

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 24.08.2023 12:09:28
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f584e424123c4e94f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация»
для студентов направления подготовки /специальности

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

Пятигорск 2022

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1. Методы измерений и средства измерительной техники.....	4
Лабораторная работа № 2 Анализ метрологических характеристик средств измерений.	8
Лабораторная работа № 3 Анализ видов погрешностей измерений средств измерительной техники.	14
Лабораторная работа № 4. Прямые многократные измерения.	18
Лабораторная работа № 5. Функциональные преобразования результатов измерений (косвенные измерения).....	34
Лабораторная работа № 6. Динамические характеристики средств измерений.	45
Лабораторная работа № 7. Первичная статистическая обработка выборок.....	51
Лабораторная работа № 8. Определение комплекта нормативных документов и установление номенклатуры требований к изделию.	56
Лабораторная работа № 9. Разработка программы сертификационных испытаний и оценка соответствия продукции.....	58
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	60

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 1. Методы измерений и средства измерительной техники.

Форма проведения: лабораторная работа. (3 часа)

Содержание: *Изучение методов измерений и средств измерительной техники.*

Ход лабораторной работы:

Общие сведения

Метрология – наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности.

1. Измерение – нахождение численного значения измеряемой физической величины опытным путем с помощью средств измерений.

По способу получения результата, что является целью любого измерения, измерения подразделяются на прямые, косвенные совокупные и совместные.

Прямые измерения – это измерения, при которых искомое значение измеряемой величины находится непосредственно из опытных данных, т. е. сравнением ее с единицей физической величины или показаниями измерительных приборов, градуированных в этих единицах. К прямым относится подавляющее большинство измерений, применяемых на практике.

Косвенные измерения – это измерения, при которых искомое значение измеряемой величины находится на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям.

Совокупные измерения – это одновременно измерения нескольких одноименных величин, при которых искомое значение измеряемой величины путем решения системы уравнений, получаемой при прямых измерениях различных сочетаний этих величин.

Совместные измерения – это одновременные измерения нескольких не одноименных величин с целью нахождения зависимости между ними.

Измерения проводятся различными методами, под которыми подразумевается совокупность приемов, принципов и средств измерения. В практической деятельности применяется множество различных методов измерения по мере развития науки и техники количество их все увеличивается. Для прямых измерений, например, применяют несколько основных методов:

- метод непосредственной оценки, когда значение измеряемой величины определяется непосредственно по показаниям измерительного прибора, например, термометра, манометра и др.;

- разностный или дифференциальный метод, когда измеряемая величина определяется путем измерения разности между измеряемой и известной величинами, например, при сравнении измеряемой меры длины с образцовой на компараторе;

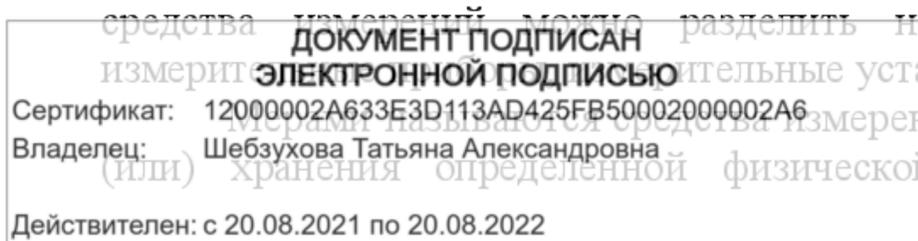
- нулевой метод, когда измеряемую величину сравнивают с известной величиной, подбирая ее так, чтобы разность между ними равнялась нулю (примером может служить взвешивание на равноплечих весах с использованием набора гирь);

- метод совпадения, когда используется совпадение отметок шкал или периодических сигналов, по этому принципу построен, например, косинус штангенциркуля для измерения размеров деталей.

2. Средства измерений - технические средства (или их комплекс), используемые при измерениях и имеющие нормированные метрологические характеристики. В их числе и область измерений и пределы измерений, класс точности или пределы допускаемой погрешности, градуировка, калибровка, поправки.

По характеру участия в процессе измерения и конструктивному исполнению средства измерений можно разделить на: меры, измерительные преобразователи, измерительные установки, измерительные системы.

Меры называются средствами измерений, предназначенные для воспроизведения и (или) хранения определенной физической величины заданного значения размера.



Примером их являются гири для измерения массы, плоскопараллельные концевые меры (плитки), мерные кружки и др. Сюда же относятся калибры, шаблоны, и подобные им бесшкальные измерительные инструменты.

Различают меры: однозначные (гиря 1 кг, калибр, конденсатор постоянной емкости; многозначные (масштабная линейка, конденсатор переменной емкости, мерная кружка с несколькими отметками и т.д.); наборы мер (набор гирь, набор калибров). Сравнение с мерой выполняют с помощью специальных технических средств – компараторов (рычажные весы, измерительный мост и т.д.)

Измерительные преобразователи (ИП) – СИ, служащие для преобразования измеряемой величины в другую величину или сигнал измерительной информации, удобный для обработки, хранения, дальнейших преобразований.

Измерительными приборами (Ипр) являются средства измерений, предназначенные для выработки сигналов измерительной информации в форме доступной для непосредственного восприятия наблюдателем.

Их можно разделить на следующие основные группы: показывающие приборы, отсчитывающие показания по шкале в цифровой системе; регистрирующие приборы, записывающие показания или печатающие их в цифровой форме; самопишущие приборы, записывающие показания в виде диаграмм; аналоговые приборы, измеряющие непрерывные функции; регулирующие измерительные приборы, применяющиеся в устройствах автоматики; приборы сравнения, позволяющие сравнивать измеряемую величину с известной мерой; интегрирующие приборы, суммирующие измерения (счетчики электрической энергии, водомеры и др.).

Измерительная установка (ИУ) – совокупность функционально объединенных мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей и других устройств, предназначенных для измерения одной или нескольких физических величин и расположенных в одном месте. Измерительную установку, предназначенную для испытаний каких-либо изделий, иногда называют испытательным стендом.

Измерительная система (ИС) – совокупность функционально объединенных мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей, ЭВМ и других технических средств, размещенных в разных точках контролируемого пространства с целью измерений одной или нескольких физических величин, свойственных этому пространству. Примером может служить радионавигационная система для определения местоположения судов, состоящая из ряда измерительных комплексов, разнесенных в пространстве на значительное расстояние друг от друга. К современным ИС относятся автоматизированные измерительные системы (АИС), измерительно-информационные системы (ИИС), измерительно-вычислительные комплексы (ИВК).

Средства измерений можно классифицировать по основным видам измерений, к которым относятся, например, линейные, угловые, пространственные измерения массы, объема, плотности, силы, скорости, ускорения, времени, теплотехнические, электрические, магнитные, радиотехнические, акустические, оптические ионизирующих излучений, определение состава и физико-механических свойств материалов.

По роли и метрологическому назначению все СИ подразделяются на два вида: образцовые средства измерений (ОСИ), или эталоны, и рабочие средства измерений (РСИ).

При этом образцовые имеют повышенную точность и предназначены для воспроизведения и хранения единиц измерений или для поверки и градуировки других измерительных средств, имеющих меньшую точность, а рабочие используются для практических измерений.

Работы, выполненные в соответствии с требованиями, предъявленными к средствам измерений, предназначенным для проведения технических измерений. По условиям применения они могут быть: 1) лабораторными, используемыми при научных исследованиях; 2) рабочими, используемыми для контроля характеристик технологических производственных процессов, используемыми для контроля характеристик технологических производственных процессов, используемыми для контроля характеристик технологических производственных процессов.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Щербухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

процессов, контроля качества готовой продукции, отпуска товаров; 3) полевыми, используемыми непосредственно при эксплуатации таких технических устройств, как самолеты, автомобили, речные и морские суда и др.

Образцовые СИ (ОСИ) различают по степени убывания точности: на эталоны, образцовые меры и измерительные приборы ограниченной точности. Высшим звеном в метрологической цепи передачи размеров единиц измерений являются эталоны, которые служат для воспроизведения и хранения единиц измерений в соответствии с их определением.

Эталоны можно разделить на три основные вида: первичные, вторичные и рабочие. Первичные эталоны имеют наивысшую точность, достижимую при данном состоянии измерительной техники, и являются материальной основой всей государственной системы обеспечения единства измерений.

Под точностью измерительного средства понимается степень достоверности результата измерений: она характеризуется допустимой погрешностью измерения в процентах, которая установлена для данного измерительного средства.

Измерительные приборы различаются по классам точности, которые выбирают из ряда цифр 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 4,0; 5,0, обозначающую допустимую погрешность измерения в процентах.

Обозначение класса точности на средствах измерений. На циферблаты, щитки, корпуса средств измерений наносятся условные обозначения класса точности, включающие числа, прописные буквы латинского алфавита или римские цифры с добавлением знаков, указанных в табл. 1.

Таблица 1. Примеры обозначения класса точности средств измерений.

Обозначение класса точности	
В документации	На средствах измерений
Класс точности 1,5	1,5 0,5 ∨
Класс точности 0,5	
Класс точности 0,5	0,5
Класс точности 0,02/0,01	0,02/0,01
Класс точности М	М
Класс точности С	С

Для средств измерений с существенно неравномерной шкалой дополнительно могут быть указаны пределы допускаемой основной относительной погрешности для части шкалы, лежащей в пределах, отмеченных специальными знаками (например, точками или треугольниками). К значению предела допускаемой относительной погрешности добавляется знак %, и все обозначения помещаются в кружок, например, 10 %. Этот знак не является обозначением класса точности. На высокоточные меры или средства измерений, а также на средства измерений, для которых установлены особые внешние признаки, зависящие от класса точности, например на гири шестигранной или параллелепипедной формы, класс точности может быть не нанесен.

Задание:

Приборы и оборудование: вискозиметр ВПЖ – 1, рефрактометр – 2, весы технические, весы торговые, линейки, мерные цилиндры или мерные колбы различной вместимостью, иономер универсальный, гири (150 г, 1 кг, 2 кг), разновесы.

Описание средств измерений относятся данные средства измерений (а) по основному виду измерений (линейные, угловые, измерение массы); в) по роли и назначению (образцовые или рабочие).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН виду средств измерений

ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ измерительный прибор; б) по основному виду измерений

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

К какой группе относятся представленные измерительные приборы (показывающие, регистрирующие и т.п.). Указать класс точности измерительных приборов, пользуясь документами по эксплуатации и самими приборами.

Указать к какому виду измерений по способу получения числового значения измерений относятся измерения, осуществляемые с помощью представленных СИ.

Охарактеризуйте метод измерений для прямых измерений данными СИ (метод непосредственных оценок и т.д.).

Результаты проведенной работы оформить в виде таблицы, сделать выводы по работе.

Вопросы для обсуждения:

1. Что изучает метрология.
2. Дайте определение измерения.
3. На какие виды классифицируются измерения?
4. Какие методы измерений Вы знаете.
5. Средства измерений и их виды.
6. Что понимают под точностью измерительного прибора? Как обозначается класс точности на средствах измерений.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 2 Анализ метрологических характеристик средств измерений.

Форма проведения: лабораторная работа (3 часа)

Содержание: *Научиться анализировать метрологические характеристики средств измерительной техники.*

Ход лабораторной работы:

Под средством измерений понимается техническое устройство (или их комплекс), предназначенное для измерений, имеющее нормированные метрологические характеристики, воспроизводящие и (или) хранящие единицу физической величины, размер которой принимается неизменным (в пределах установленной погрешности) в течение известного интервала времени.

Средства измерений используются для определения величин, единицы которых допущены к применению в Российской Федерации и должны соответствовать условиям эксплуатации и установленным требованиям. Решение об отнесении технического устройства к средствам измерений принимает Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии.

Средства измерений можно классифицировать по следующим основным признакам: типу, виду и метрологическому назначению.

Тип – это совокупность средств измерений, имеющих принципиальную одинаковую схему, конструкцию и изготавливаемых по одним и тем же техническим условиям.

Вид – это совокупность типов средств измерений, предназначенных для измерений какой-либо физической величины.

Средства измерений подразделяются:

по метрологическому назначению

– на рабочие средства измерений, предназначенные для измерений физических величин;

– метрологические средства измерений, предназначенные для обеспечения единства измерений;

по конструктивному исполнению

– меры;

– измерительные приборы;

– измерительные установки;

– измерительные системы;

– измерительные комплексы;

по уровню автоматизации

– неавтоматизированные;

– автоматизированные;

– автоматические;

по уровню стандартизации:

– стандартизованные;

– нестандартизованные;

по отнесению к средствам измерений физической величины:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

В результате воздействия большого числа случайных и детерминированных факторов, возникающих в процессе изготовления, хранения и эксплуатации измерительных средств, номинальные значения мер и показания измерительных приборов отличаются от истинных значений измеряемых величин. Эти отклонения характеризуют погрешности измерительных средств.

Под абсолютной погрешностью (Δx) меры понимается алгебраическая разность между ее номинальным (x_N) и действительным (x_D) значениями.

Под абсолютной погрешностью (Δx) измерительного прибора понимается алгебраическая разность между показанием (x_P) прибора и действительным значением (x_D) измеряемой величины.

Погрешность меры определяется по формуле $\Delta x = x_N - x_D$, а погрешность измерительного прибора – из аналогичного выражения $\Delta x = x_P - x_D$.

Степени точности средств измерений характеризует относительная погрешность, т.е. выраженное в процентах отношение абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой или воспроизводимой данным средством измерений величины:

$$\delta = \frac{\Delta x}{x_D} 100 \%. \quad (1)$$

В эту формулу вместо x_D можно подставить номинальное значение меры или показание измерительного прибора.

Если диапазон измерения прибора включает и нулевое значение измеряемой величины, то относительная погрешность обращается в бесконечность в нулевой точке шкалы. В этом случае пользуются понятием приведенной погрешности, равной отношению абсолютной погрешности измерения измерительного прибора к некоторому нормирующему значению x_N :

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_N} 100 \%. \quad (2)$$

В качестве нормирующего значения применяется значение, характерное для данного вида измерительного прибора. Это может быть, например, диапазон или верхний предел измерений, длина шкалы и т.п.

Важной характеристикой измерительного прибора является порог реагирования (чувствительности). Под порогом реагирования понимается изменение измеряемой величины, вызывающее наименьшее изменение показаний измерительного прибора, которое еще может быть обнаружено наблюдателем при нормальном для данного прибора способе отсчета показаний.

При измерении переменных во времени величин большое значение приобретает анализ динамических погрешностей, которые искажают частотный спектр измеряемой функции.

а) Метрологические показатели средств измерений.

При выборе средств измерений в зависимости от заданной точности изготовления деталей необходимо учитывать их метрологические показатели. К ним относятся:

Длина	расстояние
Средняя длина	между серединами двух соседних отметок
Средняя длина	разности значений величин, соответствующих двум соседним
Средняя длина	микрометра
Средняя длина	она
Средняя длина	равна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

0,01 мм).

Градуировочная характеристика – зависимость между значениями величин на выходе и входе средства измерения.

Диапазон показаний – область значений шкалы, ограниченная конечным и начальным значениями шкалы, то есть наибольшим и наименьшим значениями измеряемой величины.

Диапазон измерений – область значений измеряемой величины, в пределах которой нормированы допускаемые пределы погрешности средства измерения.

Чувствительность прибора – отношение изменения сигнала на выходе измерительного прибора к изменению измеряемой величины (сигнала) на входе. Так, если изменение измеряемой величины составило: $\Delta d = 0,01$ мм, что вызвало перемещение стрелки показывающего устройства на $\Delta l = 10$ мм, то абсолютная чувствительность прибора составляет: $S = \Delta l / \Delta d = 10/0,01 = 1000$. Для шкальных измерительных приборов абсолютная чувствительность численно равна передаточному отношению.

Вариация (нестабильность) показаний прибора – алгебраическая разность между наибольшим и наименьшим результатами измерений при многократном измерении одной и той же величины в неизменных условиях.

Стабильность средства измерений – свойство, выражающее неизменность во времени его метрологических характеристик (показаний).

б) Метрологические характеристики средств измерений

Все средства измерений независимо от их исполнения имеют ряд общих свойств, необходимых для выполнения ими функционального назначения. Технические характеристики, описывающие эти свойства и оказывающие влияние на результаты и погрешности измерений, называются метрологическими характеристиками средств измерений.

В зависимости от специфики и назначения средств измерений нормируются различные наборы или комплексы метрологических характеристик, которые должны быть достаточны для учета свойств средств измерений при оценке погрешности измерений.

Набор метрологических характеристик, входящих в установленный комплекс, выбирают таким образом, чтобы обеспечить возможность их контроля при приемлемых затратах. В эксплуатационной документации на средства измерений указывают методы расчета инструментальной составляющей погрешности измерений при использовании средств измерения данного типа в реальных условиях применения.

По ГОСТ 8.009–84 «ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений» предусмотрена следующая номенклатура метрологических характеристик:

1) Характеристики, предназначенные для определения результатов измерений (без введения поправок):

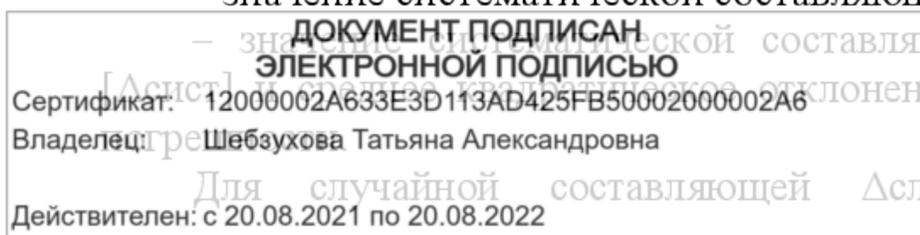
- функция преобразования измерительного преобразователя – $f(x)$;
- значение однозначной или многозначной меры – y ;
- цена деления шкалы измерительного прибора или многозначной меры;
- вид входного кода, число разрядов кода, цена единицы наименьшего разряда средств измерений, предназначенных для выдачи результатов в цифровом коде.

2) Характеристики погрешностей средств измерений, которые включают: значение погрешности, ее систематические и случайные составляющие, погрешности случайной составляющей $\Delta_{сл}$ и от гистерезиса – вариация N выходного сигнала (показания).

Для систематической составляющей $\Delta_{сист}$ погрешности средств измерений выбирают характеристики из числа таких как:

- значение систематической составляющей $\Delta_{сист}$;
- значение математического ожидания M систематической составляющей $\Delta_{сист}$, математическое ожидание M систематической составляющей $\Delta_{сист}$, математическое отклонение $\sigma[\Delta_{сист}]$ систематической составляющей $\Delta_{сист}$.

Для случайной составляющей $\Delta_{сл}$ погрешности выбирают следующие



характеристики:

- среднее квадратическое отклонение $\sigma[\Delta_{сл}]$ случайной составляющей погрешности;
- среднее квадратическое отклонение случайной составляющей погрешности и нормализованная автокорреляционная функция $r_{\Delta_{сл}}(\tau)$ или функция спектральной плотности $S_{\Delta_{сл}}(\omega)$ случайной составляющей погрешности.

