

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 24.08.2023 16:14:59
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕ-
НИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

**по выполнению практических работ
по дисциплине «ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ»
для студентов направления подготовки /специальности
38.03.01 Экономика, Корпоративная экономика и финансы**

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

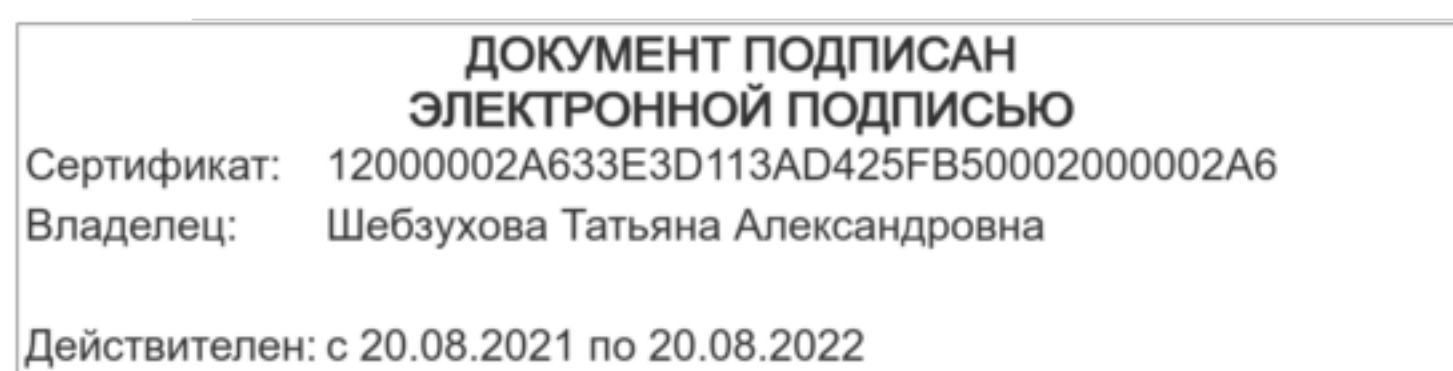
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Пятигорск, 2022

Содержание

№ п/п		Стр.
	Введение	
1.	Цель и задачи изучения дисциплины	
2.	Оборудование и материалы	
3.	Наименование практических работ	
4.	Содержание практических работ	
4.1	Практическая работа №1 Простые и сложные проценты.	
4.2	Практическая работа №2 Дисконтирование и учет по простым процентным ставкам.	
4.3.	Практическая работа №3 Номинальная и эффективная ставка.	
4.4	Практическая работа №4 Финансовая эквивалентность обязательств.	
4.5	Практическая работа №5 Постоянные финансовые ренты.	
4.6	Практическая работа №6 Определение современной стоимости постоянных рент постнумерандо.	
4.7	Практическая работа №7 Определение параметров постоянных рент постнумерандо.	
4.8	Практическая работа №8 Наращенные суммы и современные стоимости других видов постоянных рент.	
4.9	Практическая работа №9 Изменение условий платежей по финансовым обязательствам.	
5	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	
5.1	Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины	
5.2	Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	
5.3	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины	



Введение

Практические занятия создают оптимальные дидактические условия для деятельностного освоения студентами содержания и методологии изучаемой дисциплины. Практические занятия занимают преимущественное место при изучении общепрофессиональных и профессиональных дисциплин. Практические занятия проводятся с целью выработки практических умений и приобретения навыков в решении задач, отработки упражнений, выполнении чертежей, производстве расчётов и т.п.

Целью практических занятий является формирование практических умений – профессиональных (выполнять определённые действия, операции, необходимые в последующем в профессиональной деятельности) или учебных, необходимых в последующей учебной деятельности по общепрофессиональным и профессиональным дисциплинам.

Библиографический список содержит сведения о справочной литературе и дополнительных изданиях, необходимых для углубленного изучения отдельных вопросов.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель освоения дисциплины является изложение основных принципов и правил основ финансовых вычислений на уровне современного состояния теории количественных методов в финансах.

Задачи освоения дисциплины являются:

– обучение бакалавров практическому применению методов начисления процентов и дисконтирования разовых выплат и потоков платежей в различных условиях, которые могут предусматривать контракты;

– методов, применяемых при разработке планов погашения задолженности; изучение доходности и риска финансовых операций. На основе их изучения у будущих бакалавров должны сформироваться фундаментальные теоретические знания и практические навыки по использованию методов анализа и реструктуризации финансовых потоков.

2. Оборудование и материалы

Аппаратные средства: переносной ноутбук, проектор, доска магнитно-маркерная.

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, оснащена оборудованием и техническими средствами обучения.

3. Наименование практических работ

№ Темы дисциплины	Наименование тем дисциплины, их краткое содержание	Объем часов	Из них практическая подготовка, часов
5 семестр			
1	Практическая работа № 1. Простые и сложные проценты. Закрепить и углубить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки по начислению конечной суммы денежных средств, находящихся во вкладах и займах.	1,5	
2	Практическая работа № 2. Дисконтирование и учет по простым процентным ставкам. Закрепить и углубить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки дисконтирования, и учета по простым процентным ставкам.		
3	Практическая работа № 3. Номинальная и реальная ставки. Закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определе-		

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

	ния номинальной и эффективной ставки.		
4	Практическая работа №4. Финансовая эквивалентность обязательств. Закрепить и углубить теоретические знания финансовой эквивалентности обязательств.	1,5	
5	Практическая работа №5. Постоянные финансовые ренты. Закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки расчета постоянных финансовой ренты.		
6	Практическая работа №6. Определение современной стоимости постоянных рент постнумерандо. Закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения современной стоимости постоянных рент постнумерандо.	1,5	
7	Практическая работа №7. Определение параметров постоянных рент постнумерандо. Закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения параметров постоянных рент постнумерандо		
8	Практическая работа №8. Нарощенные суммы и современные стоимости других видов постоянных рент. Закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения и расчета наращенной суммы.		
9	Практическая работа №9. Изменение условий платежей по финансовым обязательствам Закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения изменений условий платежей по финансовым обязательствам.	1,5	
	Итого за 5 семестр:	6	
	Итого:	6	

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

4. Содержание практических работ

Практическая работа №1. Простые и сложные проценты

Цель: закрепить и углубить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки по начислению конечной суммы денежных средств, находящихся во вкладах и займах.

Основы теории:

В практике финансовых расчетов суммы денег вне зависимости от их назначения или происхождения, так или иначе, но обязательно связываются конкретными моментами времени.

Необходимость учета временного фактора вытекает из сущности финансирования и кредитования и выражается в принципе неравноценности денег, относящихся к разным моментам времени. Вполне понятно, что 1000 руб., полученные через 5 лет, неравноценны этой же сумме, поступившей сегодня. Отмеченная неравноценность двух одинаковых по абсолютной величине сумм связана, прежде всего, с тем, что имеющиеся сегодня деньги теоретически могут быть инвестированы и принести доход в будущем.

Под процентными деньгами или, кратко процентами, понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг в любой его форме.

При заключении финансового или кредитного соглашения стороны договариваются о величине процентной ставки. Под процентной ставкой понимается относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени, т.е. отношение дохода (процентов) к сумме долга за единицу времени.

Временной интервал, к которому приурочена процентная ставка, называют периодом начисления.

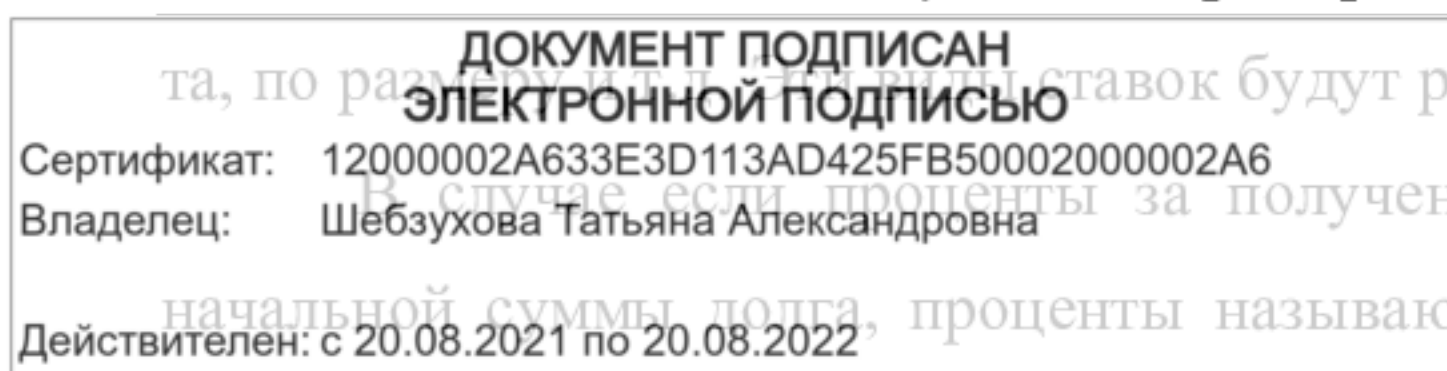
Проценты могут выплачиваться по мере их начисления или присоединяться к основной сумме долга. Процесс увеличения суммы денег называется наращением, или ростом этой суммы.

Процентная ставка применяется и в более широком смысле – как измеритель степени доходности (эффективности) любой финансовой операции.

Видов процентных ставок достаточно много, так как и различных видов сделок тоже множество и они могут классифицироваться по базе начислений, по принципу расче-

та, по раз-

В случае если проценты за полученную ссуду определяются исходя из первоначальной суммы долга, проценты называются простыми. Каждый раз при начислении



таких процентов в качестве базы берется одна и та же сумма. Начисленные за соответствующие периоды проценты выплачиваются кредитору или присоединяются к сумме долга. Для записи формулы наращенной суммы по простым процентам введем обозначения:

I – проценты за весь срок займа;

P – первоначальная сумма долга (вклада);

i – ставка процента (десятичная дробь);

n – число периодов начисления (срок вклада);

S – наращенная (накопленная) сумма.



Рисунок 1 – Схема начисления процентов

Начисленные проценты за один период времени равны $P \cdot i$ и за n периодов – $P \cdot n \cdot i$. Процесс изменения суммы долга с начисленными процентами описывается арифметической прогрессией $P, P + P \cdot i, P + 2P \cdot i$ и т. д. Сумма, образовавшаяся к концу срока (обозначим ее как S) состоит из двух элементов – первоначальной суммы долга и процентов:

$$S = P + I = P + P \cdot n \cdot i = P(1 + n \cdot i). \quad (1)$$

Величину S называют наращенной суммой платежа (долга), формулу (1) – формулой наращенной суммы по простым процентам, а множитель $(1 + n \cdot i)$ – множителем наращенной суммы. График роста по простым процентам представлен на рис. 2.

Формула (1) связывает функциональной зависимостью четыре величины: S, P, n, i . Решив ее относительно n и i , соответственно получим:

$$n = (S - P) / P \cdot i, \quad (2)$$

$$i = (S - P) / P \cdot n. \quad (3)$$

В коммерческих сделках иногда предусматриваются изменяющиеся во времени процентные ставки. В этом случае наращенная сумма определяется следующим образом:

$$S = P(1 + n_1 \cdot i_1 + n_2 \cdot i_2 + \dots + n_m \cdot i_m) = P(1 + \sum_{k=1}^m n_k \cdot i_k), \quad (4)$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

n_k – продолжительность периода.

$$S = P + P \cdot i_1 n_1 + P \cdot i_2 n_2 + \dots + P \cdot i_m n_m = \\ = P(1 + i_1 n_1 + i_2 n_2 + \dots + i_m n_m) = P(1 + \sum_{j=1}^m n_j i_j)$$

В практике инвестирования средств в краткосрочные депозиты иногда прибегают к неоднократному последовательному повторению наращенной суммы по простым процентам в пределах общего заданного срока, т.е. реинвестированию полученных на каждом этапе наращенной суммы. Рассмотрим этот процесс подробнее (для упрощения примем, что процентные ставки и величина периода наращенной суммы не меняются). Графическая иллюстрация процесса реинвестирования приведена на рис.

Обозначим первоначальную сумму депозита (вклада и т.п.) через « P_1 », процентную ставку через « i » и срок через « n ».

- для первого периода наращенной суммы получим

$$S_1 = P_1 + I_1 = P_1 + P_1 \cdot i = P_1 \cdot (1 + i)$$

- для второго периода наращенной суммы (рис.) наращенная за первый период сумма S_1 принимается равной первоначальной сумме депозита за второй период, т.е. $S_1 = P_2$, тогда наращенная сумма за второй период определяется как:

$$S_2 = S_1 + I_2 = P_1 \cdot (1 + i) + S_1 \cdot i$$

или

$$S_2 = P_1 \cdot (1 + i) + [P_1 \cdot (1 + i)] \cdot i = P_1 \cdot (1 + i)^2$$

Эта сумма принимается за первоначальную сумму на третьем периоде наращенной суммы и т.д.

- для n -ого периода получаем аналогично

$$S_n = P_1 \cdot (1 + i)^n \quad (5)$$

Возвращаясь к принятым обозначениям это выражение можно переписать:

$$S = P \cdot (1 + i \cdot n)^m,$$

где m – количество реинвестиций.

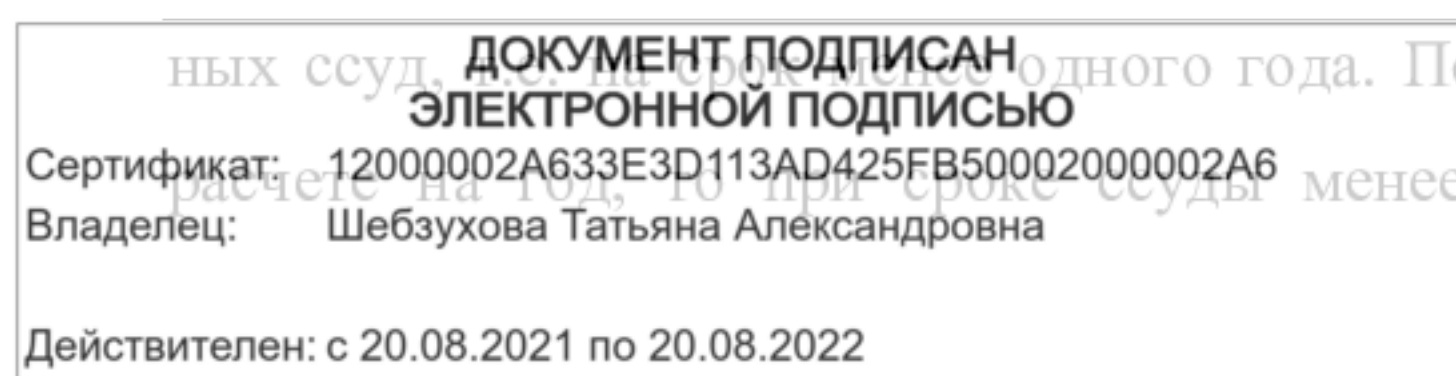
В общем случае наращенная сумма будет рассматриваться:

$$S = P \cdot (1 + i_1 \cdot n_1) \cdot (1 + i_2 \cdot n_2) \cdot (1 + i_3 \cdot n_3) \cdot \dots \cdot P \cdot (1 + i_m \cdot n_m), \quad (6)$$

где m – количество реинвестиций

РАСЧЕТ ПРОЦЕНТОВ ДЛЯ КРАТКОСРОЧНЫХ ССУД

Обычно к наращению по простым процентам прибегают при выдаче краткосроч-



ных ссуд. Поскольку ставка, как правило, фиксируется в процентах годовых, то при сроке ссуды менее года необходимо определить, какая часть

годового процента уплачивается кредитору. Аналогичная проблема возникает и в других случаях, когда срок ссуды меньше периода начисления.

Рассмотрим наиболее распространенный в практике случай – с годовым периодом начисления. Выразим общий срок ссуды в виде дроби

$$n = \frac{t}{K},$$

где t – число дней ссуды;

K – число дней в году, или временная база.

В этом случае формула (1) принимает вид

$$S = P \left(1 + \frac{t}{k} \cdot i \right) \quad (7)$$

При расчете обычно полагают, что $K = 360$ (12 месяцев по 30 дней) или $K = 365$, 366 дней. Если $K = 360$ дней, проценты называются обыкновенными. В этом случае формула (7) примет вид:

$$S = P \left(1 + \frac{t}{360} \cdot i \right) \quad (8)$$

При использовании действительной продолжительности года 365(366) получают точные проценты и в этом случае формула (7) примет вид:

$$S = P \left(1 + \frac{t}{365(366)} \cdot i \right). \quad (9)$$

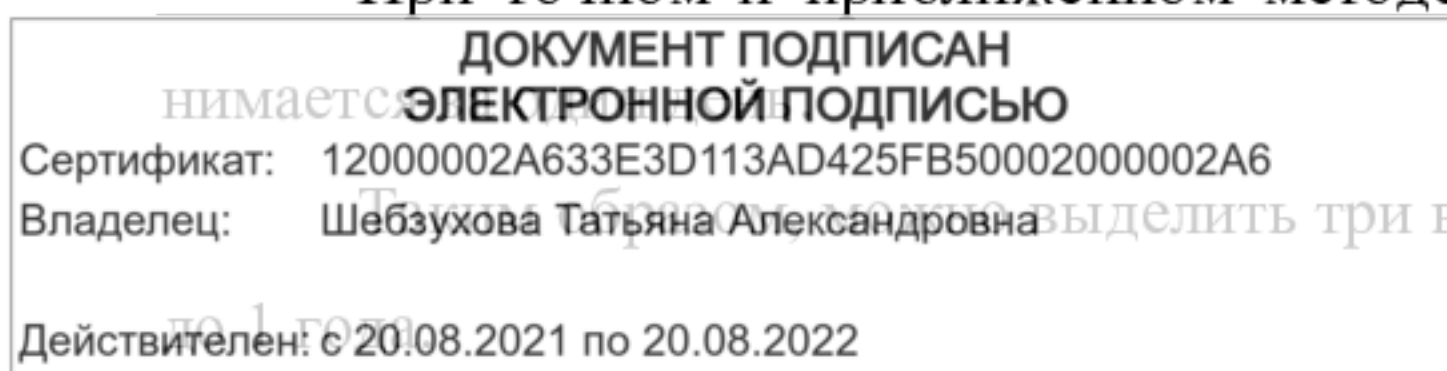
Наращенная сумма S в формулах (8) и (9) становится разной в зависимости от особенностей определения t (срока ссуды), срок ссуды можно определить двумя способами:

- точным методом;
- приближенным методом.

Точный метод определения количества дней пользования ссудой состоит в следующем. Определяется фактическое число дней между двумя датами — выдачи ссуды (дата перечисления валюты ссуды со счета банка) и возврата долга (датой зачисления средств с учетом процентов на счет банка).

Приближенный метод – t определяется исходя из 30-дневной продолжительности каждого месяца.

При точном и приближенном методе дата выдачи и дата погашения ссуды при-



Татьяна Александровна выделить три варианта расчета процентов по ссудам сроком

1. Точные проценты с точным числом дней ссуды. Этот вариант дает самые точные результаты. Данный способ применяют центральные банки многих стран (Португалия, США) и крупные коммерческие банки, например в Великобритании. Обычно он обозначается как 365/365 или АСТ/АСТ.

2. Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды. Такой подход, называемый еще банковским, применяется в ссудных операциях коммерческих банков ряда стран: Франция, Бельгия, Испания, Швейцария, Югославия. Особенность этого метода в том, что при сроке ссуды более 360 дней, размер начисленных процентов больше, чем предусмотрено годовой ставкой.

Таблица 1 Показатели t и k

Измерение	t	k
Точное	Фактически дней в месяце	Фактически дней в году 365 или 366
Приближенное	Число дней во всех месяцах принимается равным 30	Продолжительность года 360 дней

Например, срок ссуды равен 364 дня. Тогда множитель наращения составит:

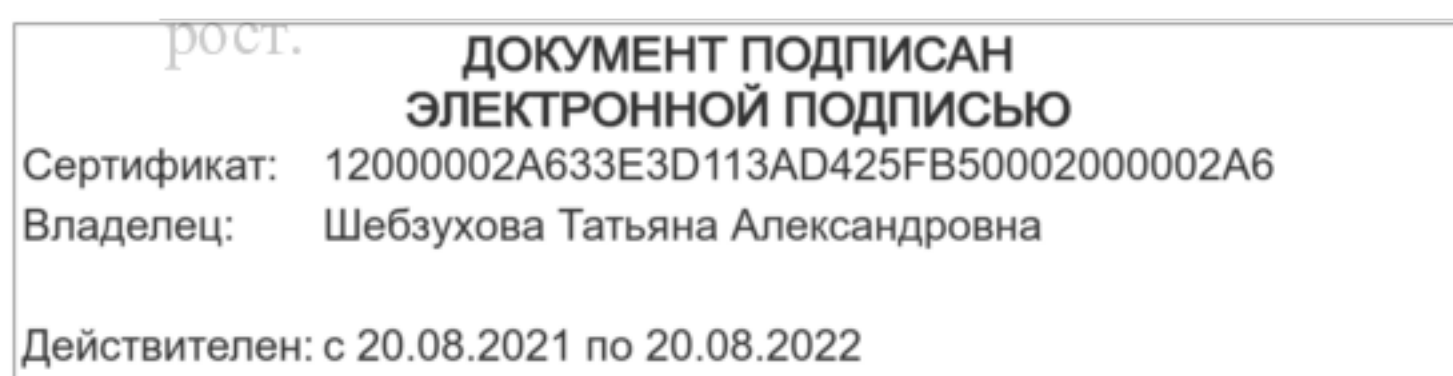
$$\left(1 + \frac{t}{360} \cdot i\right) = 1 + \frac{364}{360} \cdot i = 1 + 1,011 \cdot i$$

Этот метод обозначается как 365/360 или АСТ/360 и дает несколько больший результат, чем применение точных процентов.

