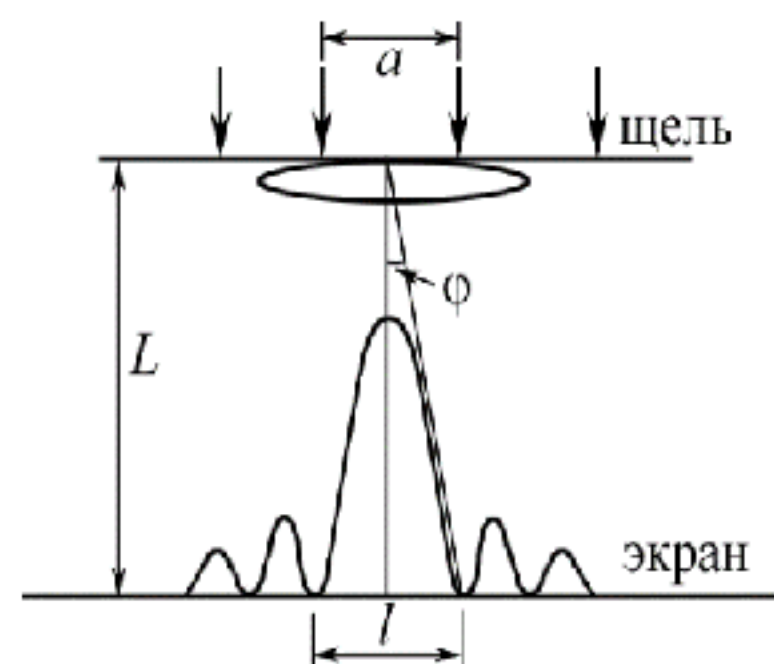
откуда

$$\lambda_1 = \frac{k_2 \lambda_2}{k_1}$$

Подставим численные значения:

$$\lambda_1 = \frac{2 \cdot 706 \cdot 10^{-9}}{3} = 471 \text{ нм}.$$

Задача 7. На щель (рис.) шириной $a = 0,1 \text{ мм}$ нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$). Определить ширину l центрального максимума, проецируемой на экран непосредственно за щелью, на расстоянии $L = 1 \text{ м}$.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Дано:	Решение: Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева максимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивности примем равной
$a = 0,1 \text{ мм}$	
$\lambda = 0,6 \text{ мкм}$	
$L = 1 \text{ м}$	расстоянию между двумя минимумами интенсивности (рис.).
$l = ?$	

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами φ , определяемыми условием

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (1)$$

где k – порядок минимума. В нашем случае $k = 1$.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим по рисунку: $l = 2L \tan \varphi$. При малых углах $\tan \varphi \approx \sin \varphi$, тогда

$$l = 2L \sin \varphi. \quad (2)$$

Выразим $\sin \varphi$ из уравнения (1) и подставим в равенство (2):

$$l = \frac{2Lk\lambda}{a} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{10^{-4}} \text{ м} = 1,2 \cdot 10^{-2} = 1,2 \text{ см.}$$

Задача 8. Дифракционная решетка содержит $n = 200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

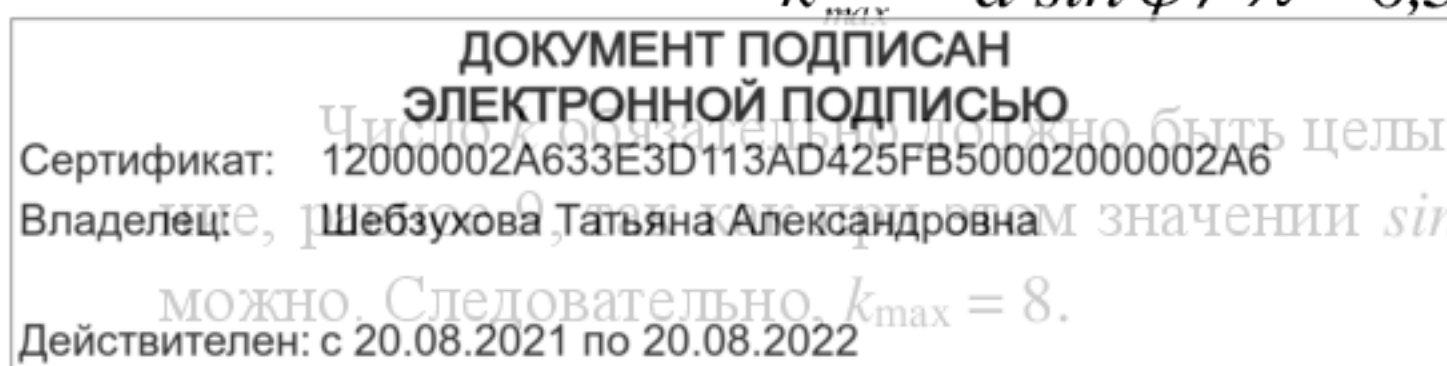
Дано:	Решение: Период дифракционной решетки найдем из формулы
$\lambda = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	$n = 1 / d.$
$n = 200 \text{ мм}^{-1}$	
$k_{\max} = ?$	Отсюда $d = 1 / n = 1 / 2 \cdot 10^5 = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$

Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение $k_{\max}$, исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей решеткой не может превышать 90° . Постоянная решетки d , длина волны λ и угол отклонения φ , соответствующий k -му дифракционному максимуму, связаны соотношением:

$$d \sin \varphi = k \lambda,$$

где $\varphi = 90^\circ$ – максимальный угол отклонения лучей решеткой. Отсюда

$$k_{\max} = d \sin \varphi / \lambda = 0,5 \cdot 10^{-5} / 0,6 \cdot 10^{-6} = 8,3.$$



В то же время оно не может принять значения $\sin \varphi$ должен быть больше единицы, что невоз-

можно. Следовательно, $k_{\max} = 8$.

Задача 9. На дифракционную решетку, содержащую $n = 100$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 20^\circ$. Определите длину волны света λ .

Дано:

$$n = 100 \text{ мм}^{-1}$$

$$\Delta\varphi = 20^\circ$$

$$k = 3$$

$$\lambda = ?$$

Решение: Период дифракционной решетки найдем из формулы

$$n = 1 / d.$$

Отсюда

$$d = 1 / n = 1 / 10^5 = 10^{-5} \text{ м.}$$

Максимумы интенсивности света одного порядка при дифракции на дифракционной решетке находятся на одинаковом расстоянии от центрального максимума и, следовательно, наблюдаются под одинаковыми углами дифракции φ :

$$d \sin \varphi = k\lambda. \quad (1)$$

По условию задачи, чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 20^\circ$. Следовательно, угол дифракции $\varphi = \Delta\varphi / 2 = 10^\circ$. Тогда из уравнения (1) длина волны света равна

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{k} = \frac{10^{-5} \cdot \sin 10^\circ}{3} = 0,0578 \cdot 10^{-5} \approx 580 \text{ нм.}$$

Задача 10. Свет с $\lambda = 589$ нм падает нормально на дифракционную решетку с периодом $d = 2,5$ мкм, содержащую $N = 10000$ штрихов. Найдите угловую ширину дифракционного максимума второго порядка.

Дано:

$$\lambda = 589 \text{ нм}$$

$$d = 2,5 \text{ мкм}$$

$$N = 10000$$

$$k = 2$$

$$\Delta\theta = ?$$

Решение: Угловая дисперсия дифракционной решетки, состоящей из одной щели:

$$D = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta}.$$

Тогда угловая ширина дифракционного

максимума, создаваемого решеткой, содержащей N штрихов:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\left[\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \right] = \frac{k\lambda}{Nd \sqrt{1 - \sin^2 \theta}}.$$

Свет падает на дифракционную решетку нормально. Условие главных максимумов:

$$d \sin \theta = k\lambda.$$

Отсюда $\sin \theta = \frac{k\lambda}{d}$. Тогда угловая ширина дифракционного максимума второго порядка будет равна:

$$\Delta\theta = \frac{k\lambda}{Nd \cos \theta} = \frac{k\lambda}{Nd \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}}.$$

Подставим численные значения:

$$\Delta\theta = \frac{2 \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{2,5 \cdot 10^{-6}}\right)^2}} = 11''$$

Задача 11. С помощью дифракционной решетки с периодом $d = 20$ мкм требуется разрешить дублет натрия ($\lambda_1 = 589$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине решетки это возможно?

Дано:

$$d = 20 \text{ мкм}$$

$$\lambda_1 = 589 \text{ нм}$$

$$\lambda_2 = 589,6 \text{ нм}$$

$$k = 2$$

$$l = ?$$

Решение: Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN, \text{ где } N - \text{число штрихов решетки.}$$

Число штрихов решетки можно найти, зная длину

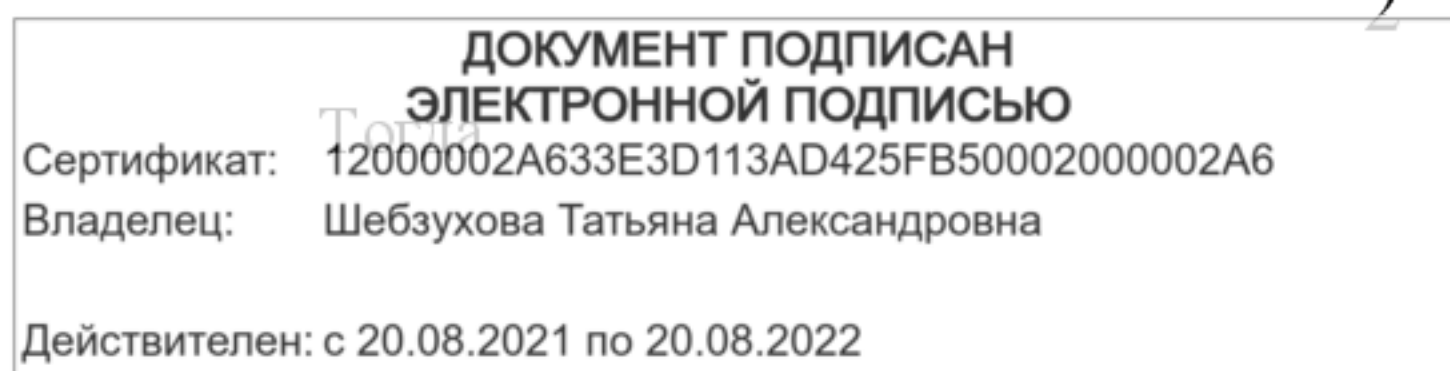
решетки l и период решетки d : $N = \frac{l}{d}$.

Тогда
$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = k \frac{l}{d}.$$

Отсюда наименьшая длина решетки, при которой возможно разрешить дублет натрия:

$$l = \frac{d\lambda}{k\delta\lambda},$$

где $\delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 0,6 \cdot 10^{-9}$ м, а $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = 589,3 \cdot 10^{-9}$ м.



$$l = \frac{d\lambda}{k\delta\lambda} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 589,3 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-9}} \text{ м} = 982 \cdot 10^{-5} \text{ м} \approx 10 \text{ мм}.$$

Задача 12. Показатели преломления кристаллического кварца для света с длиной волны 600 нм равны $n_0 = 1,544$ и $n_e = 1,553$ для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно. В кристалле кварца, вырезанном параллельно оптической оси, можно получить максимальную разность скоростей обыкновенного и необыкновенного лучей, если они нормально падают на поверхность кристалла. Какова должна быть толщина кристалла, чтобы произошел сдвиг фаз этих лучей на 90° , если используется свет указанной длины волны?

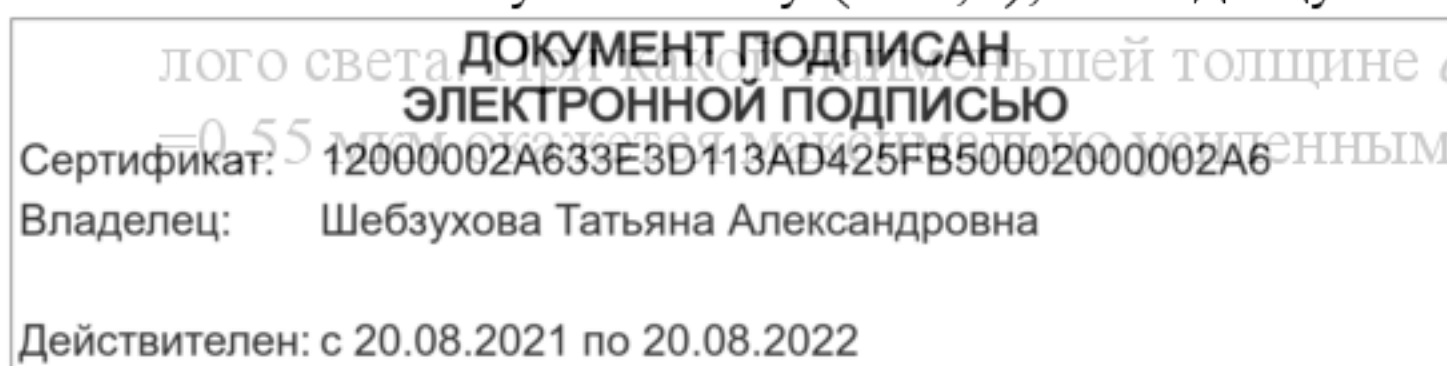
Дано:	Решение. Сдвиг фаз вычисляется по формуле
$\lambda = 600 \text{ нм}$	$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d,$ где d – расстояние, пройденное светом. Полагая $\Delta\varphi = \pi / 2$ и произведя вычисления, находим: $d = 16,7 \text{ мм}.$
$n_0 = 1,544$	
$n_e = 1,553$	
$\Delta\varphi = 90^\circ$	
$d - ?$	

Вопросы и задания.

1. Электромагнитная природа света.
2. Когерентность и монохроматичность световых волн.
3. Оптическая длина пути и оптическая разность хода лучей.
4. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Интерференция в тонких пленках.
5. Интерференция многих волн. Дифракционная решетка.
6. Дифракция световых волн. Принцип Гюйгенса — Френеля.
7. Метод зон Френеля.
8. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера.
9. Дифракция от щели.
10. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах.
11. Естественный и поляризованный свет.
12. Закон Малюса.
13. Поляризация света при отражении и преломлении.
14. Двойное лучепреломление.
15. Нормальная и аномальная дисперсии.
16. Электронная теория дисперсии света. Рассеяние света.
17. Поглощение света.

Задачи для самостоятельного решения

1. На мыльную пленку ($n=1,3$), находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. Какого цвета будет отраженный свет, если толщина пленки $d = 0,55 \text{ мкм}$, а длина волны падающего света $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$?



