

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна

Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета

Дата подписания: 12.09.2023 16:42:35

Уникальный программный ключ:

d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное автономное

образовательное учреждение высшего образования

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ

И.о. заведующего кафедрой
физики, электротехники и электроэнергетики
Масютина Г.В.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по
дисциплине «Математика»

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

Направление подготовки

13.03.02 Электроэнергетика
и электротехника

Направленность (профиль)

Передача и распределение электрической
энергии в системах электроснабжения

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

очная

Год начала обучения

2021 г

Реализуется в 1,2 семестре

Предисловие

1. Назначение для проверки знаний, умений и навыков текущего и промежуточного контроля.

2. Фонд оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации на основе рабочей программы дисциплины составлен в соответствии с образовательной программой по направлению подготовки 09.03.02, утвержденной на заседании учебно-методического совета ФГАОУ ВО «СКФУ» протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

3. Разработчик _____
ФОС рассмотрен и утвержден на заседании кафедры физики, электротехники и электроэнергетики
Протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

4. ФОС согласован с выпускающей кафедрой кафедрой систем управления и информационных технологий
Протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

5. Проведена экспертиза ФОС. Члены экспертной группы, проводившие внутреннюю экспертизу:

Председатель _____

Экспертное заключение: данные оценочные средства соответствует требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, рекомендуются для использования в учебном процессе.

«__» _____

_____ (подпись)

6. Срок действия ФОС один год.

Направление подготовки

13.03.02 Электроэнергетика и электротехникаНаправленность
(профиль)Передача и распределение электрической энергии в системах
электроснабжения

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

очная

Год начала обучения

2021

Код оцениваемой компетенции (или её части)	Модуль, раздел, тема (в соответствии с Программой)	Тип контроля	Вид контроля	Компонент фонда оценочных средств	Количество заданий для каждого уровня, шт.	
					Базовый	Продвинутый
ОПК-2	Темы 1-27	текущий	письменный	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	44	29
ОПК-2	Темы 10-27	промежуточный	устный	Вопросы к экзамену	87	25

Составитель _____

«___» _____ 20 г

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ФЭиЭ

_____ А.В.Пермяков

«__» _____ 20__ г.

**Вопросы к экзамену
Базовый уровень**

Знать:

1. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Определение производной функции в точке.
3. Геометрический и механический смысл производной.
4. Основные теоремы дифференциального исчисления.
5. Понятие дифференциала функции.
6. Понятие неопределенного интеграла. Первообразная.
7. Свойства неопределенного интеграла.
8. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральная сумма.
9. Условия существования определенного интеграла.
10. Свойства определенного интеграла.
11. Понятие предела для функции двух и более переменных.
12. Непрерывность функций нескольких переменных.
13. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
14. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.
15. Понятие двойного интеграла.
16. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
17. Основные свойства двойного интеграла.
18. Понятие тройного интеграла.
19. Криволинейные интегралы I рода: основные понятия.
20. Криволинейные интегралы II рода: основные понятия.
21. Поверхностный интеграл.
22. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
23. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной, их геометрический смысл.
24. Уравнения с разделяющимися переменными.
25. Линейные уравнения.
26. Понятие числового ряда.
27. Ряд геометрической прогрессии.
28. Гармонический ряд.
29. Знакопередающиеся ряды.
30. Абсолютная и условная сходимость.
31. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
32. Векторная функция.
33. Кривая линия на плоскости.
34. Кривая в пространстве и сопровождающий трёхгранник Френе.
35. Поверхность и её свойства.
36. Кривая на поверхности.

Уметь:

1. Основные правила дифференцирования.
2. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
3. Логарифмическое дифференцирование.
4. Производные высших порядков.
5. Правило Лопиталю.
6. Возрастание и убывание функций.
7. Экстремум функции.
8. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
9. Асимптоты графика функции.
10. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
11. Дифференциалы высших порядков.
12. Интегрирование элементарных дробей.
13. Интегрирование рациональных функций.
14. Интегрирование тригонометрических функций.
15. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
16. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
17. Частные производные высших порядков.
18. Касательная и нормаль к поверхности.
19. Производная по направлению. Градиент.
20. Экстремум функции нескольких переменных.
21. Наибольшее и наименьшее значения функции.
22. Условный экстремум.
23. Метод множителей Лагранжа.
24. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
25. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
26. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
27. Замена переменных в тройном интеграле.
28. Вычисление криволинейного интеграла I рода.
29. Вычисление криволинейного интеграла II рода.
30. Формула Остроградского-Грина.
31. Методы решения ДУ первого порядка.
32. Методы решения уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка.
33. Интегрирование ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
34. Признак Лейбница.
35. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
36. Сходимость степенных рядов.