В нормативно-технической документации на средства измерений конкретных видов или типов допускается нормировать функции или плотности распределения вероятностей систематической и случайной составляющей погрешности.

3) Характеристики чувствительности средств измерений к влияющим величинам. Они выбираются из числа следующих:

- функция влияния $\psi(\zeta)$;
- изменения $\varepsilon(\zeta)$ значений метрологических характеристик средства измерений, вызванные изменением влияющих величин ζ в установленных пределах.

4) Динамические характеристики, отражающие инерционные свойства средства измерений при воздействии на него меняющихся во времени величин – параметров входного сигнала, внешних влияющих величин, нагрузки.

По степени полноты описания инерционных свойств средств измерений динамические характеристики делятся на полные и частные.

К полным динамическим характеристикам относятся:

- дифференциальное уравнение, описывающее работу средства измерений;
- передаточная функция;
- переходная характеристика;
- импульсная переходная характеристика;
- амплитудно-фазовая характеристика;
- амплитудно-частотная характеристика для минимально-фазовых средств измерений;
- совокупность амплитудно-фазовых и фазочастотных характеристик.

Частными динамическими характеристиками могут быть отдельные параметры полных динамических характеристик или характеристики, не отражающие полностью динамических свойств средств измерений, но необходимые для выполнения измерений с требуемой точностью (например, время реакции, коэффициент демпфирования, значение резонансной собственной круговой частоты, значение амплитудно-частотной характеристики на резонансной частоте). Комплекс их оговаривается в соответствующих стандартах.

Нормы на отдельные метрологические характеристики приводятся в эксплуатационной документации (паспорт, техническое описание, инструкция по эксплуатации и т.д.) в виде номинальных значений, коэффициентов функций, заданных формулами, таблицами или графиками пределов допускаемых отклонений от номинальных значений функций.

В ГОСТ 8.009-84 приведены способы нормирования рассмотренных выше метрологических характеристик.

в) Классы точности средств измерений

Учет всех нормируемых метрологических характеристик средств измерений является сложной и трудоемкой процедурой. Для средств измерений, используемых в повседневной практике, принято деление на классы точности, которые дают их

обобщенную характеристику.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: T12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 характеристикам устанавливаются в стандартах на

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна средства измерений конкретного типа.

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Классы точности присваиваются средствам измерений с учетом результатов государственных приемочных испытаний.

В зависимости от того, какая из погрешностей нормируется, классы точности и их обозначения различны. Если нормируется предел абсолютной погрешности, то класс точности обозначается римскими цифрами или заглавными буквами латинского алфавита (например, М, С и т.д.). Если нормируется предел относительной погрешности, то классы точности обозначаются арабскими цифрами, выбираемыми из ряда: 1×10^n ; $1,5 \times 10^n$; 2×10^n ; $2,5 \times 10^n$ и т.д.; $n = 1; 0; -1; -2; \dots$

Обозначения классов точности наносятся на циферблаты, щитки и корпуса средств измерений, приводятся в нормативно-технической документации. Обозначение классов точности по ГОСТ 8.401-80 может сопровождаться дополнительными условными знаками:

– 0,5; 1,6; 2,5 и т.д. – для приборов, приведенная погрешность которых определяется согласно (2.1.1.2) и составляет 0,5; 1,6; 2,5 % от нормирующего значения xN (Δ – пределы допустимой абсолютной погрешности). При этом xN принимается равным большему из модулей пределов измерений, если нулевое значение входного (выходного) сигнала находится на краю или вне диапазона измерений;

– $\sqrt{0,5}$ – то же, что и в предыдущем случае, но при xN , равном длине шкалы или ее части;

– 0,1; 0,4; 1,0 и т.д. – для приборов, у которых относительная погрешность составляет 0,1; 0,4; 1,0 % непосредственно от полученного значения измеряемой величины x ;

– 0,02 / 0,01 – для приборов, у которых измеряемая величина не может отличаться от значения x , показанного указателем, больше, чем на

$$\delta = [C + d(x_k / x - 1)]\%, \quad (3)$$

где C и d – числитель и знаменатель соответственно в обозначении класса точности; x_k – больший (по модулю) из пределов измерений прибора.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя электроизмерительный прибор для анализа его характеристик.

2. На основе анализа условных обозначений и проведения соответствующих расчетов указать основные характеристики в соответствии с таблицей 1.

Таблица 1 – Основные характеристики средства измерений

Наименование характеристики	Значение	Условное обозначение
Назначение средства измерений		
Тип измерительного механизма		
Единица измерения		
Диапазон показаний		

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Род тока		
Используемое положение		
Длина деления		
Вид шкалы		
Входное сопротивление		
Безопасность		
Нормируемая погрешность		
Нормирующее значение		

3. Построить график зависимостей пределов допускаемой абсолютной (Δx), относительной (δ) и приведенной (γ) погрешностей исследуемого прибора от значения измеряемой величины x .

4. Определить значение измеряемой величины при заданном преподавателем значении показания прибора.

Вопросы для обсуждения:

1. Какие характеристики средств измерений (СИ) называют метрологическими.
2. На какие группы подразделяются метрологические характеристики СИ.
3. Как вы понимаете термин «функция преобразования».
4. Что такое чувствительность, порог чувствительности СИ.
5. Что представляет собой диапазон измерений, диапазон показаний.
6. В каких единицах измеряется абсолютная, относительная и приведенная погрешность СИ.
7. Пределы каких погрешностей могут нормироваться при установлении класса точности СИ.
8. Чему равняется нормирующее значение при определении приведенной погрешности СИ.
9. Как обозначается класс точности в нормативной документации и на средствах измерения.
10. Из какого ряда чисел выбирают значения пределов допускаемых погрешностей СИ?
11. Какие условные обозначения наносятся на электроизмерительные приборы.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 3 Анализ видов погрешностей измерений средств измерительной техники.

Форма проведения: лабораторная работа (3 часа)

Содержание: Научиться анализировать виды погрешностей измерений средств измерительной техники.

Ход лабораторной работы:

Основные теоретические положения.

На практике, часто встречается задача отыскания зависимости $y = \varphi(x)$, где y , экспериментально полученные значения при фиксированном x . Устанавливая значения x_i , $i=1,2,\dots, n$, определяем из опыта y_i , $i=1,2,\dots, n$. В декартовой системе координат имеем пары $\{x_i, y_i\}$. Так как результаты измерения величины y содержат погрешности, то получаемые координаты x, y не будут принадлежать истинной зависимости. Поэтому при выполнении совместных измерений, во-первых, возникает задача аппроксимации зависимости $y = \varphi(x)$ по экспериментальным данным, так чтобы она наилучшим, по данному критерию описывала экспериментальную кривую. Во-вторых, необходимо убедиться, что аппроксимирующая функция наилучшим образом приближается к искомой зависимости, а также выбрать меру оценки качества приближения.

На процедуру измерения накладываются следующие условия:

- значения аргумента x_i известны точно;
- систематические погрешности исключены;
- погрешность измерений имеет лишь значения y_i с одинаковыми дисперсиями $\sigma^2_{y_i}$;
- погрешности измерения y_i имеют нормальное распределение со средним m_y и дисперсией σ^2_y , т.е. $W(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} * \sigma^2_y} * e * \frac{-(y - m_y)}{2\sigma^2_y}$, $m_y, \sigma^2_y < \infty, y \in (-\infty, \infty)$;

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом наименьших квадратов, который при выполнении вышеперечисленных условий даёт несмещенные оценки параметров зависимости, имеющие минимальные дисперсии. На практике используют зависимость вида $y = Ax + B$, где A и B постоянные, определяющие наклон прямой, аппроксимирующую экспериментальную зависимость (см. рис. 1). Величины A и B определенные по критерию минимума суммы квадратов отклонения экспериментально померенных величин от аппроксимирующей являются оптимальными.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

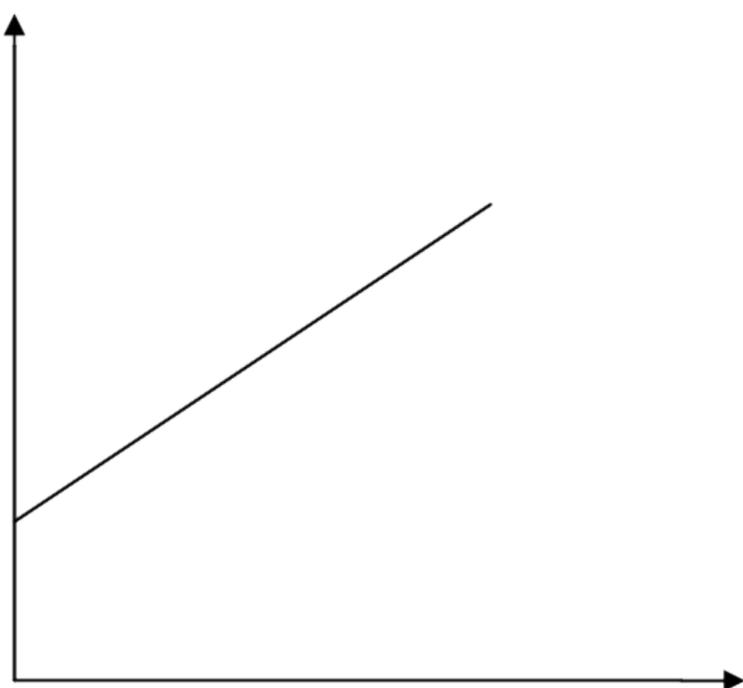


Рис. 1. График зависимости $y = f(x)$ и абсолютные отклонения экспериментально полученных данных.

Допустим малость погрешностей измерения x_i . Тогда метод наименьших квадратов минимизирует выражение

$$M^2 = \sum_{i=1}^m [y_i - A + Bx_i]^2 / \sigma_y^2 \quad (1)$$

Минимизируя M^2 для коэффициентов A и B , получим:

$$A = \left(\sum_{i=1}^m X_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^m Y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^m X_i \right) \left(\sum_{i=1}^m X_i Y_i \right) / G, \quad (2)$$

$$B = m \left(\sum_{i=1}^m X_i Y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^m X_i \right) \left(\sum_{i=1}^m Y_i \right) / G, \quad (3)$$

$$\text{где } G = m \left(\sum_{i=1}^m X_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^m X_i \right)^2. \quad (4)$$

Среднеквадратичное отклонение σ_y может быть известно до начала измерений, либо вычислено по результатам измерений, т.е.

$$\sigma_y^2 = 1/m - 2 \sum_{i=1}^m [Y_i - (A + Bx_i)]^2 \quad (5)$$

$$\text{Тогда } \sigma_A^2 = \sigma_y^2 \sum_{i=1}^m X_i^2 / G \quad (6)$$

$$\text{и } \sigma_B^2 = m * \sigma_y^2 / G. \quad (7)$$

Пример. Найдем зависимость сопротивления металлического проводника от температуры

$R_t = f(t)$. ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

α - температурный коэффициент сопротивления проводника;

R_0 - сопротивление проводника при 0°C .

$R_t = A + Bt$ где $A = R_0$; $B = R_0 \alpha$.

Результаты совместных измерений :

$t^\circ\text{C}$	10	20	30	40
R_t , Ом	10,3	10,9	11,3	11,6

Расчет по (2), (3) и (4) дает

$$A = 9,95 \text{ Ом}; \quad B = 0,043 \text{ Ом/град.}$$

По паспортным данным $\sigma_R = 0,2 \text{ Ом}$ ($\approx 20\%$), по формулам (6) и (7) имеем

$$\sigma_A = 0,24 \text{ Ом}; \quad \sigma_B = 0,009 \text{ Ом/град.}$$

Окончательно получим

$$A = (9,95 \pm 0,24) \text{ Ом}; \quad B = (0,043 \pm 0,009) \text{ Ом/град.}$$

Задание.

В таблице заданы значения напряжения в зависимости от тока при низменном сопротивлении нагрузки. Внутренним сопротивлением амперметра пренебречь, а внутреннее сопротивление вольтметра $R_v \gg R_n$.

Выполнение этих условий в метрологии должно быть абсолютно обязательно.

Необходимо построить зависимость $U_n = IR_n$, при изменении I

$R_n \text{ const}$;

где R_p - переменное регулировочное сопротивление, при

$$R \rightarrow \infty \quad U_n = IR_n,$$

$$R \rightarrow 0 \quad U_n \rightarrow 0.$$

Пример.

Пусть $U_n = 12\text{В}$; $R_n = 1\text{кОм}$, т.е. $I_{\text{max}} = U_n/R_n = 12/10^3 = 0,12\text{А} = 120\text{мА}$

$$R_p \text{ max} = 10\text{кОм}; \quad R_p \text{ min} = 1\text{кОм},$$

$$R_n \text{ min} = 10^4 \cdot 10^3 / 10^4 + 10^3 = 10^7 / 11 \times 10^4 = 10^3 / 11 = 90,9 \text{ Ом}$$

$R_n \text{ max} = 1 = 1/2 = 0,5\text{кОм} = 500 \text{ Ом}$ Шаг изменения $\Delta R_p = 2,5 \text{ кОма}$; $\Delta R_p = 2,5\text{кОм}$.

Составим таблицу

Таблица

ΔR	1	3,5	6	8,5	10
U					
I_A					

Используя методику приведенную выше рассчитать σ_A и σ_B

Вопросы для обсуждения:

1. Каким образом изменится зависимость $y = Ax + B$, при

$(-A; +B), (+A; -B), (-A; -B), (A=0), (B=0); (A=B=0), (A < 1, \text{но } A > 0, B \geq 1), (A > 1; B < 1, \text{но } B > 0)$

2. Запишите выражения для сумм произведений 2-х величин

$$P = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 X_i Y_j$$

3. Записать выражение для произведения сумм

$$\sum_{i=1}^4 X_i \cdot \sum_{j=1}^4 X_j Y_j,$$

4. Записать выражение для квадрата суммы

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

5. Объяснить наличие условий, необходимость их выполнения для использования метода наименьших квадратов.
6. В чем особенность гипотезы принятия о нормальности распределения координат $(x, y)^2$?
7. В каких единицах физических величин измеряется σ^2_A и σ^2_u , σ_A σ_B .
8. Пояснить порядок и конкретные значения пределов суммирования вычислений приведенного примера 3.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 4. Прямые многократные измерения.

Форма проведения: лабораторная работа (3 часа)

Содержание: Изучение порядка проведения прямых многократных измерений.

Ход лабораторной работы:

Теоретическая часть

а) Погрешности измерения

При анализе измерений следует четко разграничивать два понятия: истинные значения физических величин и их эмпирические проявления – результаты измерений.

Истинные значения физических величин – это значения, идеальным образом отражающие свойства данного объекта как в количественном, так и в качественном отношении. Они не зависят от средств нашего познания и являются той абсолютной истиной, к которой мы стремимся, пытаясь выразить их в виде числовых значений.

Результаты измерений, напротив, являются продуктами нашего познания. Представляя собой приближенные оценки значений величин, найденные путем измерения, они зависят не только от них, но еще и от метода измерения, от технических средств, с помощью которых проводятся измерения, и от свойств органов чувств наблюдателя, осуществляющего измерения.

Разница Δ между результатом измерения X' и истинным значением Q измеряемой величины называется погрешностью измерения:

$$\Delta = X' - Q. \quad (1)$$

Но поскольку истинное значение Q измеряемой величины неизвестно, то неизвестны и погрешности измерения, поэтому для получения хотя бы приближенных сведений о них приходится в формулу (2.1.2.1) вместо истинного значения подставлять так называемое действительное значение.

Под действительным значением физической величины мы будем понимать ее значение, найденное экспериментально и настолько приближающееся к истинному, что для данной цели оно может быть использовано вместо него.

Причинами возникновения погрешностей являются: несовершенство методов измерений, технических средств, применяемых при измерениях, и органов чувств наблюдателя. В отдельную группу следует объединить причины, связанные с влиянием условий проведения измерений. Последние проявляются двояко. С одной стороны, все физические величины, играющие какую-либо роль при проведении измерений, в той или иной степени зависят друг от друга. Поэтому с изменением внешних условий изменяются истинные значения измеряемых величин. С другой стороны, условия проведения измерений влияют и на характеристики средств измерений и физиологические свойства органов чувств наблюдателя и через их посредство становятся источником погрешностей измерения.

Каждая из перечисленных причин возникновения погрешностей является источником многочисленных факторов, под влиянием которых складывается суммарная погрешность измерения (1). Их можно объединить в две основные группы.

1. Факторы, появляющиеся весьма нерегулярно и столь же неожиданно исчезающие или проявляющиеся с интенсивностью, которую трудно предвидеть.

К ним относятся, например, перекосы элементов приборов в их направляющих, нерегулярные изменения моментов трения в опорах, малые флуктуации влияющих величин, изменения внимания операторов и др.

Доля или составляющая суммарной погрешности измерения (2.1.2.1), определяемая действием факторов этой группы, называется *случайной погрешностью измерения*. Ее

главная особенность заключается в том, что она случайно изменяется при повторных

измерениях той же величины.

При создании измерительной аппаратуры и организации процесса измерения в целом интенсивность проявления большинства факторов данной группы удается свести к

главная особенность заключается в том, что она случайно изменяется при повторных измерениях той же величины.
При создании измерительной аппаратуры и организации процесса измерения в целом интенсивность проявления большинства факторов данной группы удается свести к

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

общему уровню, так что все они влияют более или менее одинаково на формирование случайной погрешности. Однако некоторые из них, например внезапное падение напряжения в сети электропитания, могут проявиться неожиданно сильно, в результате чего погрешность примет размеры, явно выходящие за границы, обусловленные ходом эксперимента в целом. Такие погрешности в составе случайной погрешности называются *грубыми*. К ним тесно примыкают *промахи* – погрешности, зависящие от наблюдателя и связанные с неправильным обращением со средствами измерений, неверным отсчетом показаний или ошибками при записи результатов.

2. Факторы постоянные или закономерно изменяющиеся в процессе измерительного эксперимента, например, плавные изменения влияющих величин или погрешности применяемых при измерениях образцовых мер.

Составляющие суммарной погрешности (1), определяемые действием факторов этой группы, называются *систематическими погрешностями измерения*. Их отличительная особенность заключается в том, что они остаются постоянными или закономерно изменяются при повторных измерениях одной и той же величины. До тех пор, пока систематические погрешности больше случайных, их зачастую можно вычислить или исключить из результатов измерений надлежащей постановкой опыта.

Таким образом, мы имеем два типа погрешностей измерения:

1) случайные (в том числе грубые погрешности и промахи), изменяющиеся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины;

2) систематические погрешности, остающиеся постоянными или закономерно изменяющиеся при повторных измерениях.

В процессе измерения оба вида погрешностей проявляются одновременно, и погрешность измерения можно представить в виде суммы:

$$\Delta = \delta + \Theta, \quad (2)$$

где δ – случайная, а Θ – систематическая погрешности.