2. Пучок монохроматических ($\lambda=0,6$ мкм) световых волн падает под углом $\varepsilon_1=30^\circ$ на находящуюся в воздухе мыльную пленку ($n=1,3$). При какой наименьшей толщине d пленки отраженные световые волны будут максимально ослаблены интерференцией? Максимально усилены?
3. На тонкий стеклянный клин ($n=1,55$) падает нормально монохроматический свет. Двугранный угол α между поверхностями клина равен $2'$. Определить длину световой волны λ , если расстояние b между соседними интерференционными максимумами в отраженном свете равно $0,3$ мм.
4. Двугранный угол стеклянного клина равен $0,2'$. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda=0,55$ мкм. Определить ширину b интерференционной полосы.
5. На тонкий стеклянный клин в направлении нормали к его поверхности падает монохроматический свет ($\lambda=600$ нм). Определить угол θ между поверхностями клина, если расстояние b между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 4 мм.
6. В опыте Юнга расстояние d между щелями равно $0,8$ мм. На каком расстоянии l от щелей следует расположить экран, чтобы ширина b интерференционной полосы оказалась равной 2 мм? ($\lambda=640$ нм).
7. Расстояние d между двумя щелями в опыте Юнга равно 1 мм, расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Определить длину волны λ , испускаемой источником монохроматического света, если ширина b полос интерференции на экране равна $1,5$ мм.
8. Расстояние d между двумя когерентными источниками света ($\lambda=500$ нм) равно $0,1$ мм. Расстояние b между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно 1 см. Определить расстояние l от источников до экрана.
9. Найти все длины волн видимого света (от $0,76$ до $0,38$ мкм), которые будут: 1) максимально усилены; 2) максимально ослаблены при оптической разности хода Δ интерферирующих волн, равной $1,8$ мкм.
10. На тонкий стеклянный клин в направлении нормали к его поверхности падает монохроматический свет ($\lambda=380$ нм). Определить угол θ между поверхностями клина, если расстояние b между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 6 мм.
11. Какое наименьшее число $N_{\min}$ штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре 2-го порядка можно было видеть отдельно две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1=589$ нм и $\lambda_2=589,6$? Какова длина l такой решетки, если постоянная решетки $d=5$ мкм?
12. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол $\varphi_1=14^\circ$. На какой угол φ_2 отклонен максимум третьего порядка?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

13. Дифракционная решетка содержит $n=200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

14. На дифракционную решетку, содержащую $n=400$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,6$ мкм). Найти общее число дифракционных максимумов, которое дает эта решетка. Определить угол φ дифракции, соответствующий последнему максимуму.

15. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ($\lambda = 0,4$ мкм) спектра третьего порядка.

16. На дифракционную решетку, содержащую $n=600$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину b спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L=1,2$ м. Границы видимого спектра $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.

17. Сколько штрихов на каждый миллиметр содержит дифракционная решетка, если при наблюдении в монохроматическом свете ($\lambda=0,6$ мкм), максимум пятого порядка отклонен на угол $\varphi=18^\circ$?

18. На щель шириной $a=0,1$ мм падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,5$ мкм). За щелью помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран. Что будет наблюдаться на экране, если угол φ дифракции равен: 1) $17'$; 2) $43'$.

19. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол φ отклонения пучков света, соответствующих второй светлой дифракционной полосе, равен 1° . Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

20. На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Определить угол φ между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

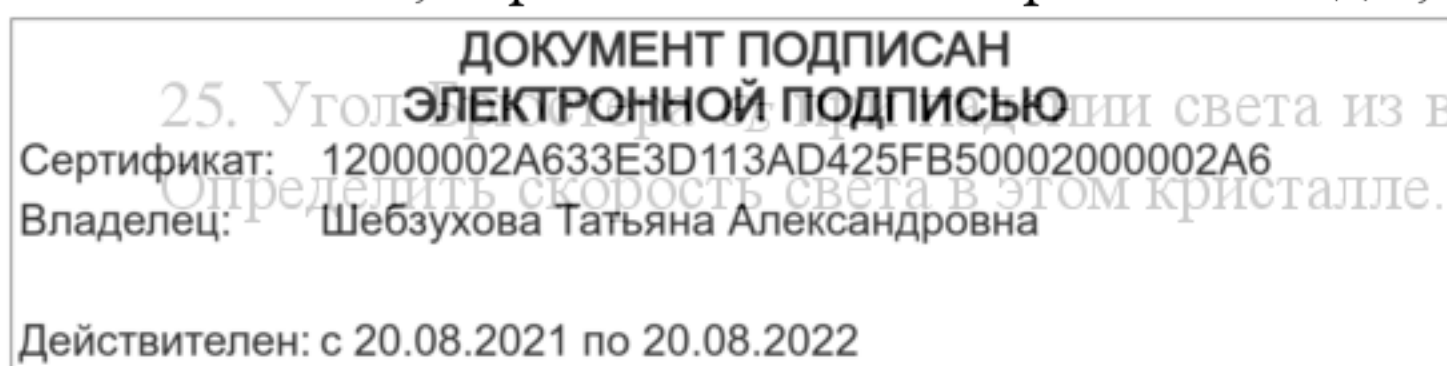
21. Плоская световая волна падает нормально на диафрагму с круглым отверстием. В результате дифракции в некоторых точках оси отверстия, находящихся на расстояниях b_i от его центра, наблюдаются максимумы интенсивности. 1) Получить вид функции $b=f(r, \lambda, n)$, где r -радиус отверстия; λ - длина волны; n -число зон Френеля, открываемых для данной точки оси отверстия. 2) Сделать то же самое для точек оси отверстия, в которых наблюдаются минимумы интенсивности.

22. Посредине между точечным источником монохроматического света $\lambda=550$ нм и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном на расстоянии 5 м от источника. Определите радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным.

23. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $\varepsilon_1=54^\circ$. Определить угол преломления ε_2 пучка, если отраженный пучок полностью поляризован.

24. На какой угловой высоте φ над горизонтом должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован?

25. Угол отклонения луча света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57° .



Практическое занятие 16.

Тема занятия. Квантовая природа излучения

Цель занятия. Изучить вопросы квантовой теории излучения.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Законы теплового излучения. Закон Стефана-Больцмана. Фотоэффект. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Давление света. Эффект Комптона. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

Актуальность темы. Элементы квантовой теории применяется при решении научных задач.

Теоретическая часть.

Законы теплового излучения

Тепловым излучением называют электромагнитное излучение, возникающее за счет внутренней энергии излучающего тела и зависящее только от температуры и оптических свойств этого тела. Тепловое излучение – единственное излучение, способное находиться в термодинамическом равновесии с веществом (равновесное).

Количественной характеристикой теплового излучения служит энергетическая светимость (излучательность) R_T – мощность излучения абсолютно черного тела с единицы площади поверхности тела во всем интервале частот (длин волн) от 0 до ∞ . Спектральной характеристикой теплового излучения тела является спектральная плотность энергетической светимости (спектральная плотность излучательности) $r_{\nu,T}$ – энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$.

Распределение энергии излучения абсолютно черного тела в зависимости от частоты и температуры приведено на рис.1.

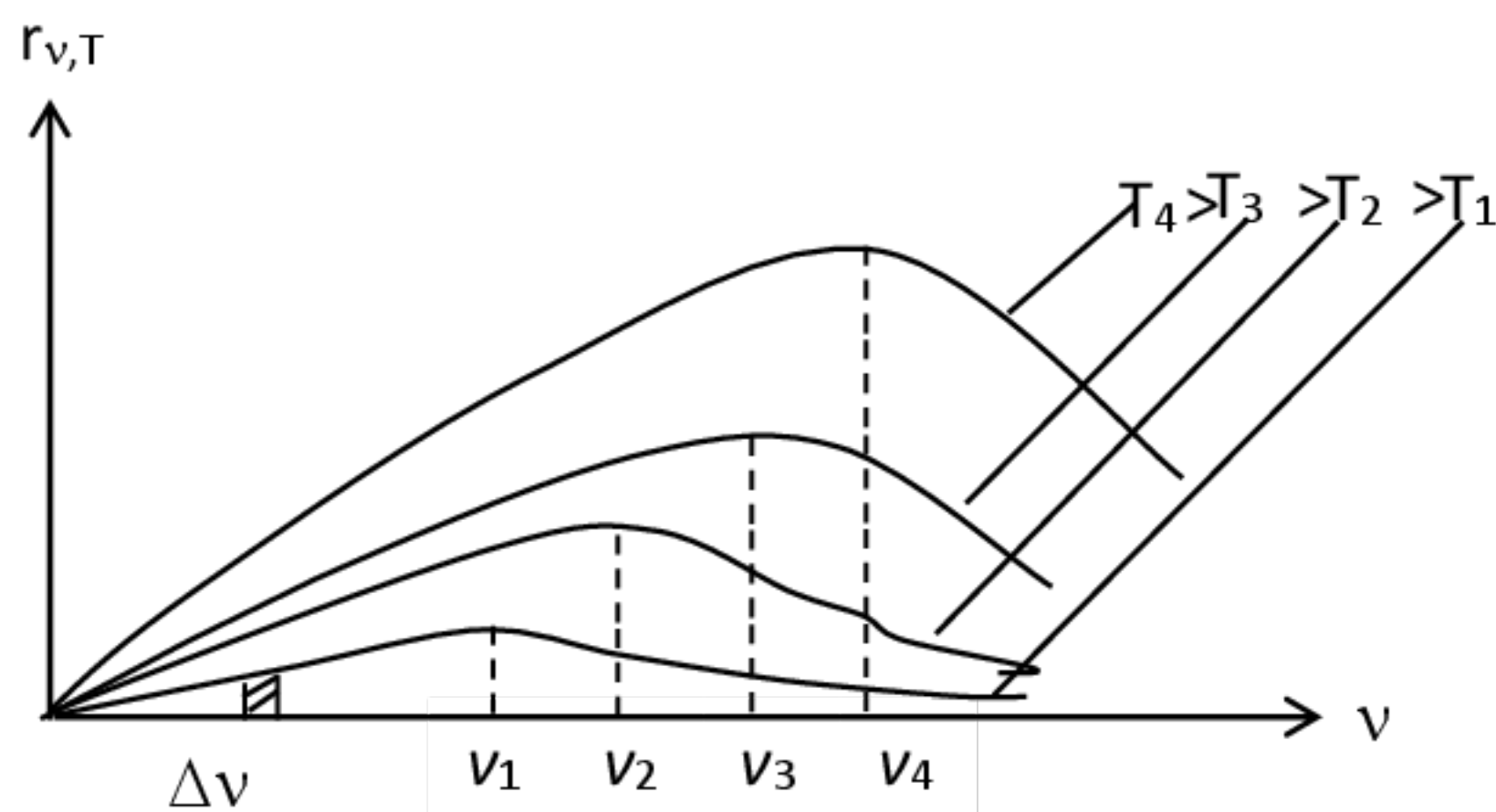


Рис. 1.

Величина излучательности может быть рассчитана по закону

Стефана-Больцмана

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$R_T = \sigma T^4, \quad (1)$$

где σ - постоянная Стефана-Больцмана, T – абсолютная температура. Если взять на графике единичный интервал частоты $\Delta \nu$, то площадь заштрихованного участка определит величину спектральной плотности излучательности.

Максимальное значение спектральной плотности излучательности определяется законом Вина

$$(r_{\nu,T})_{\max} = cT^5, \quad (2)$$

где c – вторая постоянная Вина.

При увеличении температуры абсолютно черного тела частота, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности, смещается в сторону более высоких частот. Длина волны $\lambda_{\max}$, соответствующая максимальному значению излучательности, обратно пропорциональна его температуре (закон смещения Вина)

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где b – первая постоянная Вина.

Квантовая гипотеза и формула Планка. Фотоны

Дать теоретическое обоснование спектральным закономерностям теплового излучения абсолютно черного тела удалось М. Планку. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться непрерывно, то есть, может принимать любые сколь угодно близкие значения. *М.Планк выдвинул квантовую гипотезу, заключающуюся в том, что энергия атомов-осцилляторов может изменяться дискретно, порциями, пропорциональными некоторой элементарной порции – кванту энергии*

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda}, \quad (3)$$

где h – постоянная Планка.

Используя статистические методы и представления о квантовом характере теплового излучения, М.Планк вывел формулу

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (4)$$

которая согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела во всем интервале частот от 0 до ∞ и при различных температурах. Кроме того, формула М.Планка содержит в себе законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в этих законах.

Эйнштейн создал квантовую теорию света, предполагая, что не только излучение света, но и его поглощение происходит в виде потока световых квантов-фотонов. Массу фотона можно найти из соотношения $mc^2 = h\nu$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}, \quad (5)$$

а импульс фотона

$$p = m \cdot c = \frac{h}{c \cdot \lambda} \cdot c = \frac{h}{\lambda}. \quad (6)$$

Внешний фотоэффект

Явление вырывания электронов с поверхности металлов световым потоком называется внешним фотоэффектом. При взаимодействии квантов света (фотонов) с металлами выполняется соотношение, которое называется уравнением Эйнштейна

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}, \quad (7)$$

где $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электронов из металла, $\frac{m\nu_{\text{max}}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, вылетающих из металла.

Если энергия падающего фотона много меньше энергии покоя электрона $E_0 = 0,51$ МэВ, то кинетическую энергию можно рассчитать по классической формуле, то есть

$$K = \frac{m\nu^2}{2}. \quad (8)$$

Если же энергия кванта света, падающего на металл сравнима или больше E_0 , то для вычисления кинетической энергии $E_{\text{кин}}$ фотоэлектронов следует воспользоваться релятивистской формулой

$$K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}} - 1 \right), \quad (9)$$

где $m_0 c^2$ – энергия покоя электрона.

Если скорость вырванных из металла электронов $\nu = 0$, то энергия фотона $\varepsilon = h\nu_{\kappa} = h \frac{c}{\lambda_{\kappa}}$

, а ν_{κ} или λ_{κ} соответствует красной границе фотоэффекта для данного металла, то есть λ_{κ} – та максимальная длина волны фотона, при которой начинается для данного металла фотоэффект.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Давление света

Современные квантовые представления о свойствах света существенно отличаются от ньютоновской корпускулярной теории света. С квантовой точки зрения давление света на поверхность какого-либо тела обусловлено тем, что при соударении с этой поверхностью каждый фотон передает ей свой импульс.

Отражение света от поверхности тела следует рассматривать как сложный процесс «переизлучения» фотонов – падающий фотон поглощается поверхностью, а затем вновь излучается ею с противоположным направлением импульсов. При этом давление света на отражающую поверхность должно быть таким же, каким оно было в том случае, если бы фотоны «зеркально отражались» от поверхности подобно абсолютно упругим шарикам.

Величина светового давления определяется формулой

$$P = \omega (1 + \rho), \quad (10)$$

где $\omega = E_\Sigma / c$ – объемная плотность энергии излучения (E_Σ – энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, c – скорость света в вакууме); ρ – коэффициент отражения света от поверхности тела.

Эффект Комптона

Квантовые свойства света проявляются в эффекте Комптона, который *заключается в упругом рассеянии коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ -излучения) на свободных или слабосвязанных электронах вещества, сопровождающемся увеличением длины волны $\Delta\lambda$* . Величина $\Delta\lambda$ определяется формулой Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (11)$$

где λ – длина волны падающего излучения, λ' – длина волны рассеянного излучения, θ – угол рассеяния рентгеновского кванта, λ_c – комптоновская длина волны, $\lambda_c = \frac{2h}{m_0 c}$, $\lambda_c = 2,426$ пм (m_0 – масса покоя электрона).

Объяснение эффекта Комптона может быть дано на основе квантовых представлений о природе света, как результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. В процессе столкновения фотон передает электрону часть своих энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения.

