

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:

ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна

Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского  
федерального университета

Дата подписания: 06.09.2023 11:40:24

Уникальный программный ключ:

d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования**

**«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Пятигорский институт (филиал) СКФУ**

**Колледж Пятигорского института (филиал) СКФУ**

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**по выполнению практических работ**

**по дисциплине «Техническая механика»**

**для студентов направления подготовки/специальности**

**08.02.01 СТРОИТЕЛЬСТВО И ЭКСПЛУАТАЦИЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ**

Методические указания для практических работ по ОП. 02 Техническая механика составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО к подготовке выпуска для получения квалификации техник. Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений.

Рассмотрено на заседании ПЦК колледжа Пятигорского института (филиала) СКФУ

Протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_2022г.

## Пояснительная записка

Общепрофессиональный модуль ОП. 02 Техническая механика является частью основной общепрофессиональной программы по специальности 08.02.01 «Строительство и эксплуатации зданий и сооружений», разработанный в соответствии с примерной программой ФГОС СПО третьего поколения.

Особенностью обучения является неразрывная связь теории и практики по привитию студентам навыков по определению усилий в конструкциях, выполнению расчетов на прочность, жесткость, устойчивость элементов сооружений.

Особое значение для усвоения содержания модуля и привития практических навыков имеет правильная и четкая организация проведения и выполнения студентами практических работ с требуемой точностью под контролем преподавателя.

Перед началом выполнения каждой работы студенты должны ознакомиться с ее основными положениями. После выполнения практической работы необходимо произвести обработку результатов испытаний и сделать необходимые выводы, ответить на контрольные вопросы.

### *Цель изучения.*

Программа предусматривает изучение важнейших разделов и тем, необходимых в подготовке техников – строителей по данной специализации и отражающих современные тенденции в строительстве гражданских и промышленных зданий и сооружений.

В соответствии с ФГОС СПО студенты должны:

*уметь:*

- выполнять расчеты на прочность, жесткость, устойчивость элементов сооружений;

- определять аналитическим и графическим способами усилия опорные реакции балок, ферм, рам;
  - определять усилия в стержнях ферм;
- строить эпюры нормальных напряжений, изгибающих моментов и др.

*знать:*

- законы механики деформируемого твердого тела, виды деформаций, основные расчеты;
- определение направления реакций, связи;
- определение момента силы относительно точки, его свойства;
- типы нагрузок и виды опор балок, ферм, рам;
- напряжения и деформации, возникающие в строительных элементах при работе под нагрузкой;
- моменты инерций простых сечений элементов и др.

## **Практическая работа № 1.**

**Тема: Определение усилий в стержнях стержневой конструкции.**

**Цель работы:** Научится определять усилия в стержнях конструкции аналитическим методом.

**Задание:** Определить усилия в стержнях заданной конструкции аналитическим способом. Схему выбрать в соответствии с номером студента по списку журнала.

### **Порядок выполнения:**

1. Изобразить заданную схему в соответствии с вариантом.

2. Выделить материальную точку, к которой приложена внешняя сила.
3. Определить тип связей, удерживающих точку.
4. Отбросить связи, заменить их действие силами реакции.
5. Составить расчетную схему, выделив точку, находящуюся в равновесии. Приложить к ней все действующие силы.
6. Выбрать оси координат.
7. Записать уравнения равновесия: 
$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \end{cases}$$
8. Из уравнений равновесия найти величину сил реакции.
9. Записать величину усилий в стержнях.
10. Вычертить многоугольник сил, приложенных к точке.
11. Вывод.

Контрольные вопросы:

1. Какие системы сил называются эквивалентными?
2. Какие разновидности связей рассматриваются в статике?
3. Сколько уравнений равновесия можно составить для уравновешенной системы сходящихся сил и какие?
4. Три действующие на тело силы лежат в одной плоскости и линии их действия пересекаются в одной точке. Образуют ли эти силы уравновешенную систему?

Таблица1 – Варианты заданий

| Вариант | Схема | $P_1$ | $P_2$ | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ |
|---------|-------|-------|-------|----------|---------|----------|
|         |       | кН    |       | градусы  |         |          |
| 1       | 1     | 6     | 8     | 45       | 90      | 30       |
| 2       | 2     | 5     | 10    | 90       | 30      | 45       |
| 3       | 3     | 3     | 6     | 120      | 30      | 60       |
| 4       | 4     | 7     | 9     | 60       | 30      | 30       |
| 5       | 5     | 10    | 6     | 30       | 30      | 30       |
| 6       | 6     | 8     | 4     | 90       | 60      | 45       |
| 7       | 7     | 12    | 3     | 120      | 30      | 90       |
| 8       | 8     | 9     | 5     | 60       | 45      | 75       |
| 9       | 9     | 4     | 7     | 60       | 45      | 45       |
| 10      | 10    | 8     | 12    | 90       | 30      | 30       |
| 11      | 11    | 10    | 8     | 90       | 60      | 30       |
| 12      | 12    | 8     | 5     | 60       | 60      | 45       |
| 13      | 13    | 7     | 10    | 45       | 45      | 75       |
| 14      | 14    | 4     | 6     | 30       | 60      | 30       |
| 15      | 15    | 5     | 8     | 120      | 45      | 45       |
| 16      | 1     | 10    | 4     | 30       | 60      | 30       |
| 17      | 2     | 3     | 7     | 90       | 60      | 30       |
| 18      | 3     | 8     | 5     | 150      | 60      | 30       |
| 19      | 4     | 3     | 12    | 30       | 60      | 60       |
| 20      | 5     | 7     | 5     | 60       | 30      | 45       |
| 21      | 6     | 6     | 4     | 60       | 30      | 90       |
| 22      | 7     | 5     | 8     | 90       | 60      | 60       |
| 23      | 8     | 14    | 6     | 45       | 75      | 45       |
| 24      | 9     | 12    | 10    | 120      | 60      | 30       |
| 25      | 10    | 4     | 7     | 60       | 30      | 60       |
| 26      | 11    | 8     | 6     | 90       | 120     | 30       |
| 27      | 12    | 6     | 9     | 120      | 30      | 30       |
| 28      | 13    | 10    | 3     | 30       | 45      | 60       |
| 29      | 14    | 9     | 4     | 60       | 120     | 30       |
| 30      | 15    | 3     | 8     | 90       | 30      | 60       |
| 31      | 1     | 7     | 5     | 60       | 30      | 60       |
| 32      | 2     | 12    | 6     | 90       | 30      | 90       |
| 33      | 3     | 4     | 10    | 90       | 45      | 60       |
| 34      | 4     | 8     | 4     | 45       | 30      | 45       |

# **Задания к практической работе № 1**

|                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <p align="center">1</p>  | <p align="center">2</p>  | <p align="center">3</p>  |
| <p align="center">4</p>  | <p align="center">5</p>  | <p align="center">6</p>  |
| <p align="center">7</p>  | <p align="center">8</p>  | <p align="center">9</p>  |
| <p align="center">10</p> | <p align="center">11</p> | <p align="center">12</p> |
| <p align="center">13</p> | <p align="center">14</p> | <p align="center">15</p> |

## Практическая работа № 2.

### Тема: Определение реакций опор балки на двух опорах.

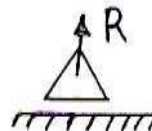
**Цель работы:** Научиться определять реакции опор балки установленной на двух опорах.

**Задание:** Определить реакции опор балки на двух опорах. Схему выбрать в соответствии с номером студента по списку в журнале.

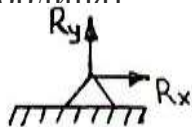
**Принять:**  $q = 2 \frac{kH}{м}; \quad P = 4kH; \quad M = 2kH \cdot м; \quad a = 2м.$

#### Порядок выполнения.

1. Изобразить схему в соответствии с вариантом.
2. Заменить распределенную нагрузку ее равнодействующей  $Q=q \cdot l$ .  
Приложить равнодействующую к балке в центре тяжести соответствующего прямоугольника.
3. Заменить опоры их реакциями. Реакцию шарнирно-подвижной опоры направить перпендикулярно к опорной поверхности.



Реакцию шарнирно-подвижной опоры разложить на две составляющие, направленные по осям координат



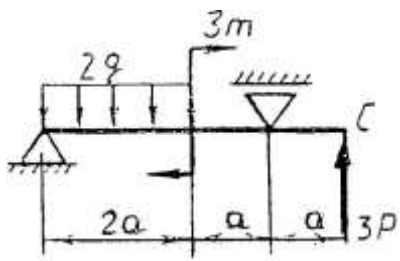
4. Составить расчетную схему балки.
5. Выбрать оси координат и центры моментов.
6. Составить уравнение равновесия:  $\sum F_{kx} = 0$ .
7. Из уравнений равновесия найти неизвестные реакции опор.
8. Провести проверку правильности решения, составив уравнения  $\sum F_{ky} = 0$ .
9. Записать ответы.
10. Вывод.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

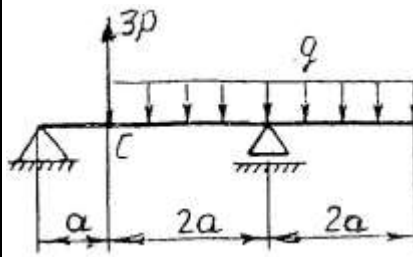
1. Можно ли заменить действие пары сил на тело действием одной силы?
2. В чем сходство и в чем различие между главным вектором плоской системы сил и ее равнодействующей?
3. Какие уравнения (и сколько) можно составить для уравновешенной плоской системы сил?
4. Применима ли теорема Вариньона к плоской системе сходящихся сил?