Для получения результатов, минимально отличающихся от истинных значений величин, проводят многократные наблюдения за измеряемой величиной с последующей математической обработкой опытных данных.

Случайная погрешность δ измерений определяется как разность между исправленным результатом X измерения и истинным значением Q измеряемой величины:

$$\delta = X - Q,$$

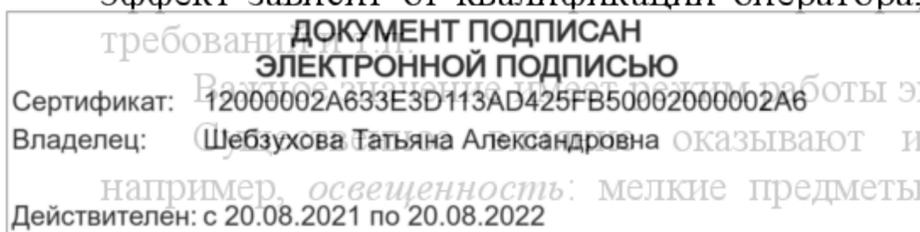
причем исправленными называются результаты измерений, из которых исключены систематические погрешности.

б) Факторы, влияющие на результат и точность измерений

Все в окружающем нас мире взаимосвязано и взаимообусловлено, поэтому результат измерения, т.е. то, что мы получаем при проведении измерительной процедуры, определяется не только значением измеряемой величины, но и совместным влиянием целого ряда следующих факторов.

1. *Объект измерений*. Перед проведением измерения необходимо хорошо изучить объект измерения и представить себе *модель* исследуемого объекта, которая в дальнейшем по мере получения измерительной информации может уточняться. Чем точнее модель соответствует реальному объекту, тем корректнее измерительный эксперимент.

2. *Эксперт или экспериментатор* привносит в результат измерения элемент субъективизма, который по возможности необходимо стремиться уменьшить. Этот эффект зависит от квалификации оператора, его состояния, соблюдения эргономических



экспериментатора, степень его усталости, санитарно-гигиенические условия труда, различаются при освещенности 50...70 лк;

максимальная острота зрения – при освещенности 600...1000 лк. При естественном освещении производительность труда на 10 % выше, чем при искусственном. При оптимальном освещении время ясного видения составляет три часа непрерывной работы.

Для нормальной работы оператора измерительные приборы располагают в зоне, ограниченной углами 30° от оси в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Отсчетные устройства располагаются перпендикулярно к линии зрения оператора.

Неточность измерения, обусловленная субъективным фактором, называется *субъективной* или *личной погрешностью*.

Одной из составляющих такого вида погрешности является погрешность параллакса, обусловленная отклонением от перпендикулярности шкалы отсчетного устройства линии зрения оператора.

Уровень шума в лаборатории оказывает существенное влияние на результат измерения, утомляемость и производительность экспериментатора. По нормам уровень шума не должен превышать 40...45 дБ.

Часто для снижения утомляемости применяют функциональную музыку: мелодичные ненавязчивые мелодии со спокойным темпом. Рекомендуемое время звучания музыки за смену – 1,5...2,5 часа.

3. *Метод измерения* оказывает существенное влияние на его результат.

Если между измеряемым явлением или свойством и принципом действия средства измерений нет теоретически доказанной зависимости, то это может стать причиной возникновения погрешностей метода измерений (теоретических погрешностей). Погрешности метода измерений являются следствием упрощений или допущений, применения эмпирических формул и зависимостей.

Неточность измерений, обусловленная несовершенством метода измерения, называют *погрешностью метода* или *теоретической погрешностью*.

4. *Средство измерения* оказывает двойное влияние на результат измерения. С одной стороны, подключение СИ к объекту измерения может привести к некоторым изменениям измеряемых величин (например, измерение тока путем включения в цепь амперметра; измерение температуры жидкости ртутным термометром).

С другой стороны, само средство измерения в силу ряда причин допускает неточность при измерении входной величины. Неточность измерения, обусловленную используемым СИ, называют *инструментальной погрешностью* измерения.

5. *Условия измерения*: температура окружающей среды, влажность, давление, электрические, магнитные, гравитационные поля, напряжение в сети, вибрация и т.п.

Все эти факторы влияют на результат измерения, поскольку они приводят к изменениям параметров и размеров деталей и элементов СИ, к возникновению различных помех. Неточности измерений, вызванные условиями измерений, называют *погрешностью из-за изменения условий измерения*.

в) *Основной постулат метрологии*

В процессе измерения неизвестный размер сравнивается с известным, который обычно принимают за единицу и выражают первый через второй в дольном или кратном отношении. Математически указанную процедуру сравнения можно записать следующим образом:

$$x = Q / [Q]. \quad (2.1.2.3)$$

Указанное выражение называют *основным уравнением измерения*. В качестве $[Q]$ при измерении физической величины выступает соответствующая единица СИ. Информация об этой единице (наименование, обозначение, используемая мера (метод сравнения с мерой), либо в разном виде, в градуировочной характеристике. При измерении с помощью отсчетного устройства, в градуировочной характеристике. При органолептических измерениях используется представление о размере величины,

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
органолептических измерениях используется представление о размере величины,
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

хранящееся в памяти человека.

Следует отметить, что процесс сравнения осуществляется при совместном влиянии множества как неслучайных, так и случайных факторов. Точный учет совместного влияния всех факторов невозможен, поэтому при многократном измерении одной и той же величины постоянного размера результат сравнения x , называемый отсчетом по шкале отношений, получается все время разным.

Это положение, установленное многолетней практикой, формулируется в виде аксиомы, которую называют *основным постулатом метрологии*: *отсчет всегда является случайным числом*.

На основании отсчета определяется показание СИ: $X = x[Q]$, которое является также случайным значением ($X \neq Q$).

Многие трудности в метрологии связаны с тем, что отсчет невозможно представить одним числом (величина случайная). Его можно как-то описать словами или математическими зависимостями.

Пример. При n -кратном независимом измерении одной и той же физической величины постоянного размера аналоговым измерительным прибором указатель отсчетного устройства в случайной последовательности по m раз останавливался на каждом из делений шкалы, показания прибора приведены в таблице 2. Чему равен отсчет при таком измерении?

Принимаем деления шкалы за основания и построим на них прямоугольники с высотами, равными отношению частоты M/n к цене деления Δx .

Таблица 2 – Показания прибора

Деление шкалы	m	Деление шкалы	m
0,1...0,11	1	0,15...0,16	23
0,11...0,12	2	0,16...0,17	20
0,12...0,13	6	0,17...0,18	10
0,13...0,14	11	0,18...0,19	5
0,14...0,15	19	0,19...0,20	3

Полученная фигура называется *гистограммой* (рисунок 1). Если соединить отрезками прямых середины верхних сторон прямоугольников, получим ломаную линию, называемую *полигоном*.

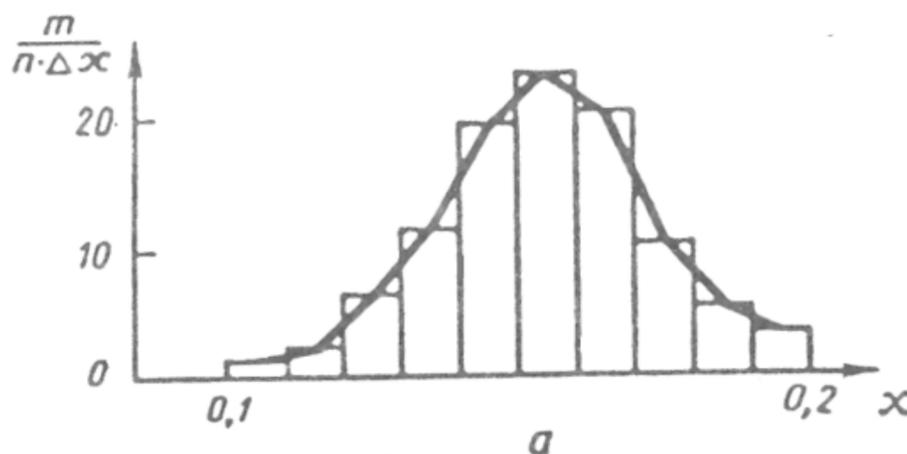


Рисунок 1 – Гистограмма и полигон аналогового измерительного прибора

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Как *полигон* является исчерпывающим эмпирическим описанием отсчета. Если *бы* была *возможность* увеличивать n , то в пределе при

$n \rightarrow \infty$ и $\Delta x \rightarrow 0$ полигон преобразовался бы в плавную кривую – *кривую плотности распределения вероятности отсчета $p(x)$* (дифференциальная функция распределения) (рисунок 2).

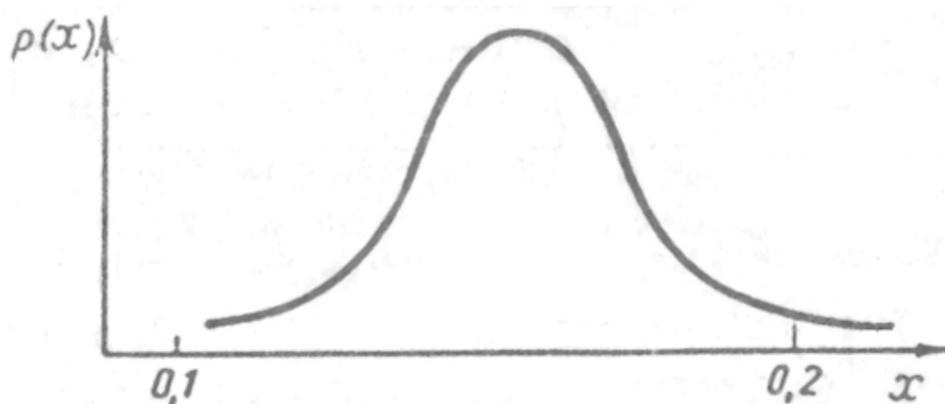


Рисунок 2 – Плотность распределения вероятности отсчета

Можно было бы построение выполнить иначе. Подсчитывая, сколько раз указатель отсчетного устройства останавливался левее каждой отметки шкалы, откладывая над этой отметкой вдоль оси ординат отношение числа таких отклонений к их общему числу n и соединяя полученные точки отрезками прямых, мы получим ломаную линию, называемую кумулятивной кривой (рисунок 3, а). При $n \rightarrow \infty$ кумулятивная кривая преобразуется в *функцию распределения вероятности отсчета $F(x)$* (рисунок 3, б).

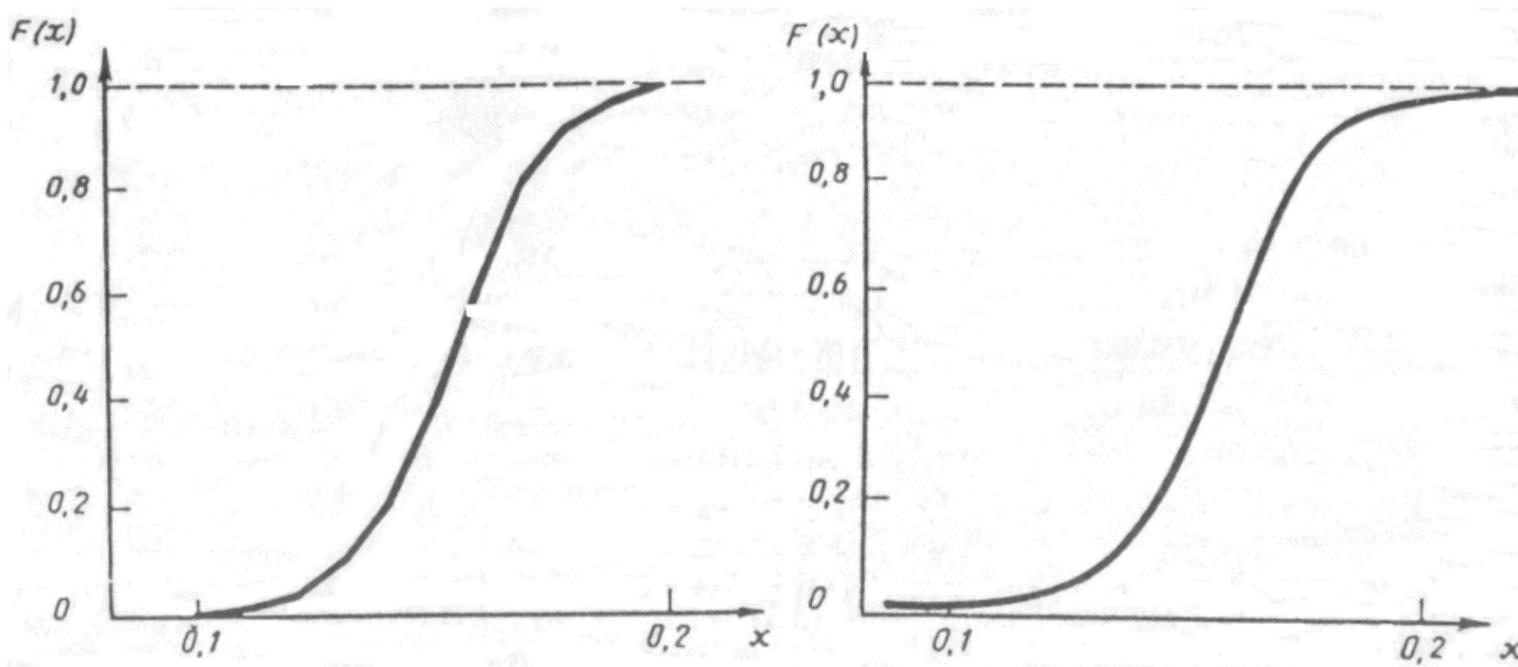


Рисунок 3 – Для аналогового измерительного прибора:
а – кумулятивная кривая; б – функция распределения вероятности отсчета

Плотность распределения вероятности $p(x)$ и функция распределения вероятности $F(x)$ служат математическими моделями законов распределения, получаемых из экспериментальных данных.

Рассмотрим некоторые *основные свойства* законов распределения вероятности отсчета:

1. Функция распределения вероятности $F(x)$ определяет вероятность того, что отдельный результат сравнения будет меньше x .

2. $F(x)$ – *монотонно возрастающая*, т.е. чем больше x , тем больше вероятность того, что результат сравнения превысит это значение. При этом в случае изменения x от –

до ∞ $F(x)$ изменяется от нуля до единицы.

3. Вероятность того, что результат сравнения окажется в интервале от x_1 до x_2 , равна

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

разности значений $F(x)$ на границах этого интервала:
 $p(x_1 \leq x \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$ и $p(x) = F'(x)$.

Описание отсчета с помощью законов распределения вероятностей является наиболее полным, но неудобным. Обычно ограничиваются приближенным описанием закона с помощью его *числовых характеристик* или *моментов*. Все они представляют собой некоторые средние значения. Если величины усредняются относительно начала координат, то они называются *начальными*, если усреднение производится относительно центра распределения, то моменты называются *центральными*.

Общее правило образования начальных моментов: $\bar{x}^r = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r p(x) dx$.

В метрологии широкое распространение находит начальный момент первого порядка, который называют *математическим ожиданием* или *средним значением*

отсчета: $M(x) = \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx$.

Свойства математического ожидания:

$$M(a) = a; \quad M(a, x) = aM(x);$$

$$M(x + y - z) = M(x) + M(y) - M(z);$$

$$M(x, y) = M(x)M(y); \quad a = const.$$

Математическое ожидание характеризует среднее значение отсчета, при этом экспериментально определить $M(x)$ не представляется возможным, поскольку для этого необходимо осуществить бесконечное число измерений. На практике используют лишь *оценку математического ожидания*, в качестве которой используется *среднее арифметическое*. Можно легко показать, что среднее арифметическое при $n \rightarrow \infty$ стремится к математическому ожиданию.

Мерой рассеяния результатов сравнения по формуле (3) относительно среднего значения является центральный момент второго порядка, который называют *дисперсией*:

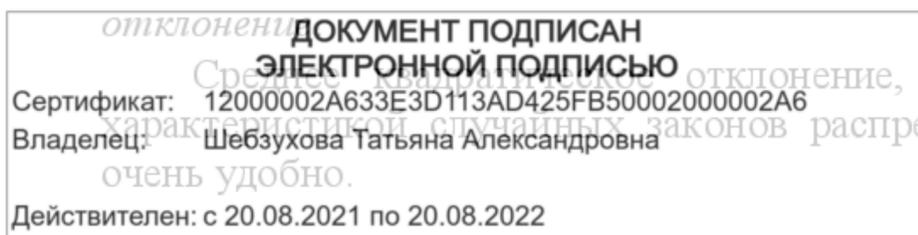
$$D(x) = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx.$$

Свойства дисперсии: $D(a) = 0; D(ax) = a^2 D(x);$

$$D(x+y) = D(x) + D(y); \quad a = const.$$

Чем больше дисперсия, тем значительнее рассеяние результатов сравнения относительно \bar{x} . Это наглядно демонстрируют кривые плотности распределения вероятности отсчета при различных дисперсиях (рисунок 4).

В метрологии в качестве меры рассеяния чаще используют *среднее квадратическое*



как и математическое ожидание, будучи
деления, само не является случайным, что

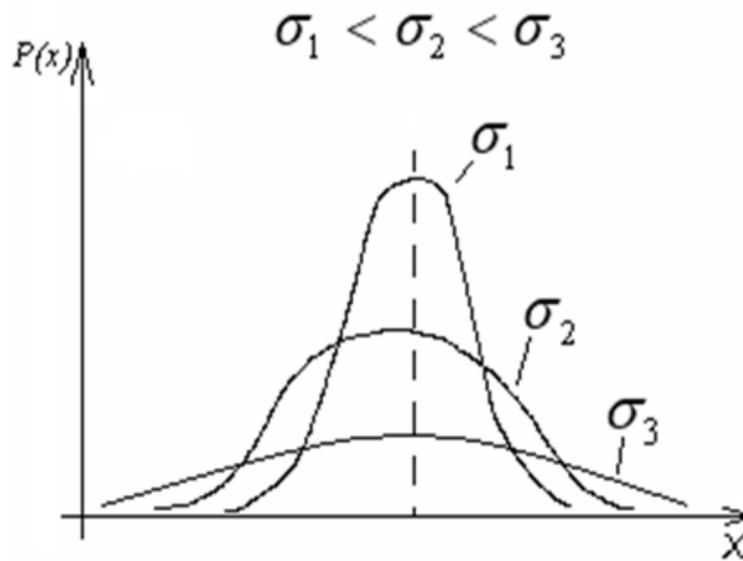


Рисунок 4 – Кривые плотности распределения вероятности отсчета при различных дисперсиях

Однако найти его также невозможно опытным путем, и ограничиваются определением оценки среднего квадратического отклонения по формуле

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Математическими моделями эмпирических законов распределения вероятности отсчета могут быть различные законы распределения, например закон Симпсона, Релея, нормальный закон распределения, равномерный и т.д.

Нормальный закон распределения (закон Гаусса) является наиболее распространенным при описании эмпирических данных. Кривая распределения для нормального закона имеет колоколообразную форму (рисунок 5).