3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды. Такой метод применяется тогда, когда не требуется большой точности, например при промежуточных расчетах, а также при частичном погашении ссуды. Он принят в Германии, Дании, Швеции и обозначается как 360/360.

Вариант расчета точных процентов с приближенным числом дней ссуды лишен смысла и не применяется.

Так как точное число дней ссуды в большинстве случаев, но, разумеется, не всегда больше приближенного (в чем легко убедиться, определив среднее за год число дней в месяце, которое равно 30,58), то проценты с точным числом дней обычно дают больший



Разумеется, клиенту и банку необходимо учитывать возможные варианты возврата долга. Так, для заемщика выгоднее вариант сделки по первому варианту, а для банка – по второму (или по третьему).

В Российской Федерации используются как точные, так и приближенные проценты. Совершенствование финансовых расчетов, конкуренция, приводят к тому, что получают распространение сделки, в которых применяются точные проценты.

Между точными и обыкновенными процентами при прочих равных условиях (одинаковой продолжительности ссуды, дохода и исходной суммы) существуют определенные отношения, которые используются для определения последствий выбора временной базы (К) в финансовых вычислениях или для определения эквивалентных (дающих одинаковые результаты) процентных ставок. Эти соотношения имеют вид:

$$i_{365} = 1,013889 \cdot i_{360}, \quad (10)$$

$$i_{360} = 0,986301 \cdot i_{365}. \quad (11)$$

Полученные формулы характеризуют эквивалентность процентных ставок при различной временной базе. Из этих формул вытекает, что, например, 40% годовых при начислении процентов с временной базой 360 дней (обыкновенные проценты) дает тот же финансовый результат, что и ставка $i = 40,55\%$ при временной базе 365 дней.

Задания:

Задание №1

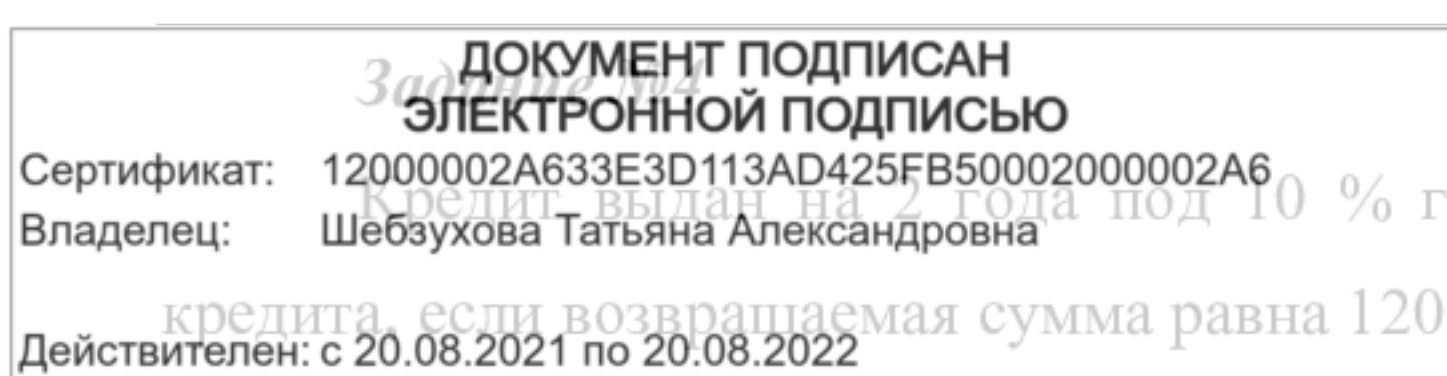
Кредит в размере 100 тыс. руб. выдан на 2 года под 10% годовых. Определим подлежащую возврату сумму, если простой процент начисляется за каждый год, а долг гасится единовременным платежом.

Задание №2

Кредит в размере 100 т.р. выдан под 10% годовых. Возвращаемая сумма равна 120 тыс. руб. Определить срок вклада.

Задание №3

Кредит в 100 т.р. выдан на 2 года. Определить процентную ставку, если возвращаемая сумма составила 120 тыс. руб.



Кредит, выдан на 2 года под 10 % годовых. Определить первоначальную сумму кредита, если возвращаемая сумма равна 120 тыс. руб.

Задание №5

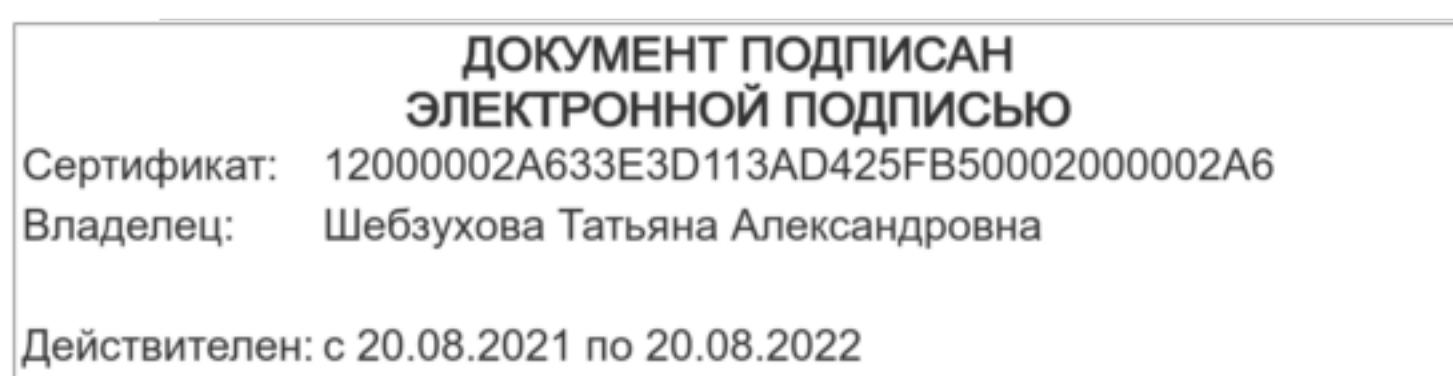
Соглашение промышленного предприятия с банком предусматривает выдачу кредита в 10 млн. руб. на 5 лет по базовой процентной ставке в 10%. За второй и третий годы ставка последовательно увеличивается на 2%; за четвертый год – на 5%, но относительно к базовой, а за пятый год ставка увеличивается каждый квартал на 1% по отношению к ставке за четвертый год. Определить возвращаемую сумму.

Задание №6

Сумма 100 тыс. руб. вложена на один квартал с ежемесячным реинвестированием. Рассчитать накопленную сумму, если месячная ставка соответственно 10%, 15%, 20%.

Задание №7

Акционерное общество (АО) для погашения задолженности по счетам поставщиков считает возможным взять краткосрочный кредит под 40% годовых. Год не високосный. Ссуда 100 млн. руб. планируется с 20 января по 5 марта включительно. Определим возможные варианты возврата долга.



Практическая работа №2. Дисконтирование и учет по простым процентным ставкам

Цель: закрепить и углубить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки дисконтирования, и учета по простым процентным ставкам

Основы теории:

Кредит в условиях рынка выступает в различных формах. Основными являются коммерческий и банковский кредиты.

Коммерческий кредит связан с продажей товаров и отсрочкой платежа на определенное время. Таким образом, объектом этого кредита являются средства в товарной форме. Кредитным документом является коммерческий вексель. Он представляет собой письменное долговое обязательство, составленное по установленной форме. Вексель предоставляет векселедержателю беспорочное право по истечении срока векселя требовать от должника (векселедателя) указанную в векселе сумму. Векселя бывают простые и переводные.

Простой вексель (соло-вексель) – это обязательство покупателя товара уплатить в указанный срок определенную сумму продавцу. Вексель выписывается покупателем и передается продавцу товара.

Переводной вексель (тратта) представляет собой письменный приказ продавца (трассанта) покупателю (трассату) об уплате обозначенной в векселе суммы в указанный срок третьему лицу (ремитенту). Передаточная надпись на обратной стороне векселя называется индоссамент. С помощью индоссамента вексель может передаваться многократно, по существу являясь денежным документом.

Банковский кредит состоит в предоставлении банками предпринимателям и другим заемщикам денежных кредитов или денежных ссуд. Здесь, в отличие от коммерческого кредита, объектом являются денежные средства. Использование в обращении банковских векселей расширяют масштабы вексельного оборота и делают его более обеспеченным вследствие гарантий, выдаваемых банками. Вексель используется как платежное средство. В случае необходимости получения денег по векселю ранее указанного срока векселедержатель может продать его банку по более низкой цене, т. е. ниже суммы, указанной на векселе. Сумма, указанная на векселе, является его номинальной стоимостью. Такая сдел-

ка носит название дисконтирования векселя или дисконтирования.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

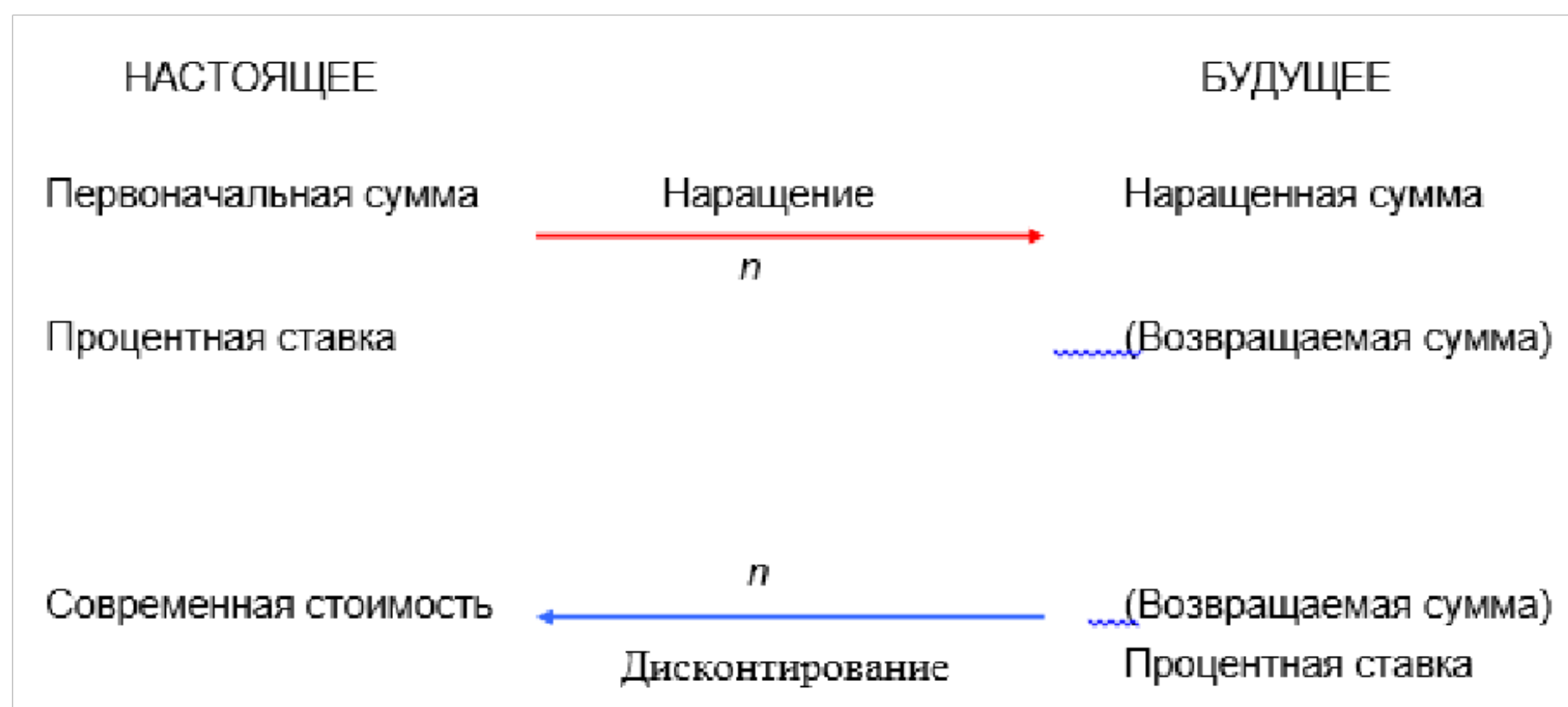
По существу, дисконтирование – это задача, обратная наращению процентов: по заданной сумме S , которую следует уплатить через некоторое время n , необходимо опреде-

литель сумму полученной ссуды P . Такая ситуация может возникнуть, например, при разработке условий контракта. Расчет P по S необходим и тогда, когда проценты с суммы S удерживаются вперед, т.е. непосредственно при выдаче ссуды. В этих случаях, говорят, что сумма S дисконтируется или учитывается, сам процесс начисления процентов и их удержание называется учетом, а удержанные проценты (или разница между номинальной стоимостью долгового обязательства и суммой, полученной векселедержателем в результате учета векселя) – дисконтом.

Термин «дисконтирование» употребляется и в более широком смысле – как средство определения любой стоимостной величины, относящейся к будущему, на некоторый, более ранний момент времени. Такой прием часто называют приведением стоимостного показателя к некоторому, обычно начальному моменту времени.

Величину P , найденную с помощью дисконтирования, называют современной величиной суммы S , а иногда, в зависимости от контекста – современной (текущей, капитализированной) стоимостью. Современная величина в сумме денег является одним из важнейших понятий в количественном анализе финансовых операций. В большинстве случаев именно с помощью дисконтирования, а не наращенной учитывается такой фактор, как время.

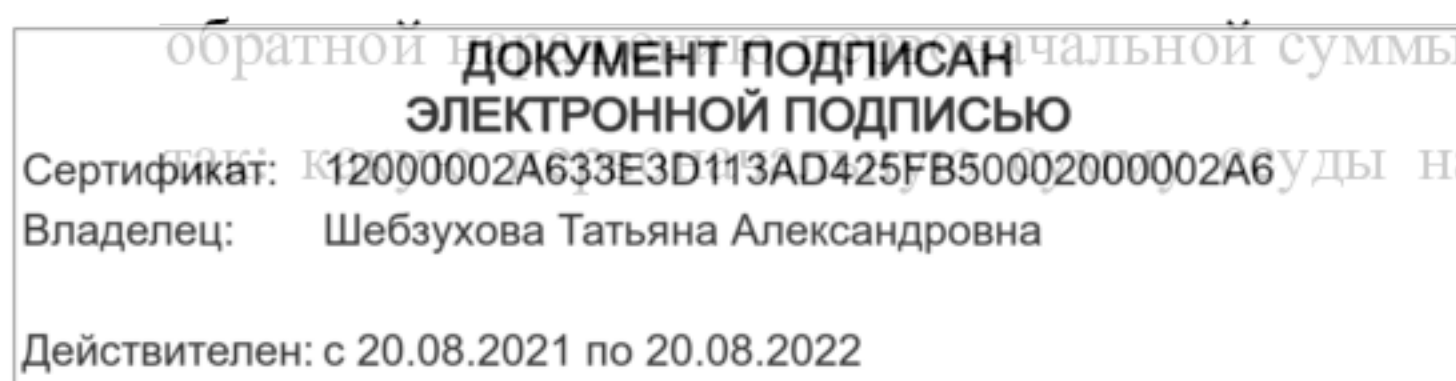
Логика финансовых операций наращенной и дисконтирования приведена на рис.



Логика финансовых операций

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДИСКОНТИРОВАНИЕ

Математическое дисконтирование представляет собой формальное решение задачи,



обратной пропорции первоначальной суммы ссуды. Задача в этом случае формулируется так: какую сумму надо выдать в долг, чтобы получить в конце

срока сумму S при условии, что на долг начисляются проценты по ставке i ? Решив уравнение (1) относительно P , находим:

$$P = \frac{S}{1 + n \cdot i}.$$

Установленная таким путем величина P является современной величиной суммы S , которая будет выплачена через n лет. Выражение $1/(1 + n \cdot i)$ называется дисконтным множителем, который показывает современную стоимость одной денежной единицы.

Разность $(S - P)$ можно рассматривать не только как проценты, начисляемые на P , но и как дисконт суммы S . Обозначим последний через D . Дисконт, как скидка с конечной суммы долга необязательно определяется через процентную ставку, он может быть установлен по соглашению сторон и в виде абсолютной величины для всего срока.

Дисконтирование с использованием простой учетной ставки

Расчетная формула для вычисления этих процентов выводится на основе следующих рассуждений.

Пусть с 1 руб. берется годовая учетная (дисконтная, авансовая) ставка d , тогда должник получает на руки сумму $(1-d)$ и по истечении срока должен вернуть 1 руб. То есть, если 1 руб. – это возвращаемая сумма S , то первоначальная сумма будет равна: $P = S - d$ (при условии что срок равен одному году), или в нашем случае, $P = 1 - d$. Если значение S , P и n – произвольны, то

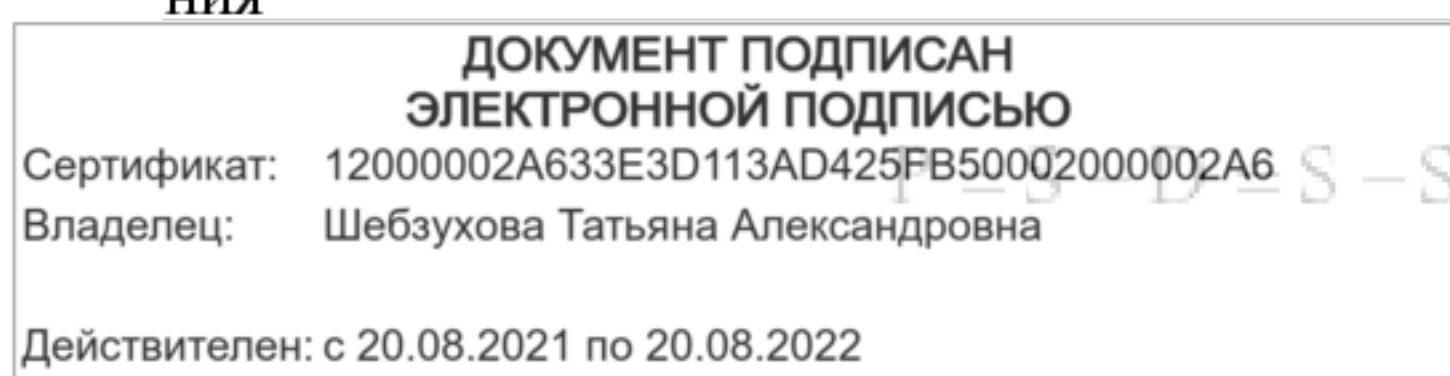
$$P = S - S \cdot n \cdot d = S \cdot (1 - n \cdot d), \quad (13)$$

где $S \cdot n \cdot d$ – величина дисконта, а n – срок от момента учета до даты погашения векселя. Величина $(1 - n \cdot d)$ называется дисконтным множителем при использовании учетной процентной ставки. Учет посредством учетной ставки осуществляется чаще всего при временной базе $K = 360$ дней, число дней ссуды берется точное (обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды).

Для уяснения практического приложения рассмотрим дисконтный вексель. Используя номинал векселя (S), учетную ставку (d), время, оставшееся до срока погашения (t), вычитают дисконт (D) – скидку с номинала, т.е. разницу между S и P .

$$D = S \frac{t}{k} \times d$$

Затем рассчитывают выкупную (фактурную) стоимость векселя до срока погашения



$$P = S - S \frac{t}{Y} d = S \left(1 - \frac{t}{Y} d \right) \quad (13a)$$

Как видно из предыдущих разделов, и ставка наращенной суммы, и учетная ставка применяются для решения сходных задач. Однако для ставки наращенной суммы прямой задачей является определение наращенной суммы, обратной – дисконтирование. Для учетной ставки, наоборот, прямая задача заключается в дисконтировании, обратная – в наращении.