#### Задания к практической работе № 2

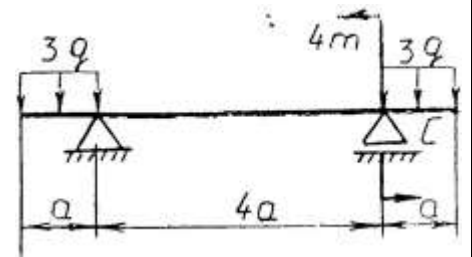
1



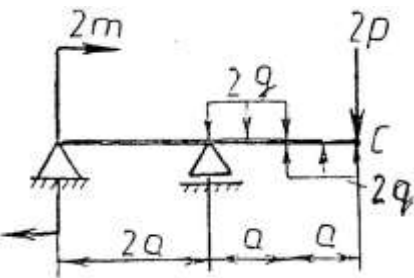
2



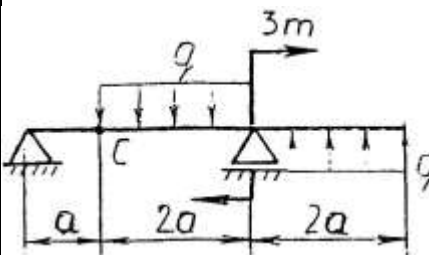
3



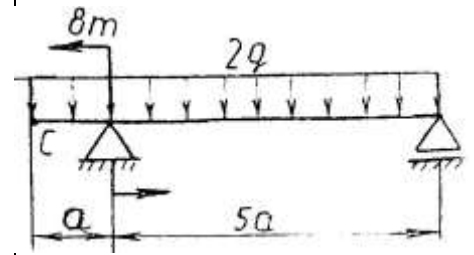
4



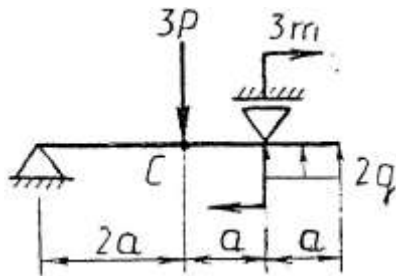
5



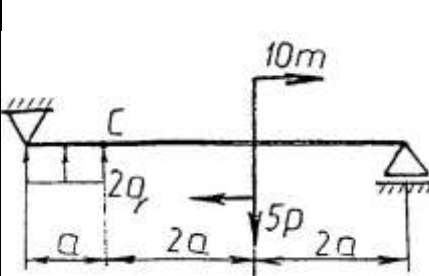
6



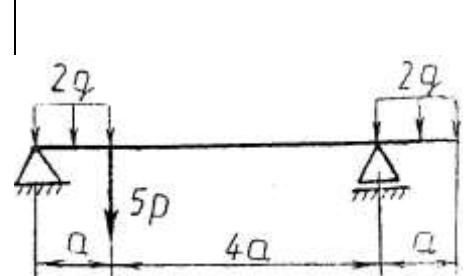
7



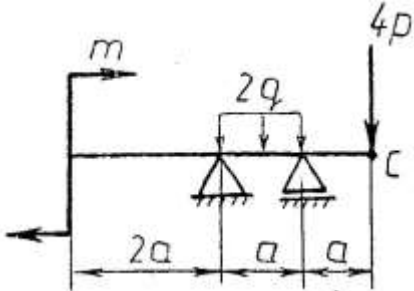
8



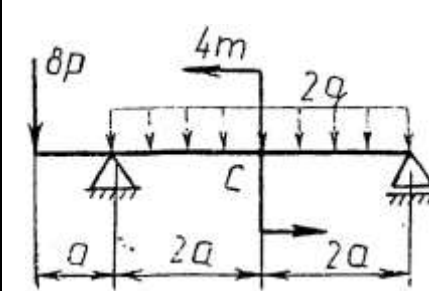
9



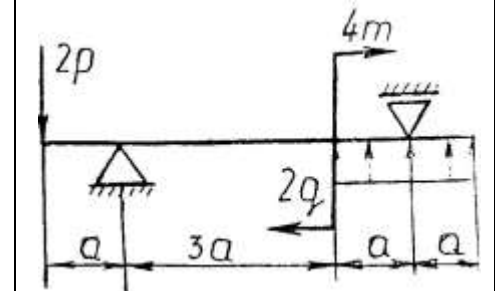
10



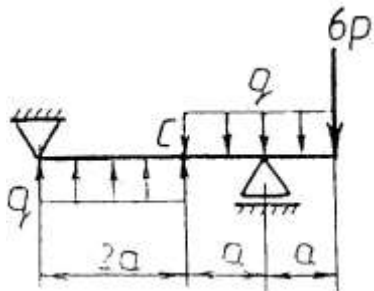
11



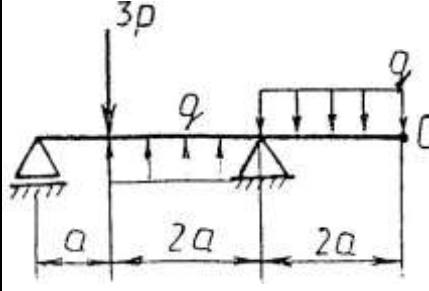
12



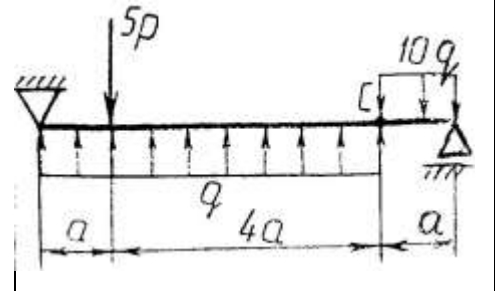
13



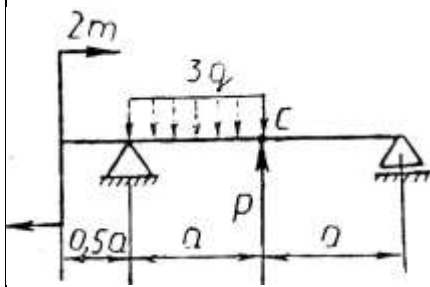
14



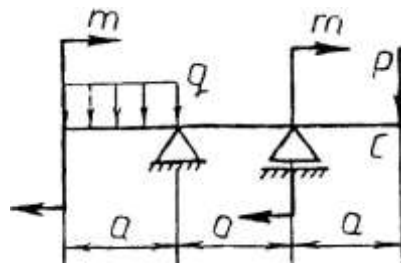
15



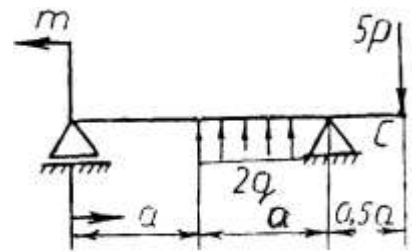
16



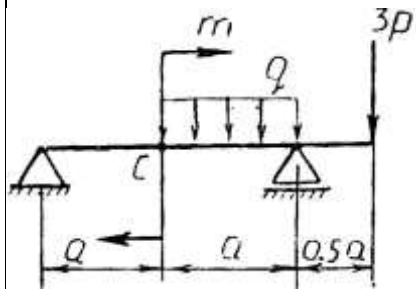
17



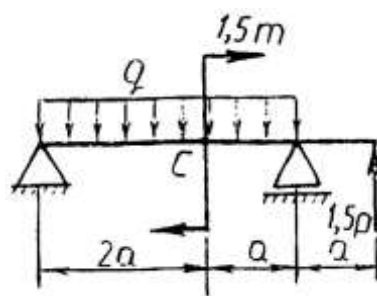
18



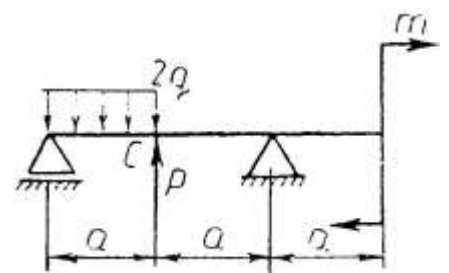
19



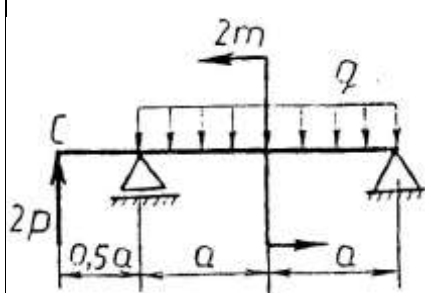
20



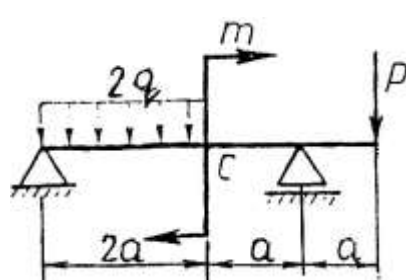
21



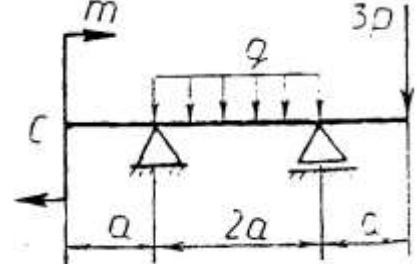
22



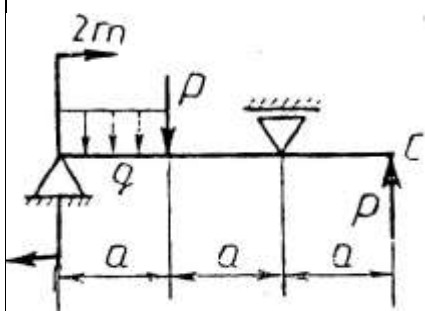
23



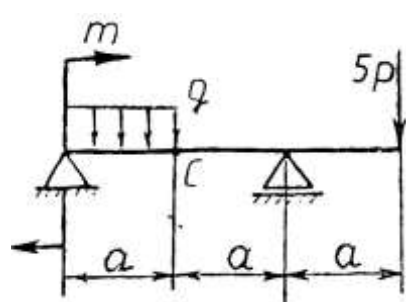
24



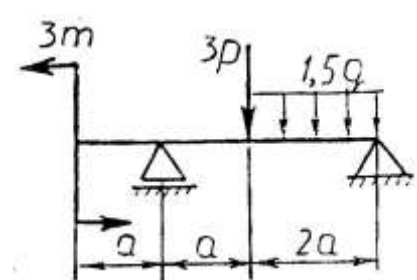
25



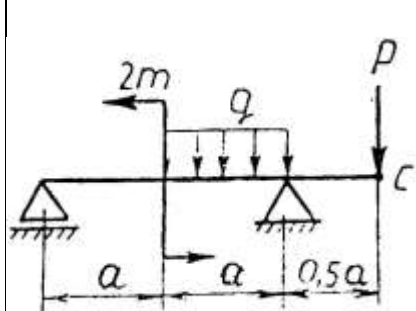
26



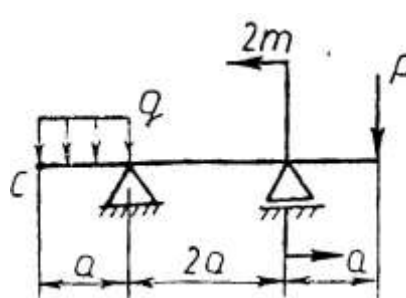
27



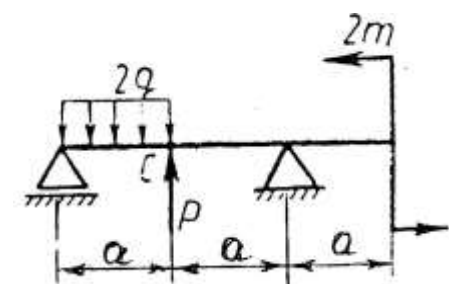
28



29



30



### Практическая работа № 3.

#### Тема: Определение реакций жесткой заделки балки.

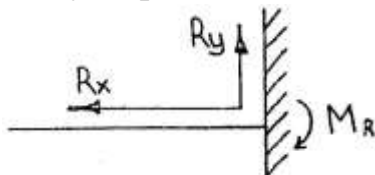
**Цель работы:** Научится определять реакции жесткой заделки консольной балки.

**Задание:** Определить реакции жесткой заделки балки. Схему выбрать в соответствии с номером студента по списку в журнале.

**Принять:**  $q = 2 \frac{kH}{м}; \quad P = 4kH; \quad M = 2kH \cdot м; \quad a = 2м.$

#### Порядок выполнения.

1. Изобразить схему в соответствии с вариантом.
2. Заменить распределенную нагрузку ее равнодействующей  $Q=q \cdot l$ .  
Приложить равнодействующую к балке в центре тяжести соответствующего прямоугольника.
3. Заменить жесткую заделку ее реакциями.



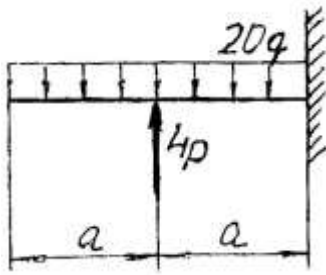
4. Составить расчетную схему балки.
5. Выбрать оси координат.
6. Составить уравнения равновесия:  $\sum M_A = 0; \quad \sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0.$
7. Из уравнений равновесия найти неизвестные реакции.
8. Провести проверку правильности решения, составить уравнения:  $\sum M_C = 0.$
9. Записать ответы.
10. Вывод.

#### Контрольные вопросы

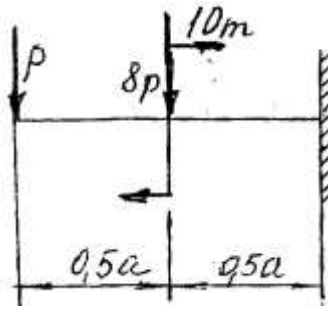
1. Брус находится в равновесии, опираясь на гладкую вертикальную стену и шероховатый горизонтальный пол, сила тяжести бруса приложена посередине. Можно ли определить направление полной реакции пола?
2. Какие уравнения и сколько можно составить для уравновешенной пространственной системы сходящихся сил?
3. Почему при определении момента силы относительно оси нужно обязательно проецировать силу на плоскость, перпендикулярную оси?
4. Как нужно расположить ось, чтобы момент данной силы относительно этой оси равнялся нулю?