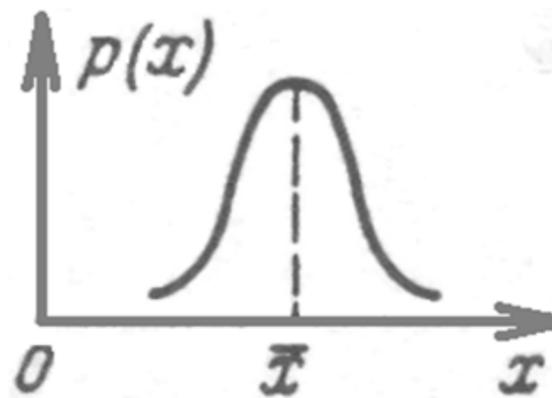


Рисунок 5 – Нормальный закон распределения

Для определения дифференциальной и интегральной функций распределения используются формулы:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}; \quad P(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\pi^2}} dx$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

К важнейшим преимуществам нормального закона распределения относится то, что

он является устойчивым, т.е. при комбинации нормальных законов получается также нормальный закон. Вторым важным преимуществом является наличие различных *табулированных данных* по этому закону, что существенно упрощает процедуру его применения.

Закон равномерного распределения имеет место, когда вероятность появления отсчета на некотором интервале значений измеряемой величины остается неизменной (пример с технологическим распределением сопротивлений резисторов, распределением диаметров шариков в подшипнике).

В метрологии находит также широкое применение *центрированный закон равномерного распределения*. Равномерным распределением называют такое распределение случайной величины, когда она с одинаковой вероятностью может принимать любое значение в заданных пределах (рисунок 6).

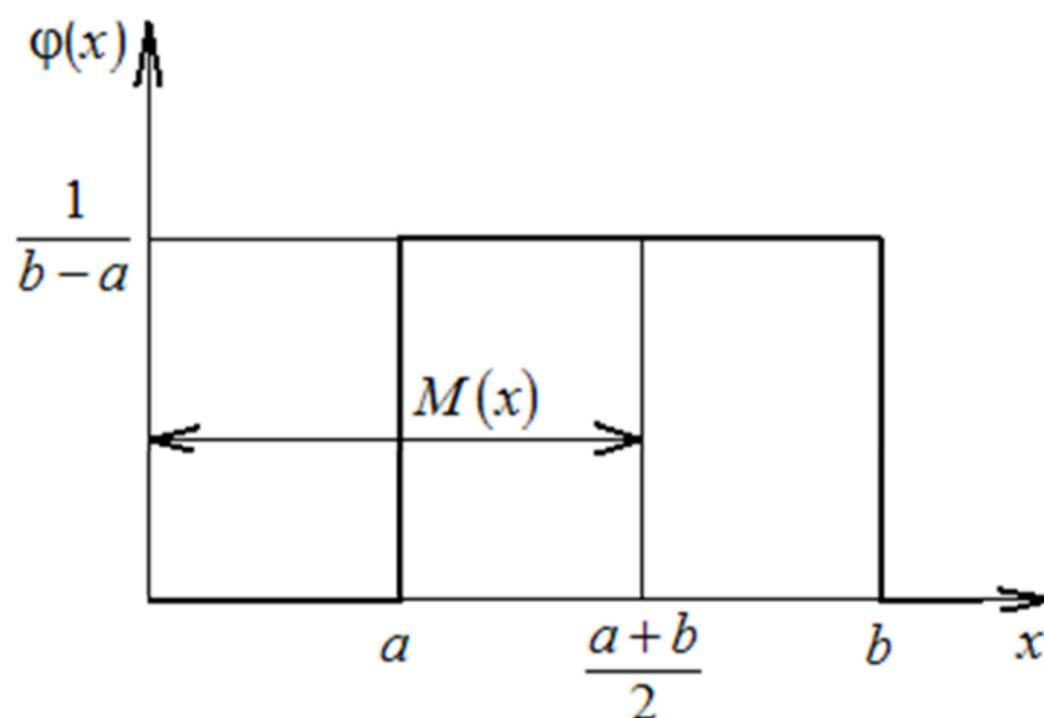


Рисунок 6 – Плотность вероятности (дифференциальная функция) равномерного распределения

Плотность вероятности равномерного распределения имеет вид:

$$\varphi(x) = 0 \text{ при } x < a; \quad \varphi(x) = \frac{1}{b-a} \text{ при } a \leq x \leq b; \quad \varphi(x) = 0 \text{ при } x > b,$$

где a и b – параметры закона, определяющие пределы изменения случайной величины X .

Закону равномерного распределения подчиняются погрешности от трения в опорах приборов, дискретности в цифровых приборах и т.д.

Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины, подчиняющейся равномерному распределению, соответственно равны:

$$M(x) = \frac{a+b}{2}; \quad D(x) = \frac{(b-a)^2}{12}; \quad \sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}.$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Практическое применение закона равномерного распределения ω при равномерном распределении
 $a = 2\sqrt{3}\sigma$
 2) Учет влияющих факторов

На результат измерения оказывают влияние различные группы факторов. Поэтому при проведении измерений необходимо каким-то образом учитывать эти факторы. В зависимости от этапа выполнения мероприятия по учету факторов можно разбить на три группы.

1) *Подготовка к измерениям.* В период подготовки к измерениям факторы, влияющие на их результат, необходимо по возможности *исключить*. Для этого особое внимание следует уделить тщательному анализу объекта измерения и правильному выбору *модели* измерения. Эффект субъективизма может быть существенно уменьшен, если в период подготовки измерений обеспечивается соблюдение эргономических, санитарно-гигиенических и прочих требований. При этом большую роль играет правильность методики выполнения измерений.

Для исключения или уменьшения влияния условий измерений применяются средства измерений, имеющие специальное экранирование, термостатирование, амортизационные устройства, стабилизаторы.

2) *Процесс измерения.* Если в процессе проведения измерений влияющие факторы не удалось исключить, то их стараются компенсировать, используя специальные методы (способы), например: замещения (замещение в мостовой схеме); компенсацию влияющего фактора по знаку, когда измерение проводится дважды таким образом, чтобы влияющий фактор оказывал противоположное действие; метод противопоставления; метод симметричных измерений, который используется для исключения прогрессивного влияния какого-либо фактора, являющегося линейной функцией времени (постепенный прогрев аппаратуры, разряд аккумуляторов), и т.д.

3) *После измерения,* если его не удастся организовать так, чтобы исключить или скомпенсировать какой-либо фактор, влияющий на результат, в последний иногда *вносят поправки*.

Пример 1. При измерении сопротивления методом амперметра-вольтметра две возможные схемы подключения СИ дают погрешность метода (рисунок 7).

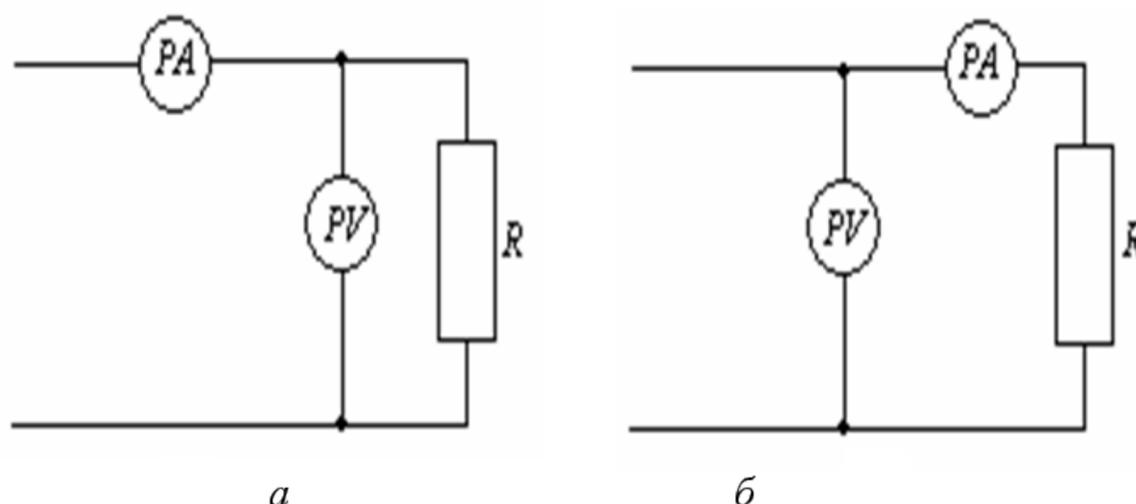


Рисунок 7 – Схемы включения СИ:
а – первый вариант; б – второй вариант

В первом варианте из показаний амперметра необходимо вычесть ток через вольтметр, т.е. внести в показания амперметра поправку, равную в данном случае $-\theta_a = -U/R_v$. При значениях измеряемого сопротивления, соизмеримых с сопротивлением вольтметра, эта поправка значительна.

Во втором варианте из показания вольтметра необходимо вычесть падение напряжения на амперметре, т.е. внести в показания вольтметра поправку $-\theta_a = -I \cdot R_I$. Эта поправка значительна при малых значениях R , соизмеримых с сопротивлением амперметра. Такого рода поправки называются *аддитивными*. Результат измерения получается путем

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
на амперметре ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
рода поправки называются аддитивными
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

прибавления аддитивной поправки к показаниям: $Q = X + \theta_a$. Этот результат не равен значению измеряемой величины, поскольку *результат измерения, как и отсчет и показания, является величиной случайной*.

Пример 2. При измерении ЭДС вольтметром внутреннее сопротивление источника ЭДС обычно не учитывают. Однако вольтметр согласно закону Ома показывает не ЭДС, а падение напряжения на внутреннем сопротивлении вольтметра: $U = E (R_v / R + R_v)$. Таким образом, для исключения влияния метода измерения в данном случае необходимо умножить показание вольтметра (U) на *поправочный множитель* $(R_v / R + R_v)$. Такого рода поправки (поправочные множители) называют *мультипликативными*.

Результат измерения получается умножением показания на мультипликативную поправку ($Q = X \cdot \theta_M$) и также является случайной величиной (учитывается влияние лишь одного из совокупности факторов).

Рассмотренные примеры иллюстрируют возможность учета с помощью поправок влияния *метода измерения*, его несовершенства. Аналогичные действия могут быть выполнены и для учета влияния *условий и средств измерений*.

Погрешность средства измерения, возникающая в результате влияния целого ряда факторов, является *всегда* величиной *случайной*. Часто погрешность имеет некоторую *закономерную составляющую*, приводящую к смещению среднего значения показания относительно значения измеряемой величины, т.е. СИ дает постоянно завышенные или заниженные показания. Указанная закономерная составляющая погрешности СИ, которую ранее называли *систематической* погрешностью, может при повторных измерениях одной и той же величины оставаться неизменной или изменяться по определенному закону. В соответствии с характером зависимости закономерной погрешности от измеряемой величины она может именоваться постоянной (например, смещение начала отсчета); прогрессивной (погрешность градуировки шкалы, погрешность при измерении времени); периодической (погрешность от эксцентриситета шкалы).

Указанные особенности СИ выявляются при их аттестации – всестороннем метрологическом обследовании. По итогам аттестации устанавливают поправку $\theta_{СИ}$, которую необходимо вносить в показания СИ. Эта поправка может быть также аддитивной или мультипликативной, числом или функцией, задаваться графиком, функцией или таблицей. С учетом изложенного результат измерения может быть представлен как

$$Q = X + \theta_{СИ} + \theta_a; \quad Q = \theta_M \theta_{СИ} X; \quad Q = \theta_M (X + \theta_{СИ}); \quad Q = \theta_{СИ} X + \theta_a.$$

Необходимо помнить, что аддитивные поправки имеют размерность измеряемой величины, а мультипликативные – безразмерны.

Для иллюстрации *приемов* экспериментального *определения поправок* существуют два способа:

1. Исследуемым прибором выполняют многократное измерение соответствующей образцовой меры, действительное значение которой известно с требуемой точностью. Поправку СИ определяют как разность между значением меры и средним арифметическим показанием прибора.

2. Одну и ту же величину измеряют образцовым и исследуемым прибором одновременно. При этом в каждом измерении добиваются одного и того же показания исследуемого прибора. Поправку определяют как разность между средним арифметическим показанием образцового прибора и показанием проверяемого.

Документ подписан ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

факторов, постоянно действующих и закономерно изменяющихся
случайным. Рассеяние отдельных значений результата измерения объясняется тем, что

сравнение неизвестного размера с известным (получение отсчета) происходит в условиях воздействия множества случайных факторов (помех), точный учет совместного влияния которых невозможен. Поэтому для оценки закона распределения результата измерения необходимо провести многократное измерение, т.е. несколько раз измерить одну и ту же величину.

Применяют два вида оценок результата измерения.

1) *Точечные оценки.*

Точечными называют оценки, которые выражаются одним числом. Предположим, что путем внесения поправок все закономерно изменяющиеся факторы учтены (выполнено *исправление* результата измерения). Тогда результат каждого отдельного сравнения при многократном измерении можно представить как

$$Q_i = Q + \delta_i,$$

где δ_i – *случайная погрешность* результата измерения; Q – значение измеряемой величины.

В большинстве случаев случайная величина Q_i распределена по одному из симметричных законов (как правило, по нормальному закону). Определим *среднее арифметическое значение* результата измерения:

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{n} = Q + \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{n}.$$

Для симметричных законов при достаточно большом n $\sum_{i=1}^n \delta_i \rightarrow 0$, т.е. среднее арифметическое стремится к значению измеряемой величины: $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{Q} = Q$.

Вывод: при симметричных законах распределения вероятности результата измерения *среднее арифметическое*, будучи оценкой математического ожидания, является *оценкой истинного значения измеряемой величины*.

Мерой рассеяния отдельных результатов сравнения относительно среднего арифметического является *среднее квадратическое отклонение*, оценка которого определяется как

$$S_Q = \sqrt{\frac{(Q_i - \bar{Q})^2}{n-1}}.$$

Среднее квадратическое является мерой случайной погрешности однократного измерения.

Среднее арифметическое находится по конечному ряду значений, каждое из которых является случайной величиной. Поэтому среднее арифметическое, будучи оценкой результата измерения, также случайная величина.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Мерой рассеяния среднего арифметического относительно значения измеряемой величины служит среднее квадратическое отклонение среднего арифметического или так называемое *стандартное отклонение*, оценка которого определяется как

$$S_{\bar{Q}} = \frac{S_Q}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{(Q_i - \bar{Q})^2}{n \cdot (n-1)}}$$

Стандартное отклонение является мерой случайной погрешности многократного измерения.

С увеличением числа опытов при многократном измерении точность последнего возрастает в \sqrt{n} раз (семь раз отмерь – один раз отрежь).

2) Интервальные оценки.

Точечные оценки Q и S характеризуют результат измерения, однако оценка по данным точечным характеристикам результата измерения не является наглядной и не дает непосредственной информации о том, чему же равно значение измеряемой величины.

Смысл оценки результата измерения с помощью интервалов заключается в нахождении *доверительных интервалов*, между границами которых с определенной *вероятностью (доверительной)* находится значение измеряемой величины.

Пусть α означает вероятность того, что значение результата измерения не отличается от значения величины больше, чем на E , это можно записать

$$P(\bar{Q} - E < Q < \bar{Q} + E) = \alpha,$$

где α – доверительная вероятность;

интервал значений от $\bar{Q} - E$ до $\bar{Q} + E$ – доверительный интервал.

Следовательно, доверительный интервал и доверительная вероятность связаны между собой: чем больше α , тем больше должен быть E . Таким образом, для оценки результата измерения необходимо иметь два значения: доверительный интервал – оценку *точности* и доверительную вероятность – оценку *надежности* результата.

На практике задаются определенной степенью надежности (доверительной вероятностью) и рассчитывают доверительный интервал. В машиностроении и приборостроении задаются $\alpha = 90 \dots 95 \%$, хотя для ответственных изделий может иметь место $0,99 \%$ и даже $0,999 \%$.

Значение E определяется на основании точечных оценок. Если закон распределения результата измерения нормальный, то E можно определить с помощью табулированной функции

$$\alpha = \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \text{ где } x = E / S.$$

Так, например, доверительной вероятности $0,683$ соответствует доверительный

интервал $\pm 2S$, а вероятности $0,997$ – интервал $\pm 3S$.

Приведенные рассуждения правомочны, если имеется достаточно большое число экспериментальных данных ($n > 40 \dots 50$). При технических измерениях, как правило,

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

производится значительно меньшее число измерений. В случае, когда вероятность результата распределяется по нормальному закону, а количество экспериментальных данных меньше 30...40, среднее арифметическое подчиняется закону распределения вероятности Стьюдента (псевдоним В.С. Госсета) с тем же средним значением $\bar{Q} = Q$.

Не останавливаясь на математических выражениях для распределения Стьюдента, следует отметить, что значения функции также табулированы. На основании табличных данных задаются доверительной вероятностью и числом t_α . Параметр (коэффициент) t_α играет в метрологии важную роль, он показывает, на какое среднеквадратическое отклонение с заданной вероятностью может отличаться случайное число, подчиняющееся нормальному закону распределения вероятности, от своего среднего значения. В данном случае t_α показывает, на какое среднеквадратическое отклонение среднее арифметическое может отличаться от значения измеряемой величины. Таким образом, доверительный интервал определяется как $E = t_\alpha \cdot S$.

В отличие от нормального распределения распределение Стьюдента дает значение t_α в зависимости от n . Так, например, доверительный интервал $\pm 2S$ имеет место для доверительной вероятности 0,86 ($n = 4$); 0,90 ($n = 6$); 0,924 ($n = 10$); 0,940 ($n = 20$). При $n > 30$ закон Стьюдента преобразуется в нормальный закон распределения.

е) Исключение промахов (грубых погрешностей измерений)

Надежность эргономической системы, куда входят объект измерения, человек, окружающая среда и средство измерения, не безгранична. В этой системе могут происходить разного рода отказы. Причины таких отказов могут быть различными: отказ СИ, скачки напряжения в питающей сети, сейсмические сотрясения, электромагнитные импульсы (локатор), отвлечение внимания оператора, неправильный отсчет, описка в записи результата и т.п. В итоге может иметь место *ошибка измерения*, которую называют еще *грубой погрешностью* или промахом (если виноват оператор).

При однократном измерении промах может быть обнаружен только путем логического анализа и сопоставления результата измерения с заранее ожидаемым результатом (например, измерение напряжения в сети и получение 50 В).

При многократном измерении одной и той же величины ошибка проявляется в том, что результаты отдельных измерений значительно отличаются от других. В этом случае необходимо решить вопрос о том, ошибочен ли данный результат или он принадлежит совокупности случайных значений. Для этого используются три способа.

1. Если сомнительный результат настолько существенно отличается от остальных, что его ошибочность не вызывает сомнения, то он отбрасывается без дополнительного математического подтверждения.