Примеры решения задач

Задача 1. Длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $\lambda_{\max} = 0,6$ мкм. Определите: 1) энергетическую светимость этого тела R_T ; 2) спектральную плотность энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ или $r_{\lambda,T}$, рассчитанную на 1 нм вблизи $\lambda_{\max}$ в спектре излучения абсолютно черного тела.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН	
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Дано:

$$\lambda_{\max} = 0,6 \text{ мкм}$$

$$\epsilon = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ К} \cdot \text{м}$$

$$c = 1,23 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$$

$$\Delta\lambda = 1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$$

$$R_l = ? \quad r_{\lambda T} = ?$$

Решение. Согласно закону смещения Вина, длина волны, на которую приходится максимум энергетической светимости, обратно пропорциональна температуре

$$\lambda_{\max} = \frac{\epsilon}{T},$$

отсюда

$$T = \frac{\epsilon}{\lambda_{\max}},$$

а энергетическая светимость R_T определяется законом Стефана-Больцмана, то есть, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры

$$R_T = \sigma T^4 = \sigma \left(\frac{\epsilon}{\lambda_{\max}} \right)^4.$$

$$R_T = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 33 \text{ МВт} / \text{м}^2.$$

Максимум спектральной плотности энергетической светимости, согласно закону Вина, пропорционален пятой степени температуры

$$r_{\lambda T} = c T^5 = c \left(\frac{\epsilon}{\lambda_{\max}} \right)^5,$$

Но мы получили $r_{\lambda T}$ в интервале длин волн $\Delta\lambda' = 1 \text{ м}$ (единичный интервал в СИ). Так как 1 нм в 10^9 раз меньше, то и $(r_{\lambda T})_{\max}$, приходящаяся на $\Delta\lambda = 1 \text{ нм}$ вблизи $\lambda_{\max}$, во столько же раз будет меньше. Таким образом, искомое значение определится выражением:

$$(r_{\lambda T})_{\max} = \frac{c \left(\frac{\epsilon}{\lambda_{\max}} \right)^5}{10^9}$$

$$(r_{\lambda T})_{\max} = 1,23 \cdot 10^{-5} \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-7}} \cdot 10^{-9} = 3,8 \cdot 10^4 \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{нм} = 38 \text{ кВт} / \text{м}^2 \cdot \text{нм}$$

Итак, спектральная плотность энергетической светимости, приходящаяся на интервал длин волн $\Delta\lambda = 1 \text{ нм}$ вблизи $\lambda_{\max}$ равна $38 \text{ кВт} / \text{м}^2 \cdot \text{нм}$.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задача 2. Раскаленная металлическая поверхность $S = 10 \text{ см}^2$ излучает в 1 мин энергию $E = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Температура поверхности $T = 2500 \text{ К}$. Найдите отношение энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

Дано:

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$$

$$E = 4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

$$T = 2500 \text{ К}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$$

$$n = ?$$

Решение. Искомая величина $n = \frac{R_{\text{э}}}{R_{\text{ч.т.}}}$, где $R_{\text{э}}$ и $R_{\text{ч.т.}}$ –

энергетическая светимость металлической поверхности и черного тела, соответственно, по закону Стефана-Больцмана

$$R_{\text{ч.т.}} = \sigma T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2500^4 = 2,21 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2.$$

Энергия, излучаемая раскаленной металлической поверхностью, равна $E = R_{\text{э}} \cdot t \cdot S$. Отсюда

$$R_{\text{э}} = \frac{E}{t \cdot S}$$

$$R_{\text{э}} = \frac{4 \cdot 10^4}{60 \cdot 10^{-3}} = 0,67 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Найдем отношение $\frac{R_{\text{э}}}{R_{\text{ч.т.}}} = n$; $n = \frac{0,67 \cdot 10^6}{2,21 \cdot 10^6} = 0,3$.

Задача 3. Во сколько раз увеличится мощность излучения черного тела, если максимум энергии излучения сместится от красной границы видимого спектра к его фиолетовой границе?

Дано:

$$\lambda_{\text{к}} = 0,76 \text{ мкм}$$

$$\lambda_{\text{ф}} = 0,38 \text{ мкм}$$

$$N_{\text{к}}/N_{\text{ф}} - ?$$

Решение. Согласно закону смещения Вина, длина волны, на которую приходится максимум энергетической светимости, обратно пропорциональна температуре

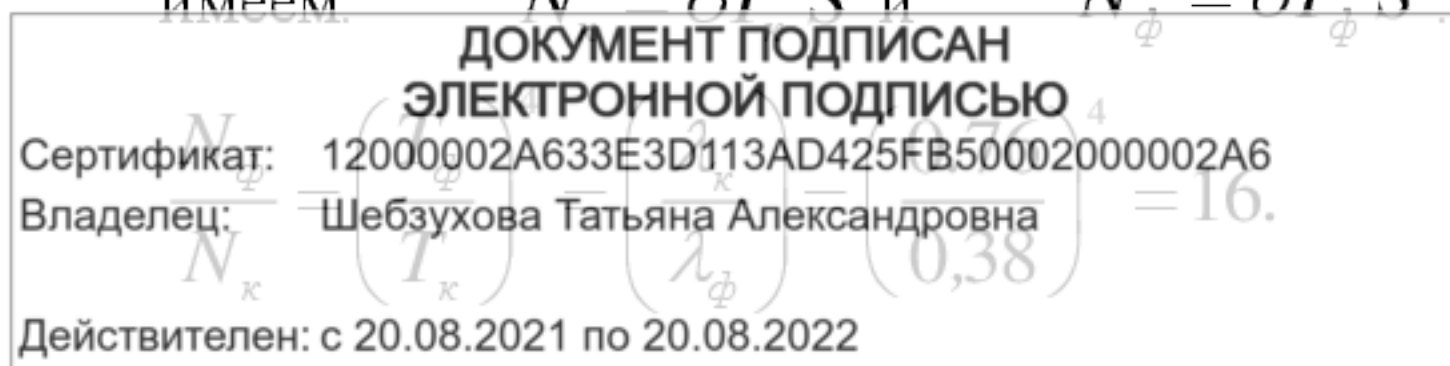
$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}, \text{ отсюда } T_{\text{к}} = \frac{b}{\lambda_{\text{к}}}, \quad T_{\text{ф}} = \frac{b}{\lambda_{\text{ф}}}.$$

Мощность излучения равна $N = RS$.

В соответствии с законом Стефана – Больцмана $R = \sigma T^4$, для температур $T_{\text{к}}$ и $T_{\text{ф}}$

имеем: $N = \sigma T_{\text{к}}^4 S$ и $N_{\text{ф}} = \sigma T_{\text{ф}}^4 S$

Тогда их отношение равно



Задача 4. На платиновую пластинку падает ультрафиолетовое излучение. Для прекращения фотоэффекта нужно приложить задерживающее напряжение $U_1 = 3,7$ В. Если платиновую пластинку заменить пластинкой из другого металла, то задерживающее напряжение нужно увеличить до $U_2 = 6$ В. Определите работу выхода (в электронвольтах) из второго металла.

Дано:

$$U_1 = 3,7 \text{ В}$$

$$U_2 = 6 \text{ В}$$

$$A_1 = 6,3 \text{ эВ}$$

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$A_2 = ?$$

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта, имеем

$$h\nu = A_1 + \frac{m\nu_1^2}{2}$$

Чтобы задержать вылетающие электроны, необходимо приложить задерживающее напряжение U_1 .

$$eU_1 = \frac{m\nu_1^2}{2},$$

где e и m – заряд (по модулю) и масса электрона.

Таким образом,

$$h\nu = A_1 + eU_1. \quad (1)$$

Аналогичное выражение запишем для пластинки из второго металла

$$h\nu = A_2 + eU_2. \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2)

$$A_1 + eU_1 = A_2 + eU_2$$

$$A_2 = A_1 + eU_1 - eU_2 = A_1 - e(U_2 - U_1)$$

$$A_2 = 10,1 \cdot 10^{-19} - 1,6 \cdot 10^{-19}(6 - 3,7) = 6,42 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$A_2 = \frac{6,42 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 4 \text{ эВ}.$$

Задача 5. Облучение литиевого фотокатода производится фиолетовыми лучами, длина волны которых равна $0,4$ мкм. Определите скорость фотоэлектронов, если длина волны красной границы фотоэффекта для лития равна $0,52$ мкм.

Дано:

Решение. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта

$$\lambda = 0,4 \text{ мкм}$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Энергия фотона $E_\phi = hc/\lambda$ расходуется на работу выхода электрона A и на придание электрону кинетической энергии K .

ν - ?

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{\kappa}} + K. \quad K = \frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{\kappa}}.$$

Тогда

$$\nu = \sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{\kappa}}\right) \frac{2}{m}} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{\lambda_{\kappa} - \lambda}{\lambda_{\kappa} \lambda}\right)}.$$

$$\nu = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (5,2 - 4) \cdot 10^{-7}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,2 \cdot 4 \cdot 10^{-14}}} \cong 5 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Задача 6. Определите максимальную скорость электрона, вырванного с поверхности металла γ -квантом с энергией 1,53 МэВ.

Дано:

$$E_{\gamma} = 1,53 \text{ МэВ}$$

$\nu_{\max}$ - ?

Решение. По формуле Эйнштейна для фотоэффекта

$E_{\gamma} = A + K$. Работа выхода электрона из металла составляет величину порядка единиц электронвольт, что много меньше мегаэлектронвольт, следовательно меньшей

величиной можно пренебречь. Тогда $E_{\gamma} = K$. Так как энергия гамма-кванта превышает энергию покоя электрона $E_0 = m_0 c^2 = 0,511 \text{ МэВ}$, то кинетическая энергия фотоэлектрона должна рассчитываться для релятивистского случая.

$$K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - E_0.$$

Тогда

$$\nu = c \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{K + E_0}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(\frac{0,511}{1,53 + 0,511}\right)^2} = 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

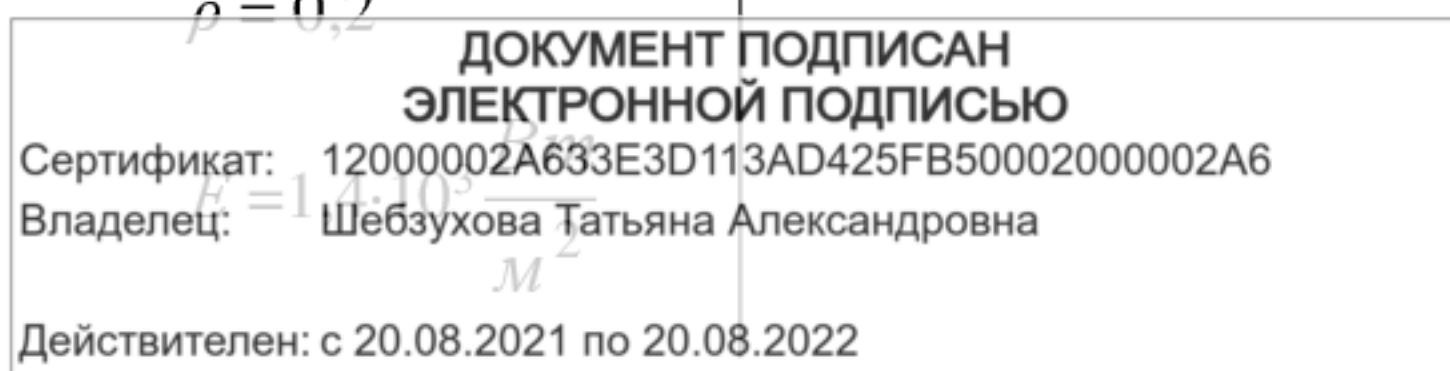
Задача 7. Определите силу светового давления солнечных лучей перпендикулярных поверхности на площадь 100 м^2 , если коэффициент отражения лучей равен 0,2 и солнечная постоянная $1,4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. (Солнечной постоянной называется величина, равная поверхностной плотности потока энергии излучения Солнца вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца).

Дано:

$$S = 100 \text{ м}^2$$

$$\rho = 0,2$$

Решение. Сила светового давления F на поверхность равна произведению светового давления P на площадь S поверхности $F = P \cdot S$.



$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$F = ?$$

Световое давление может быть найдено по формуле $P = \frac{E(1 + \rho)}{c}$

. Тогда искомая сила $F = \frac{E \cdot S(1 + \rho)}{c}$,

$$F = \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 1,2}{3 \cdot 10^8} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Задача 8. На зачерненную поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,65 мкм, производя давление $5 \cdot 10^{-6}$ Па. Определите концентрацию фотонов вблизи поверхности и число фотонов, падающих на площадь 1 м² в 1 с.

Дано:

$$\lambda = 0,65 \text{ мкм}$$

$$P = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$$

$$S = 1 \text{ м}^2$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$n_0, n - ?$$

Решение: Давление света при нормальном падении на поверхность с коэффициентом отражения ρ вычисляется по формуле $P = \omega(1 + \rho)$, где ω – объемная плотность энергии, которая связана с полной энергией (освещенностью) E_0 падающих фотонов на единицу площади поверхности в единицу времени соотношением $\omega = E_0/c$.

С учетом того, что для зачерненной поверхности коэффициент отражения ρ равен нулю получим формулу для давления света в виде $P = \omega = E_0/c$. Объемная плотность энергии равна произведению концентрации фотонов n_0 на энергию одного фотона E_1 , $\omega = n_0 E_1 = n_0 h c / \lambda$, откуда

$$n_0 = \frac{\omega \lambda}{h c} = \frac{P \lambda}{h c} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 6,5 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,6 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$$

Число фотонов, падающих на единицу площади поверхности в единицу времени, равно отношению энергетической освещенности E_0 к энергии одного фотона E_1 :

$$n = \frac{E_0}{E_1} = \frac{P \lambda}{h} = n_0 c = 1,6 \cdot 10^{13} \cdot 3 \cdot 10^8 = 4,8 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

Задача 9. В явлении Комптона энергия падающего фотона E распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\theta = \pi/2$. Найдите энергию и импульс рассеянного фотона.

Дано:

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$\theta = \pi/2$$

Решение. Энергия падающего фотона определяется формулой

$$E = h \frac{c}{\lambda}, \text{ где } \lambda - \text{длина волны падающего фотона. Энергия рас-}$$

$$\text{сеянного фотона } E' = h \frac{c}{\lambda'}, \text{ где } \lambda' - \text{длина волны рассеянного на}$$

$$E/E' = 2$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

По условию задачи $E = E' = 2$, тогда

$$\frac{c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{E', P' = ?}$$

$$\lambda'/\lambda = 2, \quad \lambda = \lambda'/2. \quad (1)$$

По формуле Комптона изменение длины волны фотона при рассеянии выражается формулой

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta), \quad (2)$$

учитывая (1), имеем

$$\lambda' - \frac{\lambda'}{2} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta),$$

или

$$\frac{\lambda'}{2} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta),$$

откуда

$$\lambda' = \frac{2h}{m_e c} (1 - \cos \theta).$$

Подставляя выражение (3) в формулу для энергии рассеянного фотона, получаем окончательно

$$E' \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hcm_e c}{2h(1 - \cos \theta)} = \frac{m_e c^2}{2(1 - \cos \theta)}.$$

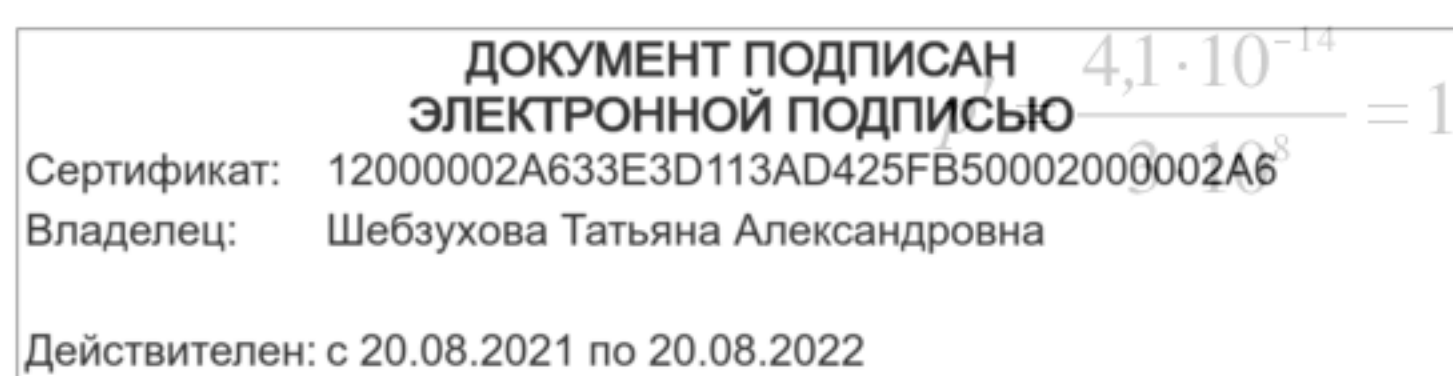
$$E' = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{2 \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi}{2}\right)} = 4,1 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,26 \text{ МэВ}.$$

Для определения импульса рассеянного фотона воспользуемся следующими соображениями.