#### Задания к практической работе № 3

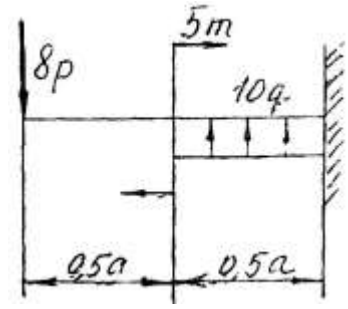
1



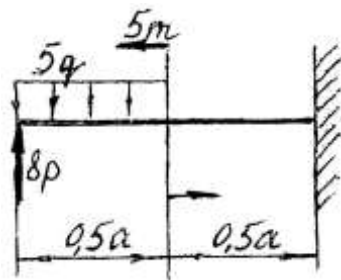
2



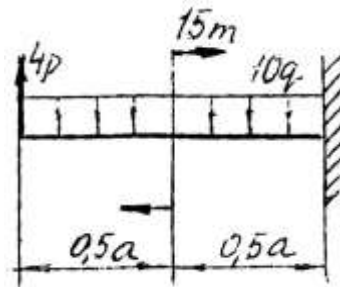
3



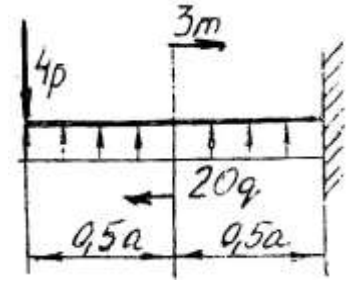
4



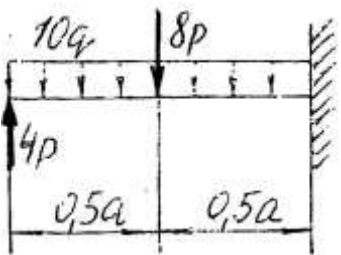
5



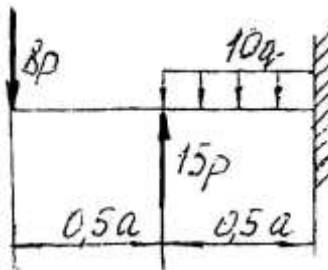
6



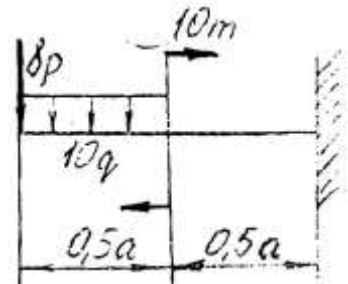
7



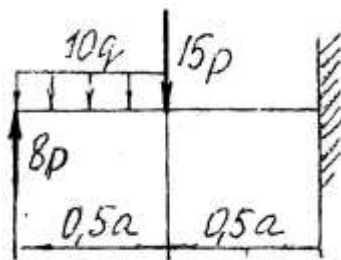
8



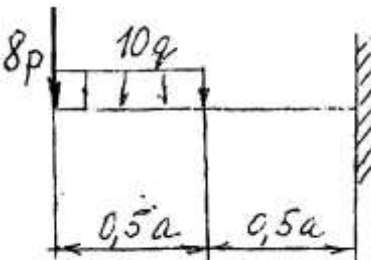
9



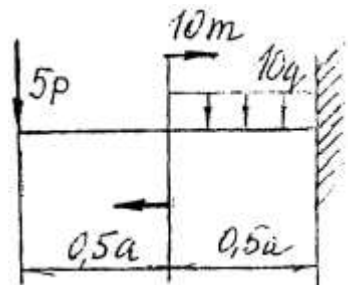
10



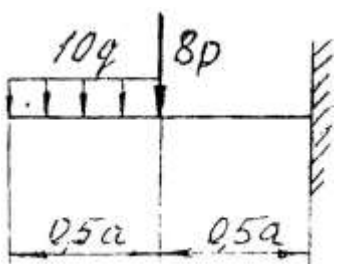
11



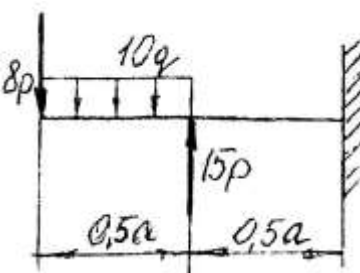
12



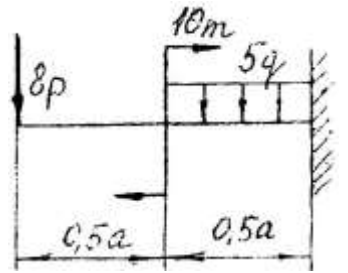
13



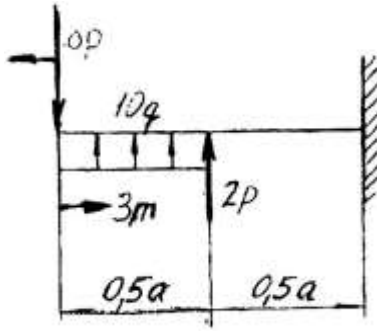
14



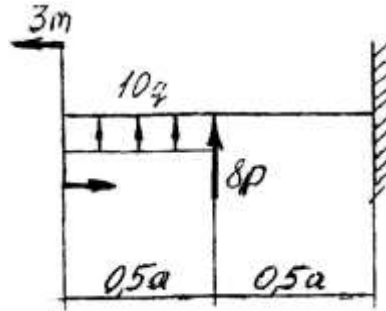
15



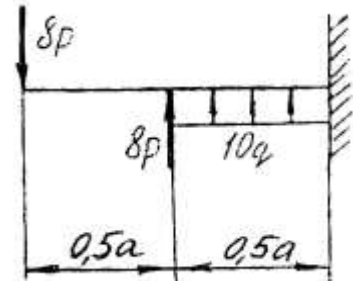
16



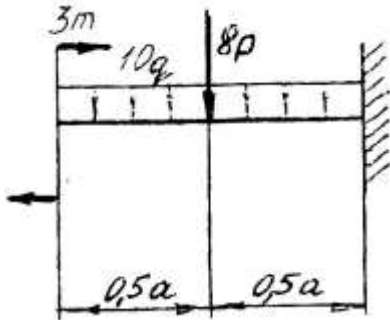
17



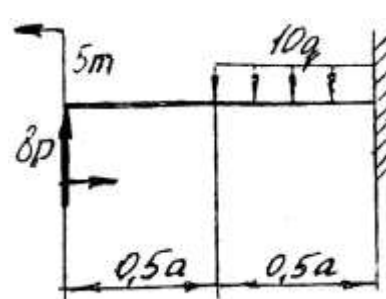
18



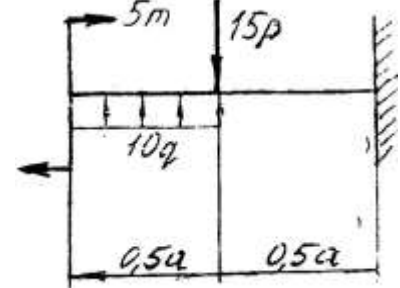
19



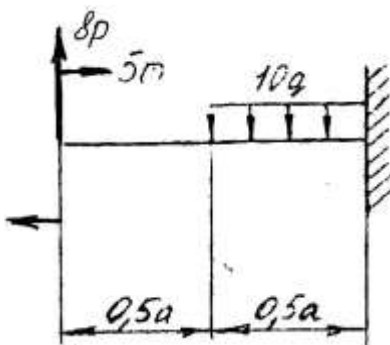
20



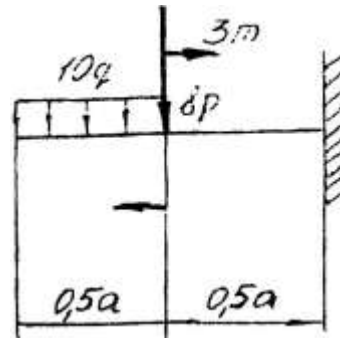
21



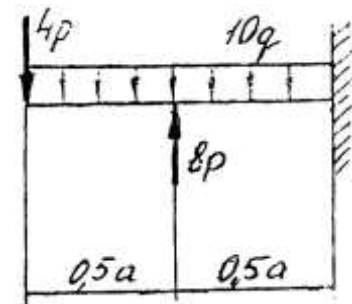
22



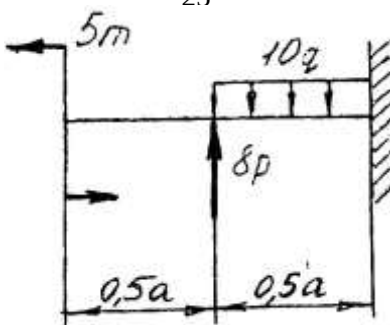
23



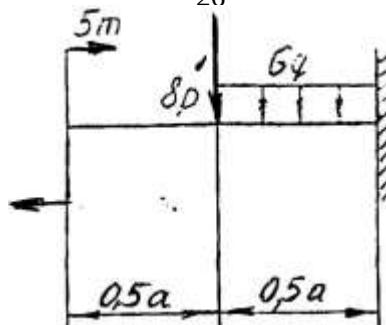
24



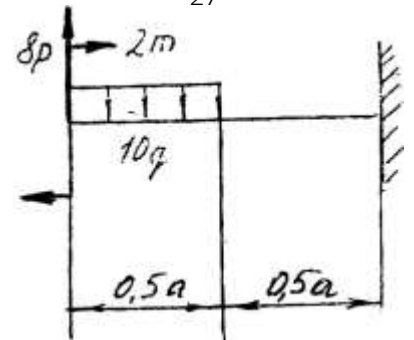
25



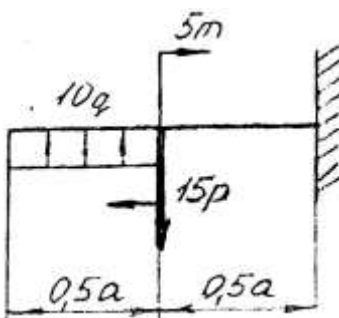
26



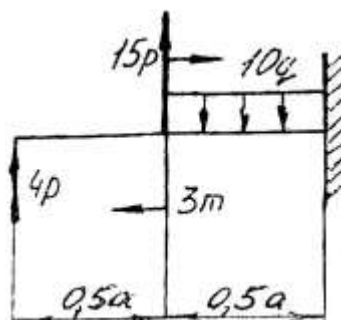
27



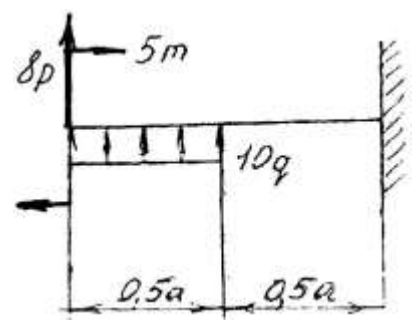
28



29



30



## Практическая работа № 4.

### Тема: Определение координат центра тяжести плоской фигуры.

**Цель работы:** Научится определять координаты центра тяжести плоской фигуры сложной формы.

**Задание:** Определить координаты центра тяжести сложной плоской фигуры. Схему выбрать в соответствии с номером студента по списку в журнале.

#### Порядок выполнения.

1. Изобразить заданную фигуру в соответствии с заданием в произвольном масштабе.
2. Выбрать оси координат.
3. Разбить фигуру на составные части, положение центров тяжести которых известно или легко определяется.
4. Определить площади составных частей. Площади вырезов принимать отрицательными.
5. Определять координаты центров тяжести составных частей.
6. Найденные значения площадей, а также координаты их центров тяжести представить в соответствующие формулы и вычислить координаты центра тяжести всей фигуры.

$$X_c = \frac{\sum A_k \cdot X_k}{\sum A_k} = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots} =$$
$$Y_c = \frac{\sum A_k \cdot Y_k}{\sum A_k} = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots} =$$

7. По найденным координатам нанести на эскизе положение центра тяжести фигуры.
8. Вывод.

#### Контрольные вопросы

1. Что такое статический момент площади? В каких единицах измеряется и какие значения может принимать?
2. Куда и на сколько переместится центр тяжести прямого однородного стержня, если согнуть его посередине под прямым углом?

## Задания к практической работе № 4

|                       |                       |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <p>Вариант 1, 16</p>  | <p>Вариант 2, 17</p>  | <p>Вариант 3, 18</p>  | <p>Вариант 4, 19</p>  | <p>Вариант 5, 20</p>  |
| <p>Вариант 6, 21</p>  | <p>Вариант 7, 22</p>  | <p>Вариант 8, 23</p>  | <p>Вариант 9, 24</p>  | <p>Вариант 10, 25</p> |
| <p>Вариант 11, 26</p> | <p>Вариант 12, 27</p> | <p>Вариант 13, 28</p> | <p>Вариант 14, 29</p> | <p>Вариант 15, 30</p> |

## Практическая работа № 5.

### Тема: Определение угловых и линейных скоростей и ускоренных точек вращающегося тела.

**Тема:** Кинематика. Вращательное движение твердого тела.

**Цель работы:** Научится определять угловые скорости и ускорения точек вращающегося тела, а также их линейные скорости, касательное, нормальное и полное ускорение.

**Задание:** Движение груза задано уравнением  $y=f(t)$ . Определить скорость и ускорение груза в момент времени  $t_1$ , а также скорость и ускорение точки  $B$  на ободе шкива. Данные для своего варианта принять по таблице 1.

#### Порядок выполнения.

1. Изобразить в произвольном масштабе схему.
2. Для груза  $A$  изобразить вектор скорости  $\vec{V}_A$  и ускорения  $\vec{a}_A$ .
3. Из уравнения движения  $y=f(t)$  найти для груза скорость движения:  $V_A = \frac{dy}{dt} = f'(t)$  и ускорение движения:  $a_A = \frac{dv_A}{dt} = V_A'$ .
4. Подставить в полученные выражения значения времени  $t$ , и найти численное значение скорости и ускорения.
5. Из условия совместимости движения троса с грузом и точек обода шкива при отсутствии проскальзывания определяем  $V_B = V_A$ ;  $a_B^T = a_A$ .  
Откладываем на эскизе вектор  $\vec{V}_B$  и  $\vec{a}_B^T$ .
6. Определяем угловую скорость шкива:  $V_B = r \cdot \omega$ ;
7. Определение углового ускорения шкива:  $a_B^T = r \cdot E$
8. Определение нормального ускорения точки  $B$ :  $a_B^n = r \cdot \omega^2$
9. Определение полного ускорения точки  $B$ :  $a_B = \sqrt{(a_B^T)^2 + (a_B^n)^2}$ .
10. Нанести векторы скорости ускорения точки  $B$  на эскиз.
11. Ответ.
12. Вывод.

#### Контрольные вопросы

1. Есть ли различие между понятиями путь и расстояние?
2. При рассмотрении движения какой-либо точки значения пути и расстояния могут ли не совпадать? Могут ли они быть равными между собой?
3. Как определить касательное и нормальное ускорение, если закон ее движения по заданной траектории подчиняется уравнению  $s=f(t)$ ?
4. Имеет ли ускорение точка, равномерно движущаяся по окружности?

## Задания к практической работе № 5

Движение груза  $A$ , опускающегося при помощи лебедки, задано уравнением  $y=at^2+bt+c$ , где  $y$  — в м,  $t$  — в с. Определить скорость и ускорение груза в момент времени  $t_1$ , а также скорость и ускорение точки  $B$  на ободе шкива (табл.)

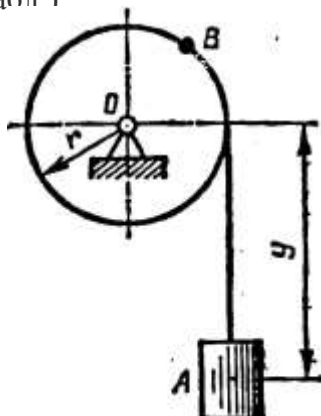


Таблица № 2

| Вариант задания    | 1<br>11<br>21 | 2<br>12<br>22 | 3<br>13<br>23 | 4<br>14<br>24 | 5<br>15<br>25 | 6<br>16<br>26 | 7<br>17<br>27 | 8<br>18<br>28 | 9<br>19<br>29 | 10<br>20<br>30 |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| $a, \text{ м/с}^2$ | 2             | 0             | 3             | 0             | 3             | 3             | 2             | 0             | 4             | 0              |
| $b, \text{ м/с}$   | 0             | 3             | 4             | 2             | 0             | 4             | 0             | 3             | 4             | 2              |
| $c, \text{ м}$     | 3             | 4             | 0             | 5             | 2             | 0             | 4             | 2             | 0             | 3              |
| $r, \text{ м}$     | 0,5           | 0,8           | 0,8           | 0,8           | 0,5           | 0,5           | 0,4           | 0,6           | 0,8           | 0,5            |
| $t_1, \text{ с}$   | 1,5           | 1             | 1,5           | 2             | 1,5           | 1             | 1,5           | 1             | 1,5           | 1              |

## Практическая работа № 6.

**Тема:** Решение задач динамики методом кинематики.

**Цель работы:** Научится **определять** силу инерции для различных случаев движения и применять принцип Даламбера.

**Задание:** Решить задачу № 6 в соответствии со своим вариантом.

### **Порядок выполнения:**

1. Выделить материальную точку, движение которой рассматривается и изобразить ее на рисунке.
2. Выявить все активные силы и изобразить их приложенными к точке.
3. Освободить точку от связей, заменить связи их реакциями.
4. Определить скорость и ускорения нити и изобразить их приложенными к точке.
5. Определить силу инерции  $F_{ин} = m \cdot a$ .
6. Приложить силу инерции к движущейся точке.
7. Применить метод кинетостатики и рассмотреть равновесие полученной системы сил. Составить уравнения равновесия  $\sum F_{kx} = 0$ ;  $\sum F_{ky} = 0$ ;
8. Из уравнений равновесия найти требуемую величину.
9. Записать ответ.
10. Вывод.

### Контрольные вопросы

1. Мы наблюдаем тело, движущееся равномерно и прямолинейно. Какое заключение можно сделать о системе действующих на тело сил?
2. Возникает ли сила инерции при равномерном криволинейном движении точки?

## **Задания к практической работе № 6**

### ***Вариант 1, 11, 21.***

К потолку вагона на тонкой нити подвешен груз. При прямолинейном движении вагона с постоянным ускорением  $a=5\text{м/сек}^2$  нить отклоняется от вертикали на некоторый угол  $\alpha$ . Найти этот угол и натяжение нити, если масса груза  $1\text{кг}$ . Массой нити пренебречь.

### ***Вариант 2, 12, 22.***

К потолку вагона на тонкой нити подвешен шарик, масса которого  $2\text{кг}$ . При равноускоренном прямолинейном движении вагона нить отклонилась на угол  $\alpha=18^\circ$ . Определить ускорение вагона и натяжение нити.