2. Если результатов измерений много ($n > 30...50$), то применяется правило трех сигм, то есть определяется доверительный интервал $Q \pm 3\sigma$ и если сомнительный результат выходит за его пределы, то он отбрасывается с вероятностью 0,997.

3. В случае если количество экспериментальных данных меньше 25, используется метод проверки статистической гипотезы. Выдвигается гипотеза, что сомнительный результат Q_i не является ошибочным, т.е. представляет собой одно из значений случайного результата измерения. Зная закон распределения, проверяют эту гипотезу. Сомнительным, в первую очередь, может быть наибольший или наименьший из результатов. Поэтому для проверки гипотезы рассматривают закон распределения

величин: ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$v = (Q_{\max} - \bar{Q}) / S_Q \quad \text{или} \quad v = (Q_{\min} - \bar{Q}) / S_Q$$

Функции распределения находятся методами теории вероятности. Они совпадают между собой, и для нормального закона распределения вероятности результата измерения протабулированы. По данным соответствующих таблиц при заданной доверительной вероятности или уровне значимости $q = 1 - \alpha$ можно для чисел измерений 3...25 найти те наибольшие значения V_q , которые случайная величина V может принять по чисто случайным причинам.

Если вычисленное по экспериментальным данным значение V окажется меньше среднеквадратических отклонений V_q , то гипотеза принимается; в противном случае ее можно отвергнуть. Тогда сомнительный результат следует рассматривать как ошибку и не принимать его во внимание при дальнейших расчетах.

После исключения ошибок необходимо заново найти точечные оценки закона распределения вероятности результата измерения.

Приведенные выше рассуждения справедливы лишь для нормального закона распределения вероятности. Поэтому если такой уверенности нет, то указанное обстоятельство необходимо проверить.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с техническим описанием и инструкцией по эксплуатации инструментального микроскопа.

2. Получить у преподавателя объект измерений.

3. Оценить необходимость внесения поправки (Θ) в показания микроскопа (наличие систематической составляющей погрешности). Для этого необходимо:

- оценить неизвестный размер, измерив его штангенциркулем;
- подобрать концевую меру (несколько мер) длины с соответствующим номинальным значением размера X_0 ;
- установить концевую меру на предметный стол микроскопа;
- перемещая возвратно-поступательно предметный стол микроскопа с помощью микрометрического винта, 10 раз зафиксировать отсчеты X_{ni} и X_{ki} , соответствующие совпадению одной из линий перекрестия окуляра микроскопа с гранями видимого теневого изображения концевой меры;

– получить 10 результатов измерений X_{oi} по формуле $\tilde{O}_{oi} = |X_{0ni} - X_{0ki}|$;

– определить среднее арифметическое неисправленных результатов измерений $\overline{X_0}$;

– установить искомое значение поправки $\Theta = X_0 - \overline{X_0}$;

– экспериментальные данные и результаты расчетов занести в таблицу 3.

4. Выполнить многократное измерение неизвестного размера. Для этого следует:

– установить объект измерения на предметный стол микроскопа на место концевой меры;

– по изложенной выше методике произвести 20 отсчетов X_{ni} и X_{ki} и получить 20 показаний X_i ;

– внести поправку и получить 20 результатов измерений $Q_i = X_i + \theta$;

– экспериментальные данные и результаты расчетов внести в таблицу 3.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Щербухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Таблица 3 – Статистические расчеты по определению точечных оценок

№ n/n	\tilde{O}_{0ni}	X_{0ki}	X_{0i}	\tilde{O}_{ni}	X_{ki}	X_i	Q_i	$Q_i - \bar{Q}$	$(Q_i - \bar{Q})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1									
...									
10									
...									
20									

5. Определить точечные оценки истинного значения измеряемой величины \bar{Q} и среднего квадратического отклонения S_Q .

6. Проверить наличие ошибок измерений (значение коэффициента v_q для уровня значимости $q = 1 - P$, где P – доверительная вероятность ($P = 0,95$), найти для числа измерений n по табл. 4). Ошибочные результаты следует исключить из массива, а вычисления по пп. 5 и 6 повторить.

Таблица 4 – Значения коэффициента $v_{0,05}$

n	17	18	19	20
$v_{0,05}$	2,551	2,557	2,660	2,623

7. Вычислить точечную оценку среднеквадратического отклонения результата измерения S_Q .

8. Пренебрегая неисключенной систематической погрешностью и считая закон распределения вероятности результата измерения нормальным, определить доверительные границы случайной погрешности результата измерений $E = t_p S_Q$ (значение коэффициента Стьюдента t_p для доверительной вероятности $P = 0,95$ и числа измерений после исключения ошибочных результатов n установить по таблице 5).

9. Записать результат измерений.

Таблица 5 – Значения коэффициента Стьюдента

$n - 1$	16	17	18	19
$t_{0,95}$	2,120	2,110	2,101	2,099

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое истинное, действительное и измеренное значения измеряемой величины.
2. Что представляет собой погрешность измерения.
3. В чем заключается сущность основного постулата метрологии.
4. Можно ли получить результат измерений без погрешности.
5. Перечислите основные точечные оценки результата измерения. Что характеризует

каждая из них.
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

6. Показывает доверительный интервал и доверительная вероятность при оценке истинного значения величины.

7. Что необходимо знать для определения доверительного интервала.
8. Изложите кратко метод обнаружения промахов (грубых погрешностей измерений или ошибок измерений).
9. Как записывается итог измерения при точечных оценках и оценках с помощью интервалов.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 5. Функциональные преобразования результатов измерений (косвенные измерения).

Форма проведения: лабораторная работа (3 часа)

Содержание: Изучение порядка функциональных преобразований результатов измерений.

Ход лабораторной работы:

Теоретическая часть

а) Виды и методы измерений

Измерение – это совокупность операций по применению системы измерений для получения значения измеряемой физической величины. Можно выделить следующие виды измерений:

1) По характеру зависимости измеряемой величины от времени измерения:

– *статические*, при которых измеряемая величина остается постоянной во времени (измерения размеров тела, постоянного давления);

– *динамические*, в процессе которых измеряемая величина изменяется и является непостоянной во времени (измерения пульсирующих давлений, вибраций);

2) по способу получения результатов измерений (виду уравнения измерений):

– прямые;

– косвенные;

– совокупные;

– совместные.

При *прямом* измерении искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных, например, измерение угла угломером или измерение диаметра штангенциркулем.

При *косвенном* измерении искомое значение величины определяют на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, поддающимися прямым измерениям. Например: определение среднего диаметра резьбы с помощью трех проволок; угла – с помощью синусной линейки.

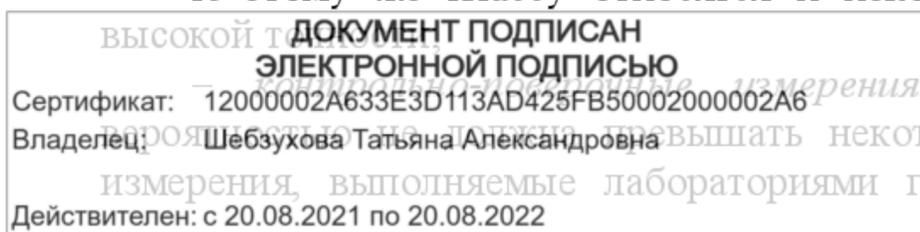
Совместными называют измерения (прямые или косвенные) одновременно двух или нескольких неоднородных величин. Целью совместных измерений является нахождение функциональной зависимости между величинами, например зависимости длины тела от температуры, зависимости электрического сопротивления проводника от давления и т. п.

Совокупные – это такие измерения, в которых значения измеряемых величин находят по данным повторных измерений одной или нескольких одноименных величин при различных сочетаниях мер или этих величин. Результаты совокупных измерений находят путем решения системы уравнений, составляемых по результатам нескольких прямых измерений. Например, совокупными являются измерения, при которых массы отдельных гирь набора находят по известной массе одной из них и по результатам прямых сравнений масс различных сочетаний гирь;

3) по условиям, определяющим точность результата измерения:

– измерения, требующие максимально возможной точности, достижимой при существующем уровне техники. К ним относятся, в первую очередь, *эталонные* измерения, связанные с максимально возможной точностью воспроизведения установленных единиц физических величин, и, кроме того, *измерения физических констант*, прежде всего универсальных (например, абсолютного значения ускорения свободного падения и др.).

К этому же классу относятся и некоторые специальные измерения, требующие



погрешность которых с определенной погрешностью не превышает некоторое заданное значение. К ним относятся измерения, выполняемые лабораториями государственного надзора за внедрением и

соблюдением стандартов и состоянием измерительной техники и заводскими измерительными лабораториями с погрешностью заранее заданного значения;

– *технические измерения*, в которых погрешность результата определяется характеристиками средств измерений. Например, измерения, выполняемые в процессе производства на машиностроительных предприятиях, на щитах распределительных устройств электрических станций и др.;

4) по способу выражения результатов измерений:

– *абсолютные*, которые основаны на прямых измерениях величины и (или) использовании значений физических констант, например, измерение размеров деталей штангенциркулем или микрометром;

– *относительные*, при которых величину сравнивают с одноименной, играющей роль единицы или принятой за исходную, например измерение диаметра вращающейся детали по числу оборотов соприкасающегося с ней аттестованного ролика.

В зависимости от совокупности измеряемых параметров изделия различают поэлементный и комплексный методы измерения.

Поэлементный метод характеризуется измерением каждого параметра изделия в отдельности (например, эксцентриситета, овальности, огранки цилиндрического вала).

Комплексный метод характеризуется измерением суммарного показателя качества (а не физической величины), на который оказывают влияние отдельные его составляющие (например, измерение радиального биения цилиндрической детали, на которое влияют эксцентриситет, овальность и др.).

Различают следующие методы измерений:

1. По способу получения значений измеряемых величин

– метод непосредственной оценки;

– метод сравнения с мерой.

Метод непосредственной оценки – метод измерения, при котором значение величины определяют непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия (например, измерение длины с помощью линейки или размеров деталей микрометром, угломером и т. д.).

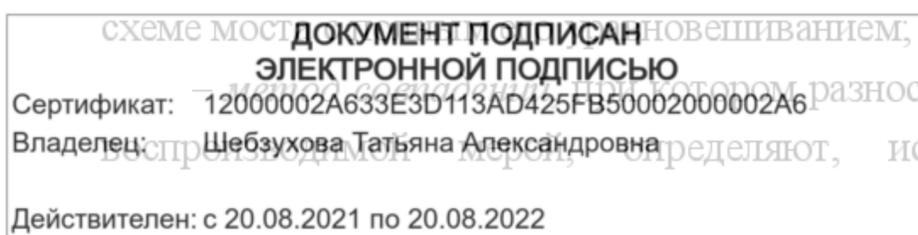
При *методе сравнения с мерой* измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой. Например, для измерения диаметра калибра микрокатор устанавливают на нуль по блоку концевых мер длины, а результаты измерения получают по отклонению стрелки микрокатора от нуля, то есть сравнивается измеряемая величина с размером блока концевых мер. О точности размера судят по отклонению стрелки микрокатора относительно нулевого положения.

Существуют несколько разновидностей метода сравнения с мерой:

– *метод противопоставления*, при котором измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействуют на прибор сравнения;

– *дифференциальный метод*. Измеряемую величину сравнивают с известной величиной, воспроизводимой мерой. Этим методом, например, определяют отклонение контролируемого диаметра детали на оптиметре после его настройки на нуль по блоку концевых мер длины;

– *нулевой метод*, при котором результирующий эффект воздействия величин на прибор сравнения доводят до нуля. Подобным методом измеряют электрическое сопротивление по



периодических сигналов (например, при измерении штангенциркулем используют совпадение отметок основной и нониусной шкал).

2. При измерении линейных величин

- контактный метод измерений;
- бесконтактный.

3. В зависимости от измерительных средств, используемых в процессе измерения

- инструментальный;
- экспертный;
- эвристический;
- органолептический метод измерений.

Инструментальный метод основан на использовании специальных технических средств, в том числе автоматизированных и автоматических.

При *экспертном* методе оценки используют данные нескольких специалистов. Широко применяется в квалиметрии, спорте, искусстве, медицине.

Эвристический метод оценки основан на интуиции. Широко используется способ попарного сопоставления, когда измеряемые величины сначала сравниваются между собой попарно, а затем производится ранжирование на основании результатов этого сравнения.

Органолептический метод оценки базируется на использовании органов чувств человека (осязания, обоняния, зрения, слуха и вкуса). Часто производятся измерения на основе впечатлений (конкурсы мастеров искусств, соревнования спортсменов).

б) Косвенные измерения

Косвенные измерения – это измерения, при которых искомое значение Q находят на основании зависимости

$$Q = F(Q_1, Q_2, \dots, Q_m),$$

где Q_1, Q_2, \dots, Q_m – значения, полученные при прямых измерениях.

По виду функциональной зависимости F они делятся на две основные группы – линейные и нелинейные. Для линейных косвенных измерений математический аппарат статистической обработки полученных результатов разработан детально. Обработка результатов косвенных измерений производится, как правило, методами: основанными на раздельной обработке аргументов и их погрешностей; линеаризации; приведения; перебора.

Косвенные измерения при линейной зависимости между аргументами. Линейная

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: ИИЧ Шибзухова Татьяна Александровна Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	функция является простейшей формой связи между измеряемой средством прямых измерений аргументами. Она может быть
--	---

выражена формулой

$$Q = \sum_{i=1}^m b_i Q_i,$$

где b_i – постоянный коэффициент i -го аргумента Q_i ;

m – число аргументов.

Погрешности линейных косвенных измерений *оцениваются методом, основанным на раздельной обработке аргументов и их погрешностей.*

Если коэффициенты b_i определяют экспериментально, то нахождение результата измерения величины Q_i производится поэтапно. Сначала оценивают каждое слагаемое $b_i Q_i$ как косвенно измеряемую величину, полученную в результате произведения двух измеряемых величин, а потом находят оценку измеряемой величины Q_i . Результат косвенного измерения определяют по формуле

$$\tilde{Q} = \sum_{i=1}^m b_i \tilde{Q}_i,$$

где \tilde{Q}_i – оценка результата измерений аргумента Q_i , получаемая, как правило, посредством обработки результатов многократных прямых измерений каждого из аргументов. При несмещенности и состоятельности результатов \tilde{Q}_i полученная оценка результата измерения \tilde{Q} будет также несмещенной и состоятельной. Поскольку дисперсия результата измерения

$$D[Q] = \sum_{i=1}^m b_i^2 D[Q_i],$$

то, если результаты \tilde{Q}_i обладают минимальной дисперсией, т.е. являются эффективными, оценка результата измерения \tilde{Q} также будет эффективной.

При отсутствии корреляционной связи между аргументами среднее квадратическое отклонение результата косвенного измерения $S(\tilde{Q})$, обусловленное случайными погрешностями, вычисляется по формуле

$$s(\tilde{Q}) = \sqrt{\sum_{i=1}^m b_i^2 s^2(\tilde{Q}_i)},$$

где $s(\tilde{Q}_i)$ – среднее квадратическое отклонение результата измерения аргумента Q_i .

При большом числе измерений (более 25–30), выполненных при нахождении каждого из аргументов, доверительную границу случайной погрешности результата косвенного измерения можно определить по формуле

$$E(P) = t_p s(\tilde{Q}),$$

где t_p – квантиль нормального распределения, соответствующий выбранной доверительной вероятности P .

Систематическая погрешность результата косвенного измерения определяется систематическими погрешностями результатов измерений аргументов. При измерениях систематические погрешности стремятся исключить. Однако полностью это сделать не удается, всегда остаются неисключенные систематические погрешности, которые рассматриваются как погрешности случайной величины, имеющей равномерное распределение. Это приводит к достаточно осторожным заключениям о погрешности результатов косвенных измерений.

Доверительные границы неисключенной систематической погрешности результата

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

линейного косвенного измерения $\Theta(P)$ в случае, если неисключенные систематические погрешности аргументов заданы границами Θ , вычисляют по формуле

$$\Theta(P) = k \sqrt{\sum_{i=1}^m b_i^2 \Theta_i^2},$$

где k – поправочный коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью P и числом m составляющих Θ_i .

Косвенные измерения при нелинейной зависимости между аргументами. Для обработки результатов измерений при нелинейных зависимостях между аргументами и некоррелированных погрешностях используется *метод линеаризации*. Он состоит в том, что нелинейная функция, связывающая измеряемую величину с аргументами, разлагается в ряд Тейлора:

$$Q = f(Q_1, Q_2, \dots, Q_m) = f(\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2, \dots, \tilde{Q}_m) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial Q_i} \Delta Q_i + \tilde{R},$$

где $\partial f / \partial Q_i$ – первая частная производная от функции f по аргументу Q_i , вычисленная в точке $\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2, \dots, \tilde{Q}_m$;

ΔQ_i – отклонение результата измерения аргумента Q_i от его среднего арифметического;

\tilde{R} – остаточный член.

Метод линеаризации применим, если остаточным членом можно пренебречь. Это возможно в том случае, если

$$\tilde{R} < 0,8 \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial Q_i} \right)^2 s^2(\tilde{Q}_i)},$$

где $s(\tilde{Q}_i)$ – среднее квадратическое отклонение случайной погрешности результата измерений аргумента Q_i .

При необходимости результаты косвенных измерений можно уточнить, используя члены ряда Тейлора более высокого порядка.

Оценка результата рассчитывается по формуле

$$\tilde{Q} = f(\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2, \dots, \tilde{Q}_m).$$

Коэффициенты влияния чаще всего определяются путем подстановки в выражения для частных производных оценок \tilde{Q}_i . Поэтому вместо самих коэффициентов влияния получают их оценки. В ряде случаев они устанавливаются экспериментально, что приводит к возникновению еще одной погрешности нелинейных косвенных измерений.

Оценка среднего квадратического отклонения случайной погрешности результата косвенного измерения:

<p>ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ</p>	$\tilde{Q} = \sqrt{\sum_{i=1}^m W_i^2} s^2(\tilde{Q}_i).$
<p>Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6</p> <p>Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна</p>	
<p>Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022</p>	

Доверительные границы случайной погрешности результата при нормально распределенных погрешностях измерений аргументов вычисляются, так же как и для линейных косвенных измерений, при условии, что вместо коэффициентов b_i в формулы подставляются коэффициенты влияния W_i . Аналогичным образом поступают при определении границ неисключенной систематической погрешности. Погрешность результата нелинейных косвенных измерений оценивается так же, как и при линейных измерениях.

Метод приведения. Он используется для определения результатов косвенного измерения и его погрешности при наличии корреляции между погрешностями измерений аргументов. Метод можно также применять при неизвестных распределениях погрешностей аргументов. Он предполагает наличие ряда согласованных результатов измерений аргументов, полученных в процессе многократных измерений. Согласованность результатов измерений означает либо одновременное их осуществление, либо то, что они выполнены над одним и тем же объектом и в одних и тех же условиях. Метод основан на приведении отдельных значений косвенно измеряемой величины к ряду простых измерений.