Энергия фотона $E' = m_\phi c^2$, а импульс фотона $p' = m_\phi c$, тогда

$$p' = \frac{E'}{c}.$$

Импульс рассеянного фотона равен



$$4,1 \cdot 10^{-14} = 1,18 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Задача 10. Фотон с импульсом $5,44 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с был рассеян на свободном электроном на угол 30° в результате эффекта Комптона. Определите импульс рассеянного фотона.

Дано:

$$p_1 = 5,44 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$p_2 - ?$$

Решение. Импульс фотонов $p_1 = h/\lambda_1$; $p_2 = h/\lambda_2$, откуда $\lambda_1 = h/p_1$, $\lambda_2 = h/p_2$. Изменение длины волны $\Delta\lambda$ при эффекте Комптона равно

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta), \text{ или } \frac{h}{p_2} - \frac{h}{p_1} = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta).$$

Отсюда

$$p_2 = \frac{p_1 m_0 c}{p_1(1 - \cos\theta) + m_0 c} = \frac{5,44 \cdot 10^{-22} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,44 \cdot 10^{-22} \cdot 0,134 + 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} = 4,3 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Задача 11. Фотон с энергией 0,51 МэВ в результате комптоновского рассеяния отклонился на угол 180° . Определите долю энергии в процентах, оставшуюся у рассеянного фотона.

Дано:

$$E_1 = 0,51 \text{ МэВ}$$

$$\theta = 180^\circ$$

$$E_2/E_1 - ?$$

Решение. По закону сохранения энергии $E_1 = E_2 + E_3$, где E_1 – энергия налетающего фотона, E_2 – энергия рассеянного фотона, E_3 – энергия электрона. Энергия налетающего электрона равна $E_1 = hc/\lambda_1$, отсюда $\lambda_1 = hc/E_1$, где λ_1 – длина волны налетающего фотона. Аналогично

$\lambda_2 = hc/E_2$. Изменение длины волны при комптоновском рассеянии равно

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_C(1 - \cos\theta),$$

где $\lambda_C = h/m_0c = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м – комптоновская длина волны электрона.

Тогда $\Delta\lambda = \lambda_C \cdot 2$, отсюда $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = \lambda_1 + 2\lambda_C$ и, следовательно, энергия рассеянного фотона равна

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda_1 + 2\lambda_C} = \frac{hc}{hc/E_1 + 2\lambda_C}.$$

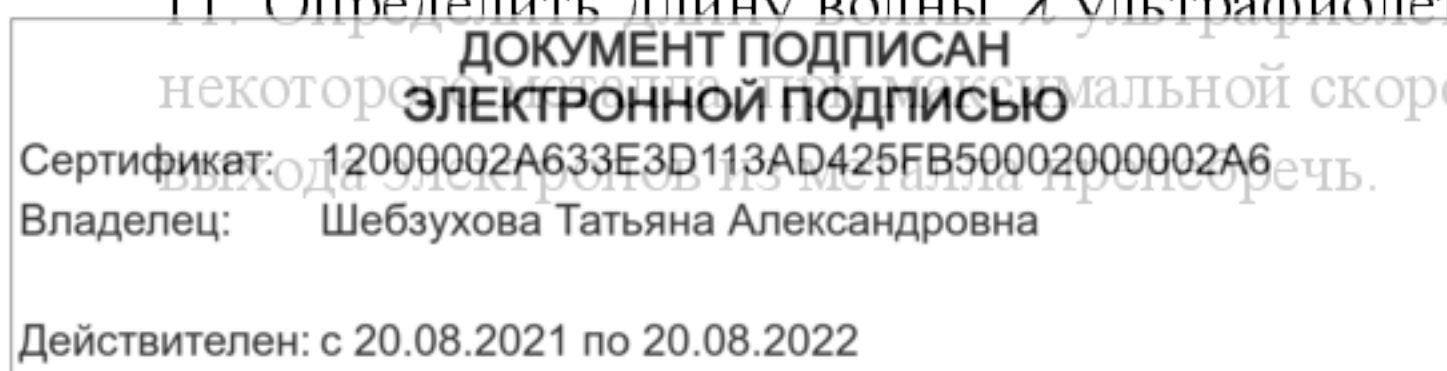
А ее доля

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{hc}{hc + E_1 \cdot 2\lambda_C} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 + 0,51 \cdot 10^{-13} \cdot 2 \cdot 2,43 \cdot 10^{-12}} = 0,33 = 33\%$$

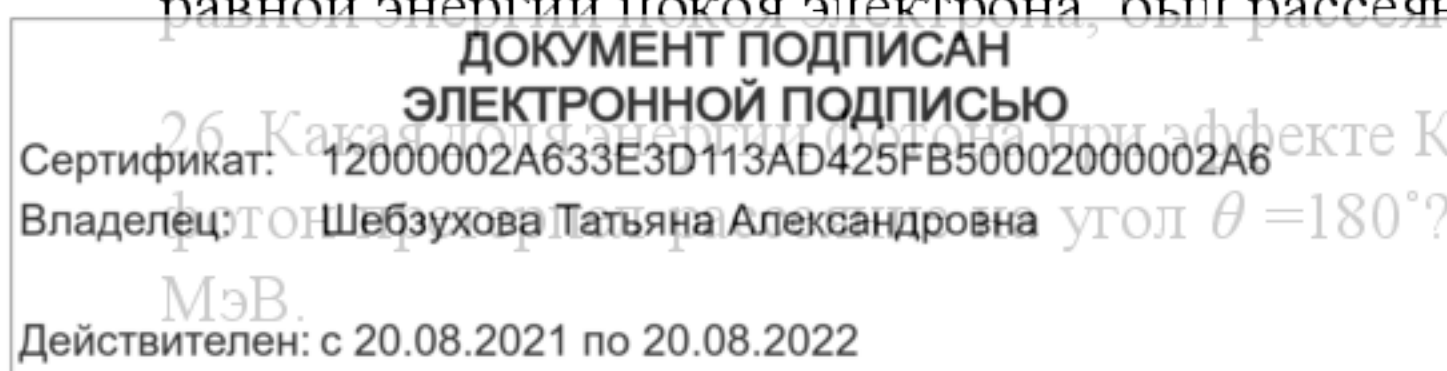
3. Фотоэффект.
4. Масса, энергия и импульс фотона.
5. Давление света. Эффект Комптона.

Задачи для самостоятельного решения

1. Красная граница фотоэффекта для цинка $\lambda_0=310$ нм. Определить максимальную кинетическую энергию $T_{\max}$ фотоэлектронов в электрон-вольтах, если на цинк падает свет с длиной волны $\lambda=200$ нм.
2. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности $(R_{\lambda,T})_{\max}$ сместился с $\lambda_1=2,4$ мкм на $\lambda_2=0,8$ мкм. Как и во сколько раз изменилась энергетическая светимость R_ϵ тела и максимальная спектральная плотность энергетической светимости?
3. При увеличении термодинамической температуры T черного тела в два раза длина волны λ_m , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости $(R_{\lambda,T})_{\max}$, уменьшилась на $\Delta\lambda=400$ нм. Определить начальную и конечную температуры T_1 и T_2 .
4. Эталон единицы силы света – кандела – представляет собой полный (излучающий волны всех длин) излучатель, поверхность которого площадь $S=0,5305$ мм² имеет температуру t затвердевания платины, равную 1063 °С. Определить мощность P излучателя.
5. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости $(R_{\lambda,T})_{\max}$ черного тела равна $4,16 \cdot 10^{11}$ Вт/м². На какую длину волны λ_m она приходится?
6. Температура черного тела равна 2 КК. Определить: 1) Спектральную плотность энергетической светимости $(r_{\lambda,T})$ для длины волны $\lambda=600$ нм; 2) Энергетическую светимость R_λ в интервале длин волн от $\lambda_1=590$ нм до $\lambda_2=610$ нм. Принять, что средняя спектральная плотность энергетической светимости тела в этом интервале равна значению, найденному для волны $\lambda=600$ нм.
7. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его γ - фотонами с энергией $\epsilon=1,82$ МэВ.
8. Максимальная скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его γ -фотонами, равна 291 Мм /с. Определить энергию ϵ фотонов.
9. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его γ - фотонами с энергией $\epsilon=1,53$ МэВ.
10. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла под действием γ - излучения с длиной волны $\lambda=0,3$ нм.
11. Определить длину волны λ ультрафиолетового излучения, падающего на поверхность некоторого металла, если максимальная скорость фотоэлектронов, равной 10^7 м/с. Работой выхода электронов из металла пренебречь.



12. На цинковую пластину падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 220$ нм. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов.
13. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов $U_1 = 3,7$ В. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6 В. Определить работу A выхода электронов с поверхности этой пластинки.
14. На поверхность лития падает монохроматический свет ($\lambda = 310$ нм). Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U не менее 1,7 В. Определить работу выхода A .
15. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 307$ нм и максимальная кинетическая энергия $T_{\max}$ фотоэлектрона равна 1 эВ?
16. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны $\lambda = 300$ нм.
17. Определить энергию E , массу m и импульс p фотона, которому соответствует длина волны $\lambda = 380$ нм (фиолетовая граница видимого спектра).
18. Определить длину волны λ , массу m и импульс p фотона с энергией $\varepsilon = 1$ МэВ. Сравнить массу этого фотона с массой покоящегося электрона.
19. Определить длину волны λ фотона, импульс которого равен импульсу электрона, обладающего скоростью $V = 10^7$ м/с.
20. Определить длину волны λ фотона, масса которого равна массе покоя: 1) электрона; 2) протона.
21. Давление p монохроматического света ($\lambda = 600$ нм) на черную поверхность расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 1$ с на поверхность площадью $S = 1$ см².
22. Спутник в форме шара движется вокруг Земли на такой высоте, что поглощением солнечного света в атмосфере можно пренебречь. Диаметр спутника $d = 40$ м. Зная солнечную постоянную $C = 1,4$ кДж/м²·с и принимая, что поверхность спутника полностью отражает свет, определить силу давления F солнечного света на спутник.
23. Определить поверхностную плотность I потока энергии излучения, падающего на зеркальную поверхность, если световое давление p при перпендикулярном падении лучей равно 10 мкПа.
24. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,4$ МэВ рассеялся под углом $\theta = 90^\circ$ на свободном электроне. Определить энергию ε' рассеянного фотона и кинетическую энергию T электрона отдачи.
25. Определить импульс p электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол $\theta = 180^\circ$.



26. Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи, если фотон рассеян на угол $\theta = 180^\circ$? Энергия ε фотона до рассеяния равна 0,255

27. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,25$ МэВ рассеялся на свободном электроны. Энергия ε' рассеянного фотона равна 0,2 МэВ. Определить угол рассеяния θ .
28. Угол рассеяния θ фотона равен 90° . Угол отдачи φ электрона равен 30° . Определить энергию ε падающего фотона.
29. Фотон ($\lambda = 1$ пм) рассеялся на свободном электроны под углом $\theta = 90^\circ$. Какую долю своей энергии фотон передал электрону?
30. Длина волны λ фотона равна комптоновской длине волны λ_k электрона. Определить энергию $\mathcal{E}$ и импульс p фотона.

Раздел 6. Элементы квантовой механики и ядерной физики

Практическое занятие 17.

Тема занятия. Теория атома водорода по Бору. Элементы квантовой механики.

Цель занятия. Изучить вопросы квантовой теории излучения.

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы, формируемые компетенции. Модели атома Томсона и Резерфорда. Линейчатый спектр атома водорода. Постулаты Бора. Спектр атома водорода по Бору. Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Уравнение Шредингера. Владеет способностью применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач.

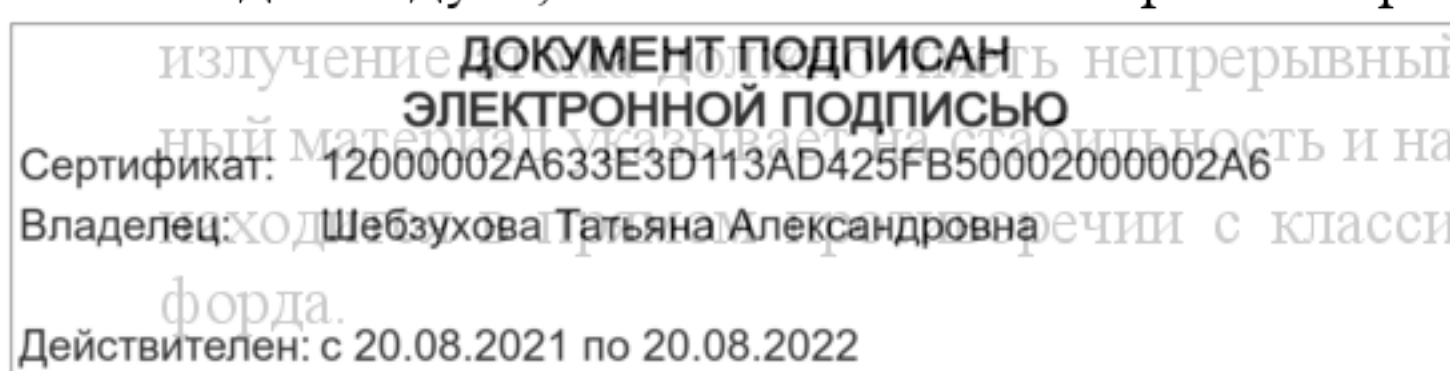
Актуальность темы. Элементы квантовой механики применяется при решении научных задач.

Теоретическая часть.

На основании опытов по рассеянию α -частиц тонкими металлическими фольгами Э. Резерфордом была предложена ядерная модель атома. Согласно этой модели, в ядре атома сосредоточен весь положительный заряд и практически вся масса атома. Линейные размеры ядра равны 10^{-15} - 10^{-14} м, вокруг ядра в области с линейными размерами 10^{-10} м движутся электроны, масса которых составляет лишь весьма малую долю массы ядра. Ядерная модель атома Резерфорда внешне очень напоминает солнечную систему: в центре системы находится «Солнце» – ядро, и вокруг него по орбитам движутся «планеты» – электроны. Поэтому данную модель часто называют планетарной.