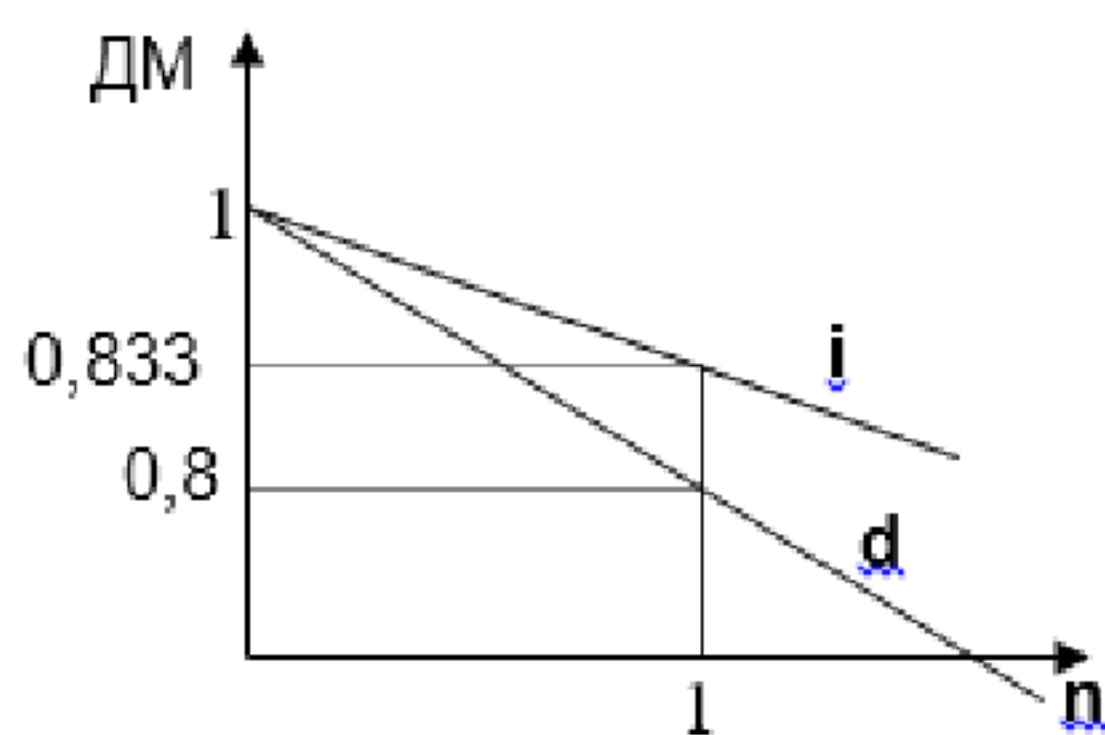
Ставки	Прямая задача	
Обратная задача		
i	$S = P(1 + n \cdot i)$	$P = S / (1 + n \cdot i)$
d	$P = S(1 - n \cdot d)$	$S = P / (1 - n \cdot d)$

Однако дисконтирование по процентной ставке и учетной ставке приводит к различным результатам, даже если $i = d$. То есть при банковском дисконтировании владелец векселя получит меньшую сумму, чем при использовании математического дисконтирования. Это является следствием того, что учетная ставка отражает фактор времени более жестко.

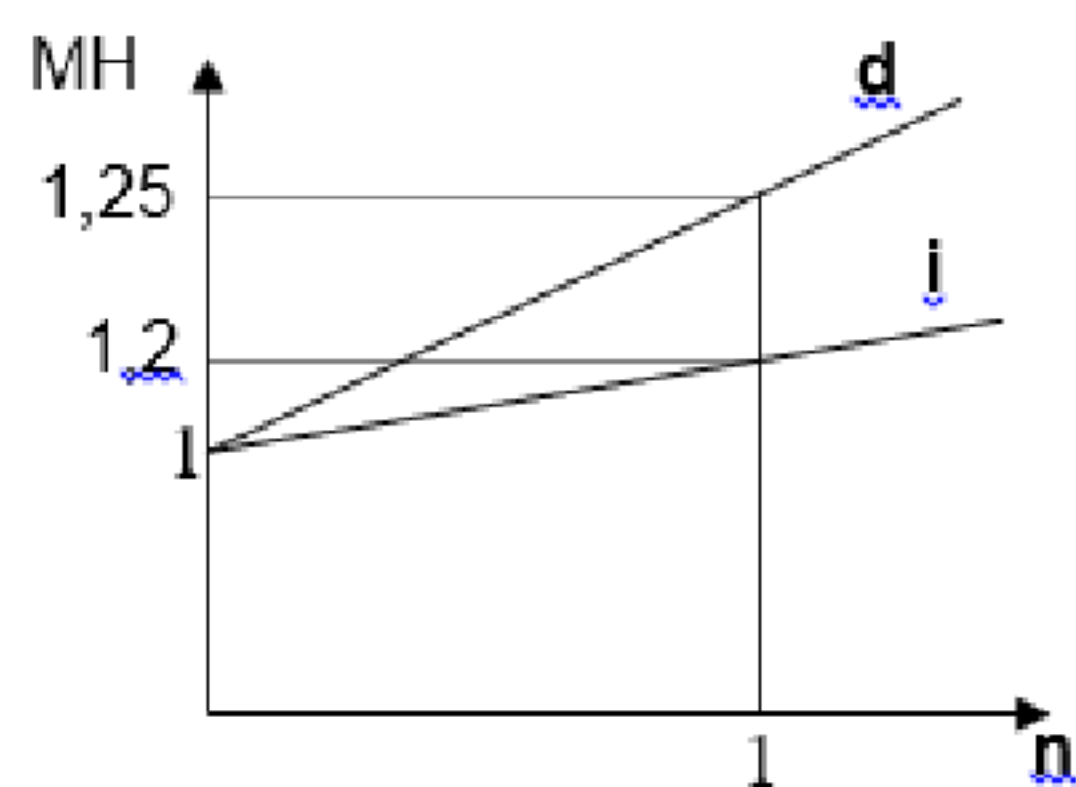
Так, из формулы (13) следует, что при $n > 1/d$ величина дисконтного множителя и, следовательно, суммы P станет отрицательной. Иначе говоря, при относительно большом сроке векселя учет может привести к нулевой или даже отрицательной сумме P , что лишено смысла. Например, при $d = 20\%$ уже пятилетний срок достаточен для того, чтобы владелец векселя ничего не получил при его учете.

Влияние фактора времени усиливается при увеличении величины ставки. Так, при $d = 100\%$ отрицательный результат проявится уже при $n > 1$. Такая ситуация не возникает при математическом дисконтировании: при любом сроке современная величина платежа здесь больше нуля. Для иллюстрации сказанного на рис. 8 и в табл. 2 приведены дисконтные множители (ДМ), когда $i = d = 20\%$.

Сравнивая формулы (1) и (13) легко понять, что учетная ставка дает более быстрый рост суммы задолженности, чем такой же величины ставка наращенной суммы. Множители наращенной суммы (МН) для двух видов ставок при условии, что $i = d = 20\%$, показаны на рис. 9 и в табл. 3.



Величина дисконтного
множителя



Величина множителя
наращения

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Таблица 2 Дисконтные множители, $i = d = 20\%$

Ставка	n					
	1/12	1/4	1/2	1	2	10
i	0,9836	0,9524	0,9091	0,8333	0,7143	0,3333
d	0,9833	0,9500	0,9000	0,8000	0,6000	—

Таблица 3 Множители наращенния, $i = d = 20\%$

Вид ставки	n					
	1/12	1/4	1/2	1	2	10
i	1,0167	1,0500	1,1000	1,2000	1,4000	3
d	1,0169	1,0526	1,1111	1,2500	1,6667	—

Выбор конкретного вида ставок заметно влияет на финансовые итоги операций. Однако возможен такой подбор величины ставок, при котором результаты будут равноценными. Для одних и тех же значений i и d из формул (12) и (13) можно записать:

$$\frac{1}{1 + n \cdot i} = 1 - n \cdot d \quad (20)$$

откуда

$$i = d / (1 - n \cdot d), \quad (21)$$

$$d = i / (1 + n \cdot i). \quad (22)$$

В дальнейшем различные ставки, которые дают одно и то же значение наращенной суммы (при фиксированном сроке), будем называть эквивалентными ставками. Полученные эквивалентные ставки могут быть применены при сравнении доходности сделок, в которых применяются различные виды ставок. Легко заметить, что с уменьшением n различия между эквивалентными ставками i и d становятся менее ощутимыми (табл. 4).

Таблица 4 Эквивалентные ставки

Ставка	n					
	0,2 (72 дн.)	0,5 (180 дн.)	1	2	3	5
d	10	10	10	10	10	10
i	10,02	10,05	11,11	12,50	14,28	20,0

ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

В дальнейшем широко используется и другой механизм наращенния денег, известный как «процент за процент». При этом проценты присоединяются к исходной сумме и, следовательно, база для определения наращенной суммы меняется. Такая прак-

тика широко используется при среднесрочных и долгосрочных операциях. Это – сложные проценты. Механизм наращивания денег по сложным процентам называют также капитализацией процента. По существу, этот механизм подобен реинвестированию процентных денег.

Используя введенные ранее обозначения, имеем: к концу 1-го периода наращивания сумма равна

$$S_1 = P + P \cdot i = P(1 + i),$$

к концу 2-го периода

$$S_2 = P(1 + i) + P(1 + i)i = P(1 + i)^2 \text{ и т.д.}$$

В конце n-го года наращенная сумма будет равна

$$S = P(1 + i)^n. \quad (24)$$

Проценты за этот же период равны

$$I = S - P = P \{ (1 + i)^n - 1 \}. \quad (25)$$

Величину $q = (1 + i)^n$ называют множителем наращивания по сложным процентам. Как видим, величина множителя наращивания зависит от двух параметров – i и n . следует отметить, что при большем сроке наращивания даже небольшое изменение ставки заметно влияет на величину множителя и, следовательно, на величину наращенной суммы. Графическая иллюстрация наращивания по сложным процентам представлена на рис

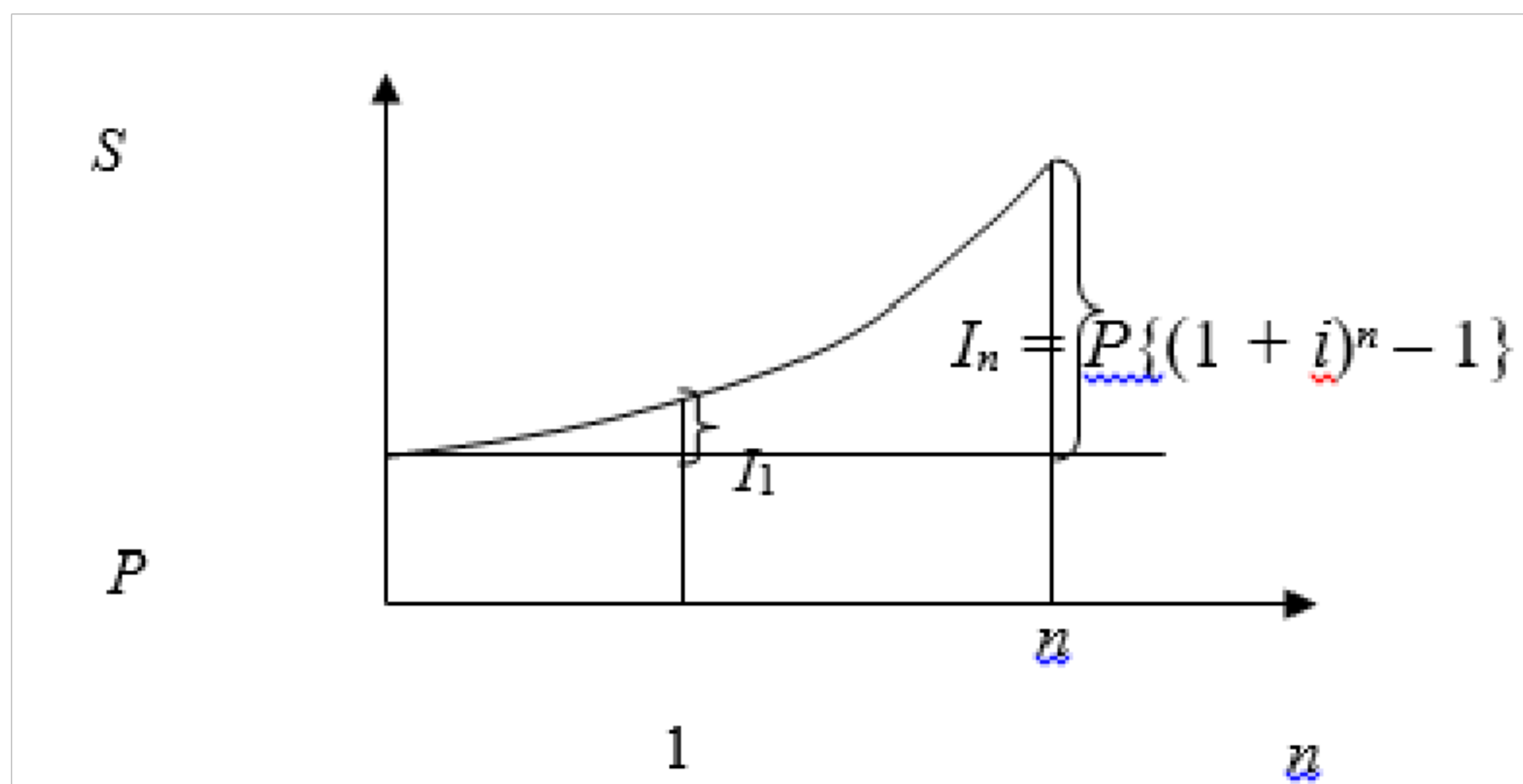
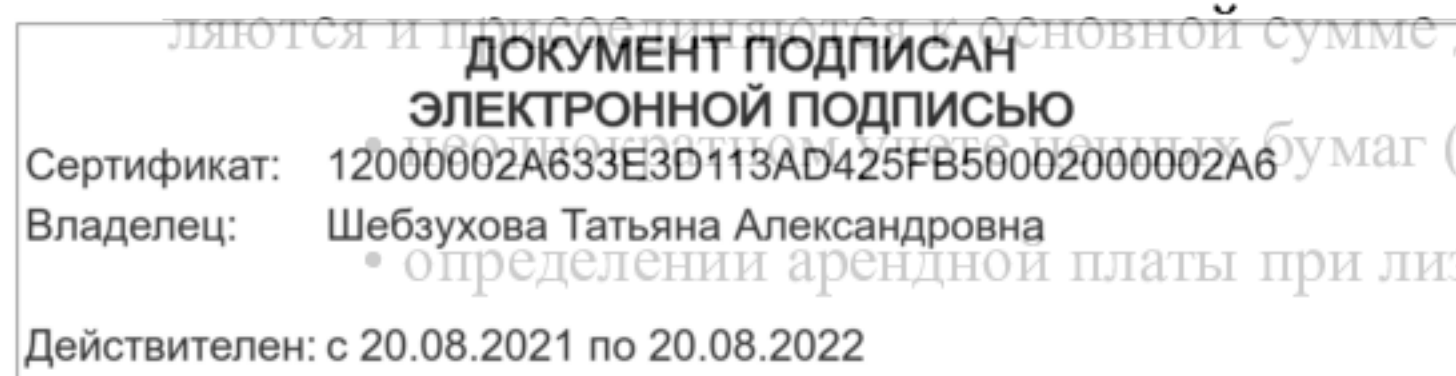


График роста по сложным процентам

Наращивание по сложным процентам применяется при:

- исчислении возросшей на проценты суммы задолженности, если проценты начисляются и присоединяются к основной сумме долга;
- учете и переучете на одинаковых условиях;
- определении арендной платы при лизинговом обслуживании;



- оценке бескупонных облигаций;
- определении изменения стоимости денег под влиянием инфляции;
- дисконтировании денежных сумм за ряд периодов в проектном анализе.

ПЕРЕМЕННЫЕ СТАВКИ

Формула (23) предполагает постоянную ставку на протяжении всего срока начисления процентов. Однако неустойчивость кредитно-денежного рынка заставляет модернизировать «классическую» схему, например с помощью применения плавающих ставок. В этом случае, а также тогда, когда значения переменных ставок фиксируются в контракте, общий множитель наращения определяется как произведение частных множителей:

$$S = P(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2} \dots (1+i_k)^{n_k} \quad (26)$$

НАЧИСЛЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ ПРИ ДРОБНОМ ЧИСЛЕ ЛЕТ

Часто срок для начисления процентов не является целым числом. В ряде коммерческих банков для некоторых операций в этом случае проценты начисляются только за целое число лет (или других периодов начисления). В большинстве же случаев учитывается полный срок. При этом применяются два метода начисления процентов:

- по формуле сложных процентов

$$S = P(1+i)^{a+b} \quad (27)$$

- на основе смешанного метода

$$S = P(1+i)^a(1+b \cdot i) \quad (28)$$

где $n = a + b$ – период сделки;

a – целое число лет;

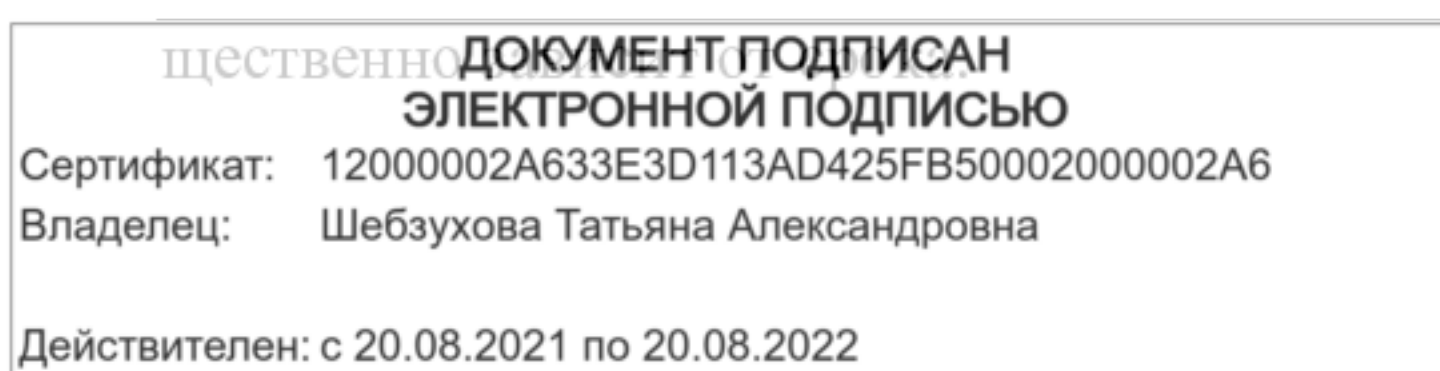
b – дробная часть года.

При выборе метода следует иметь ввиду, что множитель наращения по смешанному методу оказывается несколько больше, чем по общему методу, так как для $n < 1$ справедливо соотношение

$$(1+n \cdot i) > (1+i)^n$$

Наибольшая разница наблюдается при $b = 1/2$.

Для того чтобы сопоставить результаты наращения по разным процентным ставкам, достаточно сравнить соответствующие множители наращения. Нетрудно убедиться в том, что при одинаковых уровнях процентных ставок соотношение этих множителей су-



Различия в процессах наращивания исходной суммы по простым и сложным процентам наиболее четко проявляются в периодах, приводящих к удвоению, утроению и т.д. или конкретному росту исходной суммы депозита, кредита.

Представим множители наращивания:

- для простых процентов $(1 + n \cdot l) = N$ раз

Отсюда,

$$n = \frac{N - 1}{l} \quad (29)$$

- для сложных процентов $(1 + l)^n = N$ раз

Отсюда,

$$n = \frac{\lg N}{\lg (1 + l)} \quad (30)$$

Проследим изменения периода удвоения исходной суммы депозита.

По простым процентам из (28)

$$n = \frac{2 - 1}{l} = \frac{1}{l} \quad (31)$$

По сложным процентам из (29)

$$n = \frac{\lg 2}{\lg (1 + l)} \quad (32)$$

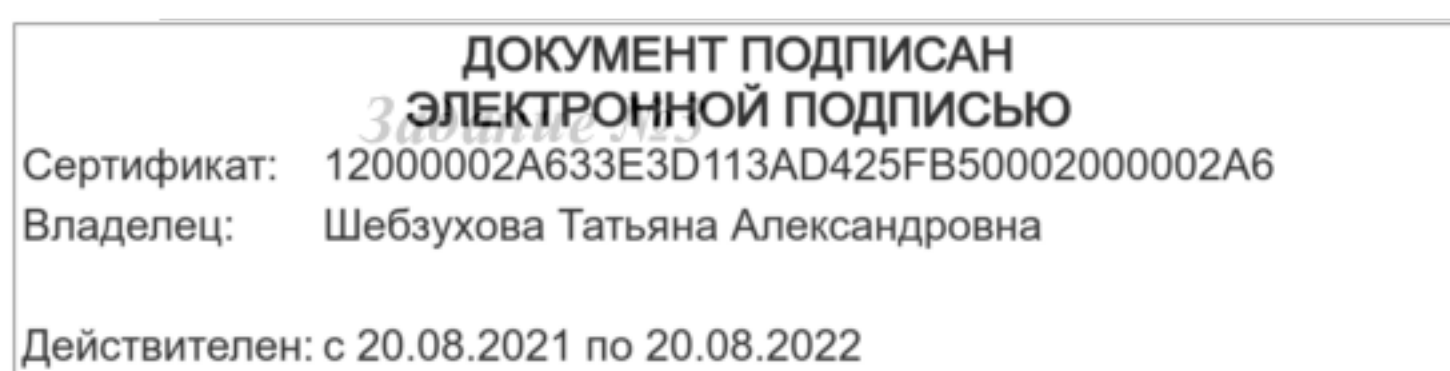
Задания:

Задание №1

Через год владелец векселя, выданного коммерческим банком, должен получить по нему 220 тыс. руб. Какая сумма была внесена в банк в момент приобретения векселя, если годовая ставка составляет 12%?