### ***Вариант 3, 13, 23.***

Груз в  $5\text{т}$ , будучи подвешенным на тросе, длина которого  $4\text{м}$  совершает колебательные движения около положения равновесия. При переходе через положение равновесия груз имеет скорость  $1,6\text{м/сек}$ . Определить в этот момент натяжение троса.

### ***Вариант 4, 14, 24.***

Груз в  $12\text{т}$ , подвешенный на тросе, опускается вертикально вниз с постоянным ускорением  $4,4\text{м/сек}^2$ . Определить натяжение троса.

### ***Вариант 5, 15, 25.***

Гирю в  $2\text{кг}$  взвешивают на пружинных весах, находясь в лифте, который поднимается вверх с ускорением  $6\text{м/сек}^2$ . Определить показание пружинных весов.

### ***Вариант 6, 16, 26.***

Шарик, масса которого  $0,5\text{кг}$ , привязан к нити и вращается вместе с ней в вертикальной плоскости с угловой скоростью  $150\text{об/мин}$ . Длина нити  $50\text{см}$ . Определить наибольшее натяжение нити.

### ***Вариант 7, 17, 27.***

Шарик, масса которого  $1,2\text{кг}$ , привязали к нити длиной  $40\text{см}$ . Шарик с нитью вращается в вертикальной плоскости с угловой скоростью  $300\text{рад/сек}$ . Определить наименьшее натяжение нити.

### ***Вариант 8, 18, 28.***

Шарик массой  $0,8\text{кг}$  привязан к нити, которая может выдержать максимальное натяжение  $5\text{кн}$ . При какой угловой скорости вращения в вертикальной плоскости возникает опасность разрыва нити, если ее длина  $80\text{см}$ ?

### ***Вариант 9, 19, 29.***

С какой скоростью должен проехать мотоциклист по арочному мостику радиусом  $25\text{м}$ , чтобы в самой верхней точке мостика давление мотоцикла на мостик стало в два раза меньше его общего веса.

### ***Вариант 10, 20, 30.***

Масса мотоциклиста вместе с мотоциклом  $280\text{кг}$ . Когда мотоциклист проезжает по легкому мостику со скоростью  $108\text{км/час}$ , то мостик прогибается, образуя дугу радиусом  $60\text{м}$ . Определить максимальное давление, производимое мотоциклом на мостик.

## Практическая работа № 7.

**Тема:** Расчеты стержней испытывающих деформацию растяжения (сжатия).

**Цель работы:** Научиться выполнять расчеты элементов конструкций, испытывающих деформацию растяжения (сжатия).

**Задание:** Для заданного двухступенчатого стального бруса, нагруженного двумя силами  $F_1$  и  $F_2$ , построить эпюры продольных сил ( $N_z$ ). Определить площади поперечных сечений и диаметр каждой ступени бруса из условия прочности; построить эпюры нормальных напряжений; определить удлинение (укорочение) каждой ступени и найти перемещение свободного конца бруса.

При расчетах принять  $[\sigma]=150\text{МПа}$ ;  $E=2\cdot 10^5\text{МПа}$ . Исходные данные выбрать из таблицы.

Номер варианта взять в соответствии с номером студента в списках по журналу.

### Порядок выполнения:

1. Изобразить расчетную схему в соответствии с вариантом.
2. Выписать исходные данные из таблицы.
3. Разделить брус на участки, границы которых определяются сечениями, где изменяются площадь поперечного сечения или приложены внешние нагрузки. Пронумеровать участки.
4. Определить внутренние силовые факторы на каждом участке для чего применить метод сечения.
5. Построить эпюру  $N_z$ .
6. Из условия прочности при растяжении.

$$\sigma_{max} = \frac{N_z}{A} \leq [\sigma]$$

Найти площадь поперечных сечений бруса на каждом участке.

$$A \geq \frac{N_{zi}}{[\sigma]} \quad (\text{мм}^2)$$

Определить диаметр каждого из сечений:

$$d \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad (\text{мм})$$

Округлить диаметр до стандартного из ряда чисел  $R40$ .

Уточнить площади поперечных сечений:  $A'_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$   $A'_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$

8. Определить напряжения на каждом из участков.

$$\sigma_{ист} = \frac{N_z}{A'} \quad (\text{МПа})$$

9. Построить эпюру нормальных напряжений по длине бруса.

10. Определить деформацию каждого участка.

$$\Delta l_i = \frac{N_{zi} l_i}{A_i \cdot E} = \frac{\sigma_i l_i}{E} \quad (\text{мм})$$

11. Определить перемещение свободного конца бруса.

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$$

12. Вывод.

### Задания к практической работе № 7

| Вариант<br>1, 11, 21 | Вариант<br>2, 12, 22 | Вариант<br>3, 13, 23 | Вариант<br>4, 14, 24 | Вариант<br>5, 15, 25  |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
|                      |                      |                      |                      |                       |
| Вариант<br>6, 16, 26 | Вариант<br>7, 17, 27 | Вариант<br>8, 18, 28 | Вариант<br>9, 19, 29 | Вариант<br>10, 20, 30 |
|                      |                      |                      |                      |                       |

#### Контрольные вопросы

1. Как нужно нагрузить прямой брус, чтобы он работал только на растяжение (сжатие)?
2. Сформулируйте закон Гука. Каков физический смысл модуля упругости  $E$ ?
3. Что такое «предельное» напряжение и что такое «расчётное» напряжение?
4. Что такое допускаемое напряжение и как оно выбирается в зависимости от свойств материалов?

## Практическая работа № 8.

### Тема: Расчеты при изгибе.

**Цель работы:** Научиться построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил и производить расчеты на прочность при изгибе.

**Задание:** Для заданной расчетной схемы оси определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать диаметр оси из условия прочности при изгибе. Номер варианта принять согласно номеру студента в списке по журналу. Для расчетов принять: материал оси — сталь 40, допускаемое напряжение на изгиб  $[\sigma_u] = 100 \text{ МПа}$ .

#### Порядок выполнения.

1. Изобразить расчетную схему.
2. Выписать исходные данные из таблицы.
3. Заменить действие опор на балку силами реакций.
4. Составить уравнение равновесия для плоской системы параллельных сил:

$$\sum MA = 0; \quad \sum MB = 0.$$

5. Найти из уравнений равновесия неизвестные силы реакций.
6. Определить поперечную силу в каждом из характерных сечений, как сумму внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения.
7. Построить эпюру поперечных сил.
8. Определить величину изгибающего момента для каждого характерного сечения, как сумму моментов внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести этого сечения.
9. Построить эпюру изгибающих моментов.
10. Выбрать наиболее нагруженное сечение, где  $M_u = \max$ .
11. Записать уравнение условия прочности при изгибе:

$$\sigma_{u\max} = \frac{M_{u\max}}{W_x} \leq [\sigma_u]$$

12. Найти требуемую величину осевого сопротивления сечения:

$$W_x \geq \frac{M_{u\max}}{[\sigma_u]}; \quad \text{из выражения; } W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3.$$

13. Определить диаметр наиболее нагруженного поперечного сечения оси:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{10W_x}$$

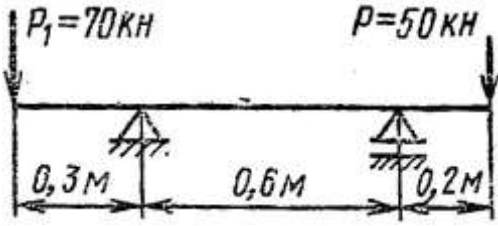
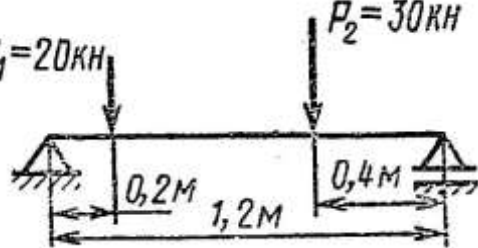
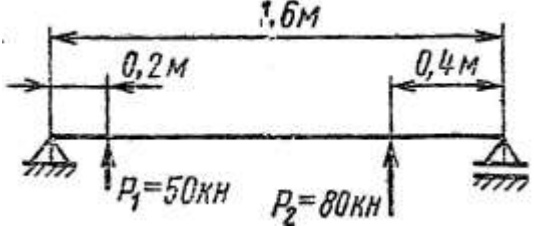
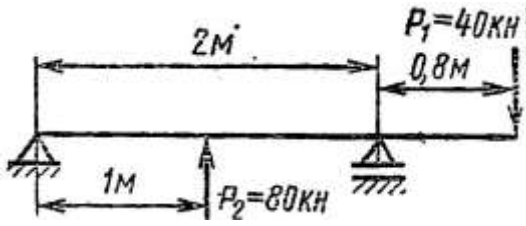
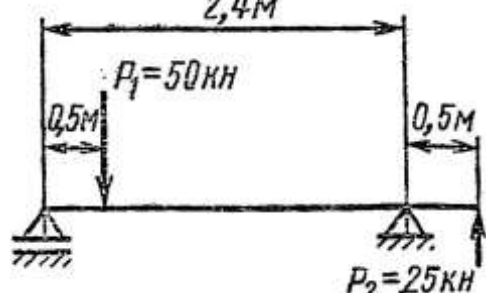
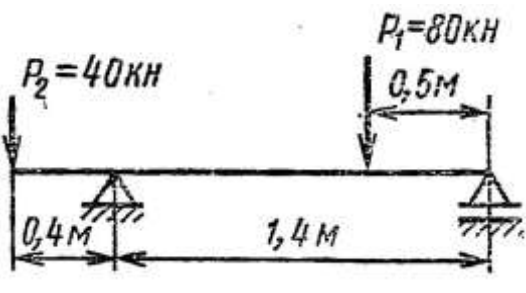
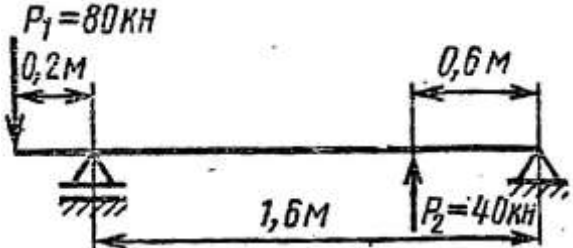
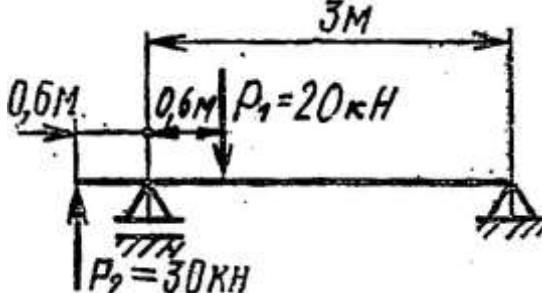
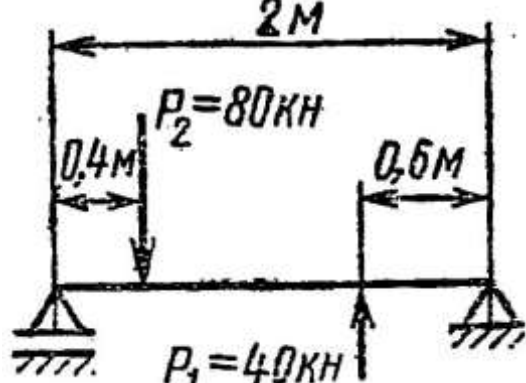
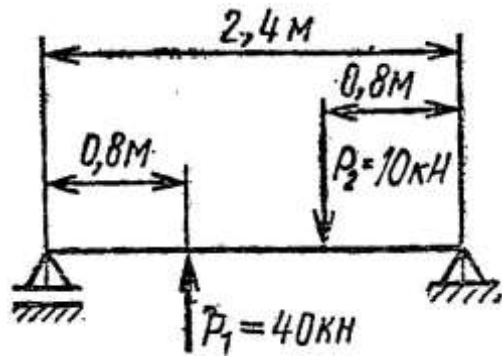
14. Округлить диаметр до ближайшего стандартного значения из ряда R40 по таблицы 2

15. Вывод

#### Контрольные вопросы

1. Возникновением каких внутренних факторов характеризуется прямой чистый изгиб и прямой поперечный изгиб?
2. Как определить напряжения в любой точке данного поперечного сечения при прямом изгибе?
3. Почему при изгибе в продольных сечениях балок возникают касательные напряжения?

### Задания к практической работе № 8

|                                                                                                                          |                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p style="text-align: center;">1</p>    | <p style="text-align: center;">2</p>     |
| <p style="text-align: center;">3</p>    | <p style="text-align: center;">4</p>     |
| <p style="text-align: center;">5</p>   | <p style="text-align: center;">6</p>    |
| <p style="text-align: center;">7</p>  | <p style="text-align: center;">8</p>   |
| <p style="text-align: center;">9</p>  | <p style="text-align: center;">10</p>  |

## Практическая работа № 9

### Тема: Расчеты при кручении.

**Цель работы:** Научиться определять величину крутящих моментов, определять диаметр вала из условия прочности при кручении и определять угол закручивания.

**Задание:** Определить величину крутящих моментов для каждого участка, построить эпюру крутящих моментов, определить диаметр вала на каждом участке, определить угол закручивания каждого участка. Принять мощность на колесах:

Схему и исходные данные выбрать в соответствии с номером студента по списку в журнале.

Для всех вариантов принимать:  $[\tau] = 25 \text{ МПа}$ ;  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$

#### Порядок выполнения.

1. Изобразить расчетную схему.
2. Разбить вал на участки и пронумеровать их.
3. Определить мощность на колесах.
4. Определить вращающие моменты на колесах:  $M_{ep} = \frac{P}{\omega} \text{ Нм}$ ,  
где  $P$  – мощность на колесе ( $\text{Вт}$ ),  $\omega$  – угловая скорость ( $\text{рад/с}$ )
5. Определить крутящие моменты на каждом участке –  $M_k$ .
6. Построить эпюру крутящих моментов –  $M_k$ .
7. Из условия прочности при кручении:

$$\tau_{kmax} = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau]$$

определить требуемый поперечный момент сопротивления для каждого участка:

$$W_p \geq \frac{M_k}{[\tau]}$$

8. Определить диаметр вала для каждого участка:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2^3; \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{16 W_p}{\pi}} \approx \sqrt[3]{5 W_p}$$

Округлить полученное значение до стандартных.