Владеть:

1. Общая схема исследования функций и построения графиков.
2. Таблица основных неопределенных интегралов. Непосредственное интегрирование.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование по частям.
5. Способы вычисления определенного интеграла.
6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Замена переменной в определенном интеграле.
8. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
9. Физические и геометрические приложения определенного интеграла.
10. Методы интегрирования ДУ первого порядка.
11. Методы интегрирования ДУ второго порядка.

12. Признаки сходимости числовых рядов.
13. Численное решение систем уравнений.
14. Численное дифференцирование.
15. Численное интегрирование.

Продвинутый уровень

Знать:

1. Задача о проведении касательной к кривой.
2. Производная логарифмической функции (вывод).
3. Производные степенных и показательных функций (вывод).
4. Теоремы о среднем с доказательством.
5. Формула Тейлора для многочлена.
6. Формула Тейлора для произвольной функции.
7. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.
8. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
9. Однородные уравнения.
10. Понятие функционального ряда.

Уметь:

1. Достаточные условия экстремума функции, выраженные через производные высших порядков.
2. Производные функций, заданных параметрически.
3. Уравнения касательной прямой и нормальной плоскости к пространственной кривой, заданной параметрически.
4. Несобственные интегралы.
5. Решение уравнений высшего порядка, допускающих понижение порядка.
6. Интегрирование нормальных систем ДУ.
7. Системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами.

Владеть:

1. Интерполирование функций.
2. Интегрирование иррациональных функций.
3. Приближенные методы вычисления определенных интегралов.
4. Приложения двойного интеграла.
6. Приложения тройного интеграла.
7. Приложения криволинейных интегралов.
8. Приложения степенных рядов.

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

2. Описание шкалы оценивания

Промежуточная аттестация в форме экзамена предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры и оценивается 40 баллами из 100. Минимальное количество баллов, необходимое для допуска к экзамену, составляет 33 балла. Положительный ответ студента на экзамене оценивается рейтинговыми баллами в диапазоне от **20** до **40** ($20 \leq S_{\text{экз}} \leq 40$), оценка **меньше 20** баллов считается неудовлетворительной.

Шкала соответствия рейтингового балла экзамена 5-балльной системе

Рейтинговый балл по дисциплине	Оценка по 5-балльной системе
35 – 40	Отлично
28 – 34	Хорошо
20 – 27	Удовлетворительно

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения экзамена осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются 1 теоретический вопрос и два практических задания.

Для подготовки по билету отводиться 40 мин. При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования справочными таблицами.

Составитель _____
(подпись)

« ____ » _____ 20__ г.

Оценочный лист

№ п/п	Ф.И.О. студента	Параметры состояния образованности									Итоговый балл
		Предметно-информационная составляющая образованности				Деятельностно-коммуникативная составляющая образованности			Ценностно-ориентационная составляющая образованности		
		Контроль-но-методиче-ский срез	Общеучебные умения и навыки			Уровень развития устной речи	Умение работать с информацией	Гра-мот-ность	Умение использо-вать полученн-ые знания в повседнев-ной жизни	Уро-вень аде-кват-ности само-оценки	
Умение анализирова-ть	Умение доказы-вать		Умение делать выводы								
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____ А.В.Пермяков
«__» _____ 20__ г.

Комплект заданий и вопросов по темам дисциплины

Раздел 1.

Базовый уровень

1. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие выражения:

а) $A+B$; б) $A-B$.

2. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = (-1 \ 2 \ 3), \quad F = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) $A+B$;

б) $B-D$;

в) $A+B-C$;

г) A^T+B ;

д) D^T+F ;

е) F^T+A .

3. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие выражения:

а) $A-2B$;

б) $3A+2B$;

в) $2A-4B$.

4. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = (-1, 2, 3), \quad X = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) $2A+B$;

б) $2B-D$;

в) $A+2B-3C$;

г) $3A^T+B$;

д) D^T+2X ;

е) $2X-D$.

5. Даны квадратные матрицы 2-ого порядка

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вычислите $A \cdot B$, $B \cdot A$ и $A \cdot B - B \cdot A$.

6. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) $A \cdot B$ и $B \cdot A$;

б) $D \cdot C$ и $C \cdot D$;

в) $A \cdot F$ и $F \cdot A$;

г) $D \cdot F$ и $F \cdot D$;

д) $F \cdot A$;

е) $F^T \cdot A$.

7. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_{1,2}$ и $n_{1,2}$, чтобы была определена операция сложения матриц $A + B$?

8. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_1, 2$ и $n_1, 2$, чтобы было определено произведение матриц $A \cdot B$?

9. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

10. Решить систему с помощью обратной матрицы и по правилу Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -6 \end{cases}$$

11. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix},$
 $2(A + B) \cdot (2B - A) = ?$

Продвинутый уровень

1. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}; \quad X = ?$

2. Выяснить, сколько решений имеет система, и найти эти решения:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

Раздел 2

Базовый уровень

1. Найти точку, симметричную точке $M(-3,1)$ относительно начала координат.

2. Доказать, что треугольник с вершинами $A(-1,3)$, $B(2,-1)$, $C(5,3)$ является равнобедренным.

3. Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1,1)$ и $C(2,6)$. Найти координаты двух других вершин.

4. Дано общее уравнение прямой $3x - 2y + 12 = 0$. Составьте уравнение этой прямой с угловым коэффициентом и уравнение в отрезках.

5. Составьте уравнение прямой с угловым коэффициентом $k = 2$, проходящей через точку $M(-1;2)$.

6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(2;1)$ и $M_2(1;-3)$.

7. Дано общее уравнение прямой $12x - 5y - 60 = 0$. Написать:
- 1) уравнение с угловым коэффициентом;
 - 2) уравнение в отрезках;
 - 3) нормальное уравнение.
8. Прямая на плоскости отсекает на осях координат равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного прямой с осями координат, равна 8 кв.ед.
9. Не вычисляя координаты вершин треугольника, написать уравнения прямых, проведенных через эти вершины параллельно противолежащим сторонам. Стороны треугольника заданы уравнениями: $5x - 2y + 6 = 0$; $4x - y + 3 = 0$ и $x + 3y - 7 = 0$.
10. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $P(8; 6)$ и отсекает от координатного угла треугольник с площадью, равной 12 кв.ед.
11. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $P(-2; 3)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(5; -1)$ и $B(3; 7)$.
12. Вычислить расстояние d между параллельными прямыми: $3x - 4y - 10 = 0$; $6x - 8y + 5 = 0$.

Продвинутый уровень

1. Найти координаты центра тяжести системы двух материальных точек $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, в которых сосредоточены массы m_1 и m_2 .
2. Даны вершины однородного проволочного треугольника: $A(-1, 3)$, $B(2, -1)$, $C(-2, 3)$. Определить центр тяжести треугольника ABC.
3. Даны вершины однородной четырехугольной пластинки: $A(-1, 1)$, $B(3, -1)$, $C(2, 2)$, $D(-2, -2)$. Найти координаты центра тяжести этой пластинки.
4. Даны вершины треугольника $A(2; -5)$, $B(1; -2)$, $C(4; 7)$. Найти точку пересечения со стороной AC биссектрисы его внутреннего угла при вершине B.
5. Даны вершины треугольника: $A(1; -1)$, $B(-2; 1)$ и $C(3; 5)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины B.
6. Луч света, проходящий через точку $M_1(3; -1)$, отражается от прямой $2x - y - 1 = 0$ и после этого проходит через точку $M_2(5; 3)$. Написать уравнения падающего и отраженного лучей.
7. Струя воды, выбрасываемая фонтаном, принимает форму параболы, параметр которой $p = 0,1$ м. Определить высоту струи, если известно, что она падает в бассейн на расстояние 2 м от места выхода.

Раздел 3 Базовый уровень

1. Вычислить:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 2 - 4x^2}{5 + x + 8x^2};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3 + 2x^2}{x - 2 + x^2};$$

2. Найти предел функции:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 7x^2 + 5x - 4}{x^4 + x^2 + x + 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 3)(x + 4)(x + 5)}{x^4 + x - 11};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x + 2}{x^2 - x + 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + x}{2x^3 + x - 1};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^3 - 14}{5x^4 + x^3 + x^2 + x - 1}.$$

Продвинутый уровень

1. Вычислить:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}.$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4}.$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}.$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}.$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n+2)^2}{(n-2)^3 - (n+2)^3}.$

Раздел 4. Базовый уровень

1. Найти производные функций:

1. $y = 2x^3 + 5x^2 - 7x - 4$
2. $y = \sqrt{x}$
3. $y = -\operatorname{ctg} x - x$
4. $y = \frac{1}{x^2}$
5. $y = \sqrt[3]{x^2}$
6. $y = 5\sin x + 3\cos x$
7. $y = 5(\operatorname{tg} x - x)$
8. $y = \frac{1}{e^x + 1}$
9. $y = 2^{x^2}$
10. $y = x\sqrt{x}$

2. Вычислить производную функции

- а) $y = 5^x + x \ln x$, в точке $x_0 = 1$;
- б) $y(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{5}x - 4x^3 + 5$, в точке $x_0 = 1$;
- в) $f(x) = 2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = 4$;
- г) $f(x) = 4x^3 + 6x + 3$ в точке $x_0 = 1$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции y в точке:

1. $y = x - x^2$, $a = 1$.
2. $y = x^2 + x + 1$, $a = -1$.
3. $y = x^3 + x$, $a = 1$.
4. $y = \sqrt{x} - 2$, $a = 4$.
5. $y = x^2 + \sqrt{x^3}$, $a = 1$.
6. $y = \sqrt[3]{x^2} - 9$, $a = -27$.
7. $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$, $a = 9$.
8. $y = 32 \sqrt[4]{x} - x$, $a = 16$.
9. $y = x^2 - x - 1$, $a = 1$.
10. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$, $a = 2$.

4. Найти значения x , при которых функция $f(x) = 4x + \frac{9}{x}$ имеет экстремумы.

5. Найти значения x , при которых функция $f(x) = 3x^2 + \frac{48}{x}$ имеет экстремумы.

6. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = x^3 + 1,5x^2 + 2$.

7. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$.

8. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{4} - x$.
9. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций $y = \frac{-3x^2 - 5x - 4}{x + 1}$.
10. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций $y = \frac{x^2 + 3x - 12}{x + 5}$.
11. Найти все критические точки функции $f(x) = 2x^2 - 6|x + 1| + 5$.
12. Найти все критические точки x функции $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$.

Продвинутый уровень

1. Исследовать на непрерывность функцию $y = 9^{\frac{1}{1-x}}$ в точках $x_0 = 4$, $x_1 = 1$. Показать графически.
2. Вычислить предел по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ на $[0; \pi]$.
4. Провести полное исследование функции и построить её график
 - а) $y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}$;
 - б) $y = \frac{\ln x}{x}$.
5. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом 60° вписан прямоугольник, основание которого расположено на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Раздел 5. Базовый уровень

1.Вычислить:

$$\begin{array}{llll} 1. \int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} dx & 2. \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & 3. \int \frac{x^3 dx}{x^2 + 2x + 3} & 4. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2 + 3x}} \\ 5. \int x \arctan x dx & 6. \int \frac{dx}{\sin^3 x} & 7. \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2 + x + 1}} & 8. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x} \\ 9. \int \cos x \cos 3x dx & 10. \int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx & & \end{array}$$

2. Вычислить неопределенный интеграл:

1. $\int (x+1)e^x dx.$
2. $\int \arcsin x dx.$
3. $\int x^2 \sin x dx.$
4. $\int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx.$
5. $\int x \ln x dx.$
6. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx.$
7. $\int e^{2x} \cos x dx.$
8. $\int x^2 \operatorname{arctg} x dx.$
9. $\int \sin \ln x dx.$
10. $\int x^2 e^x dx.$

Продвинутый уровень

1. Найти площадь эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 + \cos \varphi)$.
3. Найти длину дуги кривой $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ от точки M_1 с абсциссой $x_1 = a$ до точки M_2 с абсциссой $x_2 = b$ ($b > a$).
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг оси Ox астроиды $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.
6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .
7. Котел, имеющий форму полушара радиуса r , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?
8. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$

Раздел 6. Базовый уровень

1. Найти частные производные до второго порядка включительно заданных функций:

1. $z = e^{xy}$.
2. $z = x \ln(x/y)$.
3. $z = \sin(xy)$.
4. $z = e^x \cos y$.
5. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
6. $z = \ln(x^2 + y)$.
7. $z = \sqrt{2xy + y^2}$.
8. $z = \ln \sqrt[3]{xy}$.
9. $z = x \cos y + y \sin x$.
10. $z = (1 + x)^2(1 + y)^4$.