Опыты показывают, что атому свойственна исключительная устойчивость, однако устойчивость атома не может быть согласована с классическим истолкованием ядерной модели. Электрон, движущийся ускоренно по орбите вокруг ядра, должен излучать электромагнитные волны. Это излучение (и связанная с ним потеря электроном его энергии) должно происходить непрерывно. Поэтому, на основании классических представлений, электрон не может удержаться на орбите, а должен по спирали приближаться к ядру. Отсюда следует, что атом за очень короткое время прекратит свое существование, кроме того,

излучение атома должно иметь непрерывный спектр. Однако обширный экспериментальный материал указывает на дискретность и на то, что спектр атомов, что дискретный (линейчатый) спектр атомов, что классическим истолкованием модели атома Резерфорда.



Первая попытка построения неклассической теории атома, которая в настоящее время представляет только исторический интерес, была предпринята Н. Бором. В основе этой теории лежала идея связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ядерную модель атома Резерфорда и квантовый характер поглощения и излучения света. В теории Бора сохранялось описание поведения электронов в атоме при помощи законов классической физики. Однако классические законы ему пришлось дополнить некоторыми ограничениями, которые были сформулированы в виде постулатов, физический смысл которых не мог быть объяснен в рамках применяемой теории.

Теория Бора применима к атому водорода и так называемым водородоподобным атомам, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона, вращающегося вокруг ядра на внешней орбите.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний (орбит)) заключается в следующем: *существуют некоторые состояния электрона в атоме, находясь в которых он не излучает энергии.*

Второй постулат Бора (правило квантования орбит) утверждает, что *в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию*

$$L_n = m v_n r_n = n \hbar, \quad (1)$$

где n – ряд натуральных чисел ($n = 1, 2, 3, \dots$), m – масса электрона, v – его скорость, r – радиус его орбиты.

Третий постулат Бора (правило частот) устанавливает, что *при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один квант энергии в виде фотона*

$$E_{n1} - E_{n2} = h \nu \quad (2)$$

где E_{n1} и E_{n2} – энергии электрона в двух стационарных состояниях, ν – частота фотона. При $E_{n2} < E_{n1}$ происходит излучение фотона, при $E_{n2} > E_{n1}$ – его поглощение.

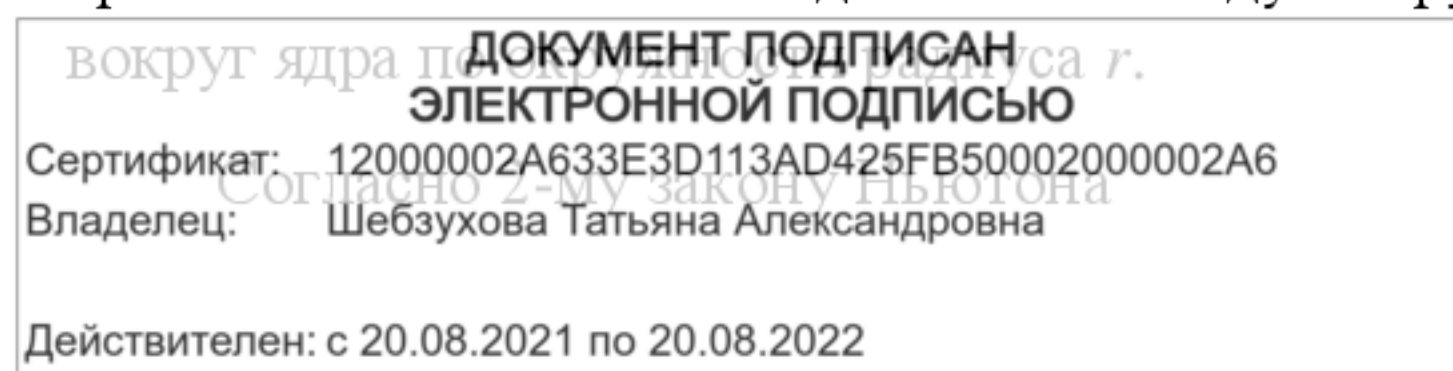
Боровская модель атома водорода

Чтобы получить согласие с результатами наблюдений, Бор предположил, что электрон в атоме водорода движется только по тем круговым орбитам, для которых его момент импульса

$$M = m \nu r = n \hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3)$$

где n — квантовые числа, m – масса электрона, ν - его скорость, r - радиус орбиты. (Рассуждения, которые привели Бора к этому предположению мы опустим.)

С помощью этого *правила квантования* можно найти радиусы круговых стационарных орбит водорода и водородоподобных систем: ионов атомов с одним оставшимся электроном ($H, He^+, Li^{++}, \dots$) и соответствующие им энергии. Пусть заряд ядра водородоподобной системы равен e . Масса ядра значительно больше массы электрона, поэтому ядро при движении электрона можно считать неподвижным. Следуя Бору, будем предполагать, что электрон движется



$$m \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}, \quad (4)$$

Решая совместно (3) и (4), можно найти радиусы электронных орбит и их скорости на этих орбитах:

$$r_n = \frac{\hbar^2}{mZe^2} n^2; v_n = \frac{Ze^2}{\hbar} \frac{1}{n}. \quad (5)$$

Таким образом, радиус первой (ближайшей к ядру) орбиты электрона в атоме водорода (его обозначают обычно r_0 и называют *первым Боровским радиусом*)

$$r_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 5,29 \text{ нм} \quad (6)$$

Внутренняя энергия атома складывается из кинетической энергии электрона (ядро полагают неподвижным) и потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром. С учетом (5) получим:

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} + \left(-\frac{Ze^2}{r_n} \right) = -\frac{mZ^2e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}. \quad (7)$$

При переходе атома водорода ($Z = 1$) из состояния n_1 в состояние n_2 излучается фотон

$$\hbar\omega = E_{n_1} - E_{n_2} = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (8)$$

Тогда частота испущенного света равна

$$\omega = \frac{me^4}{2\hbar^3} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad (9)$$

Что соответствует обобщенной формуле Бальмера, если постоянная Ридберга определяется

$$R = \frac{me^4}{2\hbar^3}. \quad (10)$$

Расчет по этой формуле хорошо согласуется с экспериментально определенным значением.

Схема энергетических уровней (разрешенных значений энергии) атома водорода приведена на рис.1. Там же показаны возможные переходы, сопровождающиеся излучением фотонов определенной частоты.

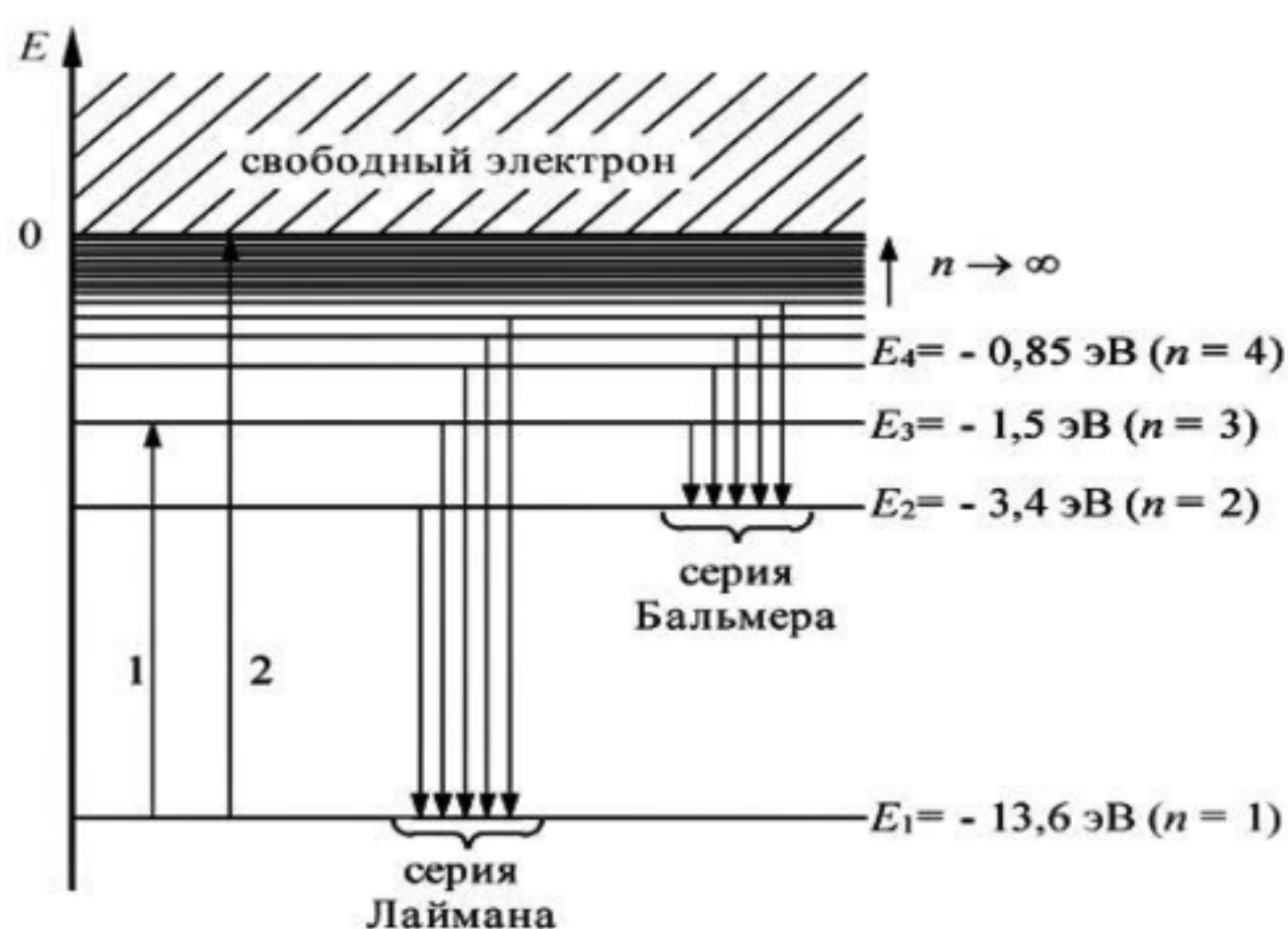


Рис.1.

Спектральные закономерности

Изучение спектров излучения сыграло большую роль в познании строения атомов. В первую очередь это касается спектров, обусловленных излучением невзаимодействующих друг с другом атомов. Эти спектры состоят из отдельных узких спектральных линий, и их называют линейчатыми.

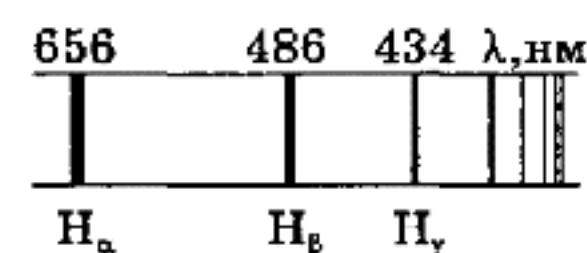
Наличие многих спектральных линий указывает на сложность внутреннего строения атома. Изучение атомных спектров послужило ключом к познанию внутренней структуры атомов. Прежде всего, было замечено, что спектральные линии расположены не беспорядочно, а образуют серии линий. Изучая линейчатый спектр *атомарного водорода*, Бальмер (1885) установил некоторую закономерность. Для части линий соответствующие им частоты можно в современных обозначениях представить так:

$$\omega = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots, \quad (11)$$

где ω — циклическая частота, соответствующая каждой спектральной линии ($\omega = 2\pi c/\lambda$), R — постоянная, называемая *постоянной Ридберга*:

$$R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}. \quad (12)$$

Формулу (11) называют формулой *Бальмера*, а соответствующую серию спектральных линий — *серией Бальмера* (рис.2). Основные линии этой серии находятся в видимой части спектра.



Дальнейшие исследования спектра атомарного водорода Рис.2.

показали, что имеется еще несколько серий.

В ультрафиолетовой части спектра — *серия Лаймана*:

$$\omega = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots, \quad (13)$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\omega = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots, \quad (14)$$

и так далее.

Все эти серии можно представить в виде *обобщенной формулы Бальмера*:

$$\omega = R \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (15)$$

где n_0 - постоянное для каждой серии число: $n_0 = 1$ для серии *Лаймана*, $n_0 = 2$ для серии *Бальмера* и т. д. При заданном n_0 число n принимает все целочисленные значения, начиная с $n_0 + 1$.

Максимальной длине волны серии *Лаймана* (13) отвечает $n = 2$, это $\lambda_{\text{макс}} = 2\pi c / \omega_{\text{мин}} = 8\pi c / 3R = 121,6$ нм. Соответствующую спектральную линию называют резонансной линией водорода.

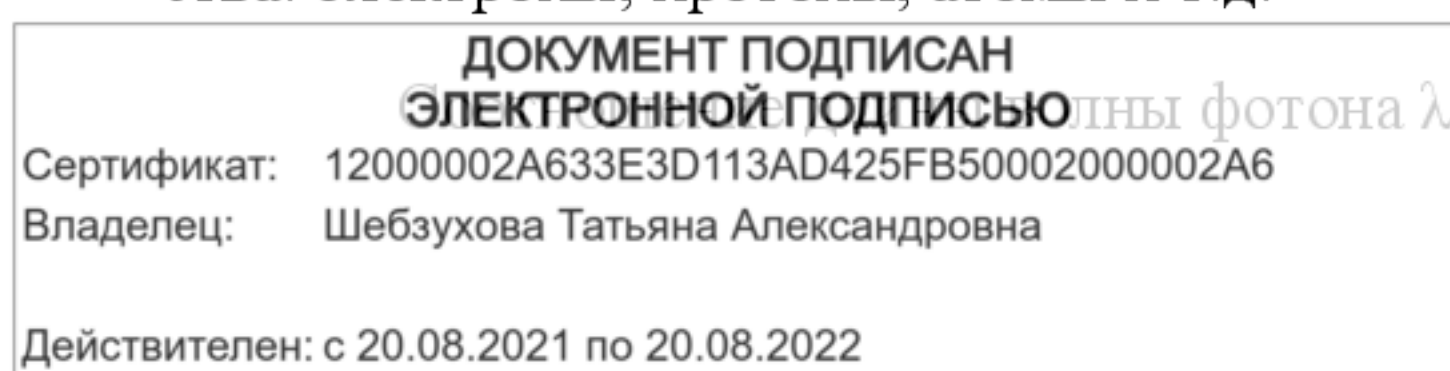
С ростом n частота линий в каждой серии стремится к предельному значению R / n_0^2 , которое называют границей серии (рис.2). За границей серии спектр не обрывается, а становится сплошным. Это присуще не только всем сериям водорода, но и атомам других элементов.

Таким образом, интересующая нас серия Бальмера заключена в спектральном интервале от 365 нм до 656 нм, т. е. действительно, все основные линии ее расположены в видимой области спектра.

Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм материи

Существование волновых и корпускулярных свойств у физических объектов было сначала обнаружено в световых явлениях. Оптические явления (например, интерференция и дифракция), которые объяснялись на основе волновой (электромагнитной) теории, были в основном явления распространения света и взаимодействия световой волны с макроскопическими телами: линзами, призмами, дифракционными решетками и т. д. Однако в некоторых явлениях (например, Комpton-эффект и фотоэффект), течение которых определяется взаимодействием света с микроскопическими объектами – отдельными заряженными частицами, атомами или молекулами, обнаруживается расхождение между предсказаниями волновой теории и результатами наблюдений и измерений.

В 1924 г., Луи де Бройль высказал гипотезу, что корпускулярно-волновой дуализм (двойственность, т.е. одновременное наличие корпускулярных и волновых свойств), должен быть распространен не только на световые частицы – фотоны, но и на частицы вещества: электроны, протоны, атомы и т.д.