Результат косвенного измерения \tilde{Q} и среднего квадратического отклонения его случайной погрешности вычисляются по формулам:

$$\tilde{Q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Q_j; \quad s(\tilde{Q}) = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{(Q_j - \tilde{Q})^2}{n \cdot (n-1)}}.$$

Доверительные границы случайной погрешности результата измерения рассчитываются по формуле $\Delta = TS(\tilde{Q})$, где T – коэффициент, зависящий от вида распределения отдельных значений определяемой величины и выбранной доверительной вероятности.

Границы неисключенной систематической погрешности и доверительные границы погрешности результата косвенного измерения определяются так же, как и математические действия над результатами измерений в рассмотренных выше случаях.

в) Математические действия над результатами измерений

При использовании измерительной информации нередко производят различные математические действия над результатами измерений. При этом обязательно нужно учитывать, что результат измерения является случайным значением измеряемой величины. Обращение с результатами измерения как с неслучайными значениями приводит к ошибкам.

Любые функциональные преобразования результатов измерений связаны с изменением законов распределения вероятности. Так, если $Q = f(A)$, где A – результат измерения, а f – монотонная функция, то плотность распределения вероятности Q выражается через плотность распределения вероятности результата A измерения:

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

где f^{-1} – функция, обратная функции f .

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$P(Q) = P_A[f^{-1}(Q)] \cdot \left| \frac{d}{dQ} f^{-1}(Q) \right|, \quad (1)$$

Пример. $Q = A^2$, плотность распределения A : $P(A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-A^2/2}$. Определить закон распределения вероятности результата измерения $P(Q)$.

Решение:

$$Q = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{Q};$$

$$\left| \frac{d}{dQ} \sqrt{Q} \right| = \frac{1}{2\sqrt{Q}} \Rightarrow P(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-Q/2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{Q}} \approx \frac{1}{5\sqrt{Q}} \cdot e^{-Q/2}.$$

При сложных функциях и в случае, если функция является функцией нескольких переменных, произвести указанные преобразования невозможно. В этом случае ограничиваются определением приближенных оценок числовых законов.

Пусть осуществляются косвенные измерения величины Q путем вычисления ее значения по результатам измерений A и B по известной зависимости $Q = f(A; B)$. Предположим, что в результат измерения A и B внесены все необходимые поправки. Тогда A и B можно представить как

$$A = \bar{A} + \delta_A; \quad B = \bar{B} + \delta_B; \quad Q = \bar{Q} + \Theta + \delta.$$

Идея приближенного вычисления заключается в том, что сложную функцию представляют рядом, в котором ограничиваются первыми членами разложения.

По сравнению с \bar{A} и \bar{B} значения δ_A и δ_B достаточно малы, поэтому разложим функцию f в ряд Тейлора:

$$\bar{Q} + \Theta + \delta = f(\bar{A}; \bar{B}) + \frac{\partial f}{\partial A} \cdot \delta_A + \frac{\partial f}{\partial B} \cdot \delta_B + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial A^2} \cdot \delta_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial B^2} \cdot \delta_B^2 + \dots \quad (2)$$

Из анализа выражения (2) видно, что первые слагаемые правой и левой частей не зависят от случайных отклонений, и, следовательно:

$$\bar{Q} = f(\bar{A}; \bar{B}). \quad (3)$$

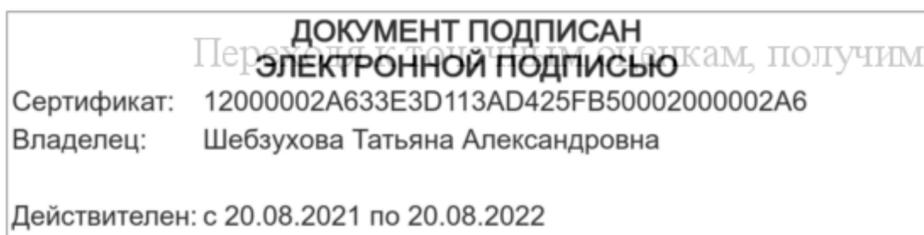
Для определения поправки Θ вычитаем из (2) уравнение (3) и усредним левую и правую части полученного выражения:

$$\Theta = - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial A^2} \cdot \sigma_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial B^2} \cdot \sigma_B^2 \right). \quad (4)$$

При функциональных преобразованиях результатов измерений, даже при равенстве нулю значений поправок A и B возникает необходимость во внесении поправки Θ .

Анализируя (2.1.3.4), можно утверждать, что

$$\delta = \frac{\partial f}{\partial A} \delta_A + \frac{\partial f}{\partial B} \delta_B.$$



$$\Theta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial f}{\partial A^2} \cdot S_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial f}{\partial B^2} \cdot S_B^2;$$

$$S = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A} \cdot S_A\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B} \cdot S_B\right)^2 + 2 \cdot \frac{\partial f}{\partial A} \cdot \frac{\partial f}{\partial B} \cdot S_A \cdot S_B \cdot \bar{R}},$$

где \bar{R} – коэффициент корреляции, $R \in [0;1]$.

$$\bar{R} = \frac{1}{(n-1) \cdot S_A \cdot S_B} \cdot \sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A}) \cdot (B_i - \bar{B}).$$

Рассмотрев общий подход к функциональным преобразованиям результатов измерений, рассмотрим частный случай.

Пример. Алгебраическое сложение результатов измерений.

Измеряют сопротивления двух резисторов. Получен результат:

$R_1 = 100$ Ом, $S_{R1} = 5,8$ (распределение равномерное) и $R_2 = 100$ Ом, $S_{R2} = 5,8$ (распределение равномерное). Определить сопротивление последовательно соединенных указанных резисторов.

Решение:

$$R = R_1 + R_2.$$

1) Определим $\bar{R} = \bar{R}_1 + \bar{R}_2 = 100 + 100 = 200$ Ом; $\Theta = 0$.

$$S_R = \sqrt{S_{R1}^2 + S_{R2}^2} = S_{R1} \cdot \sqrt{2} = 5,8 \cdot \sqrt{2} = 8,2 \text{ Ом.}$$

2) Определим сопротивление R с учетом того, что $R_1 = R_2$, как $R = 2 \cdot R_1$.

Тогда $\bar{R} = 2 \cdot \bar{R}_1 = 2 \cdot 100 = 200$ Ом; $S_R = 2 \cdot S_{R1} = 2 \cdot 5,8 = 11,6$ Ом.

Пример указывает на то, что для результатов измерений операция сложения не эквивалентна операции умножения, то есть $\sum_{i=1}^n Q_i \neq n \cdot Q$, где $Q_i = Q$.

Выше указывалось, что распределение вероятности алгебраической суммы нескольких случайных величин называют композицией их распределений. Композицией двух равномерных законов распределения является треугольный закон распределения (закон Симпсона). Композицией двух равномерных законов с неодинаковым размахом служит трапецеидальный закон. С увеличением числа независимых слагаемых композиция их законов распределения быстро стремится к нормальному закону (четыре-пять слагаемых). Нормальный закон является наиболее устойчивым.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с техническим описанием и инструкцией по эксплуатации катетометра.

2. Получить у преподавателя объект измерений.

3. Подготовить катетометр к работе. Для этого необходимо:

– регулируя опоры 19 (рисунок 8), выставить ось прибора в строго вертикальное положение по круглому уровню 2;

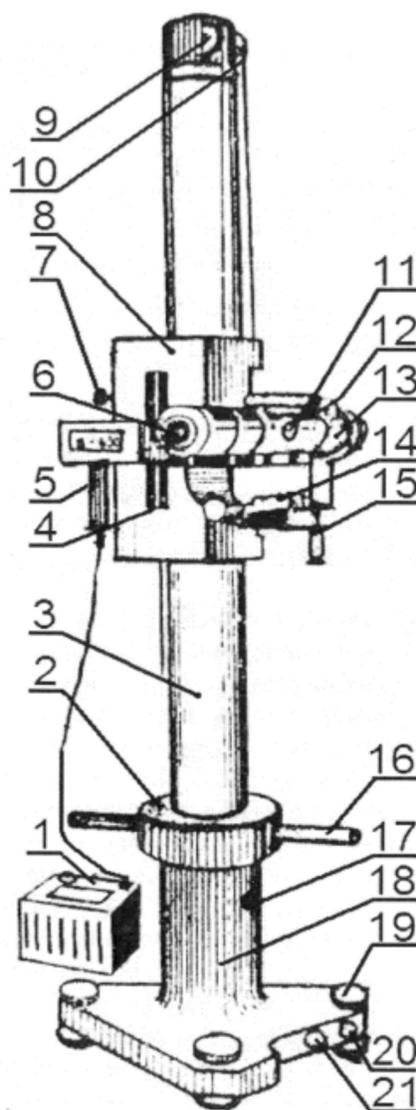
– вкрутив винт 7, вставить измерительную каретку в розетку источника питания 1 и вилку источника

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

– переместить измерительную каретку 8 на уровень измеряемого объекта, открепив винт 7.
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

- установить окуляр визирной трубы на резкость изображения масштабной сетки, шкалы и пузырька уровня;
- произвести наводку на резкость изображения измеряемого объекта, пользуясь маховиком 11.



- 1 – источник питания; 2 – уровень; 3 – колонка; 4, 15 – винты микрометрические; 5 – осветитель; 6 – окуляр; 7, 17, 20, 21 – винты; 8 – каретка; 9 – ролик; 10 – трос; 11 – маховик; 12 – линза насадочная; 13 – труба визирная; 14 – уровень; 16 – рукоятка; 18 – основание; 19 – регулируемая опора.

Рисунок 8 – Внешний вид катетометра В-630

4. Произвести измерение диаметра прутка. Для этого необходимо:

- произвести точную наводку визирной трубы на выбранную точку объекта с помощью микрометрического винта 4 при закрепленном винте 7 (при наводке визирной трубы одна из граней видимого изображения прутка должна располагаться точно посередине углового бисектора на уровне горизонтального штриха);
- наблюдая в окуляр, совместить изображения концов пузырька уровня винтом 15 (концы пузырька уровня должны образовывать дугу);
- снять отсчет X_{ki} по шкале и масштабной сетке;
- произвести аналогичным образом точную наводку визирной трубы на вторую грань видимого изображения прутка и снять отсчет X_{hi} по шкале и масштабной сетке;

– отобразить результаты измерения как $D_i = |X_{hi} - X_{ki}|$.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна по п. 4 еще 24 раза.

Результаты занести в таблицу 6.

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Таблица 6 – Экспериментальные и расчетные значения результатов измерений (форма)

$N \circ n/n, i$	X_{hi}	X_{ki}	D_i	$(D_i - \bar{D})$	$(D_i - \bar{D})^2$
1	2	3	4	5	6
1					
...					
25					

Статистические расчеты могут быть выполнены на ЭВМ.

6. Определить точечные оценки истинного значения диаметра \bar{D} , среднеквадратического отклонения результатов измерений S_D и среднеквадратического отклонения результата многократного измерения $S_{\bar{D}}$.

7. Проверить наличие промахов (значение коэффициента v_q для уровня значимости $q = 1 - P$, где P – доверительная вероятность ($P = 0,95$), определить для числа измерений n по таблице 7). Прوماхи следует исключить из массива, а вычисления по пп. 6 и 7 повторить.

Таблица 7 – Значения коэффициента $v_{0,05}$ для уровня значимости $q = 1 - P$

n	22	23	24	25
$v_{0,05}$	2,666	2,683	2,701	2,717

8. Рассчитать точечные оценки истинного значения определяемой площади поперечного сечения прутка \bar{F} , поправки Θ и среднеквадратического отклонения результата измерения площади $S_{\bar{F}}$.

9. Пренебрегая неисключенной систематической погрешностью и считая закон распределения вероятности результата измерения нормальным, определить доверительные границы случайной погрешности результата измерений $E = t_p S_{\bar{F}}$. (Значение коэффициента Стьюдента t_p для доверительной вероятности $P = 0,95$ и числа измерений после исключения ошибочных результатов n определить по таблице 8).

Таблица 8 – Значения коэффициента Стьюдента для доверительной вероятности $P = 0,95$

$n - 1$	21	22	23	24
$t_{0,95}$	2,080	2,074	2,069	2,064

10. Записать результат измерений.

Вопросы для обсуждения:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

1. Какие измерения называются прямыми?

2. Какие измерения называются косвенными?

3. Какие измерения называются органолептическими, инструментальными?

4. Какие измерения называются косвенными?

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

5. Укажите недостатки и преимущества косвенных измерений.

6. Запишите в общем виде выражение для определения точечной оценки \bar{Q} истинного значения измеряемой косвенным методом величины, рассчитываемой по зависимости $Q = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$, где X_i – величина, определяемая на основе прямых измерений.

7. Как найти значение поправки θ при функциональном преобразовании результатов измерений.

8. Как определить оценку среднеквадратического отклонения $S_{\bar{Q}}$ результата косвенного измерения.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 6. Динамические характеристики средств измерений.

Форма проведения: лабораторная работа (3 часа)

Содержание: Изучение динамических характеристик средств измерений.

Ход лабораторной работы:

Теоретическая часть

По характеру изменения измеряемой величины во времени различают *статические* и *динамические* измерения.

Статическое измерение – измерение физической величины, принимаемой в соответствии с конкретной измерительной задачей за неизменную на протяжении времени измерения.

Например, статическими считаются измерения длины неподвижной детали при нормальной температуре, измерения размеров земельного участка.

Динамическое измерение – измерение физической величины, размер которой изменяется во времени.

При проведении динамических измерений могут изменяться: сам размер величины, скорость или ускорение его изменения во времени. К числу динамических измерений относится измерение параметров вибрации (виброперемещение, виброскорость, виброускорение).

Динамические характеристики средства измерений (СИ) – это одна из групп метрологических характеристик.

Динамические характеристики СИ – это характеристики инерционных свойств СИ, определяющие зависимость выходного сигнала средства измерений от меняющихся во времени величин: параметров входного сигнала, внешних влияющих величин, нагрузки.

Динамические свойства средства измерений определяют динамическую погрешность. В зависимости от полноты описания динамических свойств средств измерений различают полные и частные динамические характеристики (см. ГОСТ 8.256).

Полная динамическая характеристика – характеристика, однозначно определяющая изменения входного сигнала средства измерений при любом изменении во времени информативного или неинформативного параметра входного сигнала, влияющей величины или нагрузки.

К полным динамическим характеристикам относят переходную, импульсную переходную, амплитудно-фазовую характеристики, совокупность амплитудно-частотной и фазово-частотной характеристик, передаточную функцию, а также дифференциальное уравнение СИ.

Частная динамическая характеристика не отражает полностью динамических свойств средства измерений. К частным динамическим характеристикам аналоговых средств измерений, которые можно рассматривать как линейные, относят любые функционалы или параметры полных динамических характеристик. Примерами таких характеристик являются время реакции средства измерений, коэффициент демпфирования, значение резонансной собственной угловой частоты, значение амплитудно-частотной характеристики на резонансной частоте.

Для измерительных приборов время реакции – время установления показаний прибора, т.е. время от момента скачкообразного изменения измеряемой величины до момента установления с определённой погрешностью показания, соответствующего установившемуся значению измеряемой величины.

Для экспериментального определения динамических характеристик на вход СИ подают *испытательные* (тестовые) *сигналы* (единичный скачок, единичные импульс и гармонический сигнал).

Единичный скачок представляет собой ступенчатое входное воздействие, амплитуда которого в начальный момент времени увеличивается (теоретически – мгновенно) от нуля до единицы (например, до $U_m = 1$ В). Единичный скачок служит для моделирования

условий включения или выключения СИ и используется для экспериментального получения его *переходной характеристики*.

Единичный импульс – это тестовый сигнал, который представляет собой короткий импульс. Теоретически длительность единичного импульса равна нулю, амплитуда – бесконечности, а площадь, занимаемая импульсом, – единице. Для математического моделирования единичного импульса используют дельта-функцию. Единичный импульс служит для моделирования случайной помехи, поступившей на вход СИ, и используется для экспериментального получения его *переходной импульсной характеристики*.

Гармонический сигнал представляет собой синусоидальный сигнал заданной амплитуды и частоты. Гармонический сигнал служит для моделирования работы СИ в нормальных условиях и используется для экспериментального получения его *частотных характеристик*.

Экспериментальное оборудование. Генератор сигналов низкочастотный ГЗ-112/1 предназначен для формирования электрических сигналов переменного электрического напряжения различной формы, частоты и амплитуды.

Генератор имеет следующие элементы управления:

1) *множитель частоты*, представляющий собой переключатель поддиапазонов частоты сигнала от 1 до 10^6 Гц (грубая настройка частоты).

Перед включением и выключением генератора множитель частоты желательно установить в среднее положение (1 кГц), так как сигналы такой частоты хорошо отображаются на экране осциллографа;

2) *регулятор частоты*, рукоятка со шкалой, градуированной в значениях частоты в диапазоне, например, от 0 до 10 Гц. Предназначен для плавной настройки частоты;

3) *регулятор амплитуды сигнала*, расположенный непосредственно над выходом генератора и предназначенный для регулировки амплитуды напряжения выходного сигнала генератора в диапазоне, например, от 0 до 10 В. *Перед включением и выключением генератора регулятор амплитуды должен быть установлен на нуль (крайнее левое положение)*, чтобы не испортить устройство, на вход которого подают выходной сигнал генератора;

4) *переключатель формы сигнала* для задания формы выходного сигнала генератора (синусоидальный или прямоугольный);

5) *выход частотной модуляции* для синхронизации генератора и устройства, на вход которого подают выходной сигнал генератора.

Осциллограф универсальный С1-68 (или осциллограф с близкими характеристиками, например, С1-70, С1-134 или С1-118) предназначен для отображения и измерения характеристик электрических сигналов переменного электрического напряжения различной формы, частоты и амплитуды.

Осциллограф имеет следующие основные элементы управления:

1. *Группа элементов управления лучом*, которая включает в себя рукоятки изменения яркости (яркость) и ширины (фокус) луча, а также рукоятки перемещения луча в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Рукоятки «яркость» и «фокус» предназначены для настройки качества изображения

луча – луч можно тоньше и минимально, но достаточно ярким.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

для перемещения луча по экрану при измерении характеристик сигнала.

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

2. *Регулятор масштаба сигнала*, предназначенный для изменения масштаба сигнала на экране осциллографа. Позволяет изменять масштаб сигнала по вертикальной оси (напряжение) в диапазоне, например, от 5 В/дел до 1 мВ/дел.

Экран осциллографа разбит на «квадраты», а делением считается сторона квадрата. Каждое деление разбито на 10 частей, позволяющих производить отсчёт показаний до десятых долей одного деления.

3. *Развёртка*, используемая для изменения цены деления шкалы времени осциллографа (горизонтальная ось), состоит из двух элементов: множителя и регулятора развёртки.

Множитель развёртки представляет собой тумблер с двумя положениями: 1 и 0,02. Это множители, на которые нужно умножать отсчёты по шкале времени. Множитель «0,02» используется при измерении периода высокочастотных сигналов.