9. Определить полярные моменты инерции сечений для каждого участка:

$$J_p = 0,1 d^4 (\text{мм})$$

10. Определить углы закручивания каждого участка, приняв длины участков одинаковыми и равными  $\ell = 300 \text{ мм}$

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_k \cdot \ell}{G \cdot J_p}$$

11. Вывод.

## Варианты заданий

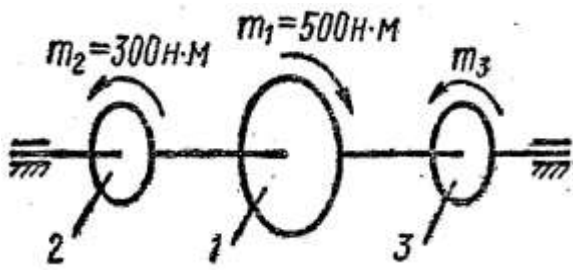
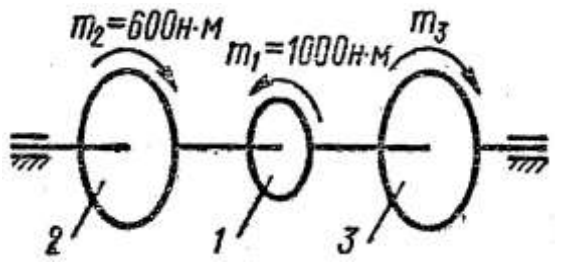
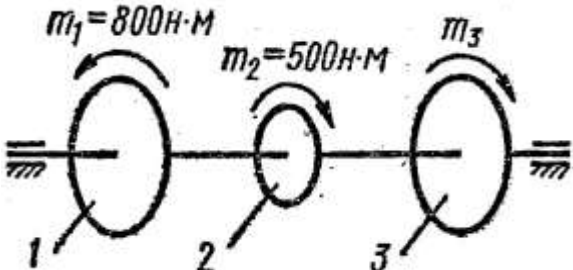
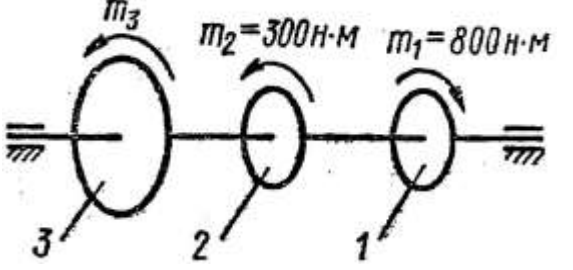
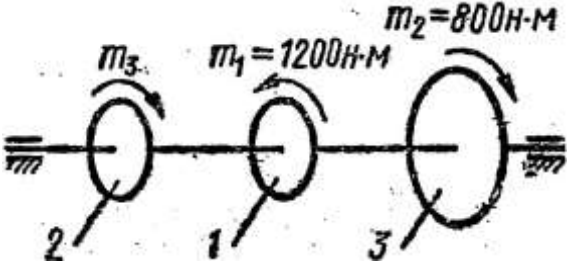
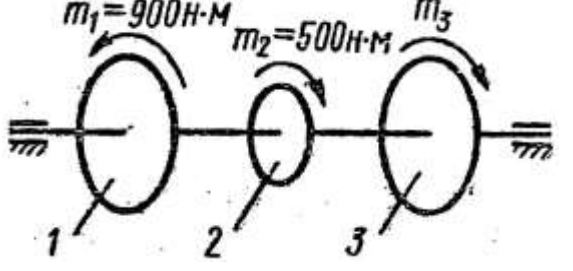
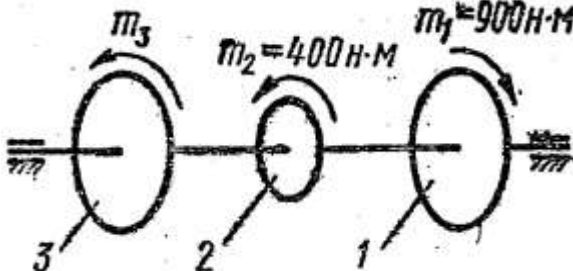
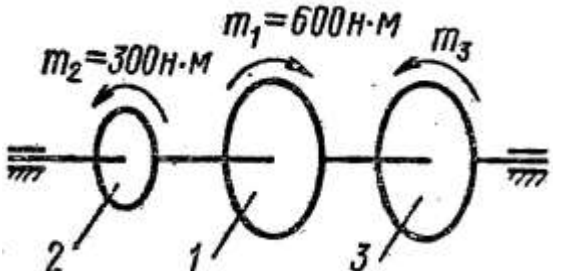
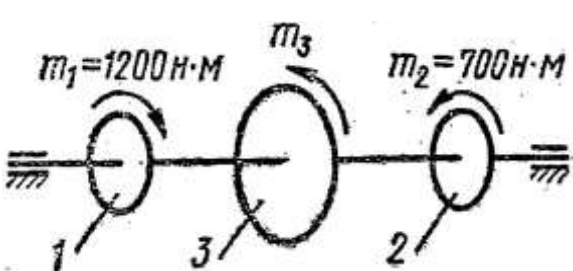
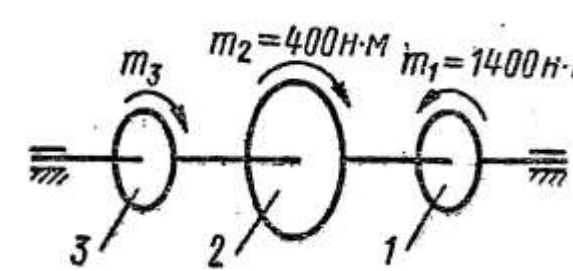
Таблица №3

| Вариант     | $P_{\text{кВт}}$ | $\omega^{\text{рад/с}}$ | № схемы |
|-------------|------------------|-------------------------|---------|
| 1, 11, 21.  | 30               | 20                      | 1       |
| 2, 12, 22.  | 22               | 30                      | 2       |
| 3, 13, 23.  | 15               | 10                      | 3       |
| 4, 14, 24.  | 18               | 40                      | 4       |
| 5, 15, 25.  | 10               | 30                      | 5       |
| 6, 16, 26.  | 25               | 35                      | 6       |
| 7, 17, 27.  | 35               | 40                      | 7       |
| 8, 18, 28.  | 24               | 15                      | 8       |
| 9, 19, 29.  | 50               | 100                     | 9       |
| 10, 20, 30. | 11               | 24                      | 10      |

### Контрольные вопросы

1. Как нужно нагрузить брус, чтобы он работал только на кручение?
2. От каких геометрических характеристик сечения зависит при кручении прочность бруса, а от каких – его жесткость?
3. В одинаковой ли степени изменяется жесткость и прочность бруса круглого сечения при изменении его диаметра?

### Задания к практической работе № 9

|                                                                                                                          |                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p style="text-align: center;">1</p>    | <p style="text-align: center;">2</p>     |
| <p style="text-align: center;">3</p>    | <p style="text-align: center;">4</p>     |
| <p style="text-align: center;">5</p>   | <p style="text-align: center;">6</p>    |
| <p style="text-align: center;">7</p>  | <p style="text-align: center;">8</p>   |
| <p style="text-align: center;">9</p>  | <p style="text-align: center;">10</p>  |

## Практическая работа № 10

### Тема: Определение эквивалентных напряжений по III и V теориям прочности, определение диаметра вала

**1.Задание.** Определение эквивалентных напряжений по III и V теориям прочности, определение диаметра вала.

Определить величину наибольших эквивалентных напряжений, исходя из III и V теорий прочности для вала, нагруженного, как показано на рис. 11.

Определить диаметр вала, если допускаемое напряжение  $[\sigma] = 90 \text{ МПа}$

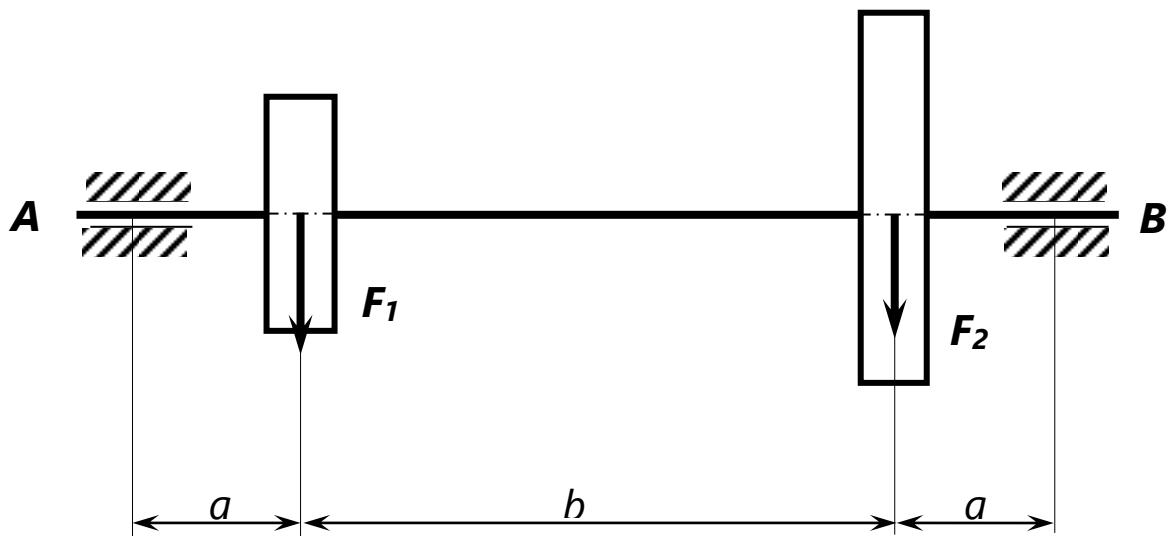


Таблица № 4

| <i>Вариант</i> | <i>Данные для расчета</i> |             |                          |                          |               |                                      |
|----------------|---------------------------|-------------|--------------------------|--------------------------|---------------|--------------------------------------|
|                | <i>a, м</i>               | <i>b, м</i> | <i>F<sub>1</sub>, кН</i> | <i>F<sub>2</sub>, кН</i> | <i>P, кВт</i> | <i>ω, <math>\frac{рад}{с}</math></i> |
| 01             | 0,3                       | 0,4         | 2                        | 4,0                      | 6,0           | 50                                   |
| 02             | 0,2                       | 0,3         | 2,5                      | 4,5                      | 5,0           | 52                                   |
| 03             | 0,1                       | 0,3         | 0,1                      | 3,0                      | 4,0           | 55                                   |
| 04             | 0,2                       | 0,4         | 2,2                      | 3,5                      | 4,5           | 48                                   |
| 05             | 0,3                       | 0,5         | 2,3                      | 3,5                      | 4,0           | 50                                   |
| 06             | 0,1                       | 0,2         | 2,1                      | 3,0                      | 5,5           | 48                                   |
| 07             | 0,1                       | 0,3         | 2,4                      | 4,5                      | 7,0           | 58                                   |
| 08             | 0,3                       | 0,5         | 3,5                      | 5,0                      | 7,5           | 70                                   |
| 09             | 0,2                       | 0,5         | 3,0                      | 6,0                      | 6,0           | 60                                   |
| 10             | 0,1                       | 0,3         | 3,0                      | 5,0                      | 5,0           | 50                                   |
| 11             | 0,2                       | 0,3         | 4,0                      | 5,0                      | 6,0           | 60                                   |
| 12             | 0,3                       | 0,4         | 2,0                      | 4,0                      | 5,0           | 40                                   |
| 13             | 0,2                       | 0,3         | 2,5                      | 4,5                      | 6,0           | 52                                   |
| 14             | 0,3                       | 0,4         | 3,5                      | 5,0                      | 3,0           | 45                                   |
| 15             | 0,2                       | 0,3         | 4,0                      | 5,0                      | 5,0           | 50                                   |
| 16             | 0,2                       | 0,4         | 3,0                      | 5,0                      | 7,0           | 60                                   |
| 17             | 0,3                       | 0,5         | 5,0                      | 7,0                      | 7,0           | 55                                   |
| 18             | 0,2                       | 0,3         | 3,0                      | 4,0                      | 6,0           | 60                                   |
| 19             | 0,1                       | 0,3         | 2,5                      | 4,5                      | 5,0           | 60                                   |
| 20             | 0,2                       | 0,4         | 3,0                      | 5,0                      | 7,0           | 60                                   |
| 21             | 0,3                       | 0,5         | 6,0                      | 8,0                      | 6,0           | 65                                   |
| 22             | 0,2                       | 0,4         | 2,0                      | 4,0                      | 5,0           | 55                                   |
| 23             | 0,3                       | 0,5         | 2,5                      | 4,0                      | 4,0           | 60                                   |
| 24             | 0,2                       | 0,4         | 3,5                      | 5,5                      | 6,0           | 70                                   |
| 25             | 0,3                       | 0,4         | 4,0                      | 5,0                      | 6,0           | 55                                   |
| 26             | 0,2                       | 0,3         | 4,0                      | 5,5                      | 5,5           | 60                                   |
| 27             | 0,1                       | 0,2         | 3,0                      | 6,0                      | 6,0           | 50                                   |
| 28             | 0,3                       | 0,5         | 4,0                      | 5,0                      | 7,0           | 60                                   |
| 29             | 0,3                       | 0,4         | 3,5                      | 6,0                      | 6,0           | 55                                   |
| 30             | 0,2                       | 0,3         | 4,0                      | 5,0                      | 7,0           | 60                                   |

Прежде, чем приступить к выполнению практической работы № 12, необходимо изучить тему «Гипотезы прочности. Сочетание основных деформаций – совместное действие изгиба и кручения».

## **2. Цель работы**

- 2.1 Научить студентов применять гипотезы прочности в расчетах по «Сопротивлению материалов».
- 2.2 Научить определять диаметр вала при совместном действии изгиба и кручения.