лины фотона λ_f с его импульсом P_f

$$\lambda_{\phi} = \frac{h}{P_{\phi}} \quad (16)$$

де Бройль обобщил, предположив, что оно имеет универсальный характер для любых волновых процессов, связанных с частицами, обладающими импульсом P :

$$\lambda = \frac{h}{P}, \quad (17)$$

где λ – длина волны де Бройля для частицы, h – постоянная Планка.

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия K . Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя E_0) и для релятивистского случая (когда $K \geq E_0$).

В нерелятивистском случае $P = \sqrt{2m_0K}$, тогда

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0K}}, \quad (18)$$

где m_0 – масса покоя частицы.

В релятивистском случае $P = \frac{1}{c} \sqrt{K(2E_0 + K)}$, тогда

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{K(2E_0 + K)}}, \quad (19)$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя частицы, c – скорость света.

Опыты показали, что двойственность присуща не только полевой форме материи (например, электромагнитная волна – фотон), но и вещественной форме, т.е. волновыми (наряду с корпускулярными) свойствами обладают также частицы вещества – электроны, протоны, нейтроны, атомы, молекулы и т.д. Поэтому в настоящее время говорят о корпускулярно-волновом дуализме материи.

Уравнение Шредингера

При описании явлений, в которых участвуют микроскопические частицы вещества – электроны, протоны, нейтроны и др., на основе представлений и законов классической физики (механики, электродинамики, волновой оптики и т.д.) встретились затруднения, оказавшиеся непреодолимыми. Для объяснения новых явлений (фотоэффект, дифракция электронов и других частиц и т.д.) потребовались новые представления, которые не укладывались в рамки классической физики, явно противоречили ее основным положениям.

Со временем отдельные разрозненные предположения и гипотезы, возникшие в различных областях атомной физики, были связаны между собой и привели к формированию единой физики, получившей название квантовой физики.

Объекты квантовой физики являются следующие: (1) существование у частиц корпускулярных и волновых свойств, неотделимых друг от друга и несводимых друг к другу;

2) существование у физических систем дискретного спектра устойчивых состояний, что следует, например, из дискретного спектра излучения атомов.

Корпускулярные свойства заключаются в том, что каждая частица имеет некоторую сосредоточенную в малом объеме энергию и импульс; при взаимодействии частиц между собой соблюдаются законы сохранения и импульса.

Волновые свойства заключаются в том, что траектория частицы определяется некоторой связанной с ней волной, распространение которой подчинено принципу Гюйгенса и для которой соблюдается принцип суперпозиции. Однако это утверждение требует расшифровки, какова природа этих волн, какая физическая величина характеризует эти волны и изменяется в соответствии с волновым уравнением, каким образом поведение частицы связано со значениями этой величины в различных точках пространства, т.е. как взаимодействуют между собой «волна» и «частица». Заметим, что для одной из частиц – фотона – частота колебаний связана с энергией, а длина волны – с импульсом частицы.

Однако для электронов, протонов, нейтронов и других частиц волны, которые были бы ответственны за дифракцию и в тоже время доступны непосредственному изучению при помощи соответствующей физической аппаратуры, не обнаружены. Отсюда следует, что волны де Бройля (волны частиц) имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии в классической физике.

Для описания волновых свойств квантовых частиц введем некоторую функцию $\Psi(x, y, z, t)$, называемую волновой функцией (или пси-функцией). Волны де Бройля получили своеобразное статистическое (вероятностное) истолкование. Физический смысл имеет не сама функция Ψ , а квадрат ее модуля. Величина $|\Psi|^2$ имеет смысл плотности вероятности

$$\frac{d\omega}{dV} = |\Psi|^2. \quad (20)$$

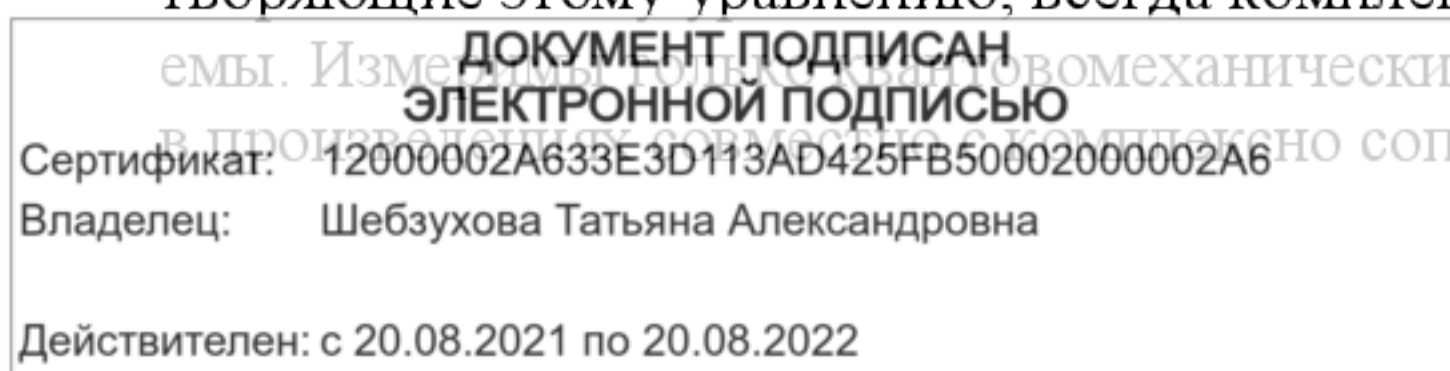
Из (20) следует: вероятность $d\omega$ того, что частица находится в элементе объема dV , пропорциональна $|\Psi|^2$ и элементу объема dV .

Из вышесказанного следует, что в квантовой физике возникает важнейшая проблема – отыскание такого уравнения движения квантовых частиц, которое явилось бы тем же, чем является уравнение движения Ньютона для классической механики. При этом искомое уравнение должно быть уравнением относительно функции $\Psi(x, y, z, t)$. Это уравнение было найдено в 1926 г. Э. Шредингером и имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (21)$$

Здесь $\hbar = h/2\pi$ – постоянная Дирака, $U(x, y, z, t)$ – потенциальная энергия частицы в силовом поле, где частица движется, $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, i – мнимая единица.

Из-за присутствия в уравнении (21) мнимой единицы волновые функции Ψ , удовлетворяющие этому уравнению, всегда комплексны. Поэтому сами эти функции не наблюдаемы. Измеряются только вероятности, всегда содержащие функции Ψ в сопряженных им величинами.



Уравнение (21) справедливо для любой частицы, движущейся со скоростью $v \ll c$. В релятивистской области движения при $v \sim c$ уравнение Шредингера заменяется более сложным уравнением Дирака.

Уравнение (21) называют нестационарным (временным) уравнением Шредингера, ибо оно содержит производную от функции Ψ по времени. Однако для большого числа физических явлений, происходящих в микромире, например, для описания поведения электронов в атоме, в ряде случаев важно находить стационарные решения уравнения Шредингера, не содержащие времени. В этом уравнении должна быть исключена зависимость Ψ от времени.

Стационарное уравнение Шредингера обычно записывают в форме

$$\Delta \psi + \frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (22)$$

Здесь E – полная энергия частицы, $\Psi = \Psi(x, y, z)$.

Уравнение (22) является важнейшим соотношением нерелятивистской квантовой физики, играющим основную роль в атомной физике.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

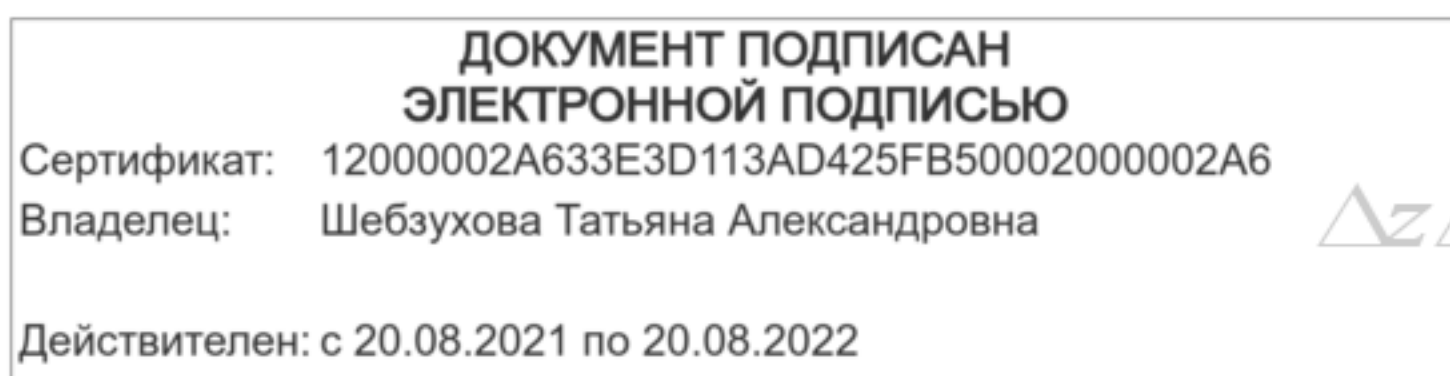
Физические величины никогда не могут быть измерены абсолютно точно. Всегда есть некоторая ошибка измерений. Ошибка называется также неточностью или неопределенностью, причем последний термин используется преимущественно только в квантовой физике.

В классической физике не было принципиальных ограничений на точность измерений. Считалось, что при достаточно совершенной аппаратуре все величины, характеризующие физическую систему, могут быть измерены со сколь угодно точностью. Этот взгляд подтверждался всеми опытными фактами макроскопической физики. Но, как выяснилось, для микроскопических систем неограниченное повышение точности измерений имеет место не всегда. В ряде случаев существуют принципиальные ограничения на точность измерения физических величин. Эти ограничения не определяются совершенством измерительной техники. Каждое из них является фундаментальным свойством материи. Но проявление этих свойств существенны только в микроскопических системах. Принципиальные ограничения на точность измерения физических величин называются соотношениями неопределенностей. Впервые они были сформулированы в 1927 г. В. Гейзенбергом.

Наиболее важными являются два соотношения неопределенностей.

Первое ограничивает точность одновременного измерения координат частицы и соответствующих компонент ее импульса. Эти соотношения выглядят так:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta P_x &\geq \hbar \\ \Delta y \Delta P_y &\geq \hbar \\ \Delta z \Delta P_z &\geq \hbar. \end{aligned} \quad (23)$$



Второе соотношение устанавливает предел точности измерения энергии за данный промежуток времени. Оно имеет вид

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar, \quad (24)$$

где Δt – длительность измерения энергии, а ΔE – ее неопределенность.

Соотношения (23) означают, что если, например, местоположение частицы по координатной оси x известно с точностью Δx , то в тот же момент времени x компоненту импульса частицы можно измерить только с точностью $\Delta P_x \approx \hbar/\Delta x$. Согласно (24) для измерения энергии с точностью до ΔE необходимо время, не меньшее чем $\Delta t \approx \hbar/\Delta E$. Отличие $\hbar$ от нуля исключает обращение в нуль неопределенностей в импульсе и энергии при заданных Δx и Δt . Только переход к классической физике, при котором $\hbar \rightarrow 0$, снимает ограничения на точность измерений.

Соотношения неопределенностей являются следствием объективно существующей двойственности частиц микромира – наличия у них корпускулярных и волновых свойств. Эти соотношения свидетельствуют об объективно существующих ограничениях в возможности описания поведения микрообъектов с помощью, например, классических понятий координат и импульсов. В частности, эти соотношения исключают движение квантовых частиц по траекториям, т.к. для существования траектории требуется, чтобы одновременно можно было точно задать x и v_x (т.е. P_x). Но именно это и запрещается соотношением неопределенностей.

Примеры решения задач

Задача 1. Получить формулу для радиусов орбит электрона в атоме водорода и вычислить радиус первой орбиты (первый боровский радиус), а также скорость электрона на этой орбите.

Решение.

Из первого постулата Бора имеем

$$m v r = n \frac{h}{2\pi},$$

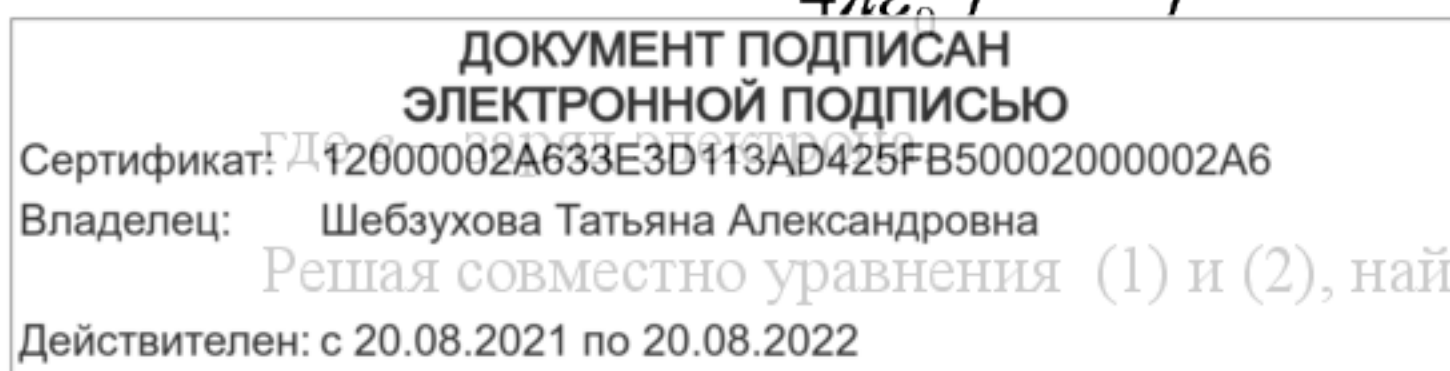
где m – масса электрона, v – его скорость, r – радиус орбиты, h – постоянная Планка.

$$\text{Для первой орбиты } n=1, \text{ и поэтому } m v r = \frac{h}{2\pi}. \quad (1)$$

Сила кулоновского притяжения электрон-ядро является центростремительной силой, поэтому из второго закона Ньютона имеем

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{m v^2}{r} \quad \text{или} \quad m v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}, \quad (2)$$

Где r – радиус орбиты.
Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем



$$r = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-16}} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

$$\text{Из формулы (1) получим, что } v = \frac{h}{2\pi m r} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5,29 \cdot 10^{-11}} = 2,18 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

Задача 2. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) $U_1 = 51$ В; 2) $U_2 = 510$ кВ.

Дано:

$$U_1 = 51 \text{ В}$$

$$U_2 = 510 \text{ кВ}$$

$$\lambda_1, \lambda_2 - ?$$

Решение. Работа сил электрического поля равна изменению кинетической энергии электрона

$$A = \Delta K = K_2 - K_1. \text{ Здесь } A = eU, \text{ а } \Delta K = K_2 = K, \text{ так как } K_1 = 0,$$

$$\text{то есть } K = eU.$$

Теперь необходимо определить характер движения электрона, нерелятивистский или релятивистский

$$E_0 = m_0 c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,51 \text{ МэВ}.$$

В первом случае $K_1 = eU_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 51 = 8,16 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 51 \text{ эВ}$. Во втором случае $K_2 = eU_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,1 \cdot 10^5 = 8,16 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \approx 51 \cdot 10^4 \text{ эВ} = 0,51 \text{ МэВ}$.

Следовательно: в первом случае $K_1 \ll E_0$ – нерелятивистское движение электрона и его длину волны де Бройля λ_1 необходимо рассчитывать по формуле (3), во втором случае $K_2 \approx E_0$ – релятивистское движение и λ_2 рассчитывается по формуле (4).