Задание №2

Ссуда должна быть погашена через год в сумме 200 тыс. руб. Кредитор попросил погасить ссуду через 270 дней после выдачи под 10% годовых. Какую сумму получит кредитор? $K = 365$ дн.



Владелец векселя номиналом 100 тыс. руб. и периодом обращения 105 дн., за 15 дн. до наступления срока платежа учитывает его в банке по учетной ставке 20%. Определить сумму, полученную владельцем векселя.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задание №4

Долговое обязательство, предусматривающее уплату 400 тыс. руб. с начисленными на них 12% годовых, подлежит погашению через 90 дн. Владелец обязательства (кредитор) учел его в банке за 15 дн. до наступления срока по учетной ставке 13,5%. Полученная сумма после учета составила:

Задание №5

Предприниматель обратился в банк за ссудой в размере 200 тыс. руб. на срок 55 дней. Банк согласен выдать указанную сумму при условии начисления процентов по простой учетной ставке, равной 20%. Найти возвращаемую сумму.

Задание №6

Фирме необходим кредит в 500 тыс. руб. Банк согласен на выдачу кредита при условии, что он будет возвращен в размере 600 тыс. руб. Учетная ставка 21% годовых. На какой срок банк предоставит кредит фирме? $K = 365$ дней

Задание №7

Контракт на получение ссуды в 500 тыс. руб. предусматривает возврат долга через 300 дней в сумме 600 тыс. руб. Определим примененную банком учетную ставку. $K = 365$ дней.

Задание №8

Размер удерживаемых процентов при выдаче полугодовой ссуды составляет 20% суммы ссуды. Определим заложенную учетную ставку процентов (дисконтную ставку). $K = 365$

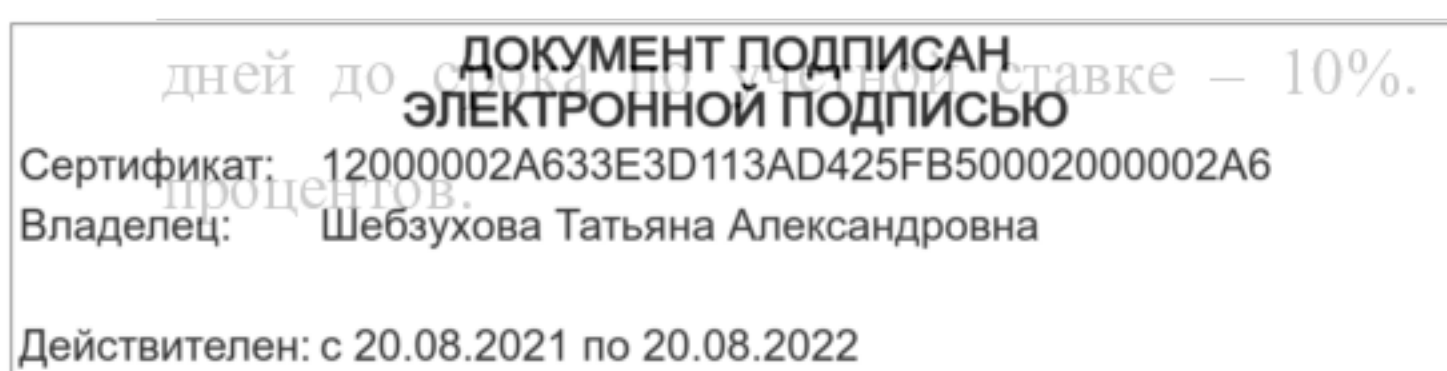
Задание №9

Государственные краткосрочные трехмесячные векселя котируются по курсу 90. Вычислим учетную ставку. $K=360$.

Задание №10

Коммерческий дисконтный вексель со сроком погашения 30.06 учитывается за 18

дней до срока по учетной ставке – 10%. Определить эквивалентную ставку простых процентов.



Задание №11

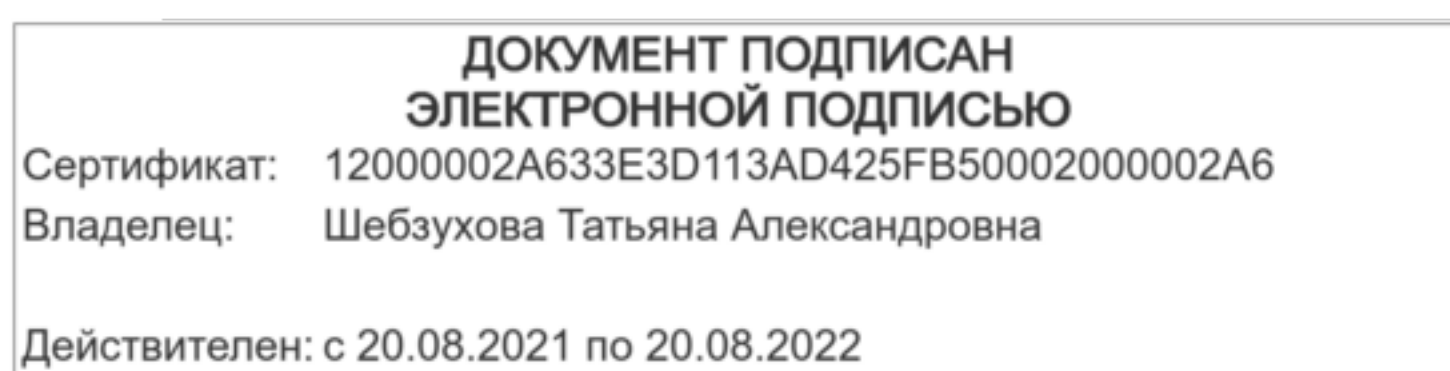
Ссуда 2 млн. руб. выдана под сложные проценты на 3 года. Проценты (10% годовых) начисляются ежегодно и присоединяются к основной сумме долга. Определим сумму задолженности к погашению.

Задание №12

Банк взимает за ссуду 5 млн.руб. 40% годовых. За 2-ой год установленная банком маржа составляет 2%, за каждый последующий год – 3%. Срок ссуды 5 лет.

Задание №13

Клиент банка вносит депозит 30 млн. руб. на 3,5 года под 40% годовых. Определим величину депозита в конце периода двумя методами.



Практическая работа №3. Номинальная и эффективная ставка

Цель: закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения номинальной и эффективной ставки

Основы теории:

В современных условиях проценты капитализируются обычно не один, а несколько раз в году – по полугодиям, поквартально, ежемесячно, ежедневно или непрерывно.

В этом случае можно воспользоваться основной формулой наращения по сложным процентам, считая, что n – это число периодов наращения, а под ставкой i следует понимать ставку наращения за один период.

Например, при поквартальном начислении процентов по квартальной сложной ставке процентов – 8% в течение 5 лет число периодов начисления n составит $5 \times 4 = 20$. Тогда множитель наращения $(1 + i)^n$ равен $(1 + 0,08)^{20} = 4,6609$. На практике, как правило, в контракте или договоре фиксируется не ставка за период, а годовая ставка, одновременно указывается и число периодов начисления.

Пусть годовая ставка равна j , а число периодов начисления процентов в году – m . Таким образом, каждый раз проценты начисляются по ставке j/m . Ставку j называют номинальной ставкой. При этом формула наращения выглядит следующим образом:

$$S = P \left(1 + \frac{j}{m} \right)^N \quad (33)$$

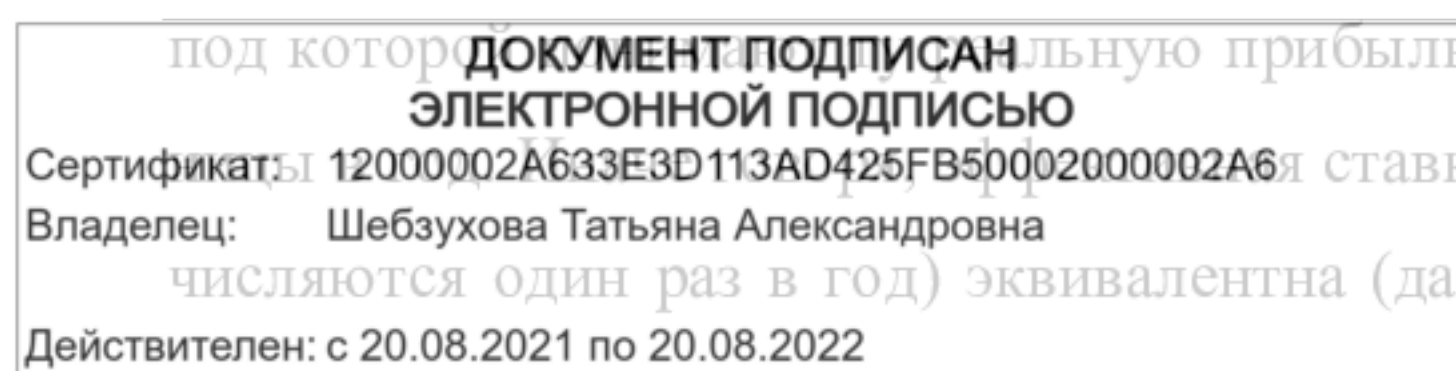
Из этой формулы видно, что чем чаще начисляются проценты, тем больше накопленная сумма, т.е. тем быстрее идет процесс наращения.

Возьмем для примера ставку процентов 12% годовых, денежную сумму в 1 д.е. и относительно года $m = 1, 2, 4$ (ежеквартально), 12 (ежемесячно), тогда FV, согласно (1.9) составит соответственно:

Капитализация (число раз в году начисления процентов)	Наращенная за год стоимость суммы в 1 д.е.
1	1,1200
2	1,1236
4	1,1255
12	1,1268

Введем теперь новое понятие – эффективную (действительную) ставку процента,

под которой подразумевается эффективная ставка (т.е. такая ставка, по которой проценты начисляются один раз в год) эквивалентна (дает такое же наращение) номинальной ставке



при начислении процентов m раз в год. Или эффективная ставка – это годовая ставка сложных процентов, которая дает тот же результат, что и m -разовое начисление процентов по ставке j .

Обозначим эффективную ставку через i . По определению множители наращения по двум видам ставок (эффективной и номинальной при m -разовом начислении) должны быть равны друг другу:

$$(1 + i)^n = (1 + j/m)^{m \cdot n},$$

откуда

$$i = (1 + j/m)^m - 1 \quad (34)$$

и

$$j = m \left(\sqrt[m]{1+i} - 1 \right) \quad (35)$$

Как видим, эффективная ставка при $m > 1$ больше номинальной, при $m = 1$ – $i = j$.

Замена в договоре номинальной ставки j при m -разовом начислении процентов на эффективную ставку i не изменяет финансовых обязательств участвующих сторон.

Дисконтирование с использованием сложных процентов

При изучении простых процентов были рассмотрены два метода дисконтирования – математический и банковский учет. Первый заключается в определении P по значению S при заданном уровне ставки процента i , второй – при заданном уровне учетной ставки d .

Для математического дисконтирования по сложным процентам решим уравнение (23) относительно P :

$$P = \frac{S}{(1+i)^n} = S \cdot v^n \quad (36)$$

Где

$$v^n = (1+i)^{-n} = 1/q^n$$

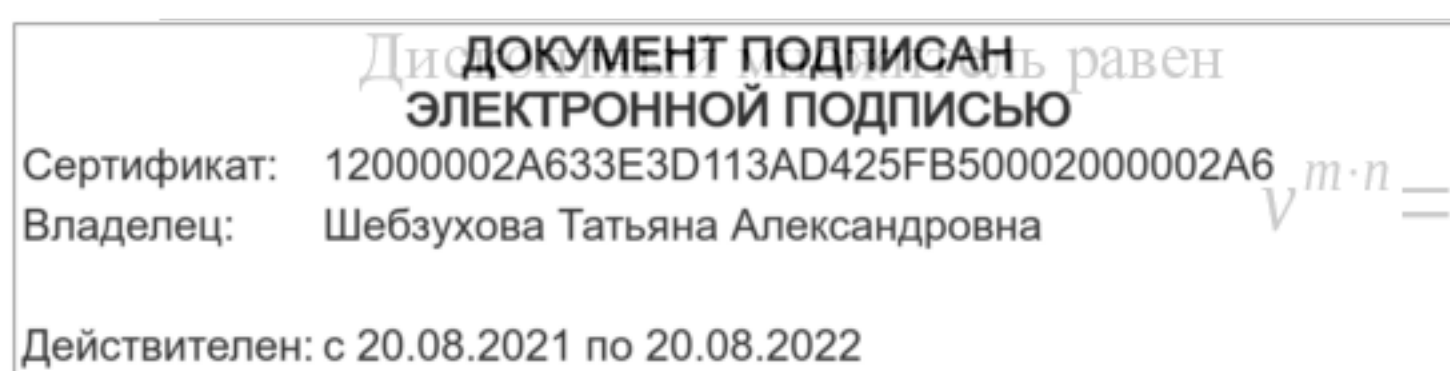
называется дисконтным множителем.

В случае, когда проценты начисляются m раз в год, величина P определяется как:

$$P = \frac{S}{(1+j/m)^{mn}} = S \cdot v^{m \cdot n}, \quad (37)$$

где j – номинальная ставка процентов;

n – срок ссуды в годах.



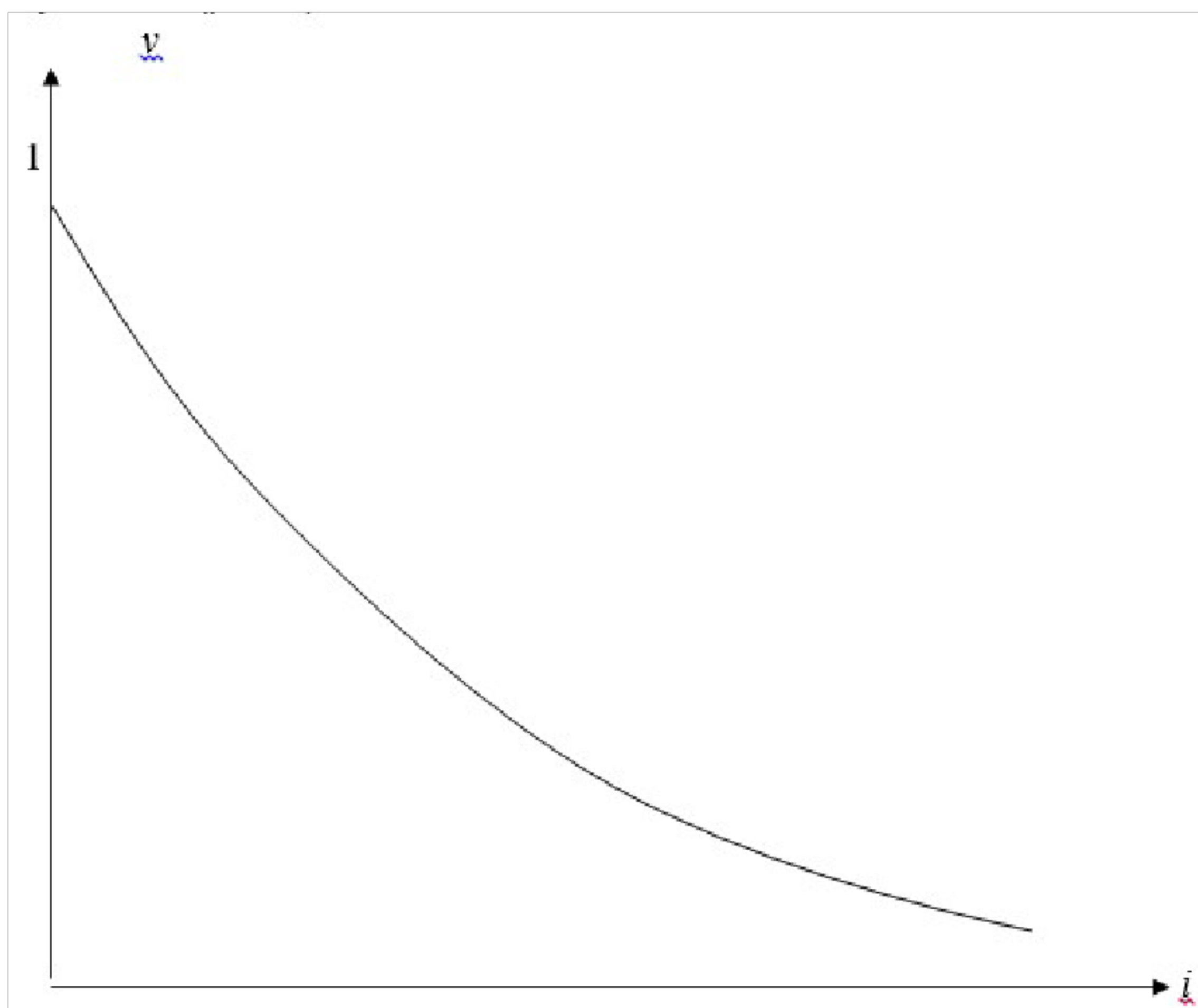
$$v^{m \cdot n} = (1 + j/m)^{-m \cdot n}$$

Здесь также величина P , полученная дисконтированием S , называется современной или приведенной величиной S . При начислении на величину P процентов по ставке i она принимает значение величины S через n лет. Таким образом, эти величины с учетом временного фактора эквивалентны. Разность между S и P является дисконтом, который равен:

$$D = S - P = S - S \cdot v^n = S(1 - v^n),$$

$$D = S - P = S - S \cdot v_m \cdot n = S(1 - v_m \cdot n).$$

Являясь одной из основных характеристик в финансовом анализе, современная величина требует рассмотрения ее основных свойств. Одно из этих свойств заключается в том, что чем выше ставка процентов, тем более интенсивно происходит дисконтирование и, как следствие, в большей степени уменьшается первоначальная величина P при прочих равных условиях



Зависимость дисконтного множителя от величины процентной ставки

ОПЕРАЦИИ СО СЛОЖНОЙ УЧЕТНОЙ СТАВКОЙ

В документе подписан наряду с использованием простых и сложных процентных ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 континирования происходит с замедлением, так как на каждом шаге во времени или в каж-
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

дом периоде учетная ставка применяется не к первоначальной сумме, как при учете при простой учетной ставке, а к сумме, уменьшенной на величину дисконта, определенного на предыдущем шаге.

Для дисконтирования по сложной учетной ставке используется формула:

$$P = S(1 - dc)n, \quad (38)$$

где dc – сложная годовая учетная ставка;

n – срок ссуды.

В этом случае дисконт определяется по формуле:

$$D = S - P = S - S(1 - dc)n = S\{1 - (1 - dc)n\}. \quad (39)$$

Величина учетной ставки определяется в зависимости от срока наступления платежа по долговому обязательству и действующей процентной ставки.

НОМИНАЛЬНАЯ И ЭФФЕКТИВНАЯ ПРОЦЕНТНАЯ СТАВКА

При дисконтировании m раз в году применяют номинальную ставку f . Дисконтирование в каждом периоде будет осуществляться по ставке f/m по формуле:

$$P = S(1 - f/m)n \quad (40)$$

где: $N = m \cdot n$, т.е. – общее число периодов дисконтирования.

НАРАЩЕНИЕ ПО СЛОЖНОЙ УЧЕТНОЙ СТАВКЕ

Метод определения величины наращенной суммы с помощью сложных процентов (когда начисление процентов осуществляется по ставке i) не является единственным. Определение наращенной суммы возможно и с помощью учетной ставки по формулам:

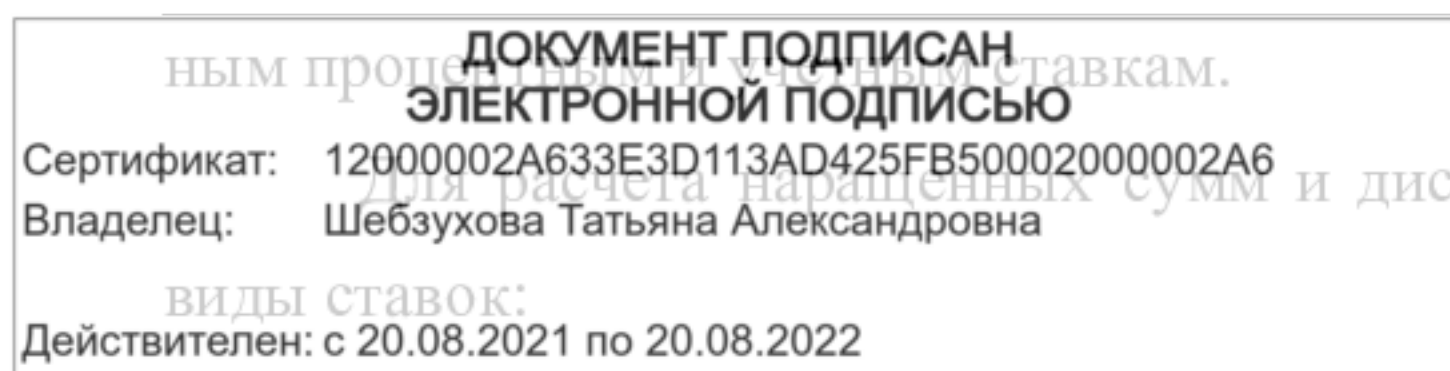
$$S = \frac{P}{(1 - d_c)^n} \quad (42)$$

$$S = \frac{P}{\left(1 - \frac{f}{m}\right)^{m \cdot n}} \quad (43)$$

Такой способ называется также наращением денег, капитала по сложным учетным ставкам.