Регулятор развёртки используется для изменения масштаба сигнала по шкале времени в диапазоне, например, от 2 с/дел до 2 мкс /дел (соответственно, для множителя «0,02» — от 0,04 с/дел до 0,04 мкс/дел). Вращающаяся центральная часть рукоятки регулятора предназначена для синхронизации сигнала (для остановки «бегущей волны»).

4. *Синхронизация* – устройство для остановки «бегущей волны». Оно состоит из рукояток «стабилизация», «уровень», тумблера переключения переменного сигнала / переменного сигнала с постоянной составляющей, тумблера переключения внутренней синхронизации, синхронизации от сети, внешней синхронизации (от выхода частотной модуляции генератора сигналов) и входа для подключения внешней синхронизации.

При выполнении лабораторной работы желательно соединить вход синхронизации осциллографа и выход частотной модуляции генератора сигналов экранированным кабелем (внешняя синхронизация). Если такой возможности нет, следует работать при внутренней синхронизации осциллографа, однако качество изображения при этом снизится.

5. *Переключатель переменного сигнала / переменного сигнала с постоянной составляющей*, расположенный непосредственно над входом осциллографа, представляет собой тумблер с двумя положениями – «переменный»/«переменный с постоянной составляющей». Предназначен для фильтрации постоянной составляющей сигнала. При работе с треугольным, прямоугольным или пилообразным сигналом необходимо установить тумблер в положение «переменный с постоянной составляющей». Указанные сигналы, в отличие от синусоидального сигнала, имеют постоянную составляющую.

Порядок выполнения работы

а) Изучение принципов настройки и эксплуатации осциллографа

1. Изучить техническое описание и инструкцию по эксплуатации объекта исследования – универсального осциллографа С1-68. Включить осциллограф (тумблер «Сеть»).

2. Настроить осциллограф. Дождаться появления луча. Если луч не появился, максимально увеличить его яркость; вращением рукояток вертикального и горизонтального перемещения луча найти его и установить на уровне оси абсцисс. Вращением рукояток «яркость» и «фокус» добиться вида луча, наиболее благоприятного для работы (тонкий и достаточно яркий).

3. Подготовить к включению генератор ГЗ-112/1. Для этого установить на генераторе частоту 1 кГц, а рукоятку регулятора амплитуды установить в крайнее левое положение (амплитуда сигнала равна нулю). С помощью экранированного кабеля подключить выход

генератора к входному разъёму осциллографа. **ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ** Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB5000200002A6 Владелец: КГ Шибзухова Татьяна Александровна Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

4. С помощью экранированного кабеля подать синусоидальный сигнал амплитудой 1 В, частотой 1 кГц на вход осциллографа. Для этого на осциллографе установить рукоятку регулятора масштаба сигнала в положение 0,5 В/дел. Затем

вращением рукоятки регулятора амплитуды, расположенной на генераторе, добиться размаха сигнала четыре деления.

5. Измерить частоту сигнала осциллографом. Для этого на осциллографе установить рукоятку регулятора развёртки в положение 0,5 мс/дел. Затем вращением центральной части рукоятки регулятора добиться, чтобы один период сигнала занимал такое количество делений шкалы времени, при котором значение частоты, рассчитанное по показаниям осциллографа, максимально приблизилось к 1 кГц (центральная часть рукоятки регулятора развёртки должна находиться в крайне правом положении, после характерного «щелчка»).

б) Исследование АЧХ осциллографа

1. Указать допускаемые значения нормируемых для осциллографа динамических характеристик согласно таблице 9.

2. Подключить к входу осциллографа выход генератора ГЗ-112/1. Подать от генератора синусоидальный сигнал частотой 1 кГц с амплитудным значением напряжения 1 В.

Таблица 9 – Нормируемые динамические характеристики осциллографа

№ п/п	Наименование характеристики	Единица измерения	Доп. значение	Условия испытаний	Факт. значение
1	Неравномерность АЧХ	%		0...200 кГц	
		дБ		0...1 МГц	
2	Время нарастания переходной характеристики	мкс		длительность импульса – 5 мкс, фронт нарастания – не более 0,1 мкс, неравномерность вершины – не более 3 %	
3	Время установления переходной характеристики	мкс			
4	Выброс переходной характеристики	%			

3. Рукояткой регулятора масштаба сигнала установить на экране осциллографа изображение входного сигнала с размахом в четыре деления шкалы.

4. Устанавливая значения частоты выходного сигнала генератора согласно таблице 10, при неизменной амплитуде измерить размах изображения сигнала на экране осциллографа H_i .

5. Результаты измерений занести в таблицу 10 и построить амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) осциллографа в координатах $\delta_U(f)$, где δ_U – отношение, определяемое по формуле

$$\delta_U = U_{m_i} / U_{m_0}, \quad (1)$$

где U_{m_i} – амплитудное значение напряжения сигнала на i -й частоте;

U_{m_0} – амплитудное значение напряжения сигнала на частоте 1 кГц.

Таблица 10 – Результаты исследования АЧХ осциллографа

Номер, i	Частота сигнала f , Гц	Размах сигнала по шкале амплитуды H_i , дел.	Измеренное значение амплитуды напряжения U_{m_i} , В	Отношение U_{m_i} / U_{m_0}
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ				
1	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6			
2	Шебзухова Татьяна Александровна			
3	100			

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: 2 Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

4	500			
5	1000			
6	10000			
7	100000			
8	200000			
9	500000			
10	1000000			
11	1500000			
12	2000000			

6. Рассчитать неравномерность АЧХ N в полосе частот от 0 до 200 кГц относительно частоты 1 кГц:

$$N = \frac{|U_m(f_x) - U_{m_0}|}{U_{m_0}} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где U_{m_0} – амплитудное значение напряжения входного сигнала осциллографа на начальной частоте ($f_0 = 1$ кГц);

$U_m(f_x)$ – амплитудное значение напряжения входного сигнала осциллографа на частоте f_x , при которой наблюдается наибольшее отклонение величины изображения от величины изображения на частоте 1 кГц.

7. Рассчитать неравномерности АЧХ в полосе пропускания от 0 до 1 МГц. Результаты расчётов занести в таблицу 9, самостоятельно выразив неравномерность АЧХ в децибелах. Сравнить полученные значения нормируемых динамических характеристик с допускаемыми значениями.

8. Построить графики АЧХ в обычном и логарифмическом масштабе.

в) *Исследование переходной характеристики осциллографа*

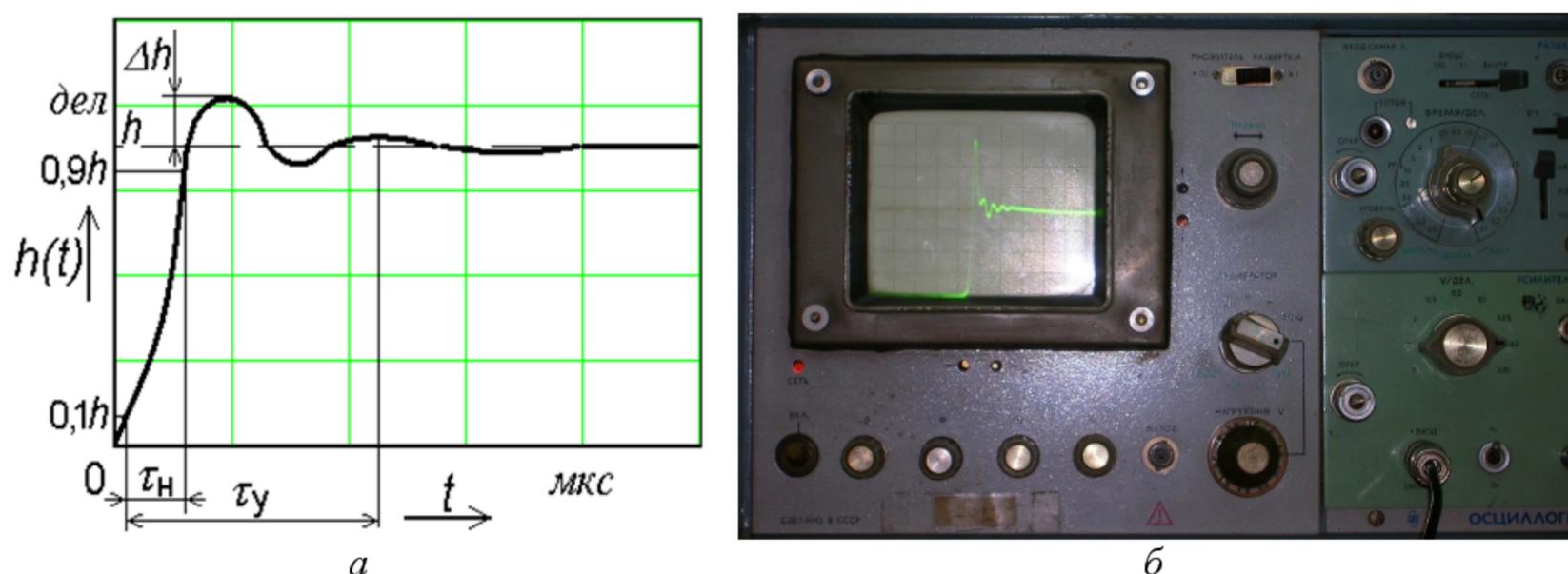
1. Подключить к входу осциллографа выход генератора Г5-48. Настроить осциллограф на работу с сигналом прямоугольной формы. С помощью генератора сигналов задать электрический сигнал прямоугольной формы длительностью 5 мкс при фронте нарастания не более 0,11 мкс. Запуск развертки осуществить синхронизирующим импульсом с генератора, опережающим испытательный импульс на 2 мкс.

2. Регулируя масштаб изображения на экране осциллографа, установить размах изображения $H = 6$ дел, а развертку изображения по шкале времени установить в такое положение, при котором на экране будет помещаться один передний фронт импульса. Постараться добиться изображения на экране осциллографа, соответствующего рисунку 9.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022



а – график $h(t)$; б – внешний вид.

Рисунок 9 – Переходная характеристика

3. Определить время нарастания переходной характеристики τ_n как временной интервал, в течение которого происходит отклонение луча осциллографа от уровня 0,1 до уровня 0,9 амплитуды испытательного импульса.

4. Определить время установления переходной характеристики τ_y как временной интервал от уровня 0,1 амплитуды импульса до момента, когда значение переходной характеристики после выброса достигает допустимой величины неравномерности установившегося значения – 3 % (см. рисунок 9).

5. Рассчитать относительное значение выброса на переходной характеристике по формуле

$$\delta_h = \frac{\Delta h}{h} \cdot 100 \% . \quad (3)$$

6. Результаты расчётов занести в таблицу 9, сравнить полученные значения нормируемых динамических характеристик с допустимыми значениями. Построить график переходной характеристики осциллографа.

7. Изменяя фронт нарастания испытательного импульса в сторону увеличения или уменьшения, установить его максимально допустимое значение, при котором кривая на экране осциллографа практически не изменяется.

Вопросы для обсуждения:

1. Какие измерения считают динамическими?
2. На какие две группы подразделяются динамические характеристики средств измерений.
3. Перечислите полные динамические характеристики средств измерений.
4. Приведите примеры частных динамических характеристик.
5. Какие динамические характеристики нормируют для приборов, предназначенных для регистрации изменяющихся величин. Какое допущение имеет место для электронно-лучевых осциллографов.
6. В чём заключается сущность прямого метода определения динамических характеристик.
7. Какие наиболее распространённые испытательные сигналы вы знаете.
8. Как экспериментально определить переходную, импульсную и амплитудно-частотную характеристики средства измерений.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 7. Первичная статистическая обработка выборок.

Форма проведения: лабораторная работа (3 часа)

Содержание: Изучение порядка составления и первичной статистической обработки выборок.

Ход лабораторной работы:

Основные термины.

Генеральная выборка – это совокупность значений какого-то признака объекта исследования принадлежащих или бесконечно большой выборки данных, или бесконечно большого множества данных.

Выборка – это часть значений, принадлежащих генеральной выборки с вероятностными свойствами близкими к свойствам генеральной совокупности, т.е. выборка должна быть представительной.

Безвозвратная или бесповоротная выборка означает, что случайно выбранный объект после проверки нужного признака не возвращается обратно в генеральную совокупность.

n- мерная выборка – это фиксирование или измерение одного или нескольких признаков и их значений.

Вариационный ряд – ряд полученный из значений выборки по определенному критерию или из наложенных ограничений или условий.

Полигон – вариационный ряд составлен по значениям случайных величин выборки и попарно соединяется отрезком прямой линии.

Гистограмма – над каждым значением случайной величины строится прямоугольник, высота которого пропорциональна относительным частотам появления совокупности и случайных величин на заданном интервале Δx

Мода – максимальная величина из всех значений вариационного ряда .

Медиана – значение серединного элемента вариационного ряда.

Среднее арифметическое

$$m_1 = \bar{x} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i$$

где, черточка означает операцию усреднения (суммирования);

n – число элементов выборки;

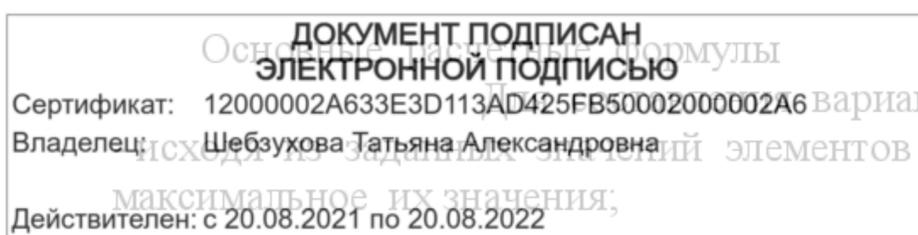
x_i – значения элементов выборки.

Дисперсия выборки

$$D = \sigma^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (x_i - m_1)^2$$

Стандартное или среднеквадратичное отклонение (СКО)

$$\sigma = \sqrt{D}$$



Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Щербухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

вариационного ряда необходимо:
выборки найти X_{\min} и X_{\max} минимальное и
максимальное их значения;

- в первый столбец таблицы записать варианты значений случайной величины по возрастанию;
- определить сколько раз встретились в выборке величины первого столбца и записать их во второй столбец.

Построение графиков вариационных рядов

Найти относительные частоты как

$$P_i = n_i / n, \text{ где}$$

n_i - число раз из второго столбца

Построить график функции $n_i / n = f(x)$

2.3 Числовые характеристики:

а. если $n_i / n = 1$, то среднеарифметическое значение запишется как

$$m_1 = 1/n \sum x_i$$

если $n_i / n = \text{const}$ для всех i , и $n_i / n = 1/l$ $i = 1, 2, \dots, l$, где l - квантор общности, то

$$m_1 = \sum n_i / n \cdot x_i = \sum p_i \cdot x_i$$

где p_i = выборочная вероятность появления i -той случайной величины. В общем случае $m = n$

Если заданы суммы m случайных величин из различных генеральных совокупностей $X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{pi}$, $p = 1, 2, \dots, l$, то, суммарное среднее

$m_1 = m_{11} + m_{12} + m_{13} + \dots + m_{1p}$, т.е. сумме средних значений совокупностей случайных величин различных генеральных выборок.

Дисперсия выборки

$$D = 1/n \sum (x_i - m_1)^2 \text{ или } D = 1/n \sum x_i^2 - m_1^2$$

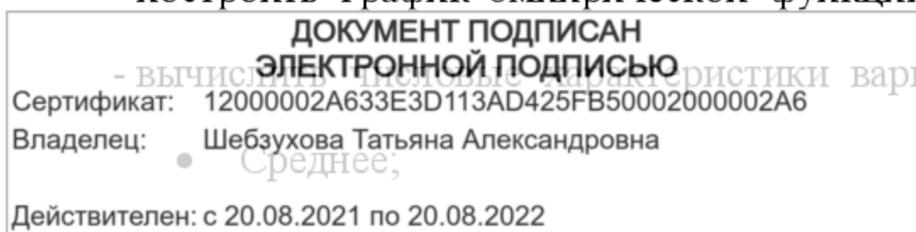
среднеквадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D}$$

Задание

По заданной выборке (см. приложение) решить следующие подзадачи:

- составить вариационный ряд;
- вычислить относительные частоты (частности) и накопленные частности;
- построить графики вариационного ряда (полигон и гистограмму);
- составить эмпирическую функцию распределения;
- построить график эмпирической функции распределения;



- вычислить численные характеристики вариационного ряда:

- Дисперсию;
- СКО;
- Моду M_0 ;
- Медиану M_e .

Полученные данные свести в таблицу 1 и 2

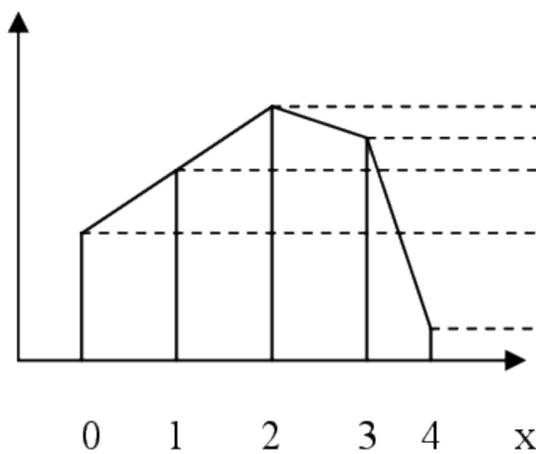
Таблица 1

x_i	n_i	n_i / n	Накопленные частоты

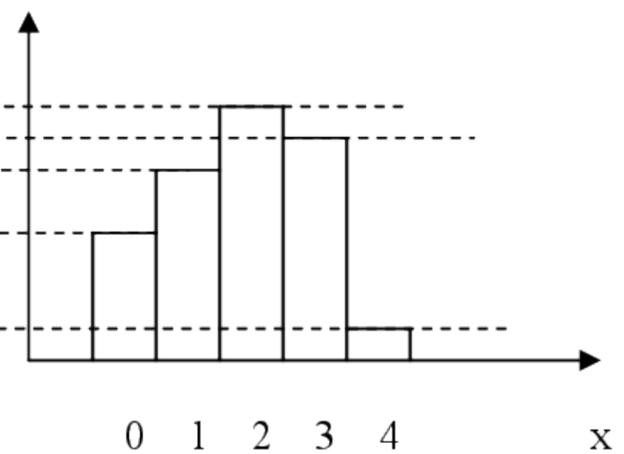
Таблица 2

m_i	D	\sqrt{D}	M_0	M_e

Графики (примеры)



Полигон вариационного ряда



Гистограмма вариационного ряда



Эмпирическая функция распределения выборки

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

В среде Mathcad сгенерировать случайные равномерно – распределенные в интервале 0,1 числа:

$$n_r = 10 ; 100 ; 200 ; 500 ; 800 ; 1000$$

воспользовавшись встроенной функцией $rnd(x)$.

3.2.1. Построить поле случайных чисел $x = f(n)$.