Принимая во внимание то, что $K_1 = 0,51 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ} = 10^{-4} E_0$, а $K_2 = E_0$, рассчитаем λ_1 и λ_2 .

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{h}{\sqrt{2m_0 K_1}} = \frac{h}{\sqrt{2 \frac{E_0}{c^2} 10^{-4} E_0}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{hc}{E_0} = \\ &= \frac{10^2 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{2} \cdot 8,19 \cdot 10^{-14}} = 1,71 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 171 \text{ нм}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{hc}{\sqrt{K_2(2E_0 + K_2)}} = \frac{hc}{\sqrt{E_0(2E_0 + E_0)}} = \frac{hc}{\sqrt{3E_0}} = \\ &= \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{3} \cdot 8,19 \cdot 10^{-14}} = 1,40 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 1,40 \text{ нм}. \end{aligned}$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

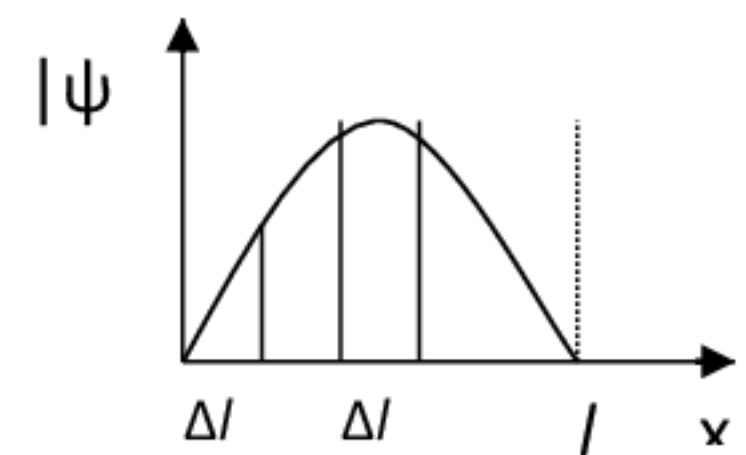
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задача 3. Волновая функция $\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$ описывает основное состояние частицы в бесконечно глубоком прямоугольном ящике

шириной l . Вычислить вероятность нахождения частицы в малом интервале $\Delta l = 0,01l$ в двух случаях: 1) вблизи стенки ($0 \leq x \leq \Delta l$); в средней части ящика ($\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}$.)



Дано:

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi}{l}x\right)$$

$$\Delta l = 0,01l$$

ω - ?

Решение. Вероятность того, что частица будет обнаружена в интервале dx , согласно соотношению (5) запишется в виде: $d\omega = |\Psi|^2 dV$. В первом случае вероятность найдется интегрированием в пределах от

$$0 \text{ до } 0,01l: \quad \omega_1 = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l}x\right) dx.$$

Знак модуля опущен, т.к. Ψ - функция, в данном случае, не является комплексной. Так как x изменяется в интервале ($0 \leq x \leq 0,01l$) и,

следовательно, $\frac{\pi x}{l} \ll 1$, справедливо приближенное равенство

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{l}x\right) \approx \left(\frac{\pi}{l}x\right)^2. \text{ С учетом этого искомая вероятность примет вид:}$$

$$\omega_1 = \frac{2}{l} \int_0^{0,01l} \left(\frac{\pi}{l}x\right)^2 dx = \frac{2\pi^2}{l^3} \frac{x^3}{3} \Big|_0^{0,01l} = \frac{2\pi^2}{3} 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^{-6}.$$

Во втором случае можно обойтись без интегрирования, так как квадрат модуля вол-

новой функции постоянен в заданном малом интервале ($\Delta l = 0,01l$) практически

не изменяется. Искомая вероятность во втором случае определяется выражением

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\omega_2 = \left| \Psi\left(\frac{l}{2}\right) \right|^2 \Delta x = \frac{2}{l} \sin^2\left(\frac{\pi}{l} \frac{l}{2}\right) \Delta l = \frac{2}{l} \cdot 1^2 \cdot 0,01l = 0,02.$$

Из сравнения видно, что $\omega_1 \ll \omega_2$ и, следовательно, частица с наибольшей вероятностью находится в средней части ящика.

Задача 4. Кинетическая энергия K электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные размеры атома.

Дано:

$K = 10$ эВ

$l - ?$

Решение. Для решения воспользуемся соотношением неопределенностей (8) $\Delta x \cdot \Delta P_x \geq \hbar$. Из соотношения неопределенностей следует, что чем точнее определяется

положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а, следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = l/2$. Соотношение неопределенностей можно записать в этом случае в виде:

$$\frac{l}{2} \cdot \Delta P_x \geq \hbar,$$

откуда

$$l \geq \frac{2\hbar}{\Delta P_x}.$$

Физическая разумная неопределенность импульса ΔP_x , во всяком случае, не должна превышать значения самого импульса P_x , то есть $\Delta P_x \leq P_x$. Импульс P_x связан с кинетической энергией K соотношением

$$P_x = \sqrt{2m_0 K}.$$

Заменим ΔP_x на P_x (такая замена не увеличит l). Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l_{\min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2m_0 K}} = \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-18}}} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 124 \text{ нм}.$$

Задача 5. Какой кинетической энергией должен обладать протон, чтобы длина волны де Бройля протона λ_B равнялась его комптоновской длине волны λ_C ?

Дано:

$\lambda_B = \lambda_C$

Решение. Длина волны де Бройля и комптоновская длина волны определяются по формулам: $\lambda_B = h/p$, $\lambda_C = h/m_0 c$.

$K - ?$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Так как $\lambda_d = \lambda_c$, то $p = m_0 c = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,

Откуда $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, следовательно $\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2}$. Кинетическая энергия протона $K = E - E_0$,

где $E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ - полная энергия протона, $E_0 = m_0 c^2$ - его энергия покоя.

Окончательно

$$\begin{aligned} K &= E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = E_0 (\sqrt{2} - 1) = \\ &= 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 0,41 = 6,23 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} = 389 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Задача 6. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии равно 12 нс. Вычислите минимальную неопределенность длины волны $\lambda = 0,12$ мкм излучения при переходе атома в основное состояние.

Дано:

$$\Delta t = 12 \text{ нс}$$

$$\lambda = 0,12 \text{ мкм}$$

$$\Delta \lambda - ?$$

Решение. Энергия излучаемого фотона $E = hc/\lambda$. Продифференцируем E по λ :

$$dE = -hc \frac{d\lambda}{\lambda^2}, \text{ или } \Delta E = -\frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda.$$

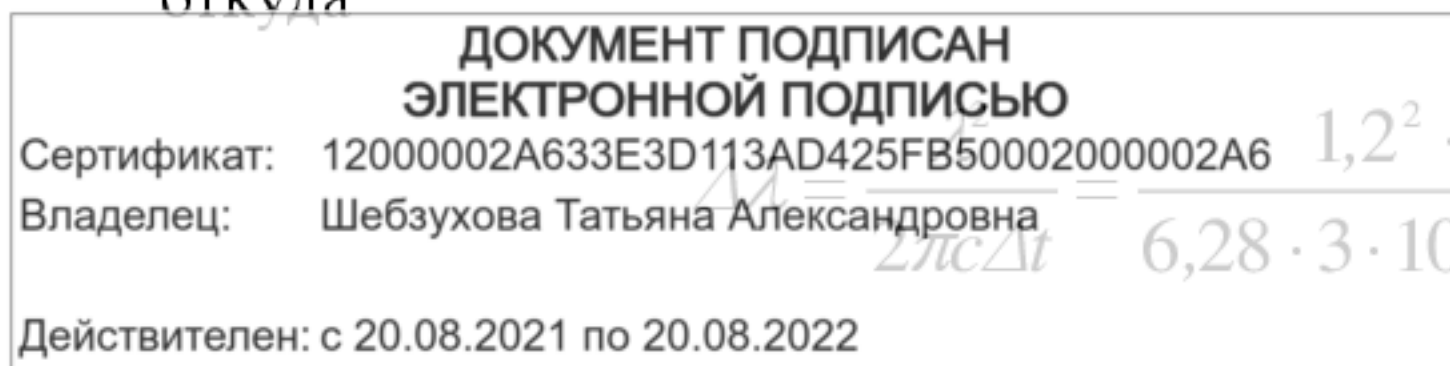
Из соотношения неопределенностей Гейзенберга для энергии и времени $\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ выразим ΔE . $\Delta E = \frac{h}{2\pi \Delta t}$, здесь ΔE и Δt - неопределенность энергии и времени.

Приравняем выражения для ΔE :

$$\frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda = \frac{h}{2\pi \Delta t},$$

откуда

$$\Delta \lambda = \frac{1,2^2 \cdot 10^{-14}}{6,28 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}} = 6,4 \cdot 10^{-16} \text{ м}.$$



Задача 7. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы $l = 1$ нм. Определите наименьшую разность энергетических уровней электрона.

Дано:

$l = 1$ нм

$\Delta E_{\min} - ?$

Решение. Энергия электрона E_n , находящегося в потенциальной яме шириной l , на n -м энергетическом уровне определяется по формуле

$$E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2.$$

Разность $\Delta E_{n,n+1}$ энергий электрона на соседних n и $(n+1)$ -м уровнях равна

$$\Delta E_{n,n+1} = \frac{h^2}{8ml^2} (2n + 1).$$

Очевидно, что ΔE будет минимальна при $n = 1$.

$$\Delta E_{\min} = \frac{3 \cdot 6,63^2 \cdot 10^{-68}}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = 1,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,1 \text{ эВ}.$$

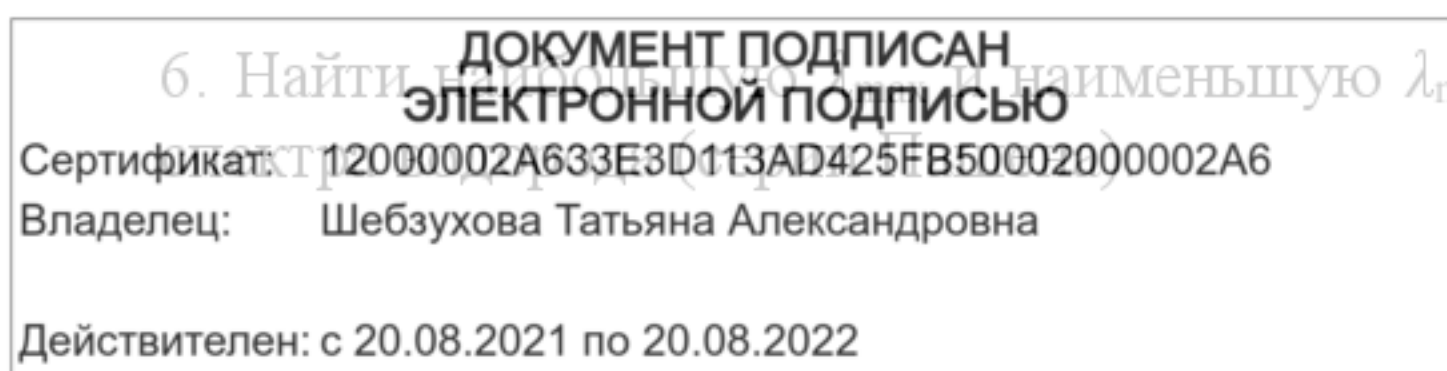
Вопросы и задания.

1. Модели атома Томсона и Резерфорда.
2. Линейчатый спектр атома водорода.
3. Постулаты Бора.
4. Спектр атома водорода по Бору.
5. Гипотеза де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм.
6. Соотношение неопределенностей Гейзенберга
7. Уравнение Шредингера.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить радиусы r_2 и r_3 второй и третьей орбит в атоме водорода.
2. Определить скорость v электрона на второй орбите атома водорода.
3. Определить частоту обращения электрона на второй орбите атома водорода.
4. Определить потенциальную U , кинетическую T и полную E энергии электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.
5. Определить длину волны λ , соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера.

6. Найти наименьшую длину волны $\lambda_{\min}$ в первой инфракрасной серии



7. Вычислить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.
8. Определить наименьшую $\varepsilon_{\min}$ и наибольшую $\varepsilon_{\max}$ энергии фотона в ультрафиолетовой серии спектра водорода (серии Лаймана).
9. Атомарный водород, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определить длины волн этих линий и указать, каким сериям они принадлежат.
10. Фотон с энергией $\varepsilon = 16,5$ эВ выбил электрон из невозбужденного атома водорода. Какую скорость U будет иметь электрон вдали от ядра атома?

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1.2 Перечень основной литературы:

1. Физика для вузов: механика и молекулярная физика [Электронный ресурс]: учебник / В.А. Никеров. - Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2017. - 136 с. : табл., граф., схем. - ISBN 978-5-394-00691-3;-URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450772>
2. Ташлыкова-Бушкевич, И.И. Физика: в 2 ч. / И.И. Ташлыкова-Бушкевич. – 2-е изд., испр. – Минск : Вышэйшая школа, 2014. – Ч. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм. – 304 с. : ил., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=235732>
3. Ташлыкова-Бушкевич, И.И. Физика: в 2 ч. / И.И. Ташлыкова-Бушкевич. – 2-е изд., испр. – Минск: Вышэйшая школа, 2014. – Ч. 2. Оптика. Квантовая физика. Строение и физические свойства вещества. – 232 с. : ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=460883>

5.1.3 Перечень дополнительной литературы:

1. Лекции по учебной дисциплине «Основы теоретической физики». Электродинамика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Е.И. Кухарь. — Электрон. текстовые данные. — Волгоград: Волгоградский государственный социально-педагогический университет, 2017. — 57 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70731.html>
2. Никеров, В.А. Физика: современный курс / В.А. Никеров. – 2-е изд. – Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. – 452 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453287>.

5.2 Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям по дисциплине «Физика».
2. Методические рекомендации для подготовки к лабораторным занятиям по дисциплине «Физика».
3. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

ПО ДИСЦИПЛИНЕ	
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН	
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
необходимых для освоения дисциплины	
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

о-телекоммуникационной сети Интернет,

1. <http://www.biblioclub.ru> -ЭБС "Университетская библиотека онлайн"
2. <http://www.iprbookshop.ru/> - Электронно- библиотечная система IPRbooks

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические рекомендации

по организации самостоятельной работы обучающихся

по дисциплине «ФИЗИКА»

для студентов направления подготовки

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Содержание

- Введение
- 1 Общая характеристика самостоятельной работы обучающегося при изучении дисциплины «ФИЗИКА»
- 2 План-график выполнения самостоятельной работы
- 3 Контрольные точки и виды отчетности по ним
- 4 Методические рекомендации по изучению теоретического материала
- 5 Список рекомендуемой литературы.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

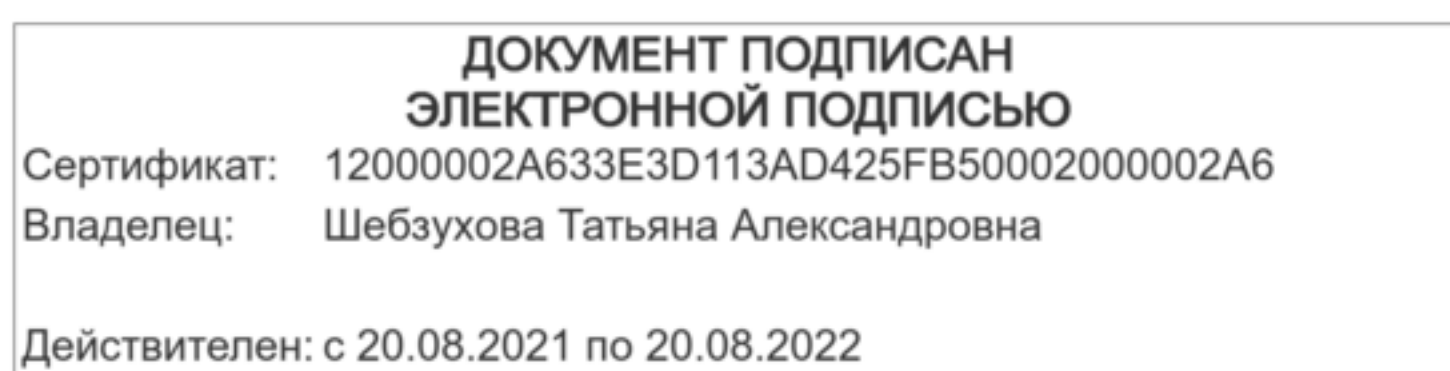
Введение

Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента.