Мажорантность множителей наращения и дисконтных множителей

При сопоставлении различных условий контрактов практический интерес представляет сравнение интенсивности процессов наращения и дисконтирования по различ-



ных процессов наращения сумм и дисконтирования, мы рассматривали различные

i_n, i_c, j, d_n, d_c, f .

Все они используются для практических финансовых расчетов, но при прочих равных условиях приводят к различным финансовым результатам. Так как финансовые результаты, т. е. обязательства сторон зависят от числа периодов начисления процентов, то при условии, что $i_n = i_c = d_n = d_c$ множители наращения будут представлять следующий мажорантный ряд.

При $n < 1$

$$(1 + i_c)^n < (1 + i_n \cdot n) < (1 - n \cdot d_n)^{-1} < (1 - d_c)^{-n}.$$

При $n > 1$

$$(1 + i_n \cdot n) < (1 + i_c)^n < (1 - d_c)^{-n} < (1 - n \cdot d_n)^{-1}.$$

При $n = 1$

$$(1 + i_n \cdot n) = (1 + i_c)^n < (1 - n \cdot d_n)^{-1} = (1 - d_c)^{-n}.$$

Аналогично можно получить систему неравенств для дисконтных множителей.

При $n < 1$

$$(1 - d_c)^n < (1 - n \cdot d_n) < (1 + n \cdot i_n)^{-1} < (1 + i_c)^{-n}.$$

При $n > 1$

$$(1 - n \cdot d_n) < (1 - d_c)^n < (1 + i_c)^{-n} < (1 + n \cdot i_n)^{-1}.$$

При $n = 1$

$$(1 - n \cdot d_n) = (1 - d_c)^n < (1 + n \cdot i_n)^{-1} = (1 + i_c)^{-n}.$$

Эти соотношения между множителями наращения и дисконтными множителями используются, в частности, для выбора стратегии в финансовом менеджменте, которой следует банк или коммерческая структура.

Финансовые вычисления и отношения сторон при использовании ставок j и f зависят от принятого значения m , которое может значительно варьировать.

РАСЧЕТ СРОКА ССУДЫ И ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК

В ряде практических задач начальная (P) и конечная (S) суммы заданы контрактом, требуется определить либо срок платежа, либо процентную ставку, которая в данном случае может

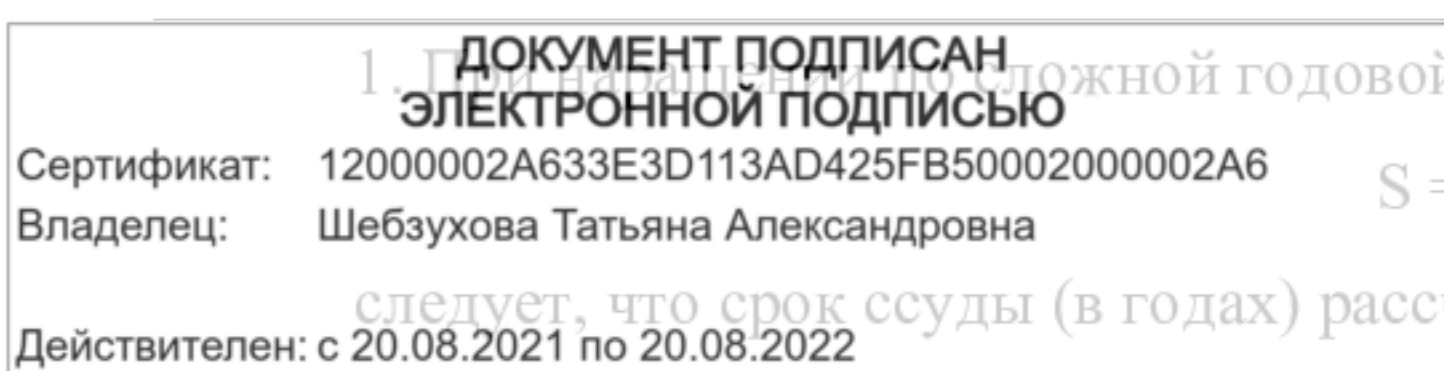
служить мерой сравнения с рыночными показателями и характеристикой доходности операции для кредитора. Указанные величины можно найти из формул наращения или дисконтирования, так как в обоих случаях необходимо решить обратную задачу.

Рассмотрим задачу расчета срока ссуды для различных ставок.

1. При задании исходной годовой ставке i из исходной формулы наращения

$$S = P (1 + i)^n$$

следует, что срок ссуды (в годах) рассчитывается по формуле



$$n = \frac{\log \frac{S}{P}}{\log(1+i)} \quad (43)$$

где логарифм можно взять по любому основанию, поскольку он изменяется как в числителе, так и в знаменателе.

2. При наращивании по номинальной ставке процентов m раз в году из формулы получаем:

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}$$

$$n = \log \frac{\frac{S}{P}}{1 + \frac{j}{m}} \cdot \log \left(1 + \frac{j}{m}\right) \quad (44)$$

3. При дисконтировании по сложной годовой учетной ставке d из формулы

$$P = S (1 - d_{cl})^n$$

имеем:

$$n = \frac{\log \frac{P}{S}}{\log(1 - d_{cl})} \quad (45)$$

4. При дисконтировании по номинальной учетной ставке m раз в году из выражения

$$P = S \left(1 - \frac{j}{m}\right)^{mn}$$

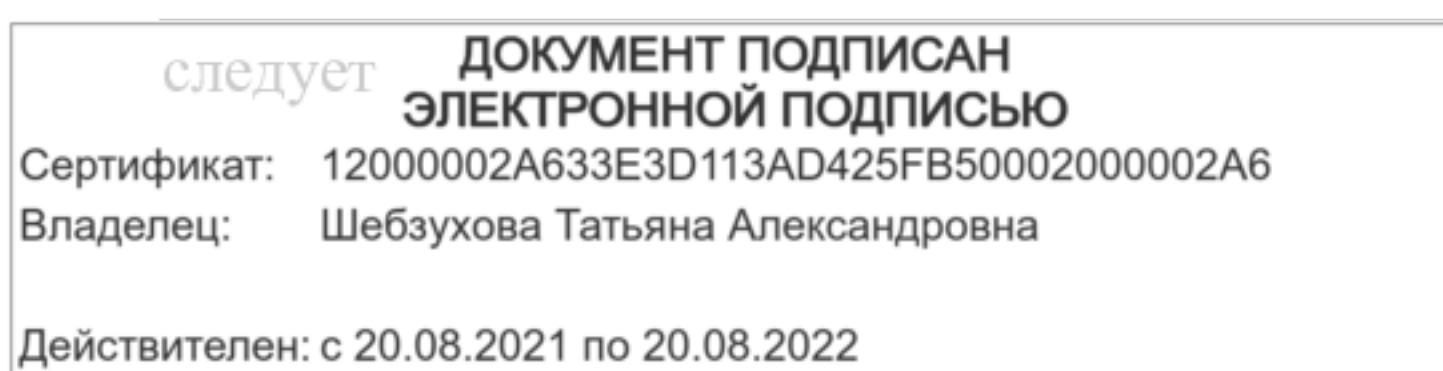
находим:

$$n = \frac{\log \frac{P}{S}}{\log \left(1 - \frac{j}{m}\right)} \cdot \log \left(1 - \frac{j}{m}\right) \quad (46)$$

Расчет процентных ставок.

Из тех же исходных формул, что рассматривали ранее, получим выражения для процентных ставок.

1. При наращивании по сложной годовой ставке i из исходной формулы наращивания



$$i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 \quad (47)$$

2. При наращивании по номинальной ставке процентов m раз в году

$$j = m \left(\sqrt[mn]{\frac{S}{P}} - 1 \right) \quad (48)$$

3. При дисконтировании по сложной годовой учетной ставке

$$d_{cl} = 1 - \sqrt[n]{\frac{P}{S}} \quad (49)$$

4. При дисконтировании по номинальной учетной ставке m раз в году

$$f = m \left(1 - \sqrt[mn]{\frac{P}{S}} \right) \quad (50)$$

Эквивалентный переход от одной ставки к другой

В связи с тем, что контракты могут быть составлены с использованием различных видов ставок, то для сопоставления их доходности возникает необходимость в установлении правил эквивалентного приведения различных ставок к ставке одного вида. Формулы, устанавливающие правила эквивалентного перехода от одной ставки к другой, выводятся на основе принципа финансовой эквивалентности результатов наращения (или дисконтирования) по этим ставкам. Следовательно, для их получения достаточно приравнять соответствующие множители наращения (или дисконтирования).

Найдем, например, ставку простых процентов, эквивалентную ставке сложных процентов. Очевидно, что для этого достаточно написать равенство

$$1 + n \cdot i_n = (1 + i_c)^n,$$

где i_n – ставка простых процентов; i_c – ставка сложных процентов, тогда

$$i_n = \frac{(1 + i_c)^n - 1}{n} \quad (51)$$

$$i_c = \sqrt[n]{1 + n \cdot i_n} - 1 \quad (52)$$

то есть ставки существенно зависят от срока начисления процентов.

Для простой учетной ставки и сложной ставки имеем:

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

ТОГДА ПОЛУЧИМ:

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\frac{1}{(1 - nd)} = (1 + i)^n,$$

$$d = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot n} \quad (53)$$

и

$$i = \sqrt[n]{\frac{1}{1 - nd}} - 1 \quad (54)$$

Эквивалентность других ставок выводится аналогично.

Задания:

Задание №1

Клиент внес в банк депозит 10 млн. руб. В заключенном договоре указывается, что банк производит поквартальное начисление и капитализацию процентов. Срок депозита три года. Номинальная процентная ставка 60%.

Задание №2

Банк начисляет проценты по номинальной ставке 40% годовых. Тогда эффективная годовая ставка при ежемесячном начислении и капитализации процентов. Другой банк предлагает ставку 48,16% годовых при начислении процентов один раз в год. Имеются ли преимущества в финансовом отношении у рассматриваемых вариантов сделки?

Задание №3

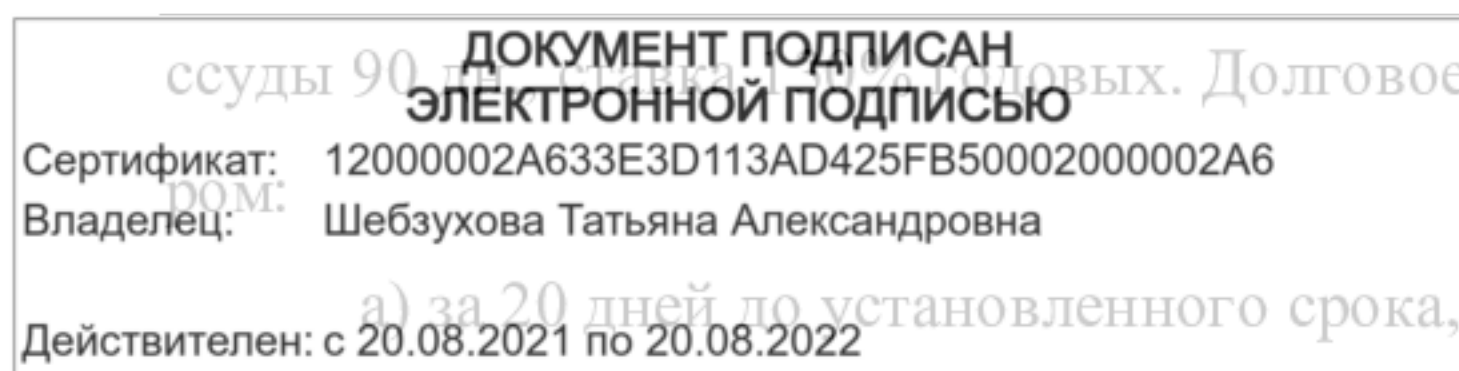
По вкладу А проценты начисляются один раз в год исходя из 10,2% годовых. По вкладу Б обслуживание осуществляется по полугодиям исходя из 10% годовых. Сравним доходности размещения средств.

Задание №4

Определить современную величину банковского депозита, если вкладчик через 10 лет должен получить 2 млн. руб. Банк производит начисление на внесенную сумму по сложной ставке – 20% годовых.

Задание №5

Определить величину дисконта, если заемщик должен уплатить 500 тыс. руб., срок обязательства было учтено в банке кредито-



б) за 10 дней до установленного срока.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задание №6

Учет ссуды производится через 6 месяцев после ее выдачи. Определить величину дисконтного множителя при равенстве простой и сложной процентной ставке, равной 120% годовых

Задание №7

Владелец векселя номиналом в 200 тыс. руб. с периодом обращения 1,5 года предложил его банку для учета. Банк произвел учет векселя по сложной учетной ставке, равной 12% годовых. Определить дисконт, полученный банком и сумму, полученную владельцем векселя.

Задание №8

Владелец векселя номиналом в 200 тыс. руб. с периодом погашения 1,5 года предложил банку учесть его. Банк согласился на учет векселя, применив сложную учетную ставку в 12% годовых. Дисконтирование по этой ставке производится ежеквартально.

Задание №9

Обязательство, равное 400 тыс. руб. должно быть погашено через 5 лет. Учетная ставка 10% годовых. Начисление дисконта поквартальное.

Задание №10

Какую сумму необходимо проставить в векселе, если заемщику предоставлен кредит в 500 тыс. руб. со сроком погашения 1,5 года, а наращение процентов производится по сложной годовой учетной ставке 20%.

Задание №11

Финансовый инструмент размещен на срок 2 года по цене 1 млн. руб., а погашается по цене 1,2 млн. руб.

Задание №12

Кредит предоставлен из условия 6% годовых по ставке сложных процентов. Каковы будут эквивалентные ставки простых процентов при сроках кредита: а) 10 лет; б) 160

дней, $k = \frac{360}{n}$

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задание №13

Контракт предусматривает начисление сложных процентов при ставке 8% годовых. Срок ссуды 2 года, начисление процентов производится поквартально. Требуется определить простую ставку, эквивалентную этим условиям.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Практическая работа №4. Финансовая эквивалентность обязательств

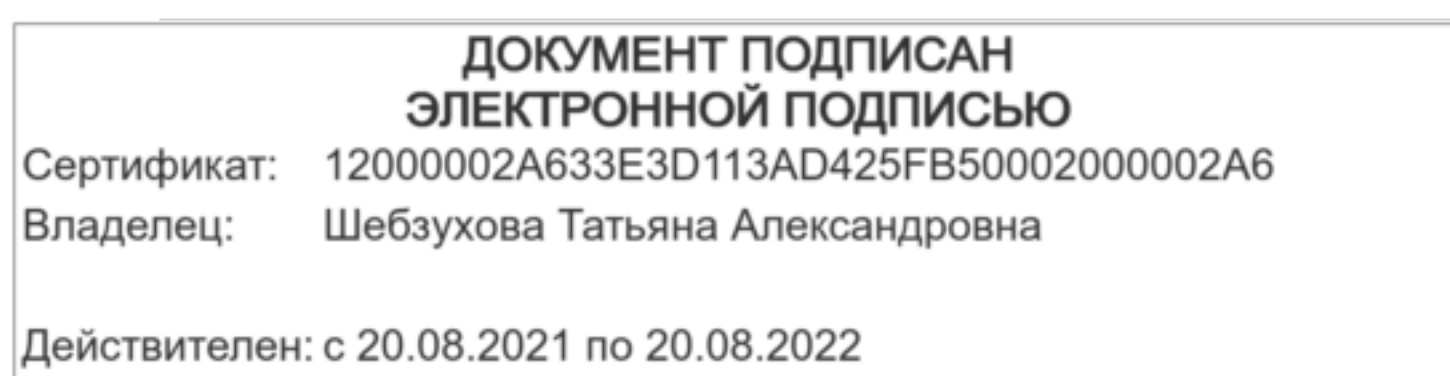
Цель: закрепить и углубить теоретические знания финансовой эквивалентности обязательств

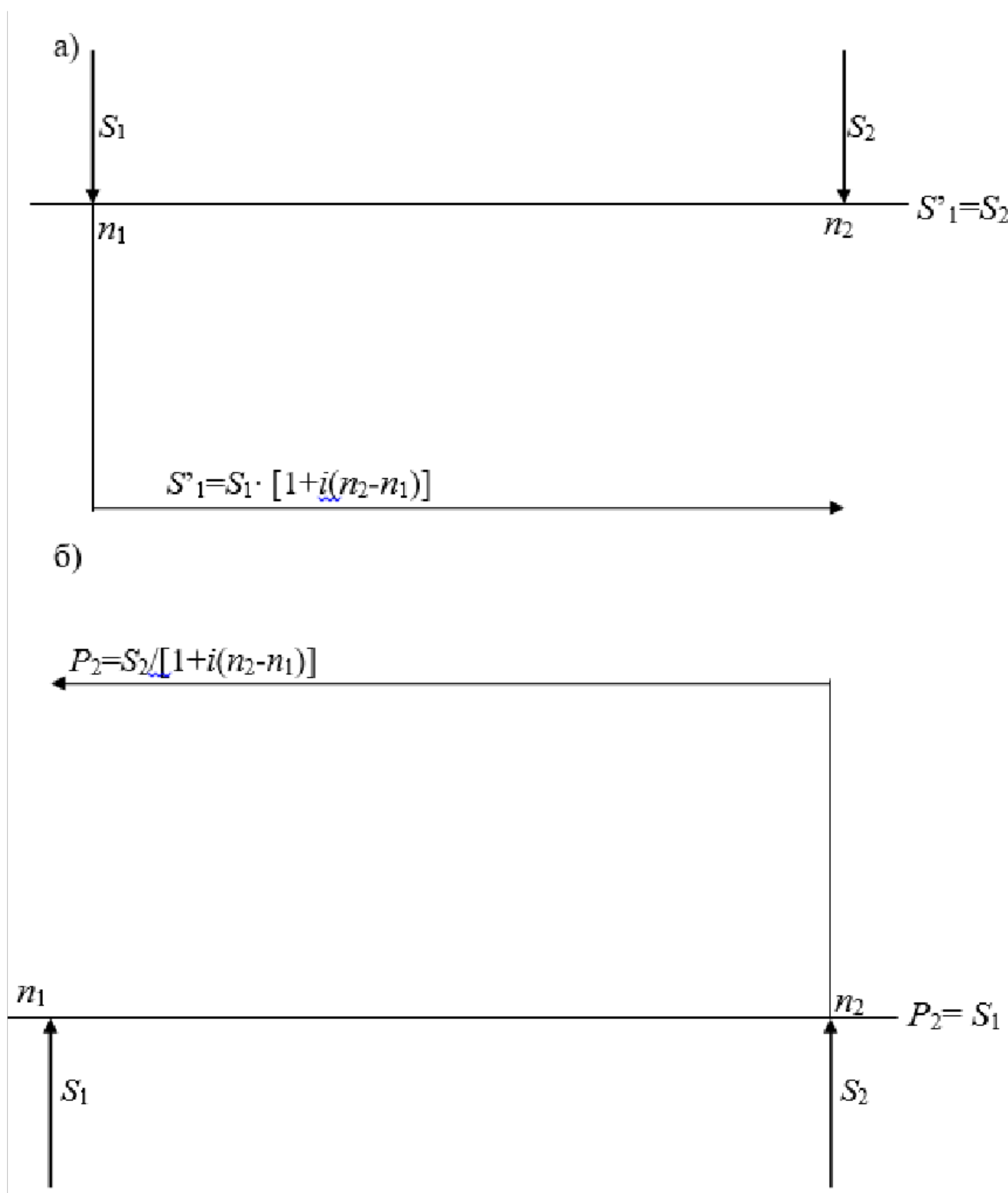
Основы теории:

В практике нередко возникают случаи, когда необходимо заменить одно обязательство другим, например с более отдаленным сроком платежа, досрочно погасить задолженность, объединить несколько платежей в один (консолидировать платежи) и т.п. В таких ситуациях неизбежно возникает вопрос о принципе, на котором должно базироваться изменение контракта. Таким общепринятым принципом является финансовая эквивалентность платежей, который предполагает неизменность финансовых отношений сторон до и после изменения условий контракта или сделки.

Эквивалентными считаются такие платежи, которые, будучи «приведенными» к одному моменту времени, оказываются равными. Приведение осуществляется путем дисконтирования к более ранней дате или, наоборот, наращением суммы платежа (если эта дата относится к будущему).

По существу, принцип эквивалентности следует из формул наращения и дисконтирования, связывающих величины P и S : сумма P эквивалентна сумме S при принятой процентной ставке и методе ее начисления. Две суммы S_1 и S_2 , выплачиваемые в разные моменты времени, считаются эквивалентными, если их современные (или наращенные) величины, рассчитанные по одной и той же процентной ставке и на один момент времени, одинаковы. На рис. приведены схемы, иллюстрирующие принцип финансовой эквивалентности.