Построить гистограмму случайных чисел для 10 интервалов ($hist(int, x)$)

Найти:

- $mean(x)$ - среднее значение x_i ;
- $var(x)$ – дисперсию x_i ;
- $side(x)$ – среднеквадратическое значение.

Сделать качественный вывод по гистограммам о степени равномерности распределения x_i от величины выборки n .

Сделать сравнительный анализ степени стремления оценок числовых характеристик к истинным их значениям с учетом того, что точные значения числовых характеристик равны:

$$m_1 = n + 1/2$$

$$D = n^2 - 1/12$$

Вопросы для обсуждения:

1. Чем отличается выборка случайной величины от генеральной совокупности выборок?
2. Что понимается под представительной выборкой, приведите примеры.
3. Постройте вариационный ряд для данных : 1, 1, 1, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 4, 4, 4, 0, 0, 0
4. Для заданных значений п.4.3 найдите среднее значение.
5. Для заданных значений п.3 найдите дисперсию случайной величины.
6. Для заданных значений п.3 найдите среднеквадратичное отклонение.
7. Для заданных значений п.3 найдите моду эмпирического распределения.
8. Для заданных значений п.3 найдите медиану эмпирического распределения.
9. Для заданных значений п.3. постройте гистограмму эмпирического распределения.
10. Для заданных значений п.3 постройте гистограмму эмпирического распределения.
11. Для заданных значений п.3. постройте нарастающую эмпирическую функцию распределения.
12. Какие единицы измерения имеют среднее значение, дисперсия, среднеквадратичное отклонение, медиана, мода эмпирического распределения, если случайные величины представляют собой скорость, время, вес, длину, сопротивление ток напряжение, мощность, температуру, давление, концентрацию

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: 14.Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

среднего и дисперсии случайных величин.
статистических свойствах случайных величин несут
среднее, дисперсия, эмпирическая функция распределения.

15. Как зависит выборочное среднее от вида истинного распределения случайных величин?
16. Как зависит выборочная дисперсия от истинного распределения случайных величин?
17. Как зависят значения моды и медианы эмпирического распределения от истинного распределения случайных величин.
18. Чему равно среднеарифметическое суммы $2 - x$, $3 - x$, n случайных величин.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 8. Определение комплекта нормативных документов и установление номенклатуры требований к изделию.

Форма проведения: **лабораторная работа (3 часа)**

Содержание: Освоить правила разработки, оформления и утверждения нормативных документов на новые виды продукции.

Ход лабораторной работы:

Теоретическая часть

Оценка соответствия – это прямое или косвенное определение соблюдения требований, предъявляемых к объекту. В оценке участвуют три стороны. Участвующие стороны представляют, как правило, интересы поставщиков (первая сторона) и покупателей (вторая сторона). Третья сторона – лицо или орган, признаваемые независимыми от участвующих сторон в рассматриваемом вопросе.

Подтверждение соответствия – документальное удостоверение соответствия продукции или иных объектов, процессов производства, эксплуатации, хранения, перевозки, реализации и утилизации, выполнения работ или оказания услуг требованиям технических регламентов, положениям стандартов или условиям договоров. Подтверждение соответствия может носить добровольный или обязательный характер. Добровольное подтверждение соответствия осуществляется в форме добровольной сертификации. Обязательное подтверждение соответствия осуществляется в формах принятия декларации о соответствии (декларирования соответствия) и обязательной сертификации.

Сертификация – форма осуществления органом по сертификации подтверждения соответствия объектов требованиям технических регламентов, положениям стандартов или условиям договоров. При этой форме подтверждение осуществляется третьей стороной – органом по сертификации.

Обязательная сертификация производится на основании законов и законодательных положений и обеспечивает доказательство соответствия товара требованиям технических регламентов, обязательным требованиям стандартов. Поскольку обязательные требования нормативных документов относятся к безопасности, охране здоровья людей и окружающей среды, то основными аспектами обязательной сертификации являются безопасность, экологичность, совместимость, взаимозаменяемость.

Специальная техника, используемая в приборостроении, машиностроении, автомобилестроении и т.д., включена, как правило, в номенклатуру продукции и услуг, подлежащих обязательной сертификации в Российской Федерации. В связи с этим этапы разработки и подготовки к выпуску такой продукции предполагают необходимость подробного изучения нормативных документов, которые содержат требования к изделиям. Данные требования, характеристики, нормы и правила должны быть учтены при разработке технического задания, технических условий и эксплуатационных документов на продукцию.

При формировании перечня нормативных документов, используемых при проведении сертификационных испытаний, необходимо уделять внимание не только стандартам, относящимся к группе однородной продукции, но и стандартам, содержащим общие технические требования по безопасности, совместимости, методам испытаний

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Получить у преподавателя задание на объект сертификации.
2. Дать краткую характеристику объекта сертификации и указать его технические характеристики.
3. Сформировать перечень нормативных документов, содержащих требования к объекту сертификации.
4. На основании комплекта нормативных документов составить перечень требований к сертифицируемому изделию.
5. Выбрать орган по сертификации и испытательную лабораторию. Составить заявку.

Вопросы для обсуждения:

1. Дайте определения основных понятий в области оценки соответствия.
2. Укажите цели и принципы подтверждения соответствия.
3. Перечислите формы подтверждения соответствия.
4. С какой целью осуществляется сертификация продукции и услуг.
5. В каких случаях сертификация носит обязательный характер.
6. Участники обязательной сертификации и их функции.
7. Раскройте понятие «система сертификации».
8. Чем вызвано введение декларирования соответствия.
9. Что означает маркировка СЭ и чем она отличается от знака обращения на рынке.
10. Дайте краткую характеристику содержания стандартов общих технических условий, стандартов на методы испытаний (контроля, измерений, анализа).
11. Какие органы государственного управления участвуют в сертификации изделий.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторная работа № 9. Разработка программы сертификационных испытаний и оценка соответствия продукции.

Форма проведения: лабораторная работа (3 часа)

Содержание: Уяснить порядок разработки программы сертификационных испытаний на основе требований к объекту с представлением методики и используемого оборудования.

Ход лабораторной работы:

Теоретическая часть

Сертификация продукции представляет собой процедуру подтверждения соответствия, посредством которой независимая от изготовителя (продавца, исполнителя) и потребителя (покупателя) организация удостоверяет в письменной форме, что продукция соответствует установленным требованиям. Сертификация осуществляется в целях содействия потребителям в компетентном выборе продукции; защиты потребителя от недобросовестности изготовителя; контроля безопасности продукции для окружающей среды, жизни, здоровья и имущества; подтверждения показателей качества, заявленных изготовителем и т.д.

Положительный результат сертификации удостоверяется сертификатом соответствия – документом, подтверждающим соответствие продукции установленным требованиям.

Сертификация может иметь обязательный и добровольный характер. Обязательная сертификация осуществляется в целях, предусмотренных законодательными актами Российской Федерации.

К нормативным документам, используемым при обязательной сертификации, относятся законы Российской Федерации, национальные стандарты (в том числе принятые в Российской Федерации межгосударственные и международные стандарты), санитарные нормы и правила, нормы по безопасности, а также другие документы, которые в соответствии с законодательством Российской Федерации устанавливают обязательные требования к продукции.

Обязательная сертификация вводится органом государственного управления и осуществляется независимо от желания производителя. В Российской Федерации продукция, не имеющая сертификата соответствия, запрещена к реализации.

Для продукции, подлежащей обязательной сертификации, проводятся сертификационные испытания. Под испытанием понимается определение технологических и эксплуатационных свойств преимущественно с помощью различных методик, машин и приборов. Основная цель испытаний – получение информации о состоянии испытываемого объекта. Эта информация в дальнейшем может использоваться для решения различных задач.

В процессе технического проектирования и разработки опытных образцов объекта должна производиться детализация программы испытаний. В общем случае программа сертификационных испытаний должна создаваться параллельно с созданием объекта. Более того, в конструкции объекта, в его компоновке должны быть учтены требования, выдвигаемые испытаниями.

При использовании программ сертификационных испытаний необходимо изучить и использовать национальные стандарты на технические условия выбранных для сертификации приборов.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

ГОСТ 12.2.007.0-75; ГОСТ Р МЭК 335-1-94; ГОСТ 12.1.019-79;
 ГОСТ 12.1.038-82; ГОСТ 12.1.003-83; ГОСТ 30630.0.0-99;
 ГОСТ 30630.1.1-99; ГОСТ 30630.1.2-99; ГОСТ Р 51371-99;
 ГОСТ Р 51368-99; ГОСТ Р 51369-99; ГОСТ Р 51370-99;
 ГОСТ 11478-88; ГОСТ 15543.1-89; ГОСТ 9.048-89;
 ГОСТ Р МЭК 60065-2004; ГОСТ 12.2.013.0-91 (МЭК 745-1-82);
 ГОСТ МЭК 730-1-95 / ГОСТ Р МЭК 730-1-94; ГОСТ 30631-99;
 ГОСТ Р МЭК 60065-2002; ГОСТ 27484-87 (МЭК 695-2-2-80);
 ГОСТ 27924-88 (МЭК 695-2-3-80); ГОСТ 28218-89 (МЭК 68-2-32-75);
 ГОСТ Р 51325.1-99 (МЭК 60320-1-94); ГОСТ Р МЭК 60335-2-29-98.

Разработка программы сертификационных испытаний

Программа испытаний должна включать перечень требований стандарта, подлежащих проверке при испытаниях, норму на данное требование (показатель), определяемых по стандарту, метод и методику испытаний и используемое испытательное оборудование.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя задание на разработку программы сертификационных испытаний конкретного объекта (прибора).
2. Дать краткую характеристику объекта сертификации и указать его технические характеристики.
3. Сформировать перечень нормативных документов, содержащих требования к объекту сертификации.
4. На основании комплекта нормативных документов составить перечень требований к сертифицируемому объекту.
5. Разработать программу сертификационных испытаний в форме таблицы 40. Объём контролируемых показателей должен составлять 15 ... 20 наименований.

Таблица 40 – Программа проведения сертификационных испытаний

Контролируемый показатель	Значение показателя (норма)	Метод и методика испытаний	Используемое испытательное оборудование

Вопросы для обсуждения:

1. Что означает понятие «испытание продукции».
2. В каких случаях сертификация носит обязательный характер.
3. В каких случаях сертификация носит добровольный характер.
4. Дайте краткую характеристику содержания стандартов общих технических условий, стандартов на методы испытаний (контроля, измерений, анализа).
5. Какие органы государственного управления участвуют в сертификации изделий.
6. Правила и порядок сертификации.
7. Назовите участников обязательной и добровольной сертификации и определите их функции.
8. Чем вызвано введение декларирования соответствия.
9. Что означает маркировка СЭ и чем она отличается от знака обращения на рынке.
10. ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ осуществляется государственный контроль и надзор за сертифицированной продукцией.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Перечень основной литературы

1. Перемитина, Т.О. Метрология, стандартизация и сертификация / Т.О. Перемитина; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск: ТУСУР, 2016. – 150 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480887> -Библиогр.: с. 144. – Текст : электронный.
2. Байделюк, В.С. Метрология, стандартизация и сертификация: стандартизация основных норм взаимозаменяемости / В.С. Байделюк, Я.С. Гончарова, О.В. Князева ; сост. В.С. Байделюк, Я.С. Гончарова, О.В. Князева ; Министерство образования и науки Российской Федерации и др. – Красноярск : СибГТУ, 2014. – 158 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428844> – Библиогр. в кн. – Текст: электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Тарасова, О.Г. Метрология, стандартизация и сертификация / О.Г. Тарасова, Э.А. Анисимов; Поволжский государственный технологический университет. – Йошкар-Ола: ПГТУ, 2016. – 112 с.: табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459515> – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8158-1709-8. – Текст: электронный.
2. Гребенщикова, М.М. Основы метрологии, стандартизации и сертификации в легкой промышленности / М.М. Гребенщикова, М.М. Миронов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». – Казань : Издательство КНИТУ, 2017. – 120 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500893> – Библиогр.: с. 86. – ISBN 978-5-7882-2246-2. – Текст: электронный.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks
2. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека on-line»
3. Электронно-библиотечная система Лань

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по организации самостоятельной работы
по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация»
для студентов направления подготовки /специальности

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

Пятигорск, 2022

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шибзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Содержание

Введение	63
1. Общая характеристика самостоятельной работы студента.....	64
2. План - график выполнения самостоятельной работы.....	65
3. Методические рекомендации по изучению теоретического материала	65
3.1. Вид самостоятельной работы: самостоятельное изучение литературы.....	65
3.2. Вид самостоятельной работы: подготовка к лабораторным занятиям	66
4. Методические указания	66
Список рекомендуемой литературы	67

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Введение

Методические указания и задания для выполнения самостоятельной работы студентами по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» по направлению подготовки бакалавров: 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

Методическое пособие содержит весь необходимый материал для выполнения самостоятельной работы по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация».

В данном методическом пособии приведены темы и вопросы для самостоятельного изучения.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1.Общая характеристика самостоятельной работы студента

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, выполняемый учащимся без непосредственного контакта с преподавателем или управляемый преподавателем опосредовано через специальные учебные материалы; неотъемлемое обязательное звено процесса обучения, предусматривающее прежде всего индивидуальную работу учащихся в соответствии с установкой преподавателя или учебника, программы обучения.

На современном этапе самостоятельную работу студента следует разделить на работу с бумажными источниками информации, т.е. учебниками, методическими пособиями, монографиями, журналами и т.д. и электронными источниками информации, т.е. доступ к электронным ресурсам через Интернет.

Сегодня самостоятельную работу студента невозможно представить без использования информационной сети – Интернет. Необходимость использования Интернета возникает не только при подготовке к практическим и семинарским занятиям, но, в большей степени, при написании различных исследовательских и творческих работ. Многие современные монографии, периодические журналы изданы только в электронном виде и с ними можно познакомиться только в Интернете.

Цели и задачи самостоятельной работы: формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Наименование компетенции

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ОПК-6 Способен участвовать в разработке технической документации с использованием стандартов, норм и правил, связанных с профессиональной деятельностью	ИД-1 _{ОПК-6} Знать стандарты, нормы и правила при разработке технической документации	Готовность к контролю технического состояния транспортных средств с использованием средств технического диагностирования
	ИД-2 _{ОПК-6} Уметь участвовать в разработке технической документации с использованием стандартов, норм и правил, связанных с профессиональной деятельностью	Готовность к организации и контролю качества и безопасности процессов сервиса, параметров технологических процессов с учетом требований потребителя
	ИД-3 _{ОПК-6} Владеть навыками разработки технической документации с использованием стандартов, норм и правил, связанных с	Способен адаптировать и модифицировать специализированное программное обеспечение, методы и алгоритмы систем искусственного интеллекта и машинного обучения в профессиональной деятельности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

2. План - график выполнения самостоятельной работы

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
3 семестр					
ОПК-6 (ИД-1; ИД-2; ИД-3)	Самостоятельное изучение литературы по темам № 1-9	Собеседование	63,18	7,02	70,2
ОПК-6 (ИД-1; ИД-2; ИД-3)	Подготовка к лабораторным занятиям	Отчёт (письменный)	1,62	0,18	1,8
Итого за 3 семестр			64,8	7,2	72
Итого			64,8	7,2	72

3. Методические рекомендации по изучению теоретического материала

3.1. Вид самостоятельной работы: самостоятельное изучение литературы

Изучать учебную дисциплину «Метрология, стандартизация и сертификация» рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них в программе дисциплины. При теоретическом изучении дисциплины студент должен пользоваться соответствующей литературой. Примерный перечень литературы приведен в рабочей программе

Для более полного освоения учебного материала студентам читаются лекции по важнейшим разделам и темам учебной дисциплины. На лекциях излагаются и детально рассматриваются наиболее важные вопросы, составляющие теоретический и практический фундамент дисциплины.

Итоговый продукт: конспект лекций

Средства и технологии оценки: Собеседование

Критерии оценивания: Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине.

Темы для самостоятельного изучения:

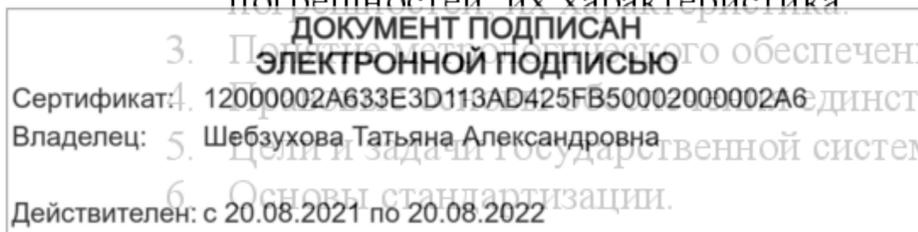
1. Теоретические основы метрологии.
2. Взаимозаменяемость и точность размеров. Понятие погрешности, источники погрешностей, их характеристика.

3. Цели и задачи государственной системы обеспечения единства измерений.

4. Цели и задачи государственной системы обеспечения единства измерений.

5. Цели и задачи государственной системы обеспечения единства измерений.

6. Основы стандартизации.



7. Техническое регулирование. Основные функции и задачи системы технического регулирования.
8. Основные положения государственной системы стандартизации, ее состав. Объекты, принципы и методы стандартизации.
9. Основные цели и объекты сертификации. Схемы и системы сертификации. Правила и порядок проведения сертификации.

3.2. Вид самостоятельной работы: подготовка к лабораторным занятиям

Итоговый продукт: отчет по лабораторной работе

Средства и технологии оценки: защита отчета

Критерии оценивания: Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно, если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине

4. Методические указания

Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация», направления подготовки 23.03.03 - Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Список рекомендуемой литературы

Перечень основной литературы

3. Перемитина, Т.О. Метрология, стандартизация и сертификация / Т.О. Перемитина; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск: ТУСУР, 2016. – 150 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480887> -Библиогр.: с. 144. – Текст : электронный.
4. Байделюк, В.С. Метрология, стандартизация и сертификация: стандартизация основных норм взаимозаменяемости / В.С. Байделюк, Я.С. Гончарова, О.В. Князева ; сост. В.С. Байделюк, Я.С. Гончарова, О.В. Князева ; Министерство образования и науки Российской Федерации и др. – Красноярск : СибГТУ, 2014. – 158 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428844> – Библиогр. в кн. – Текст: электронный.

Перечень дополнительной литературы:

3. Тарасова, О.Г. Метрология, стандартизация и сертификация / О.Г. Тарасова, Э.А. Анисимов; Поволжский государственный технологический университет. – Йошкар-Ола: ПГТУ, 2016. – 112 с.: табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459515> – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8158-1709-8. – Текст: электронный.
4. 2.Гребенщикова, М.М. Основы метрологии, стандартизации и сертификации в легкой промышленности / М.М. Гребенщикова, М.М. Миронов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». – Казань : Издательство КНИТУ, 2017. – 120 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500893> – Библиогр.: с. 86. – ISBN 978-5-7882-2246-2. – Текст: электронный.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

4. Электронно-библиотечная система IPRbooks
5. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека on-line»
6. Электронно-библиотечная система Лань

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022