2. Найти производные функции $z = z(u, v)$:

$$z'_x u z'_y, \quad u = u(x, y) \quad v = v(x, y).$$

1. $z = u^2 + v^2, \quad u = x + y, \quad v = x - y$.
2. $z = \ln(u^2 + v^2), \quad u = xy, \quad v = x/y$.
3. $z = u^v, \quad u = \sin x, \quad v = \cos y$.
4. $z = u^2 + 2v^3, \quad u = x^2 - y^2, \quad v = e^{xy}$.
5. $z = \operatorname{arctg}(u/v), \quad u = x \sin y, \quad v = x \cos y$.
6. $z = \ln(u - v^2), \quad u = x^2 + y^2, \quad v = y$.
7. $z = u^3 + v^2, \quad u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v = \operatorname{arctg}(y/x)$.
8. $z = \sqrt{uv}, \quad u = \ln(x^2 + y^2), \quad v = xy^2$.
9. $z = e^{uv}, \quad u = \ln x, \quad v = \ln y$.
10. $z = \ln(u/v), \quad u = \sin(x/y), \quad v = \sqrt{x/y}$.

3. Найти производные функций, заданных неявно:

1. $y^x = x^y$.
2. $y = 1 + y^x$.
3. $y = x + \ln y$.
4. $x + y = e^{x-y}$.
5. $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0$.
6. $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$.
7. $y \sin x - \cos(x - y) = 0$.
8. $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0$.
9. $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$.
10. $x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0$.

Продвинутый уровень

1. Найти область существования функции:

1) $z = xy$ и 2) $z = x^2 + y^2$; $f(x, y) = \arcsin(1 - x^2 - y^2) + \arcsin 2xy$.

2. Выразить объем прямоугольного параллелепипеда, вписанного в шар радиуса R , как функцию двух его измерений x, y . Найти область определения этой функции.

3. Выразить площадь S равнобокой трапеции как функцию трех величин: длин оснований x и y и боковой стороны z .

4. Выразить площадь треугольника как функцию длин двух его сторон при условии, что известен полупериметр треугольника p .

Раздел 7.

Базовый уровень

Решить дифференциальные уравнения:

- 1) $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0$
- 2) $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dy$;
- 3) $xy' - y^2 = 0, y(1) = 1$;
- 4) $\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{y-x}$;
- 5) $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y + y$;
- 6) $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1$;
- 7) $y' = y \sin x = \sin x \cos x$;
- 8) $y' = \frac{y}{x} = x^2$;
- 9) $y' - \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$;
- 10) $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$;
- 11) $2xy'y'' = (y')^2 + 1$;
- 12) $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2, y(0) = y'(0) = 1$;
- 13) $y'' + 9y = \sin 3x + 2e^x$;
- 14) $y'' - 4y' + 5y = (16 - 2x)e^{-x} + x^2$;
- 15) $y'' - 6y' + 9y = 3e^{3x}, y(0) = \frac{4}{3}, y'(0) = \frac{1}{27}$;
- 16) $y'' + 4y = \sin x, y(0) = y'(0) = 1$;
- 17) $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$;

$$18) y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}, y(0) = y'(0) = 0;$$

Продвинутый уровень

1. Известно, что скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела T_T и температурой окружающей среды T_C . Найти зависимость температуры тела от времени t , если $T_T(0) = T_0$.

2. Найти кривую, проходящую через точку $(2; 0)$ и обладающую тем свойством, что отрезок касательной между точкой касания и осью ординат имеет постоянную длину, равную 2.

3. Тело массой m падает под действием силы тяжести и тормозящей силы сопротивления воздуха, пропорциональной квадрату скорости. Найти закон изменения скорости падения тела, если $V(0) = 0$.

Раздел 8.

Базовый уровень

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$1.1. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2-1}{3n^2+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3}{(2n-1)^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{8n^3+1},$$

$$1.2. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^3+2},$$

$$1.3. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{8n^9-3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{3^n},$$

$$1.4. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+2)^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 5^n}{n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{8n^6-5}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^2},$$

$$1.5. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 - \frac{1}{2}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5n^9-3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 6^n}{7^n},$$

Продвинутый уровень

1. Вычислить приближенно интеграл, взяв два члена разложения подынтегральной функции в ряд. Оценить погрешность.

$$1. \int_0^{1/2} e^{-2x^2} dx, \quad 2. \int_0^{1/2} \ln(1+x^3) dx, \quad 3. \int_0^{1/2} \sin x^2 dx, \quad 4. \int_0^{1/2} \cos x^2 dx, \quad 5.$$

$$\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

$$6. \int_0^{1/2} \ln(1+x^4) dx.$$

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

1. Описание шкалы оценивания

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным 55. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенции ОПК-2.

Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	Оценка				
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание ...
Обоснованность выбора способа решения					
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований					
Верный ответ					

Составитель _____
«___» _____ 20__ г.