Схемы, иллюстрирующие принцип финансовой эквивалентности

Консолидирование задолженности

Одним из распространенных случаев изменения условий платежей является консолидация (объединение) платежей. Пусть платежи $S_1, S_2, \dots, S_m$ со сроками $n_1, n_2, \dots, n_m$ заменяются одним в сумме S_0 и сроком n_0 . В этом и подобных случаях составляется уравнение эквивалентности, причем возможны два случая: если задается срок платежа – n_0 , то находится сумма S_0 , и, наоборот, если задана сумма консолидированного платежа –

S_0 , то определяется срок n_0 .

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

при определенном сроке консолидированного платежа в общем виде, когда $n_1 < n_2 < \dots < n_m$, причем $n_1 < n_0 < n_m$, искомую величину суммы консолидированного платежа

находим из уравнения эквивалентности как сумму наращенных дисконтированных платежей.

При применении простых процентных ставок, получим

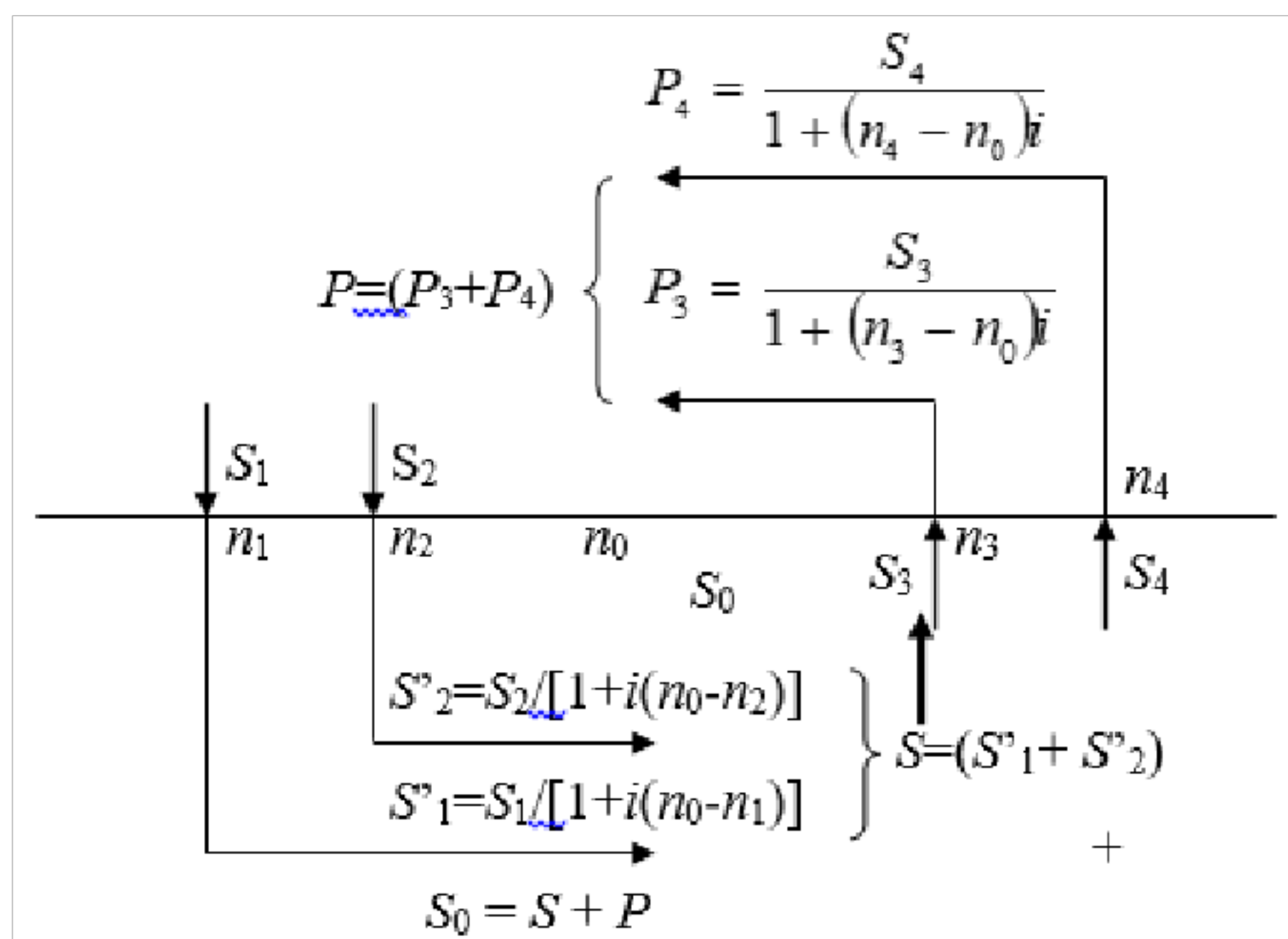
$$S_0 = \sum_j S_j (1 + t_j \cdot i) + \sum_k S_k (1 + t_k \cdot i)^{-1} \quad (55)$$

где S_j – размеры объединяемых платежей со сроками $n_1 < n_0$,

S_k – размеры платежей со сроками $n_k > n_0$,

$$t_j = n_0 - n_j; \quad t_k = n_k - n_0.$$

Графическая иллюстрация этого случая приведена на рис.



Нахождение суммы консолидированного платежа

При применении сложных процентных ставок уравнение эквивалентности выглядит следующим образом ($n_1 < n_0 < n_m$)

$$S_0 = \sum_j S_j (1 + i)^{t_j} + \sum_k S_k (1 + i)^{-t_k} \quad (56)$$

При определении срока консолидированного платежа уравнение эквивалентности удобно представить в виде равенства современных стоимостей соответствующих платежей. Получим соответственно:

$$S_0 (1 + n_0 \cdot i)^{-1} = \sum_j S_j (1 + n_j \cdot i)^{-1}$$

$$n_0 = \frac{1}{i} \left[\frac{S_0}{\sum_j S_j (1+n_j \cdot i)^{-1}} - 1 \right] \quad (57)$$

откуда

$$S_0 (1+i)^{-n_0} = \sum_j S_j (1+i)^{-n_j}$$

$$n_0 = \frac{\ln \left[\frac{S_0}{\sum_j S_j (1+i)^{-n_j}} \right]}{\ln(1+i)} \quad (58)$$

Принцип эквивалентности можно применить не только для определения сроков и суммы консолидированного платежа, но и при определении вида процентных ставок.

Замена одного вида ставки на другой при соблюдении принципа эквивалентности не изменяет финансовые взаимоотношения сторон в рамках одной операции. Для них безразлично, какой вид ставки фигурирует в контракте. Такие ставки тоже называются эквивалентными.

Формулы эквивалентности ставок можно получить, приравняв попарно множители наращения.

Следует отметить, что для всех вариантов изменения условий контрактов нет годовых формул. В каждом случае необходимо исходить из принципа эквивалентности финансовых последствий, который отражает следующее положение: сумма приведенных платежей по условиям прежних контрактов равна сумме приведенных на тот же момент времени платежей по новым условиям измененных контрактов. Вид этих уравнений определяется на основании логики.

ВЫБОР ФОРМЫ РАСЧЕТОВ

Теперь выясним, какая из форм расчетов (процентов) наиболее выгодна для вкладчика (кредитора) и заемщика.

Для этого произведем вычисления будущей стоимости денег различными рассмотренными выше способами, сравним их и сделаем выводы.

Пусть ссуда или доходная сумма денег равна 100 руб., процентная ставка – 0,03, а

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6	учетная ставка – 0,03, срок погашения – 5 лет.
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна	P = 100 руб.
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	i = 0,03 (3% годовых)

$$d = 0,03 \text{ (3\% годовых)}$$

$$n = 5 \text{ лет}$$

1. Определим будущую стоимость исходной суммы по ставке i :

а) по простым процентам:

$$S = P(1 + ni) = 100 \cdot (1 + 5 \cdot 0,03) = 115 \text{ руб.}$$

$$I = S - P = 115 - 100 = 15 \text{ руб.}$$

б) по сложным процентам:

$$S = P(1 + i)^n = 100 \cdot (1 + 0,03)^5 = 115,93 \text{ руб.}$$

$$I = S - P = 115,93 - 100 = 15,93 \text{ руб.}$$

2. Найдем доход, выплачиваемый в момент предоставления кредита по учетной ставке:

а) по простым процентам:

$$S = \frac{P}{1 - nd} = \frac{100}{1 - 5 \cdot 0,03} = 117,65 \text{ руб.}$$

$$I = S - P = 117,65 - 100 = 17,65 \text{ руб.}$$

б) по сложным процентам:

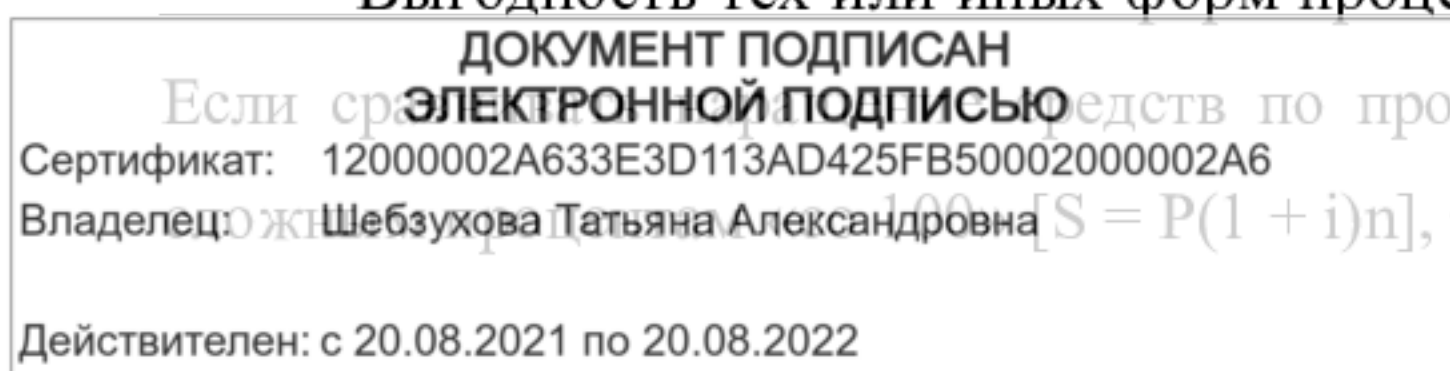
$$S = \frac{P}{(1 - d)^n} = \frac{100}{(1 - 0,03)^5} = 116,45 \text{ руб.}$$

$$I = S - P = 116,45 - 100 = 16,45 \text{ руб.}$$

Из соотношения ставок простых и учетных процентов вытекает, что если эти ставки равны, т.е. $d = i$, то величина годового дохода не меняется. Например, годовой доход в 15 руб. можно получить с исходной суммы 100 руб., данной на 5 лет при ставке $i = 0,03$, и доход в 15 руб. можно получить, предоставив кредит 85 руб. при учетной ставке $d = 0,03$. Но так как доход по авансовым процентам (по учетной ставке) получается в момент предоставления кредита, дачи суммы в долг, то, следовательно, расчет по авансовым процентам для кредитора выгоднее, чем для дебитора. Эта выгода возрастает, если расчет осуществляется не за один год, а за несколько лет.

В нашем примере доход в 16,45 руб. кредитор получает с суммы дачи в долг 100 руб. в момент предоставления долга при авансовых сложных процентах при $n = 5$ лет и $d = 0,03$ и доход в 15,93 руб. – при $n = 5$ лет и при $i = 0,03$ при сложных процентах.

Выгодность тех или иных форм процентов связана и с периодом наращения денег.



($n > 1$) сложные проценты более «сильные», чем простые. Так, при $i = 0,03$ и $n = 5$ по простым процентам доход за 5 лет со 100 руб. равен:

$$I = P \cdot n \cdot i = 100 \cdot 5 \cdot 0,03 = 100 \cdot 0,15 = 15 \text{ руб.}$$

по сложным процентам:

$$I = P(1+i)^n - P = 100(1+0,03)^5 - 100 = 15,93 \text{ руб.}$$

Однако при периоде наращения менее одного года простые проценты «сильнее», чем сложные.

Докажем это.

Пусть $i = 0,03$, $P = 100$ руб., $t/k = 1/2$ года. Определим S :

а) по простым декурсивным процентам:

$$S = P \left(1 + \frac{t}{k} i \right) = 100 \left(1 + \frac{1 \cdot 0,03}{2} \right) = 101,5 \text{ руб.}$$

б) по сложным декурсивным процентам:

$$S = P(1+i)^{t/k} = 100(1+0,03)^{1/2} = 101,49 \text{ руб.}$$

Следовательно, при периоде наращения менее одного года для кредитора предпочтительнее простые проценты.

Сопоставляя сложные и сложные авансовые проценты, можно сделать вывод, что наращение денег по правилу «на 100» по сложным авансовым процентам «сильнее», чем наращение по сложным по правилу «со 100», поскольку при равенстве $i = d$ величина больше величины

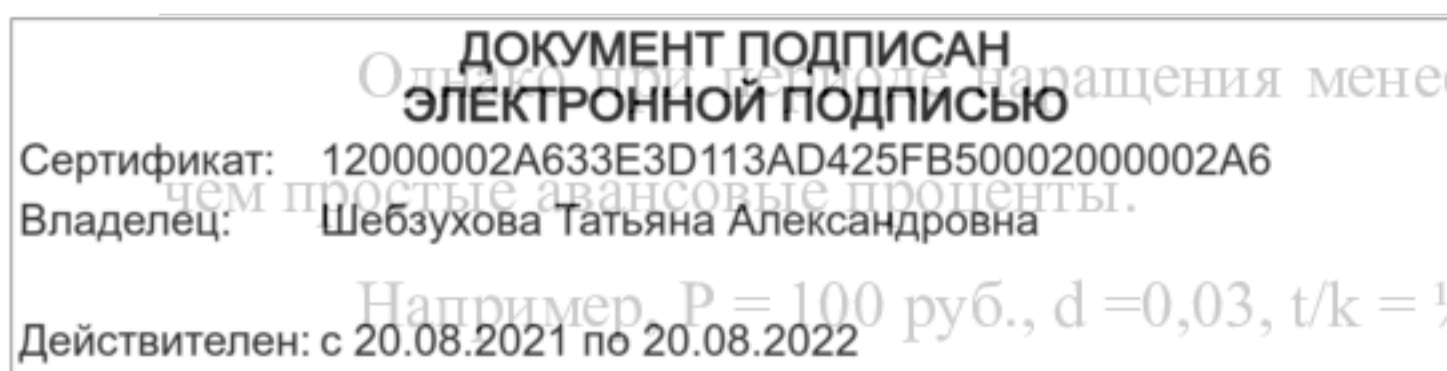
$$S = \frac{P}{(1-d)^n} \quad \text{«на 100»} \quad S = P(1+i)^n \quad \text{«со 100»}$$

Если сравнивать авансовые проценты, можно убедиться, что сложные авансовые проценты по правилу «на 100» при периоде больше одного года ($n > 1$) «слабее», чем простые авансовые по правилу «на сто».

В нашем примере при $d = 0,03$, $n = 5$ и $P = 100$ руб.

$$S = \frac{P}{1-nd} = 117,65 \text{ руб.}$$

$$S = \frac{P}{(1-d)^n} = 116,5 \text{ руб.}$$



Однако при периоде наращения менее одного года сложные авансовые «сильнее», чем простые авансовые проценты. Например, $P = 100$ руб., $d = 0,03$, $t/k = 1/2$ года.

Тогда

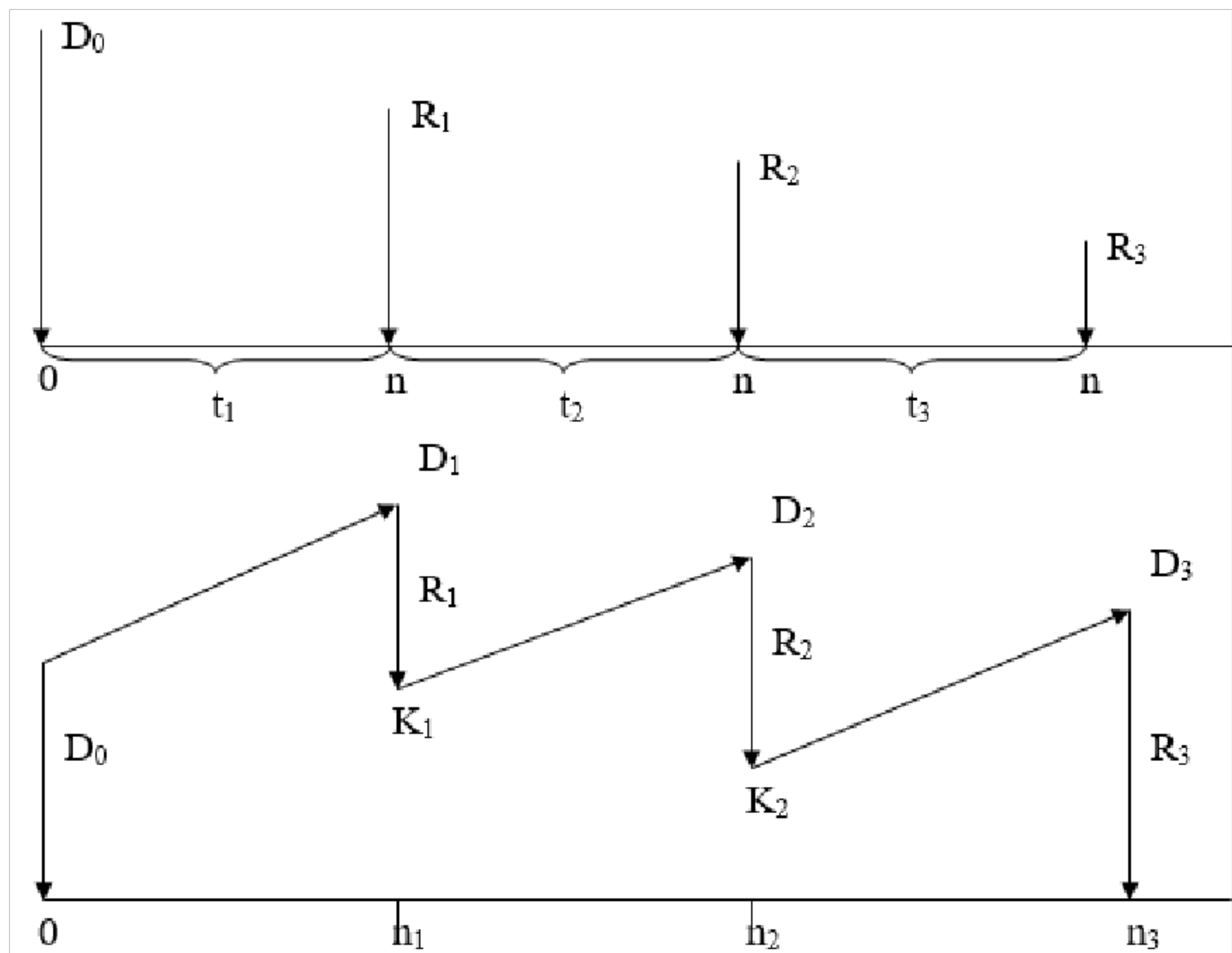
$$S = \frac{P}{1 - \frac{t}{k}d} = \frac{100}{1 - \frac{1}{2} \cdot 0,03} = 101,52 \text{ руб.}$$

$$S = \frac{P}{(1-d)^{t/k}} = \frac{100}{(1-0,03)^{1/2}} = 101,53 \text{ руб.}$$

Эти особенности и соотношения учитываются при осуществлении ссудных, вкладных и других операций.

Контур финансовой операции

Контур финансовой операции – это графическое изображение процесса погашения краткосрочной задолженности частичными (промежуточными) платежами. Финансовая или кредитная операции предполагают сбалансированность вложений и отдачи. Понятие сбалансированности можно пояснить на графике, представленном на рис.



Контур финансовой операции

Пусть ссуда в размере D_0 выдана на срок t . На протяжении этого срока в счет

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Щербухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

погашения производятся два промежуточных платежа R_1 и R_2 , а в конце срока выплачивается сумма задолженности R_3 , подводящий баланс операции.

На интервале времени t_1 задолженность возрастает до величины D_1 . В момент t_1 долг уменьшается до величины $K_1 = D_1 - R_1$ и т. д. Заканчивается операция получением кредитором остатка задолженности R_3 . В этот момент задолженность полностью погашается.

График такого типа называют контуром финансовой операции. Сбалансированная операция обязательно имеет замкнутый контур, т. е. последняя выплата полностью покрывает остаток задолженности. Контур операции обычно применяется при погашении задолженности частичными промежуточными платежами.

С помощью последовательных частичных платежей иногда погашаются краткосрочные обязательства. В этом случае существуют два метода расчета процентов и определения остатка задолженности. Это актуарный метод, он применяется в операциях со сроком более года. Другой метод назван правилом торговца, или коммерческим правилом. Он обычно применяется коммерческими фирмами в сделках со сроком не более года.

Следует отметить, что при начислении процентов, как правило, используются обыкновенные проценты с приближенным числом дней временных периодов.

Актуарный метод

Актуарный метод предполагает последовательное начисление процентов на фактические суммы долга. Частичный платеж идет в первую очередь на погашение процентов, начисленных на дату платежа. Если величина платежа превышает сумму начисленных процентов, то разница идет на погашение основной суммы долга. непогашенный остаток долга служит базой для начисления процентов за следующий период и т. д. Если же частичный платеж меньше начисленных процентов, то никакие зачеты в сумме долга не делаются. Такое поступление приплюсовывается к следующему платежу.