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента – подготовкой бакалавра с высшим образованием. При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.



Общая характеристика самостоятельной работы обучающегося при изучении дисциплины «Физика»

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. В связи с этим, обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной финансовой ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента – подготовкой специалиста и бакалавра с высшим образованием. При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности.

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. В соответствии с рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студента:

- самостоятельное изучение литературы;
- самостоятельное решение задач.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Цель самостоятельного изучения литературы – самостоятельное овладение знаниями, опытом исследовательской деятельности.

Задачами самостоятельного изучения литературы являются:

- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов.

Цель самостоятельного решения задач - овладение профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю будущей деятельности.

Задачами самостоятельного решения задач являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

Целью самостоятельного выполнения контрольной работы по дисциплине является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Задачами данного вида самостоятельной работы студента являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании контрольной работы.

В результате освоения дисциплины формируются следующий перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ОПК-3 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	ИД-5 ОПК-3 Демонстрирует понимание физических явлений и умеет применять физические законы механики, молекулярной физики, термодинамики, электричества и магнетизма для решения типовых задач;	Знает основные физические явления и законы механики, электротехники, теплотехники, оптики и ядерной физики и их математическое описание; методы анализа физических явлений в технических устройствах и системах; Методы решения практических задач исследования и моделирования физических и химических явлений и процессов в своей предметной области. Умеет применять физические законы механики, молекулярной физики, термодинамики, электричества и магнетизма для решения типовых задач.
	ИД-6 ОПК-3 Демонстрирует знание элементарных основ оптики, квантовой механики и атомной физики.	Владеет знаниями физических явлений, элементарных основ оптики, квантовой механики и атомной физики.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

План-график выполнения самостоятельной работы

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
2 семестр					
ОПК-3 ИД-5 _{ОПК-3} ИД-6 _{ОПК-3}	Самостоятельное изучение литературы по темам №1-8	Конспект	17,685	1,965	19,65
	Подготовка к лекциям	Конспект	1,08	0,12	1,2
	Подготовка к практическим занятиям	Решенная задача	2,16	0,24	2,4
Итого за 2 семестр:			21,285	2,325	23,25
3 семестр					
ОПК-3 ИД-5 _{ОПК-3} ИД-6 _{ОПК-3}	Самостоятельное изучение литературы по темам №9-17	Конспект	4,86	0,54	5,4
	Подготовка к лекциям	Конспект	1,215	0,135	1,35
	Подготовка к практическим занятиям	Решенная задача	2,43	0,27	2,7
	Подготовка к лабораторным занятиям	отчет	3,24	0,405	4,05
Итого за 3 семестр:			12,15	1,35	13,5
Итого:			33,435	3,675	36,75

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Контрольные точки и виды отчетности по ним

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения	Количество баллов
2 семестр			
1.	Практическое занятие № 2	6 неделя	25
2.	Практическое занятие № 5	10 неделя	15
3.	Практическое занятие № 7	16 неделя	15
	Итого за 2 семестр		55
	Итого		55
3 семестр			
4.	Практическое занятие № 11	6 неделя	25
5.	Практическое занятие № 13	10 неделя	15
6.	Практическое занятие № 17	16 неделя	15
	Итого за 3 семестр		55
	Итого		55

Максимально возможный балл за весь текущий контроль Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным 55. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Методические рекомендации по изучению теоретического материала

Самостоятельная работа студента начинается с внимательного ознакомления с содержанием учебного курса.

Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной теме. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие вопросы темы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в конкретном учебном материале, а какие вообще опущены. Требуется творческое отношение и к самому содержанию дисциплины.

Вопросы, составляющие ее содержание, обладают разной степенью важности. Есть вопросы, выполняющие функцию логической связки содержания темы и всего курса, имеются вопросы описательного или разъяснительного характера, а также исторического экскурса в область изучаемой дисциплины. Все эти вопросы не составляют сути понятийного, концептуального содержания темы, но необходимы для целостного восприятия изучаемых проблем.

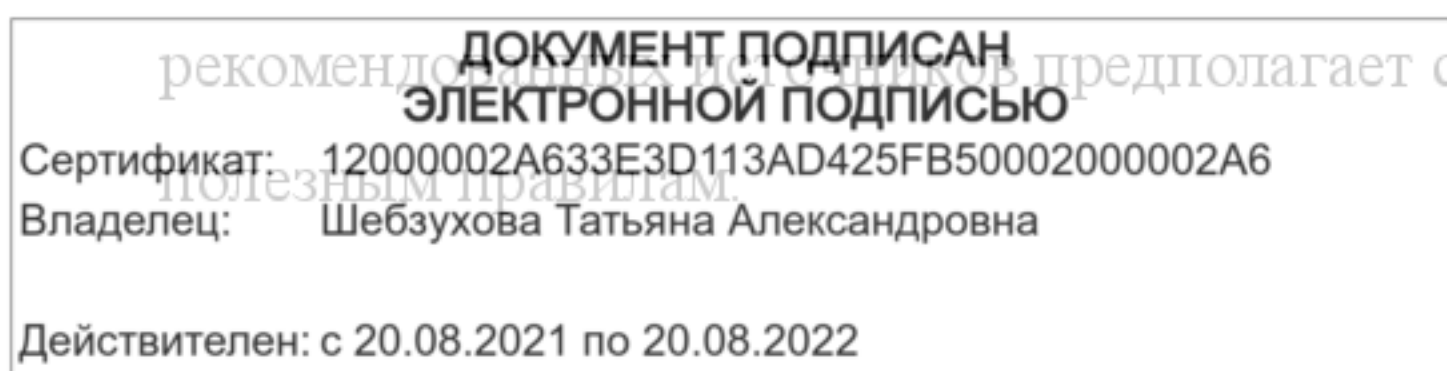
Изучаемая дисциплина имеет свой категориально-понятийный аппарат. Научные понятия — это та база, на которой строится каждая наука. Понятия — узловые, опорные пункты как научного, так и учебного познания, логические ступени движения в учебе от простого к сложному, от явления к сущности. Без ясного понимания понятий учеба крайне затрудняется, а содержание приобретенных знаний становится тусклым, расплывчатым.

Студент должен понимать, что самостоятельное овладение знаниями является главным, определяющим. Высшая школа создает для этого необходимые условия, помогает будущему высококвалифицированному специалисту овладеть технологией самостоятельного производства знаний.

В самостоятельной работе студентам приходится использовать литературу различных видов: первоисточники, монографии, научные сборники, хрестоматии, учебники, учебные пособия, журналы и др. Изучение курса предполагает знакомство студентов с большим объемом научной и учебной литературы, что, в свою очередь, порождает необходимость выработки у них рационально-критического подхода к изучаемым источникам.

Чтобы не «утонуть» в огромном объеме рекомендованных ему для изучения источников, студент, прежде всего, должен научиться правильно их читать. Правильное чтение

рекомендованной литературы предполагает следование нескольким несложным, но весьма полезным правилам.



Предварительный просмотр книги включает ознакомление с титульным листом книги, аннотацией, предисловием, оглавлением. При ознакомлении с оглавлением необходимо выделить разделы, главы, параграфы, представляющие для вас интерес, бегло их просмотреть, найти места, относящиеся к теме (абзацы, страницы, параграфы), и познакомиться с ними в общих чертах.

Научные издания сопровождаются различными вспомогательными материалами — научным аппаратом, поэтому важно знать, из каких основных элементов он состоит, каковы его функции.

Знакомство с книгой лучше всего начинать с изучения аннотации — краткой характеристики книги, раскрывающей ее содержание, идейную, тематическую и жанровую направленность, сведения об авторе, назначение и другие особенности. Аннотация помогает составить предварительное мнение о книге.

Глубже понять содержание книги позволяют вступительная статья, в которой дается оценка содержания книги, затрагиваемой в ней проблематики, содержится информация о жизненной и творческой биографии автора, высказываются полемические замечания, разъясняются отдельные положения книги, даются комментарии и т.д. Вот почему знакомство с вступительной статьей представляется очень важным: оно помогает студенту сориентироваться в тексте работы, обратить внимание на ее наиболее ценные и важные разделы.

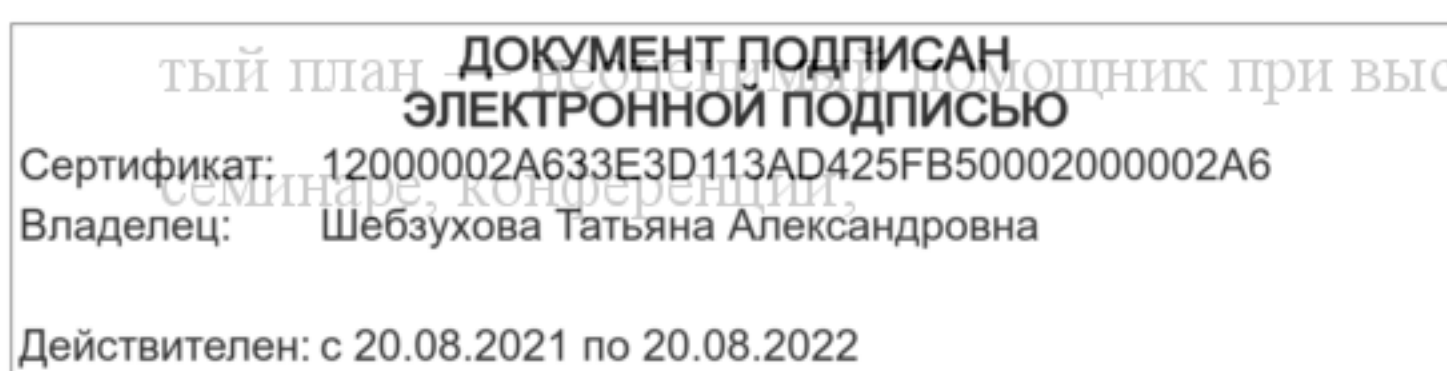
Той же цели содействует знакомство с оглавлением, предисловием, послесловием. Весьма полезными элементами научного аппарата являются сноски, комментарии, таблицы, графики, списки литературы. Они не только иллюстрируют отдельные положения книги или статьи, но и сами по себе являются дополнительным источником информации для читателя.

Если читателя заинтересовала какая-то высказанная автором мысль, не нашедшая подробного освещения в данном источнике, он может обратиться к тексту источника, упоминаемого в сноске, либо к источнику, который он может найти в списке литературы, рекомендованной автором для самостоятельного изучения.

Существует несколько форм ведения записей:

— план (простой и развернутый) — наиболее краткая форма записи прочитанного, представляющая собой перечень вопросов, рассматриваемых в книге или статье. Развернутый план представляет собой более подробную запись прочитанного, с детализацией отдельных положений и выводов, с выпиской цитат, статистических данных и т.д. Разверну-

тый план — эффективный помощник при выступлении с докладом на конкретную тему на семинаре, конференции.



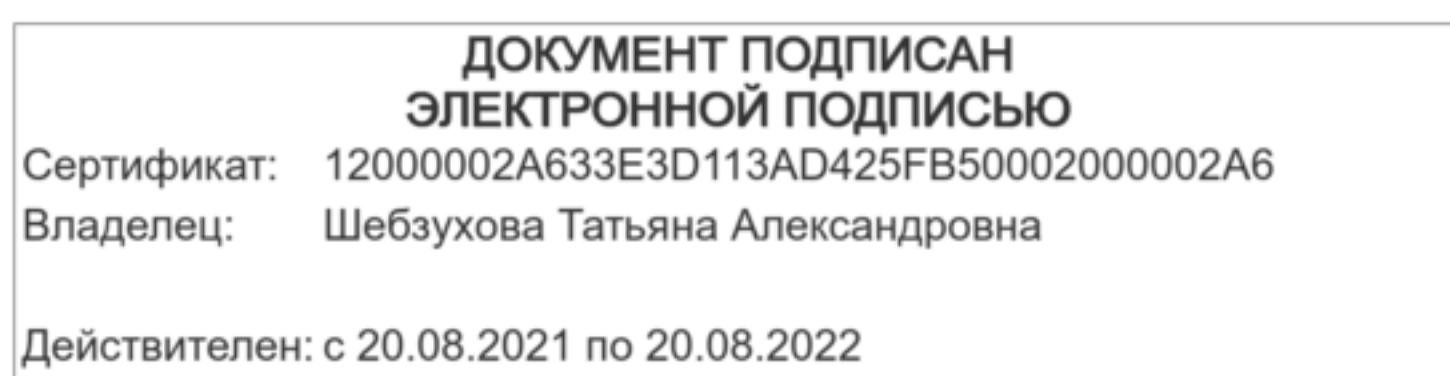
— тезисы — кратко сформулированные положения, основные положения книги, статьи. Как правило, тезисы составляются после предварительного знакомства с текстом источника, при его повторном прочтении. Они помогают запомнить и систематизировать информацию.

Составление конспектов

Большую роль в усвоении и повторении пройденного материала играет хороший конспект, содержащий основные идеи прочитанного в учебнике и услышанного в лекции. Конспект — это, по существу, набросок, развернутый план связного рассказа по основным вопросам темы.

В какой-то мере конспект рассчитан (в зависимости от индивидуальных особенностей студента) не только на интеллектуальную и эмоциональную, но и на зрительную память, причем текст конспекта нередко ассоциируется еще и с текстом учебника или записью лекции. Поэтому легче запоминается содержание конспектов, написанных разборчиво, с подчеркиванием или выделением разрядкой ключевых слов и фраз.

Самостоятельно изученные темы предоставляются преподавателю в форме конспекта, по которому происходит собеседование. Теоретические темы курса (отдельные вопросы), выносимые на самостоятельное изучение, представлены ниже.



Список рекомендуемой литературы

Перечень основной литературы:

1. Дмитриева Е.И. Физика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.И. Дмитриева. — 2-е изд. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 143 с. — 978-5-4486-0445-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/79822.html>
2. Никеров, В.А. Физика: современный курс : учебник / В.А. Никеров. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 452 с. : ил. - ISBN 978-5-394-02349-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453287>

Перечень дополнительной литературы:

1. Романова, В.В. Физика: примеры решения задач : учебное пособие / В.В. Романова. - Минск : РИПО, 2017. - 348 с. : схем., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-985-503-737-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=487974>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.biblioclub.ru> -ЭБС "Университетская библиотека онлайн"
2. <http://www.iprbookshop.ru/> - Электронно- библиотечная система IPRbooks
3. <http://elibrary.ru/> - eLIBRARY.RU - НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022