## **1. Повторение теоретического материала**

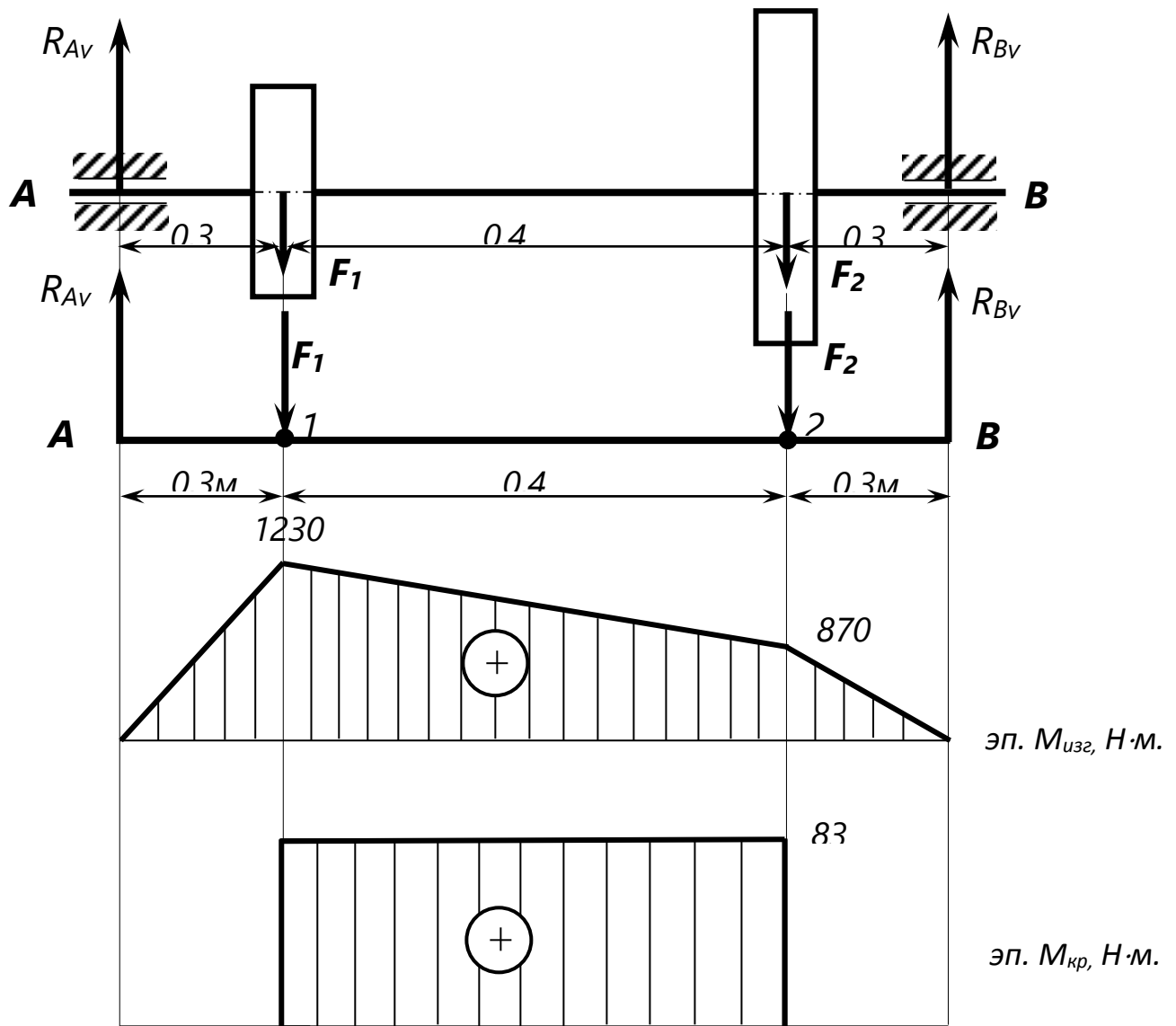
- 3.1 Что такое сложное напряженное состояние в точке тела?
- 3.2 Что называется эквивалентным напряжением?
- 3.3 Сколько всего теорий прочности существует и как определить эквивалентное напряжение в каждой из них?
- 3.4 Как записывается условие прочности при совместном действии изгиба и кручения?
- 3.5 Как определить диаметр вала при совместном действии изгиба и кручения?

## **4. Методика рекомендации к выполнению**

- 4.1 Определить опорные реакции вала (для этого составить два уравнения моментов относительно опор - подшипников).
- 4.2 Сделать проверку правильности решения – составить уравнение проекций всех сил на ось ОУ.
- 4.3 Определить значение  $M_{изг.}$  во всех характерных точках.
- 4.4 Построить эпюру  $M_{изг.}$ .
- 4.5 Определить опасное сечение, где  $M_{изг.} = M_{max.}$
- 4.6 Определить крутящий момент, передаваемый валом.
- 4.7 Построить эпюру  $M_{кр.}$ .
- 4.8 Определить эквивалентные моменты и эквивалентные напряжения по различным теориям прочности.
- 4.9 Определить диаметр вала согласно заданной теории прочности.

## **5. Пример решения задания**

- 5.1 На валу диаметром 60 мм насажены два зубчатых колеса. Давления зубчатых колес на вал направлены вертикально вниз и равны  $F_1 = 5 \text{ кН}$  и  $F_2 = 2 \text{ кН}$ . От одного колеса к другому передается мощность  $P = 7 \text{ кВт}$  при угловой скорости вращения  $\omega = 8,4 \text{ рад/с}$ . Определить величину наибольших эквивалентных напряжений, исходя из III и V теорий прочности



### Решение:

5.2 Определим опорные реакции:

$$\sum M_A (\vec{F}_i) = 0$$

$$- F_1 \cdot 0,3 - F_2 \cdot 0,7 + R_{By} \cdot 1 = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_B (\vec{F}_i) = 0$$

$$- R_{Ay} \cdot 1 + F_1 \cdot 0,7 + F_2 \cdot 0,3 = 0 \quad (2)$$

Из 1-го уравнения:

$$R_{By} = F_1 \cdot 0,3 + F_2 \cdot 0,7 = 5000 \cdot 0,3 + 2000 \cdot 0,7 = 2900 \text{ Н}$$

Из 2-го уравнения:

$$R_{Ay} = F_1 \cdot 0,7 + F_2 \cdot 0,3 = 5000 \cdot 0,7 + 2000 \cdot 0,3 = 4100 \text{ Н}$$

**Проверка:**  $\sum F_{iy} = 0$ ;  $R_{Ay} - F_1 - F_2 + R_{By} = 4100 - 5000 - 2000 + 2900 = 0$ ;  
следовательно, опорные реакции найдены правильно.

5.3 Построим эпюру  $M_{изг.}$ , для чего определим изгибающие моменты во всех характерных точках:

- (•) A;  $M_{изг.} = 0$ .
- (•) 1;  $M_{изг.} = R_{Ay} \cdot 0,3 = 4100 \cdot 0,3 = 1230 \text{ Н}\cdot\text{м}$
- (•) 2;  $M_{изг.} = R_{Ay} \cdot 0,7 - F_1 \cdot 0,4 = 4100 \cdot 0,7 - 5000 \cdot 0,4 = 870 \text{ Н}\cdot\text{м}$
- (•) B;  $M_{изг.} = 0$ .

Максимальный изгибающий момент будет в точке 1, т.е.  $M_{max} = 1230 \text{ Н}\cdot\text{м}$

5.4 Находим крутящий момент, передаваемый валом:

$$M_{кр} = \frac{\rho}{\omega} = \frac{7000}{8,4} = 835 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

5.5 По третьей теории прочности:

$$M_{э\text{квIII}} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{1230^2 + 835^2} = 1490 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Эквивалентное напряжение по III теории прочности определяется:

$$\sigma_{э\text{квIII}} = \frac{M_{э\text{квIII}}}{W_x}, \text{ МПа, где } W_x - \text{осевой момент сопротивления сечения}$$

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 0,06^3}{32} = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

Следовательно,

$$\sigma_{э\text{квIII}} = \frac{1490}{2,1 \cdot 10^{-4}} = 69,4 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2 = 69,4 \text{ МПа}$$

5.6 Эквивалентный момент по V теории прочности:

$$M_{э\text{кв V}} = \sqrt{M_{изг}^2 + 0,75 M_{кр}^2} = \sqrt{1230^2 + 0,75 \cdot 835^2} = 1430 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

5.7 Диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{э\text{квIII}}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{1490 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 90}} \approx 129 \text{ мм.}$$

Принимаем  $d = 130 \text{ мм}$ .

Контрольные вопросы

1. Что такое гипотезы прочности и в каких случаях возникает необходимость их использовать?
2. Что такое эквивалентные напряжения?
3. Что такое суммарный изгибающий момент и что такое эквивалентный момент?

## Тема: Расчет статически определимых рам

**Статически определимая рама** – конструкция, состоящая из нескольких изгибаемых стержней, закрепленных так, что опорные реакции и внутренние усилия можно найти с помощью уравнений статики. Чаще всего стержни рамы соединены между собой жестким образом, так, что в процессе деформации угол между стержнями не меняется. Мы будем рассматривать только плоские рамы, стержни которых расположены под углом  $90^\circ$ . Вертикальные стержни рамы принято называть стойками, горизонтальные – ригелями. В стержнях плоских рам возникают три внутренних усилия: продольная и поперечная силы и изгибающий момент.

Внутренние усилия в рамах определяются методом сечений, и порядок их нахождения тот же, что и для балок. Из шести внутренних силовых факторов в сечениях плоской рамы в общем случае возникают три: продольная сила  $N$ ; поперечная сила  $Q$ ; изгибающий момент  $M$ . Напомним, что согласно методу сечений:

- **продольная сила**  $N$  равна сумме проекций всех сил, действующих с одной стороны от сечения, на ось стержня;
- **поперечная сила**  $Q$  равна сумме проекций всех сил, действующих с одной стороны от сечения, на ось, перпендикулярную оси стержня;
- **изгибающий момент**  $M$  равен сумме моментов всех сил, действующих с одной стороны от сечения, относительно оси, проходящей через центр тяжести рассматриваемого сечения.

**Правила знаков для продольной и поперечной сил** те же, что и раньше: растягивающая продольная сила положительна, поперечная сила положительна, если она обходит сечение по ходу часовой стрелки. **Правило знаков для изгибающего момента в рамах** следующее: момент считается положительным, если он изгибает стержень рамы выпуклостью вовнутрь (для некоторых рам невозможно определить, где внешняя часть рамы, а где внутренняя. В этом случае знак изгибающего момента не определяется и эпюра изгибающих моментов строится со стороны растянутых волокон без знака).

На эпюрах  $N$  и  $Q$  положительные значения принято откладывать снаружи, на эпюре  $M$  – внутри – со стороны растянутых волокон.

От действия трех внутренних усилий в стержнях рамы возникают напряжения: нормальные и касательные. Нормальные напряжения определяются как сумма напряжений от продольной силы ( $N/A$ ) и от изгибающего момента по

формуле  $\sigma_x = \sigma = \frac{Mz}{I_y}$ . Касательные напряжения находят по формуле

Журавского  $\tau_{xz} = \tau = \frac{QS_y^0(z)}{I_y b(z)}$ .

Перемещения точек оси рамы определяются, как правило, методом Максвелла

– Мора по формуле  $\delta_i = \int \frac{M \cdot M_i}{EI} dx$ . Заметим, что произвольная точка оси рамы в отличие от точки оси балки может перемещаться не только по вертикали, но и по горизонтали. Будем обозначать линейные перемещения точек оси рамы буквой  $\delta$ , отмечая направление перемещения индексом сверху:  $\delta^{верт}$  и  $\delta^{гор}$ . Углы поворота сечений рамы, как и балок, обозначаем буквой  $\varphi$ .

В данном разделе ограничимся рассмотрением простейших статически определимых рам трех видов:

- 1) с жесткой заделкой;
- 2) на двух шарнирных опорах (неподвижной и подвижной);
- 3) на двух шарнирно неподвижных опорах с простым промежуточным шарниром.

### ***Рамы с жесткой заделкой***

#### **Пример 1.**

Рассмотрим жесткозащемленную плоскую раму (рис. а). В жесткой заделке рамы в общем случае нагружения возникают три опорные реакции: две силы ( $H_A$  и  $R_A$ ) и опорный момент ( $M_A$ ). Для построения эпюр определение этих реакций не является безусловной необходимостью: расчет, как и в случае жесткозащемленной балки, можно вести от свободного конца, то есть всякий раз так выбирать отсеченную часть для рассматриваемого сечения, чтобы в нее не попадала опора с неизвестными опорными реакциями. Тем не менее, иногда целесообразно вычислить опорные реакции. Это позволяет проверить построение эпюр или облегчить их построение. Для вычисления реакций в жесткозащемленной раме используются три условия равновесия:

- 1)  $\sum F_{xi} = 0$ ;
- 2)  $\sum F_{yi} = 0$ ;
- 3)  $\sum M_{Ai} = 0$ .

Построим эпюры  $N_z$ ,  $Q_y$  и  $M_x$  для рассматриваемой рамы, не вычисляя опорные реакции.

Методика построения эпюр аналогична ранее рассмотренной для балок, т.е. сначала необходимо наметить характерные сечения. В дополнение к ранее указанным, в рамах характерными являются также сечения, расположенные бесконечно близко к жесткому узлу на всех элементах, сходящихся в этом узле.