Для случая, показанного на рис. 11, получим следующие расчетные формулы для определения остатка задолженности:

$$K_1 = D_0 (1 + t_1 i) - R_1; \quad K_2 = K_1 (1 + t_2 i) - R_2;$$

$$K_2 (1 + t_3 i) - R_3 = 0,$$

где t_1, t_2, t_3 – периоды времени, заданные в годах; i – годовая процентная ставка.

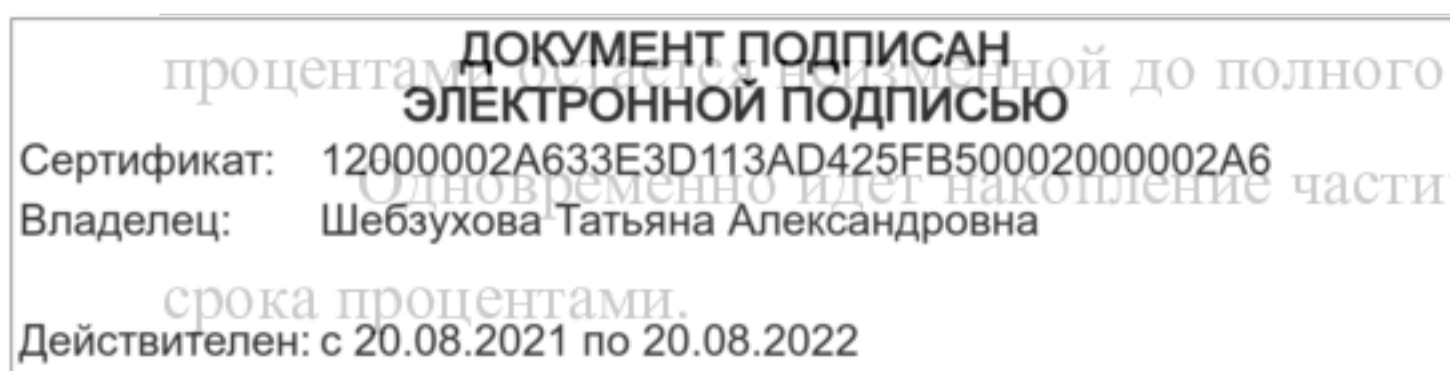
Правило торговца

Правило торговца является другим подходом к расчету частичных платежей. Здесь возможны две ситуации:

1. Если срок ссуды не превышает года, сумма долга с начисленными за весь срок

процентами погашается одновременно и до полного погашения.

Одновременно идет накопление частичных платежей с начисленными на них до конца



2. В случае, когда срок превышает год, указанные ранее расчеты делаются для годового периода задолженности. В конце года из суммы задолженности вычитается наращенная сумма накопленных частичных платежей. Остаток погашается в следующем году.

При общем сроке ссуды $t \leq 1$ можно записать следующее выражение:

$$S = D - K = P(1 + ti) - \sum_{j=1}^m R_j(1 + t_j i) \quad (60)$$

где S — остаток долга на конец срока; D — наращенная сумма долга; K — наращенная сумма платежей; R_j — сумма частичного платежа; t_j — интервал времени от момента платежа до конца срока; m — число частичных (промежуточных) платежей; P — ссуда банка.

ПЕРЕМЕННАЯ СУММА СЧЕТА И РАСЧЕТ ПРОЦЕНТОВ.

Рассмотрим ситуацию, когда в банке открыт счет, который изменяется в течении срока хранения: денежные средства снимаются, делаются дополнительные взносы.

В банковской практике в этой ситуации используется правило – общая начисленная на весь срок сумма процентов равна сумме процентов, начисленных на каждую из постоянных на некотором отрезке времени сумм.

Это касается и дебетовой, и кредитовой части счета. Разница лишь в том, что кредитовые проценты вычитаются.

Для начисления процентов на такие постоянные суммы используют процентные числа.

$$\text{Процентное число} = \frac{\text{Сумма} \cdot \text{Срок ее хранения в днях}}{100},$$

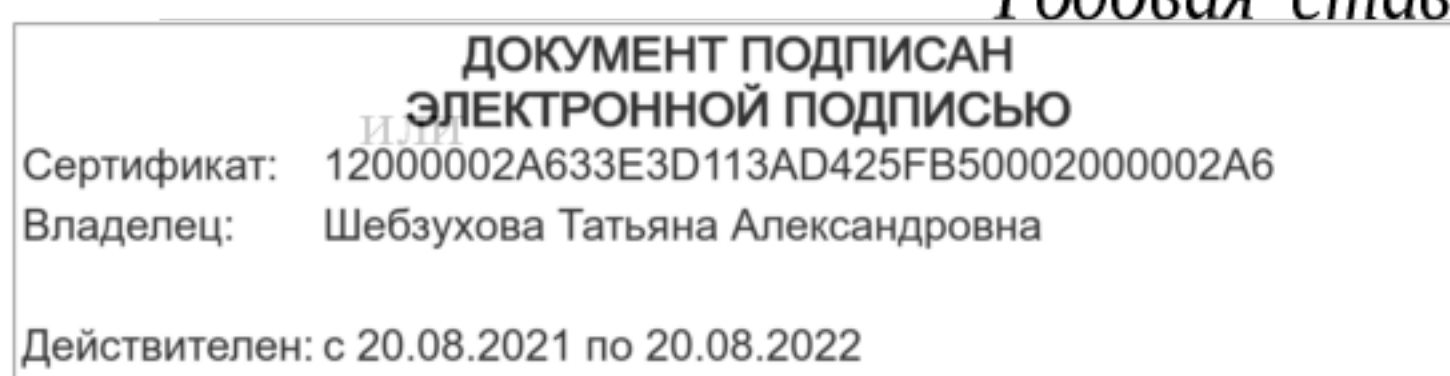
или

$$C_j = \frac{P_j \cdot t_j}{100}, \quad (61)$$

где t_j – длительность j -го периода в днях, P_j – сумма на вкладе j -го периода.

Для определения суммы процентов, начисленной за весь срок, все процентные числа складываются и их сумма делится на постоянный делитель D – называемый «дивизор».

$$\text{Дивизор} = \frac{\text{Продолжительность года в днях}}{\text{Годовая ставка процентов (в процентах)}},$$



$$D = \frac{K}{i}, \quad (62)$$

где K – временная база (число дней в году, т.е. 360, 365, 366);

i – годовая ставка простых процентов, %.

Таким образом, вся абсолютная сумма начисленных процентов рассчитывается следующим образом:

$$I = \frac{\text{Сальдо процентных чисел}}{\text{Дивизор}}$$

или

$$I = \frac{\sum_{j=1}^t C_j}{D} \quad (63)$$

При закрытии счета владелец получит сумму, равному последнему значению суммы на счете плюс сумма процентов.

Задания:

Задание №1

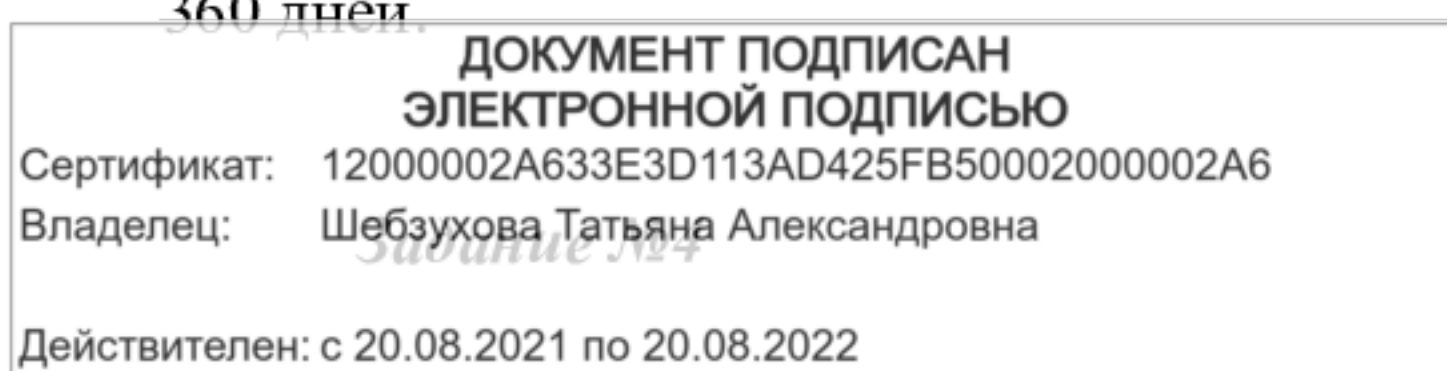
Долговое обязательство в 1000 руб. со сроком погашения 120 дней заменяется платежом со сроком погашения 180 дней. Простая процентная ставка – 10%. Найти сумму заменяющего платежа. $k = 360$ дней.

Задание №2

Сформулируем предыдущую задачу по другому. Долговое обязательство в 1000 руб. со сроком погашения 20 мая было погашено 20 июля в сумме 1016,67 руб. Простая процентная ставка – 10%. $k = 360$ дней. Проценты обыкновенные. Определить эквивалентность платежей.

Задание №3

Два платежа $S_1 = 250000$ руб. и $S_2 = 150000$ руб. со сроками соответственно 100 дней и 200 дней (отсчитываемых от одной даты) заменяются одним платежом со сроком 220 дней. Заинтересованные стороны согласились на 6% годовых по простой ставке. $k = 360$ дней.



Используя простые проценты, объединим три платежа со сроками 15.05, 15.06 и 15.08. Суммы платежей соответственно составляют 10000 руб., 20000 руб. и 15000 руб. Согласованная процентная ставка равна 8%. Срок нового платежа 01.08. Требуется определить сумму нового платежа, $k = 365$ дней. Проценты точные.

Задание №5

Имеются долговые обязательства уплаты 10000 руб. 01.11 и 5000 руб. 01.01 нового года. Эти обязательства предлагается заменить новыми: должник уплачивает 01.12 сумму 6000 руб., остальной долг он должен погасить 01.03 нового года. Сумма нового платежа определяется из условия, что простая процентная ставка будет равна 6% годовых. Требуется определить сумму нового платежа 01.03, $k = 365$ дней. Проценты точные.

Задание №6

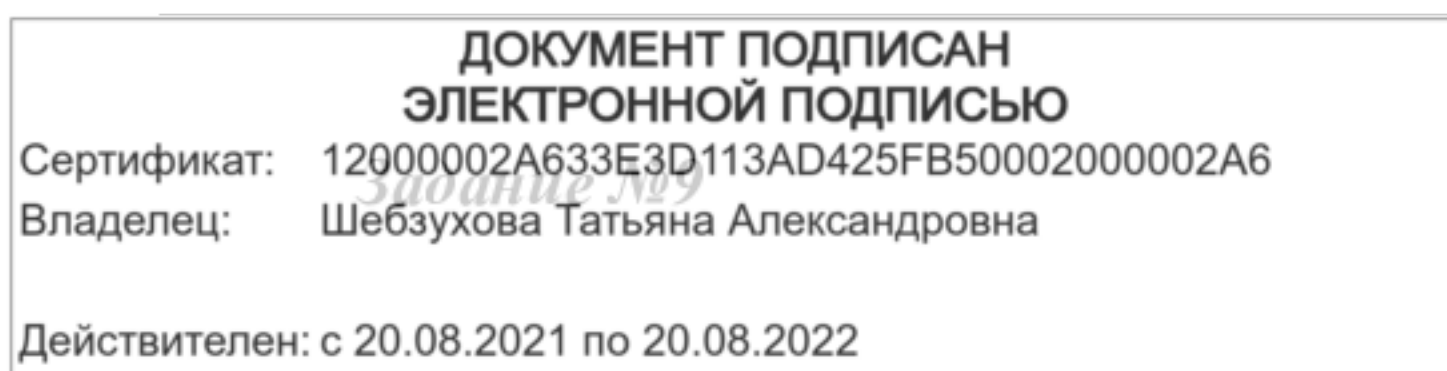
Два векселя: один номинальной стоимости 20000 руб. и сроком погашения 10.06 и другой номинальной стоимости 50000 руб. со сроком погашения 01.08 заменяются одним с продлением срока до 01.10. При объединении векселей применена простая учетная ставка, равная 8% годовых. Требуется определить сумму нового платежа.

Задание №7

Ссуда в размере 3000000 руб. выдана банком 20 января на срок 1 год. На протяжении этого срока в счет погашения задолженности производятся платежи в банк: 20 апреля в размере 500000 руб., 20 июля в сумме 200000 руб., 20 октября в размере 800000 руб. На ссуду банк предусматривает начисление простых процентов по ставке 30 % годовых. Рассчитать контур финансовой операции для актуарного метода и метода торговца и определить размер погасительного платежа в обоих случаях. Результаты расчета сравнить.

Задание №8

Вкладчиком 20 января в банке был открыт счет до востребования в размере $P_1 = 1000$ руб., процентная ставка по вкладу составляла $i = 15\%$ годовых. Дополнительный взнос на счет составил $R_1 = 2000$ руб. и был сделан 10 марта. Снятие со счета в размере $R_2 = 1500$ руб. зафиксировано 3 мая. 10 октября того же года счет был закрыт. Определить сумму процентов и общую сумму, полученную вкладчиком при закрытии счета. При расчетах принять схему 360/360, простые проценты с приближенным числом дней ссуды.



На расчетный счет предприятия поступили средства: 15.01 – 890000 руб., 20.03 – 17278577 руб.; дебетовое сальдо с прошлого квартала на 01.01 текущего года – 27160 руб. Снятие средств осуществилось 22.02 – 500000 руб. Процентная ставка – 10% годовых на остаток на счету. Подведем итоги на 31.03 текущего года по текущему счету предприятия в банке.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Практическая работа №5. Постоянные финансовые ренты

Цель: закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки расчета постоянных финансовой ренты

Основы теории:

Современные финансово-банковские операции часто предполагают не отдельные или разовые платежи, а некоторую их последовательность во времени. Такие последовательности или ряды платежей вызываются потоками платежей. Потоки платежей могут быть регулярными и нерегулярными. В нерегулярном потоке платежей членами являются как положительные (поступления), так и отрицательные величины (выплаты), а соответствующие платежи могут производиться через разные промежутки времени.

Поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между платежами одинаковы, называют финансовой рентой, или просто рентой, а иногда аннуитетом, независимо от назначения или происхождения платежей.

Рента характеризуется следующими параметрами:

член ренты – размер отдельного платежа, R ;

период ренты – временной интервал между двумя последовательными платежами;

срок ренты – время от начала первого периода ренты до конца последнего периода, n ;

процентная ставка – она может и не фигурировать в условиях финансовой ренты, но вместе с тем, крайне важна для ее анализа, i .

При характеристике отдельных видов рент необходимы дополнительные условия и параметры: число платежей в году, способ и частота начисления процентов.

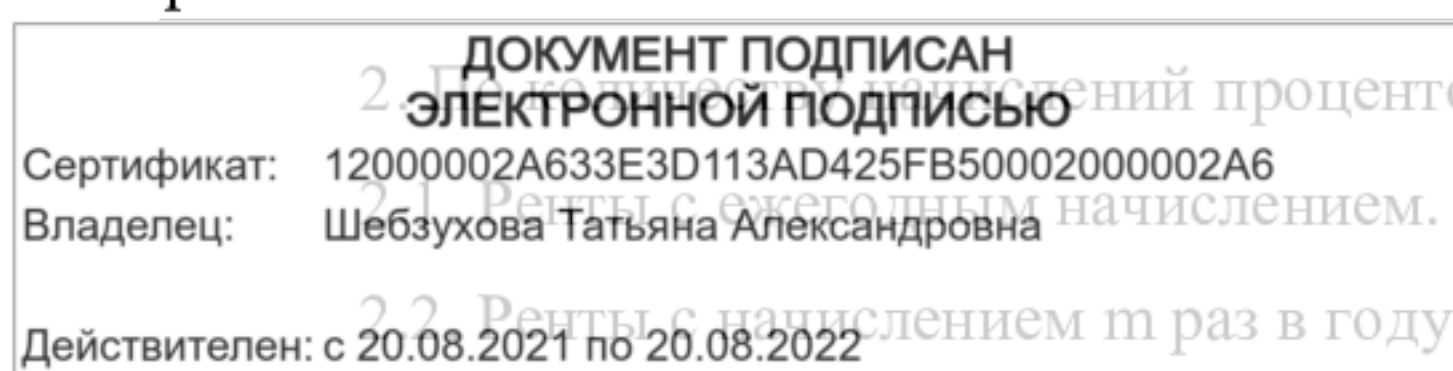
На практике применяют разные по своим условиям ренты, которые в зависимости от признаков классификации различаются:

1. По количеству выплат членов ренты на протяжении года.

1.1. Годовые (выплата раз в году).

1.2. p -срочная (p – количество выплат в год).

Эти виды рент называются дискретными. Если платежи происходят столь часто, что их практически можно рассматривать как непрерывные, то и ренты называются непрерывными.



- 2.3. Ренты с непрерывным начислением.
3. По величине своих членов.
 - 3.1. Постоянные (с одинаковыми платежами).
 - 3.2. Переменные (их члены изменяют свои размеры во времени).
4. По вероятности выплат.
 - 4.1. Верные (подлежащие безусловной уплате).
 - 4.2. Условные (выплата условной ренты ставится в зависимости от наступления не-
которого случайного события, число членов ее заранее неизвестно).
5. По количеству членов.
 - 5.1. Ограниченные по срокам (срок заранее обговаривается).
 - 5.2. Бесконечная или вечная рента (срок не обговаривается конкретными датами).
6. По соотношению начала срока ренты и первого момента выплаты.
 - 6.1. Немедленные ренты (первый момент выплат совпадает с началом ренты).
 - 6.2. Отложенные или отсроченные ренты (начало выплат смещено относительно
срока начала ренты).
7. По моменту выплат платежей в пределах периода.
 - 7.1. Ренты постнумерандо или обыкновенные (выплата производится в конце пери-
ода).
 - 7.2. Ренты пренумерандо (выплаты производятся в начале периода).

Иногда контракты предусматривают платежи или поступления денег в середине пе-
риода.

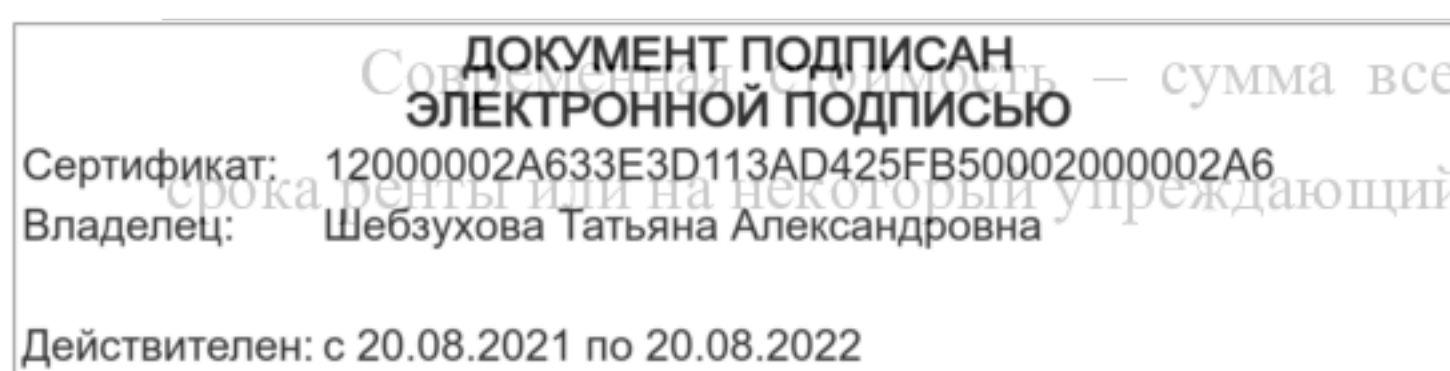
Пример. Контракт предусматривает периодическое погашение задолженности в
конце каждого полугодия выплатой одинаковых погасительных платежей на протяжении
фиксированного количества лет, то есть имеется постоянная, полугодовая, верная, ограни-
ченная рента постнумерандо.

Обобщающие параметры потоков платежей и прямой метод расчета наращенной
и современной стоимости

В большинстве практических случаев анализ потоков платежей предполагает
расчет одного или двух обобщающих параметров: наращенной суммы и современной
стоимости.

Наращенная сумма – это сумма всех членов потоков платежей с начисленными на
них к концу срока процентами.

Современная стоимость – сумма всех его членов, дисконтированных на начало
срока ренты или на некоторый упреждающий момент времени.



Наращенная сумма может представлять собой общую сумму накопленной задолженности к концу срока, итоговый объем инвестиций, накопленный денежный резерв и пр. Современная же стоимость характеризует приведенные к началу срока (началу осуществления проекта) инвестиционные затраты, суммарный капитализированный доход, чистую приведенную прибыль и т.д. Без расчета обобщающих характеристик невозможно разработать план последовательного погашения задолженности, измерить экономическую эффективность проекта, осуществить сравнение условий различных контрактов и решить множество финансовых задач.