**Построение эпюры  $N_z$ .** Следуя установленным правилам, в рассматриваемой раме можно выделить 8 характерных сечений. Продольная сила в любом из них численно равна алгебраической сумме проекций всех сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, на продольную ось стержня. При этом следует учитывать, что положение продольной оси будет изменяться в зависимости от того, чему принадлежит рассматриваемое сечение - стойкам или ригелю.

$$N_{z,1} = N_{z,2} = N_{z,3} = N_{z,4} = 0;$$

$$N_{z,5} = N_{z,6} = -F = -20 \text{ КН};$$

$$N_{z,7} = N_{z,8} = -q \cdot 4 = -40 \text{ КН}.$$

**Построение эпюры  $Q_y$ .** Поперечная сила в любом сечении численно равна алгебраической сумме проекций всех сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, на поперечную ось рамы. Положение поперечной оси также будет изменяться в зависимости от принадлежности данного сечения стойкам или ригелю. С учетом правила знаков, двигаясь от свободного конца к жесткой заделке, получим для  $Q_y$ :

$$Q_{y,1} = Q_{y,2} = 0 \text{ (проекция пары } M \text{ на любую ось равна нулю);}$$

$$Q_{y,3} = Q_{y,4} = F = 20 \text{ кН};$$

$$Q_{y,5} = 0;$$

$$Q_{y,6} = q \cdot 4 = 40 \text{ кН};$$

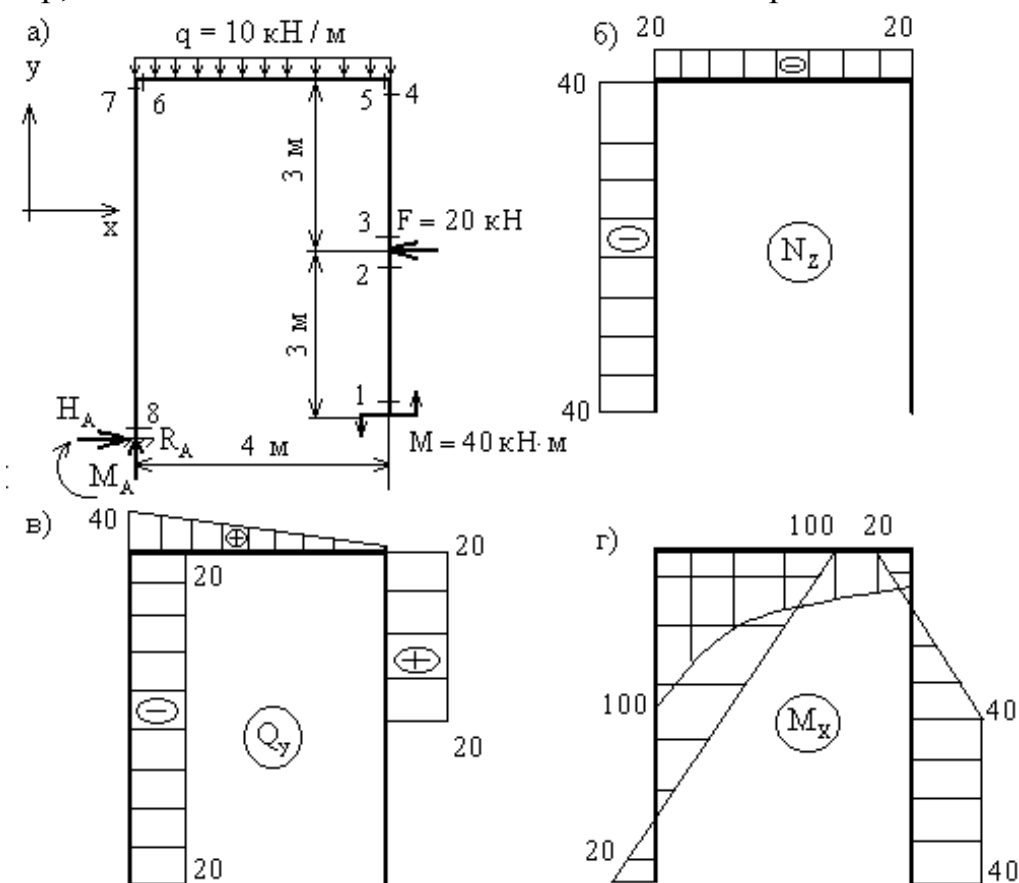
$$Q_{y,7} = Q_{y,8} = -F = -20 \text{ кН}.$$

Необходимо обратить внимание на тот факт, что  $Q_{y,7} = -Q_{y,4}$ , т.е. что поперечная сила в верхних сечениях противоположных стоек от действия силы, приложенной к правой стойке (при заделке, расположенной слева, и наоборот) имеет противоположные знаки. Отчасти это можно объяснить противоположными направлениями оси  $y$  для сечений 4 и 7, но более строгое обоснование указанного равенства будет дано ниже.

**Построение эпюры  $M_x$ .** Изгибающий момент в любом сечении численно равен алгебраической сумме моментов всех нагрузок, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно этого сечения (более строго: относительно оси  $x$  этого сечения). Обратим внимание на два важных замечания:

1) составляющая момента  $M_x$  от действия сосредоточенного момента  $M$  всегда одинакова и равна  $M$ ;

2) под плечом силы всегда понимается длина перпендикуляра, опущенного из центра тяжести данного сечения на линию действия силы. Это означает, что, например, плечо силы  $F$  для сечений 4-7 одинаково и равно 3 м.



Таким образом, для сечений 1-8 получим:

$M_{x,1} = M_{x,2} = M_{x,3} = M = 40$  кНм (сжатым является правое волокно в сечениях 1-3, поэтому ордината отложена вправо от оси стойки);

$M_{x,4} = M_{x,5} = M - F \cdot 3 = -20$  кНм (знаки "+" и "-" здесь имеют относительный характер; результирующий момент сжимает левые волокна в сечении 4 и нижние волокна в сечении 5, поэтому ордината "20" откладывается соответственно влево и вниз);

$M_{x,6} = M - F \cdot 3 - q \cdot 4 \cdot 2 = -100$  кНм (сжаты нижние волокна);

$$M_{x,7} = M_{x,6} = -100 \text{ кНм (сжаты правые волокна);}$$

$$M_{x,8} = M + F \cdot 3 - q \cdot 4 \cdot 2 = 20 \text{ кНм (сжаты левые волокна).}$$

Между  $q$ ,  $Q_y$  и  $M_x$  в плоских рамах сохраняются те же зависимости, что и в балках, а именно:

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{dQ_y}{dz}; \\ Q_y &= \frac{dM_x}{dz} \end{aligned} \right\} \Rightarrow q = \frac{d^2 M_x}{dz^2}.$$

Из этого следует, что правила контроля эпюр  $Q_y$  и  $M_x$  остаются теми же, что и для балок.

Эпюры  $N_z$  в плоских рамах строятся наиболее просто и при отсутствии нагрузок, распределенных вдоль стержней, представляют собой графически отрезки прямых, параллельные осям стержней (или совпадают с ними при  $N_z = 0$ )

Если проанализировать процесс построения эпюр (рис.б-2), то очевидно, что наиболее "сложно" вычислять ординаты в сечениях стержня, примыкающего к заделке (на рис.б-2 это сечения 7 и 8). Как уже отмечалось, с этой целью иногда вычисляют реакции  $H_A, R_A$  и момент  $M_A$ .

При принятом для всей рамы направлении осей  $x, y$  (рис. а) уравнения равновесия имеют вид:

$$1) \sum F_{xi} = 0: H_A - F = 0; H_A = F = 20 \text{ кН}$$

$$2) \sum F_{yi} = 0: R_A - q \cdot 4 = 0; R_A = q \cdot 4 = 40 \text{ кН}$$

$$3) \sum M_{Ai} = 0: M_A + q \cdot 4 \cdot 2 - F \cdot 3 - M = 0; M_A = 20 \text{ кН}$$

Полученный для каждой из величин  $H_A, R_A, M_A$  знак "+" говорит, что направления их были выбраны правильно.

После вычисления опорных реакций значения величин  $N_z, Q_y, M_x$  в сечениях 7 и 8 (как, впрочем, и в любом другом) можно вычислять, двигаясь от жесткой заделки к свободному концу.

Например, для сечений 7 и 8:

$N_{z,7} = N_{z,8} = -R_A = -40 \text{ кН}$  (знак "-" указывает на сжатие в этих сечениях с силой  $R_A$ );

$Q_{y,7} = Q_{y,8} = -H_A = -20 \text{ кН}$  (т.к. реакция  $H_A$  стремится повернуть каждое из этих сечений против часовой стрелки.)

При сравнении величины  $Q_{y,7}$  с ранее полученной величиной  $Q_{y,4}$  видно, что  $Q_{y,7} = -Q_{y,4}$ , о чем уже говорилось выше.

$$M_{x,8} = M_A = 20 \text{ кНм (сжаты левые волокна стойки);}$$

$$M_{x,7} = M_8 - H_A \cdot 6 = -100 \text{ кНм (сжаты правые волокна стойки).}$$

Разумеется, результаты получаемые для любого сечения при движении от свободного конца к жесткой заделке и при движении в обратном направлении одинаковы.

## Практическая работа № 12

### Тема: Расчет трехшарнирной арки

**Задание.** Для сплошной трехшарнирной арки или рамы (рис. 22) требуется:

- а) определить аналитически моменты, поперечные и нормальные силы в сечениях  $K_1$  и  $K_2$  от действия постоянной нагрузки;
- б) построить линии влияния  $M$ ,  $Q$  и  $N$  для сечения  $K_2$  и по ним найти значения  $M$ ,  $Q$  и  $N$  от той же постоянной нагрузки. Исходные данные, согласно шифру, выбираются по табл. 2.

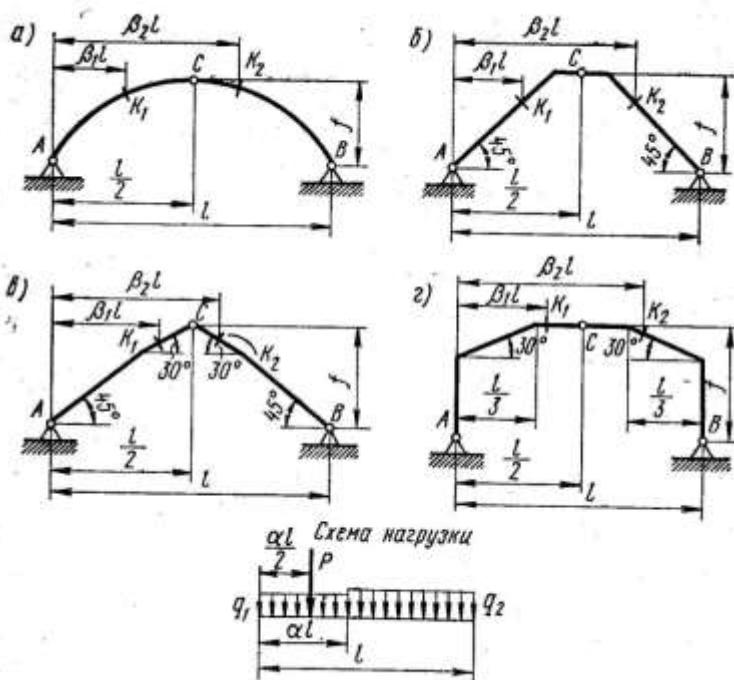


Рис. 22

Таблица 2

| Первая цифра шифра | $l$ , м | $\alpha$ | $\beta_1$ | Вторая цифра шифра | $\beta_2$ | $q_1$ , кН/м | $q_2$ , кН/м | Последняя цифра шифра | Схема по рис. 22 | Очертание оси | $\frac{f}{l}$ | $P$ , кН |
|--------------------|---------|----------|-----------|--------------------|-----------|--------------|--------------|-----------------------|------------------|---------------|---------------|----------|
| 1                  | 26      | 0,20     | 0,20      | 1                  | 0,65      | 0            | 4            | 1                     | а                | Парабола      | 0,34          | 4        |
| 2                  | 36      | 0,50     | 0,30      | 2                  | 0,68      | 4            | 0            | 2                     | а                | Окружность    | 0,35          | 3        |
| 3                  | 18      | 0,30     | 0,22      | 3                  | 0,70      | 0            | 5            | 3                     | б                | Рама          | 0,39          | 5        |
| 4                  | 28      | 0,60     | 0,25      | 4                  | 0,72      | 5            | 0            | 4                     | в                | «             | 0,40          | 6        |
| 5                  | 20      | 0,40     | 0,15      | 5                  | 0,80      | 0            | 6            | 5                     | г                | «             | 0,32          | 7        |
| 6                  | 32      | 0,70     | 0,40      | 6                  | 0,84      | 6            | 0            | 6                     | а                | Парабола      | 0,36          | 8        |
| 7                  | 22      | 0,80     | 0,35      | 7                  | 0,86      | 7            | 0            | 7                     | а                | Окружность    | 0,38          | 2        |
| 8                  | 34      | 0,25     | 0,12      | 8                  | 0,75      | 0            | 7            | 8                     | б                | Рама          | 0,33          | 5        |
| 9                  | 24      | 0,35     | 0,33      | 9                  | 0,85      | 8            | 0            | 9                     | в                | «             | 0,30          | 8        |
| 0                  | 30      | 0,45     | 0,45      | 0                  | 0,90      | 0            | 8            | 0                     | г                | «             | 0,31          | 4        |

## Методические указания

Схему арки надо вычертить, определив по уравнению ее оси достаточное число точек (не менее пяти, включая замковый шарнир С) и проведя через них плавную кривую. На схему надо нанести все заданные размеры и нагрузку. Для точек  $K1$  и  $K2$  надо вычислить координаты и, кроме того, значения синусов, и косинусов углов наклона касательных.

Ординаты точек оси арки и углы наклона касательных определяются по следующим уравнениям:

а) при очертании оси по параболе

$$y = \frac{4f}{l^2} x(l-x);$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx};$$

б) при очертании оси по окружности

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2} - R + f,$$

где

$$R = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f};$$

$$\sin \varphi = \frac{l-2x}{2R}; \quad \cos \varphi = \frac{y+R-f}{R}.$$

Следует помнить, что для правой половины арки (и рамы) угол наклона касательной отрицателен.

Вычисление значений опорных реакций, моментов, поперечных и продольных сил в заданных точках надо иллюстрировать необходимыми формулами.

Для построения линий влияния  $M$ ,  $Q$  и  $N$  надо сначала построить линию влияния распора и подсчитать значение ее характерной ординаты. На окончательных линиях влияния должны быть проставлены числовые значения всех характерных ординат, определение которых должно быть приведено в расчете. Линии влияния надо строить под схемой арки (рамы) в том же линейном масштабе.

## Практическая работа № 13

### Тема: Расчет статически определимой фермы

**1.Задание.** Для фермы с выбранными по шифру размерами и нагрузкой требуется:

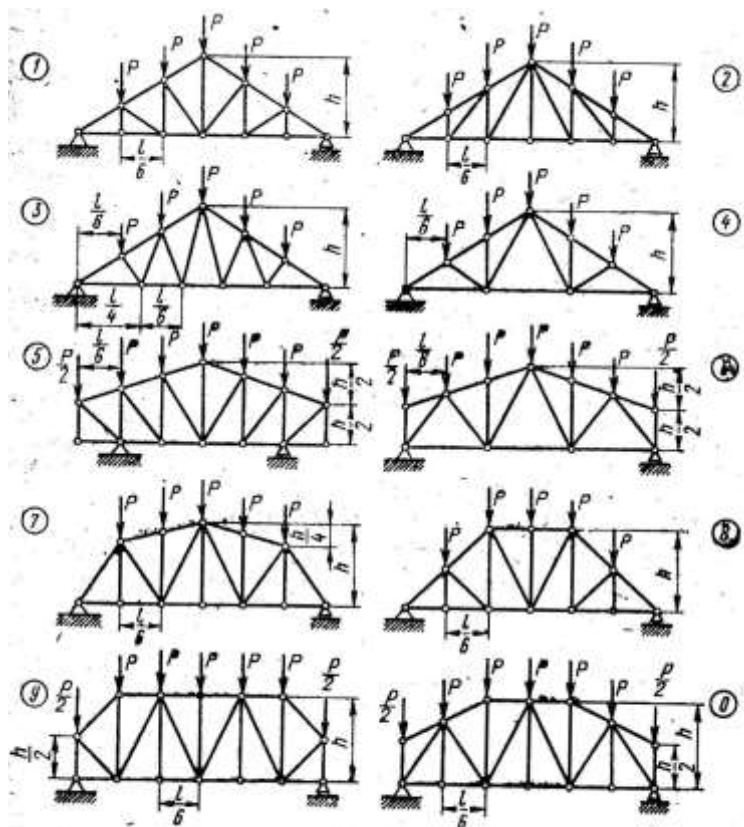


Рис. 23

- а) определить (аналитически) усилия в стержнях заданной панели, включая правую стойку (4 стержня);
- б) построить линии влияния усилий в тех же стержнях;
- в) по линиям влияния подсчитать значения усилий от заданной нагрузки и сравнить их со значениями, полученными аналитически.

### 2. Цель работы

- 2.1 Проверить степень усвоения студентами законы статики кинематически неизменяемых плоских стержневых систем, теорию влияния и её применение к статически определимым однопролётным балкам.
- 2.2 Научить использовать на практике статико-кинематический метод и технику построения эпюр внутренних силовых факторов и линий влияния внутренних усилий (изгибающего момента или поперечной силы) в данных сечениях однопролётных балок.
- 2.3 Научить определять усилия в данных сечениях по линиям влияния от заданной нагрузки, используя формулу влияния и сравнивать их с усилиями на эпюрах.

### 3. Повторение теоретического материала

- 3.1 Что такое линия влияния (лв.)? Для чего используются линии влияния?
- 3.2 Чему равна ордината в сечении «п» линии влияния  $M_k$ ?
- 3.3 Формула для определения усилия по линии влияния от заданной нагрузки (F, q, M)?

- 3.4 Нулевые точки для линии влияния усилия, где они находятся?
- 3.5 Как и где нужно располагать единичную силу  $F = 1$  при построении линии влияния?
- 3.6 Чему равна ордината л.в.  $M_k$  под сечением «к» в пролёте балки?
- 3.7 Чему равны ординаты л.в.  $Q_k$  под сечением «к» в пролёте балки?
- 3.8 Перечислите свойства линии влияния  $M$  и  $Q$  в пролёте балки?
- 3.9 Построений линий влияния для однопролетных статистически определимых балок. Постройте линию влияния нормального напряжения в крайнем волокне какого-либо сечения балки на двух опорах.

#### 4. Методические указания.

Усилие в каждом стержне следует определять непосредственно через нагрузку и опорные реакции, а не одно через другое, т. е. для каждого усилия надо найти свой способ из трех известных (моментной точки; проекций; вырезания узлов).

При определении усилий необходимо показывать используемые сечения, приводить соответствующие уравнения, а все величины, входящие в них, должны быть указаны на чертеже. Необходимые геометрические характеристики и размеры надо определять аналитически, а не брать по масштабу.

Построение линий влияния должно сопровождаться необходимыми расчетными формулами. Линии влияния строятся под схемой фермы; на них должны быть проставлены числовые значения ординат под всеми узлами. Найденные значения усилий по линиям влияния надо сравнить с результатами аналитического определения.

#### 5. Пример решения задания

**Исходные данные:** схема балки на рис. 13.25;  $a=2$  м;  $b=2$  м;  $c=2$  м;  $d=2$  м;  $M=8$  кН\*м;  $F=2$  кН;  $q=1$  кН/м.

5.1 Эпюры внутренних силовых факторов (рис. 13.26).

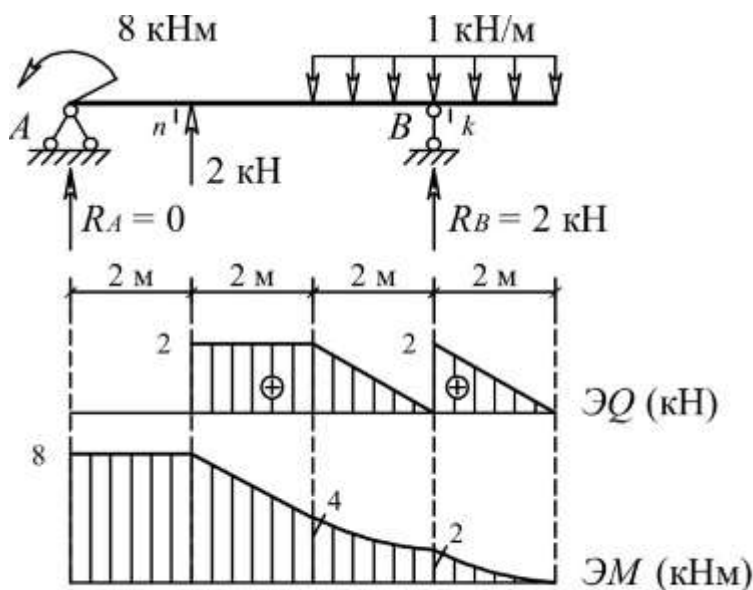


Рис. 13.26

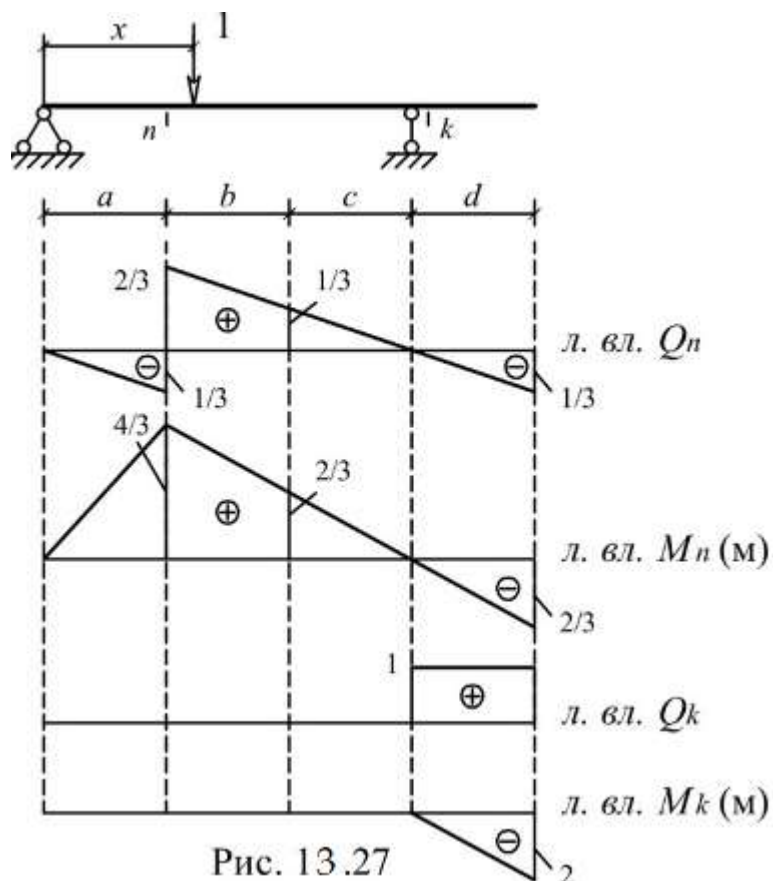


Рис. 13.27

5.3 Определение внутренних усилий  $S$  (изгибающего момента или поперечной силы) в сечениях  $n$  и  $k$  по формуле влияния:

$$S = M \cdot \operatorname{tg} \alpha + F \cdot y + q \cdot \omega,$$

где  $M$  – сосредоточенный момент («+» - направлен по часовой стрелке, «-» - направлен против часовой стрелки);

$\alpha$  – наклон линии влияния в месте приложения  $M$ ;

$F$  – сосредоточенная сила («+» - направлена вниз, «-» - направлена вверх);

$y$  – ордината линии влияния под силой;

$q$  – интенсивность распределенной нагрузки («+» - направлена вниз, «-» - направлена вверх);

$\omega$  – площадь линии влияния под нагрузкой.

$$M_n = (-8) \cdot (4/6) + (-2) \cdot (4/3) + 1 \cdot 0 = -8 \text{ кН*м},$$

$$Q_n = (-8) \cdot (-1/6) + (-2) \cdot (2/3) + 1 \cdot 0 = 0,$$

$$M_k = (-8) \cdot 0 + (-2) \cdot 0 + 1 \cdot (-2) = -2 \text{ кН*м},$$

$$Q_k = (-8) \cdot 0 + (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 2 = 2 \text{ кН}.$$

Значение усилий совпали с соответствующими усилиями на эпюрах.

### Пояснение к решению задания

1) Для построения линий влияния в балках целесообразно воспользоваться статико-кинематическим методом. Суть метода заключается в том, что вначале определяется вид линии влияния. Для этого из балки удаляется связь, линию влияния усилия в которой требуется построить. В полученном таким образом механизме с одной степенью свободы строится эпюра возможных перемещений (рис. 13.28). В теории линий влияния на основе принципа возможных работ доказано, что вид линии влияния совпадает с очертанием

этой эпюры. При известном очертании линии влияния любую ее ординату несложно вычислить из законов статики. Для этого достаточно установить единичный груз над ординатой, отделить часть балки, содержащей искомое усилие, и рассмотреть равновесие этой части.

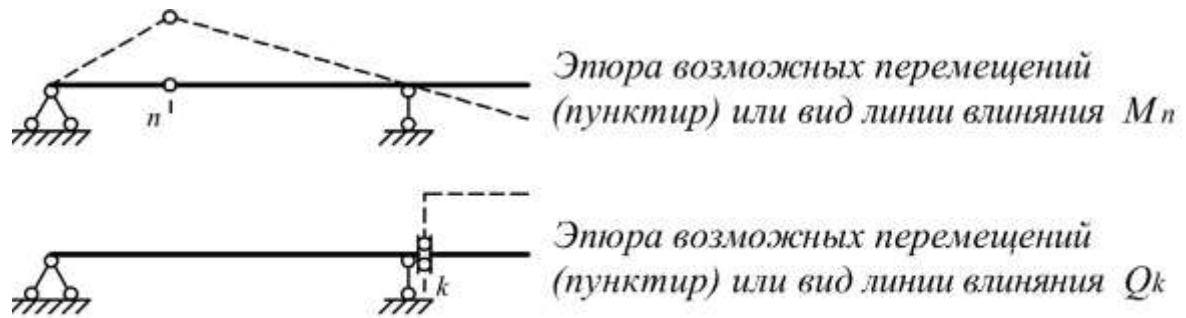


Рис. 13.28

Примечание. Знак линии влияния определяется автоматически, если возможное перемещение механизму задать в направлении, совпадающем с положительным направлением искомого усилия.

2) При определении усилий по линиям влияния следует помнить, что внешний сосредоточенный момент вносится в формулу влияния со знаком «+», если направлен по часовой стрелке, внешняя сосредоточенная сила и распределенная нагрузка со знаком «+», если направлены вниз. Такие правила приняты при выводе формулы влияния. Знак же тангенса определяется обычным образом, т.е. в первой и третьей четвертях он положительный (если линия влияния не перевернута).

### Контрольные вопросы

1. Что такое линия влияния (лв.)? Для чего используются линии влияния?
2. Чему равна ордината в сечении "n" линии влияния  $M_k$ ?
3. Формула для определения усилия по линии влияния от заданной нагрузки ( $F$ ,  $q$ ,  $M$ )?
4. Нулевые точки для линии влияния усилия, где они находятся?
5. Как и где нужно располагать единичную силу  $F = 1$  при построении линии влияния?
6. Чему равна ордината лв.  $M_k$  под сечением "k" в пролёте балки?
7. Чему равны ординаты лв.  $Q_k$  под сечением "k" в пролёте балки?
8. Перечислите свойства линии влияния  $M$  и  $Q$  в пролёте балки?
9. Построения линий влияния для однопролетных статически определимых балок. Постройте линию влияния нормального напряжения в крайнем волокне какого-либо сечения балки на двух опорах.

## Рекомендуемая литература

### 4.1.1. Основная литература:

1. Янгулов В.С. Техническая механика. Волновые и винтовые механизмы и передачи [Электронный ресурс] : учебное пособие для СПО / В.С. Янгулов. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Профобразование, 2017. — 183 с. — 978-5-4488-0032-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66400.html>
2. Завистовский, В.Э. Техническая механика : учебное пособие / В.Э. Завистовский, Л.С. Турищев. - Минск : РИПО, 2015. - 368 с. : схем., табл., ил. - Библиогр.: с. 354-355. - ISBN 978-985-503-444-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=463706> (12.02.2019).
3. Мовнин М.С. Основы технической механики [Электронный ресурс]: учебник/ М.С. Мовнин, А.Б. Израелит, А.Г. Рубашкин— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Политехника, 2016.— 289 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58853.html>.— ЭБС «IPRbooks»

### 4.1.2. Дополнительная литература:

1. Техническая механика в анализе архитектурных форм сооружений [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.А. Каюмов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский государственный архитектурно-строительный университет, 2017. — 346 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/73322.html>
2. Ганджунцев М.И. Техническая механика. Часть 1. Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ М.И. Ганджунцев, А.А. Петраков, Л.П. Портаев— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 200 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30364.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Ганджунцев М.И. Техническая механика. Часть 2. Строительная механика [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.И. Ганджунцев, А.А. Петраков. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2017. — 68 с. — 978-5-7264-1515-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/64539.html>

### 3. Интернет-ресурсы:

- <http://5fan.ru/wievjob.php> – учебно-методическое пособие по технической механике.
- <http://upload.studwork.org/order> - методические указания к выполнению практических работ