Введем обозначения и охарактеризуем основные параметры:

R – суммарный годовой платеж (размер суммы, которая переходит от одного владельца к другому в течение года; либо предполагается возможность такого перехода);

P – число раз поступлений отдельных платежей в течении года;

Период – временной интервал между двумя соседними платежами;

n – срок потока платежей;

i (j) – ставка, используемая при наращении или дисконтировании отдельных платежей, из которых состоит поток;

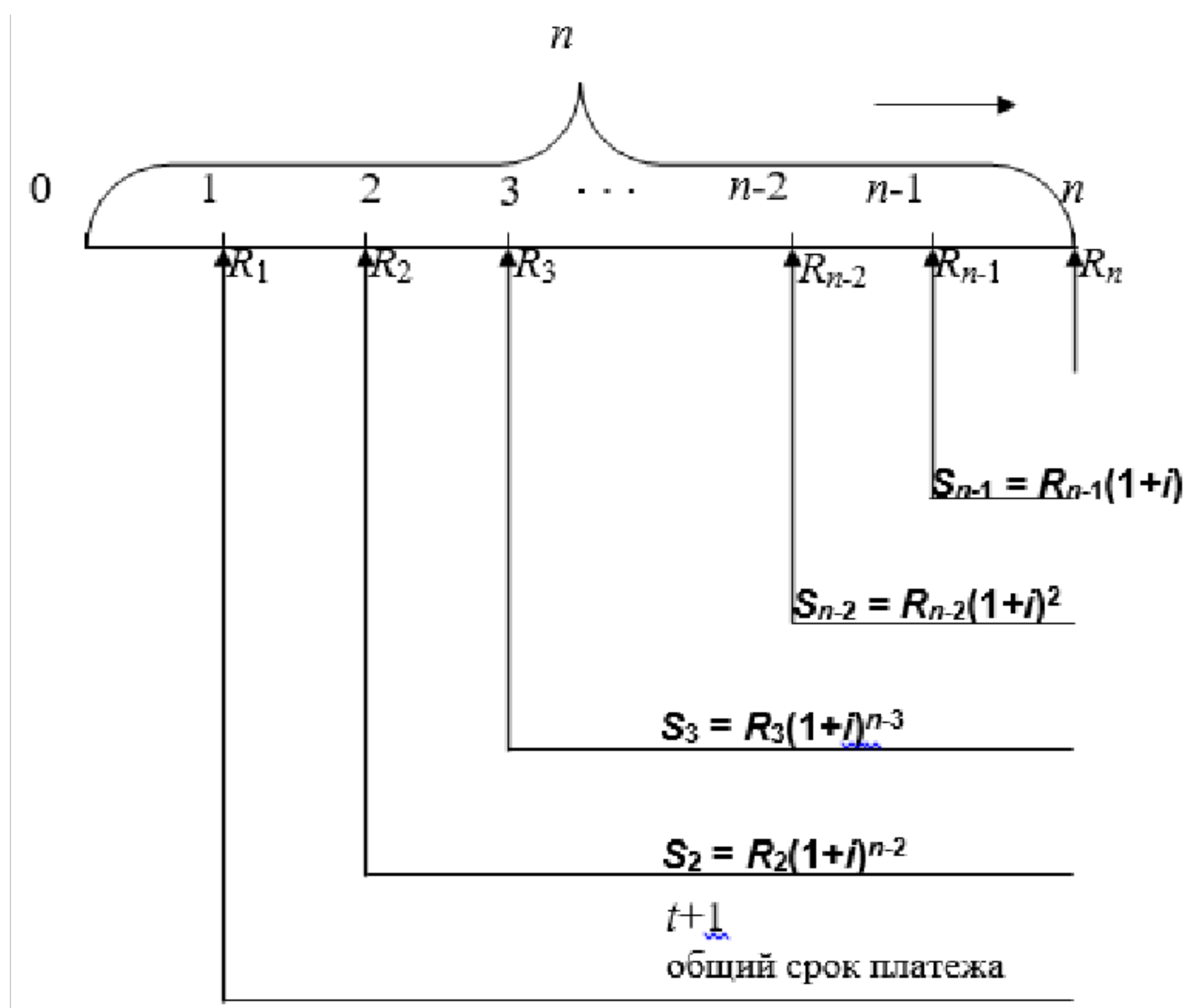
m – число раз в году начисления процентов исходя из ставки j в течении года.

Как наращенную, так и современную стоимость потока платежей можно рассчитать прямым счетом. Для этого рассмотрим общую постановку задачи.

Пусть имеется ряд произвольных платежей R_t , выплачиваемых спустя время n_t после некоторого начального момента времени, общий срок выплаты n лет. Необходимо определить наращенную на конец срока сумму S , если проценты начисляются раз в году по сложной процентной ставке i , получим общую схему расчета наращенной суммы потока платежей

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{n-2} + S_{n-1} + S_n (R_n), \text{ или} \\ S = R_1(1+i)^{n-1} + R_2(1+i)^{n-2} + R_3(1+i)^{n-3} + \dots + R_{n-2}(1+i)^2 + \\ + R_{n-1}(1+i) + R_n, \text{ или}$$

$$S = \sum_{t=1}^n R_t (1+i)^{n-n_t} \quad (64)$$



Общая схема расчета наращенной суммы потока платежей

Определение наращенной суммы постоянных рент постнумерандо

Напомним, что рентой постнумерандо называется такой поток платежей, в котором равные по размеру взносы вносятся в конце календарного года с заданным процентом (как правило, годовым). Под наращенной суммой такой ренты понимается сумма всех ее членов (вкладов, выплат и пр.) с начисленными на них процентами на конец ее срока.

ГODOВАЯ РЕНТА

1. Начисление процентов один раз в год.

Пусть в конце каждого года в течение n лет в банк вносятся суммы равные R . В целом эти платежи представляют собой постоянную обычную ренту постнумерандо (для графической интерпретации можно воспользоваться рис. 9, приняв период ренты равный одному году, а $R_1 = R_2 = \dots = R_{n-1} = R_n$).

Члены этой ренты будут приносить проценты в течение $n-1$; $n-2$; ...; 2; 1 и 0 лет соответственно, а наращенная величина членов ренты к концу срока составит: $R(1+i)^{n-1}$; $R(1+i)^{n-2}$, ..., $R(1+i)$; R .

Если переписать этот ряд в обратном порядке, то он будет представлять собой

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

(67)

Множитель, на который умножается R обозначается как sn, i , причем индекс указывает на продолжительность ренты – n и величину процентной ставки – i . Этот множитель называется коэффициентом наращения ренты и представляет собой наращенную сумму ренты, член которой равен 1.

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (68)$$

Таким образом

$$S = R \cdot sn, i. \quad (69)$$

Формула (67) может применяться и для расчета наращенной суммы ренты постнумерандо с периодом, отличающимся от года. В этом случае вместо n подставляется число периодов, а вместо i – ставка за период.

2. Начисление процентов m раз в год.

Здесь члены ренты с начисленными к концу срока процентами образуют ряд (сразу перепишем его в обратном порядке)

$$R, R(1 + j/m)^m, R(1 + j/m)^{2 \cdot m}, \dots, R(1 + j/m)^{(n-1)n},$$

где j – номинальная ставка процента.

Сумма членов этой геометрической прогрессии равна

$$S = R \frac{(1 + j/m)^{m \cdot n} - 1}{(1 + j/m)^m - 1} = R \cdot s_{mn, j/m} \quad (70)$$

СРОЧНАЯ РЕНТА

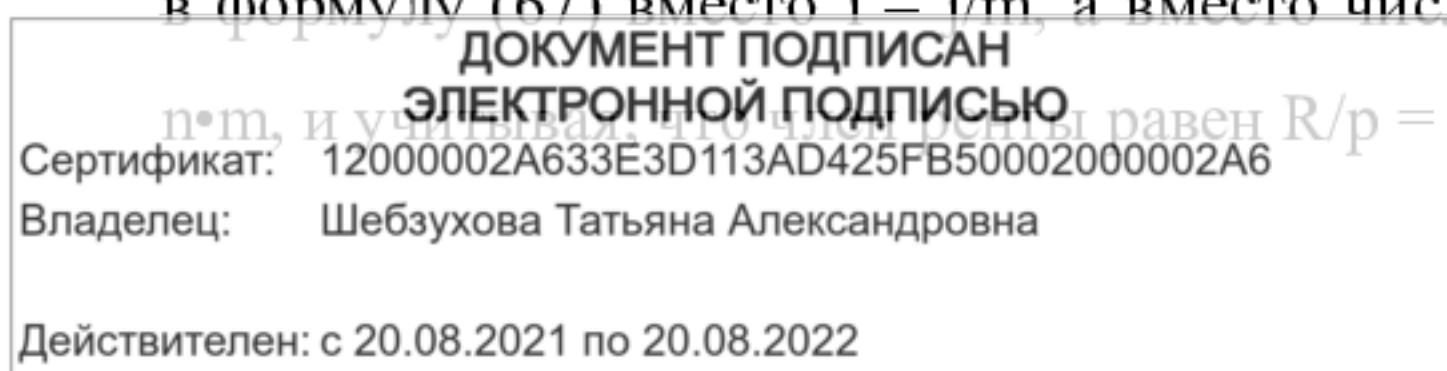
Пусть рента выплачивается p раз в году равными суммами, процент же начисляется один раз в год. Если годовая сумма платежей равна R , то каждый раз выплачивается R/p . Общее число членов ренты равно $n \cdot p$. Ряд членов этой ренты с начисленными процентами представляет геометрическую прогрессию с первым членом R/p и знаменателем – $(1 + i)^{1/p}$. Сумма членов этой прогрессии

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{p \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]} = R \cdot s_{n,i}^{(p)} \quad (71)$$

2. Начисление процентов (число раз) совпадает с числом выплат в год.

На практике такие случаи встречаются достаточно часто. Здесь $p = m$, и подставляя в формулу (67) вместо i – i/m , а вместо числа лет – число периодов выплат ренты $n \cdot p =$

$n \cdot m$, и учитывая, что член ренты равен $R/p = R/m$ получим:



$$S = \frac{R}{m} \cdot \frac{(1 + j/m)^{m \cdot n} - 1}{j/m} = R \frac{(1 + j/m)^{m \cdot n} - 1}{j} \quad (72)$$

3. Общий случай.

Здесь мы имеем p выплат в год, на которые проценты начисляются m раз ($p \neq m$). Общее количество членов ренты равно $n \cdot p$, величина члена ренты – R/p . Члены ренты с начисленными на них процентами образуют геометрическую прогрессию с первым членом R/p и знаменателем $(1 + j/m)^{m/p}$. Сумма членов такой прогрессии (или, в нашем случае, наращенная сумма)

$$S = \frac{R}{p} \cdot \frac{(1 + j/m)^{\frac{m}{p} \cdot n \cdot p} - 1}{(1 + j/m)^{\frac{m}{p}} - 1} = \frac{R(1 + j/m)^{mn} - 1}{p \left[(1 + j/m)^{\frac{m}{p}} - 1 \right]} \quad (73)$$

Определение современной стоимости постоянных рент

Задания:

Задание №1

Ежегодно в конце года в течение 3х лет на специальный счет поступает 50 д.е. Определим наращенную стоимость, если ежегодно в конце года осуществляется начисление сложных процентов по ставке 10%.

Задание №2

По данным предыдущего задания определить современную стоимость потока платежей.

Задание №3

В конце каждого года клиент может вложить в банк 1 млн. руб. Какая сумма будет на счете через 3 года? $i = 4\%$

Задание №4

Клиент в течение 5 лет в конце каждого квартала перечисляет в банк по 200 руб. Какая сумма будет на счету в конце срока, если проценты начисляются: а) ежеквартально; б) по полугодиям. Процентная ставка – 6%.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Практическая работа №6. Определение современной стоимости постоянных рент постнумерандо

Цель: закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения современной стоимости постоянных рент постнумерандо

Основы теории:

Под современной (современная стоимость, современная величина, капитализированная стоимость, приведенная величина, настоящая цена) стоимостью потока платежей понимается сумма дисконтированных членов этого потока на некоторый момент времени. Данный показатель находит широкое применение в разнообразных финансовых расчетах (планирование погашения долгосрочных займов, реструктурирование долга, оценка и сравнение инвестиций и т.д.)

ГODOVAYА РЕНТА

1. Начисление процентов один раз в год

Имеем годовую ренту постнумерандо с членом равным R , сроком – n , ежегодным дисконтированием. Рента немедленная. (Для графической интерпретации можно воспользоваться рис. 10, приняв период ренты – 1 год и равные члены ренты).

В этих условиях дисконтированная величина первого платежа – $R \cdot v$, второго – $R \cdot v^2$, последнего – $R \cdot v^n$. То есть эти величины представляют геометрическую прогрессию с первым членом – $R \cdot v$ и знаменателем – v .

Обозначим сумму этих членов через A . Тогда

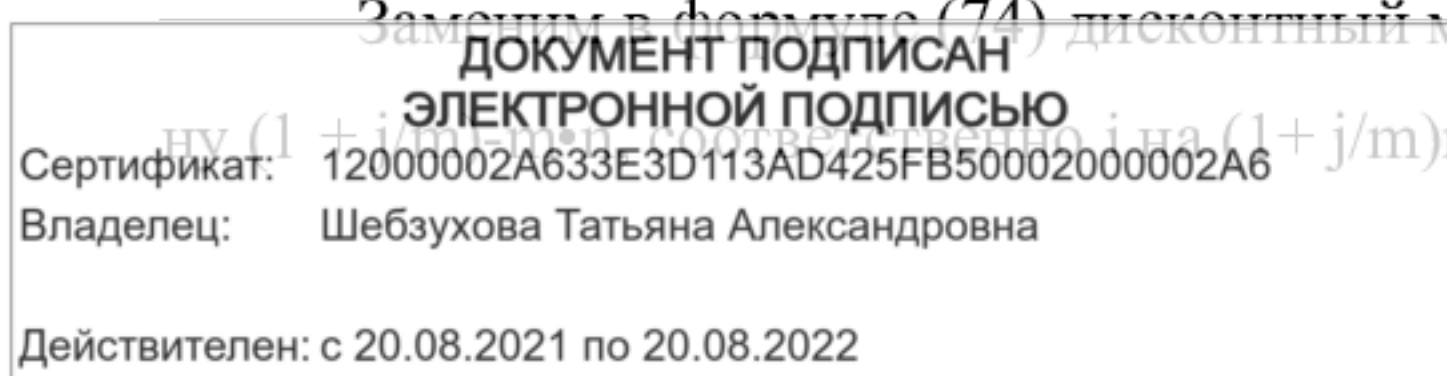
$$A = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad (74)$$

Множитель, на который умножается член ренты, называется коэффициентом приведения ренты и обозначается через an, i . Этот коэффициент еще называется современной стоимостью единичной ренты, т.к. он показывает современную стоимость ренты, член которой равен 1.

Формула (74) применяется и для расчета современной стоимости p -срочной ренты, если n означает число периодов, а i является ставкой за период.

2. Начисление процентов m раз в год.

Заменим в формуле (74) дисконтный множитель $(1+i)^{-n}$ на эквивалентную величину $(1 + i/m)^{-nm}$, соответствующую i на $(1 + i/m)^m - 1$, после чего имеем



$$A = R \frac{1 - (1 + j/m)^{-m \cdot n}}{(1 + j/m)^m - 1} = R \cdot a_{mn, j/m} \quad (75)$$

Задания:

Задание №1

Доходы от инвестирования отдаются в конце четырех последующих периодов по 2 млн. руб. Определить их современную стоимость, если ставка за период – 10%.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Практическая работа №7. Определение параметров постоянных рент пост- нумерандо

Цель: закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения параметров постоянных рент постнумерандо

Основы теории:

При разработке условий финансовых контрактов достаточно часто возникают задачи, связанные не с определением наращенной или современной стоимости постоянных рент, а с определением их параметров: срока ренты, годовой процентной ставки и члена ренты.

1. Определение величины члена ренты.

Подобного рода задачи возникают при разработке, например, условий соглашения, предусматривающего равномерное постепенное погашение суммы кредита при заданном его сроке. Здесь возможны два варианта постановки задачи, зависящие от того, какая величина является исходной – наращенная сумма или современная величина. Если сумма долга определена на какой-либо момент в будущем, то логично приравнять ее наращенной сумме, тогда величина члена ренты легко находится на основе формулы (69)

$$R = S/sn, i. \quad (84)$$

Если же размер долга определен на некоторый начальный момент, то эта сумма приравнивается к современной величине ренты и величина члена ренты определится с помощью формулы (74)

$$R = A/an, i. \quad (85)$$

На основе формул (71) – (78) нетрудно определить R и для других условий ренты.

2. Расчет срока ренты и ставки процента

При разработке условий финансовых соглашений иногда сталкиваются с необходимостью определения срока ренты в зависимости от заданных условий. Расчет срока имеет смысл в том случае, когда заданы A , S , R , i (для годовой ренты $m = 1$) или аналогичные условия для p -срочных рент. Данная задача решается простым преобразованием формул, определяющих A и S . Так, для годовой ренты с ежегодным начислением процентов находим

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\frac{\ln \left(\frac{S}{R} \cdot i + 1 \right)}{\ln (1 + i)}$$

(86)

$$n = \frac{\ln \left(1 - \frac{A}{R} \cdot i \right)^{-1}}{\ln(1+i)} \quad (87)$$

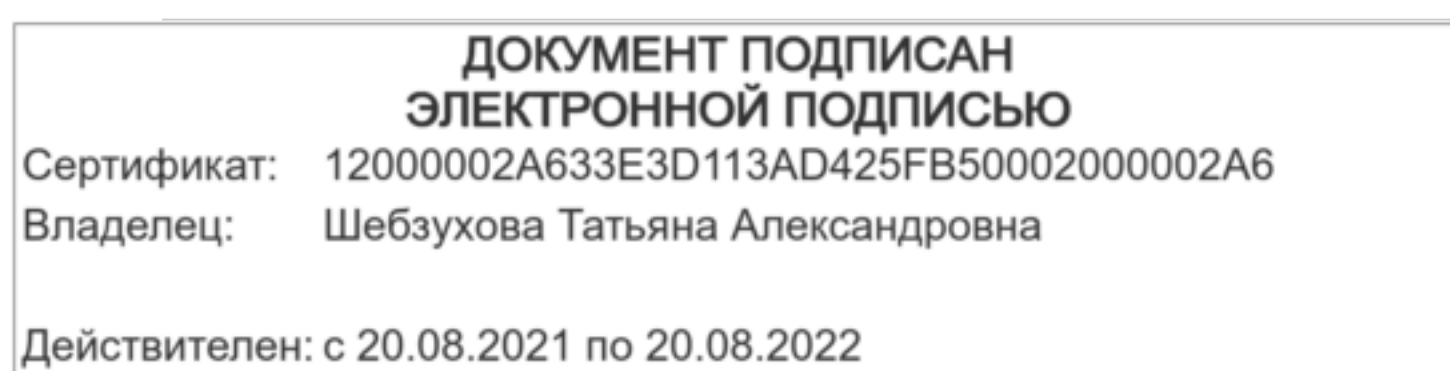
При анализе формул (86) и (87) становится очевидным, что они позволяют определить значение n только при определенных условиях. Например, n , определенная по формуле (71) будет положительным числом только в том случае, когда $R > A \cdot i$. Иначе говоря, если A – текущее значение долга, которое приравнено современной стоимости ренты, погашающей этот долг, то за конечное число выплат этот долг будет погашен. Если же $R = A \cdot i$, то в этом случае $n = \infty$ и члены ренты будут покрывать только текущие начисленные проценты. Если $R < A \cdot i$, то начисленные проценты превышают член ренты и погашение долга размером A выплатой ренты с членом R невозможно.

Для определения величины процентной ставки можно воспользоваться специальным пакетом прикладных программ или методом линейной интерполяции, итерационным методом, можно использовать первые три-четыре члена разложения бинома Ньютона и пр.

Задания:

Задание №1

Допустим, что 1 января 2002 года на счете в банке у клиента должно быть 1000 руб. По состоянию на 1 января 1999 года на счете клиента есть 400 руб. Какую сумму должен перечислять в банк каждые последующие полгода, если процентная ставка по депозиту равна 8%, а проценты начисляются по полугодиям?



**Практическая работа №8. Нарощенные суммы и современные стоимости
других видов постоянных рент**

Цель: закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения и расчета наращенной суммы

Основы теории:

Кратко рассмотрим методики расчета наращенных сумм и современных стоимостей для некоторых разновидностей дискретных постоянных рент.

Ренты пренумерандо и ренты с выплатами в середине периодов. Напомним, что под рентой пренумерандо понимается рента с платежами в начале периодов. Легко понять, что каждый член такой ренты «работает» на один период больше, чем в ренте постнумерандо, обозначим ее здесь как S , больше в $(1 + i)$ раз аналогичной ренты постнумерандо

$$S = S(1+i) \quad (88)$$

Коэффициент наращенной годовой ренты пренумерандо

$$\hat{S} = S_{n,i}(1+i) \quad (89)$$

Аналогичным путем получим для годовой ренты с начислением процентов m раз в году.

$$\hat{S} = S(1 + j/m)^m$$

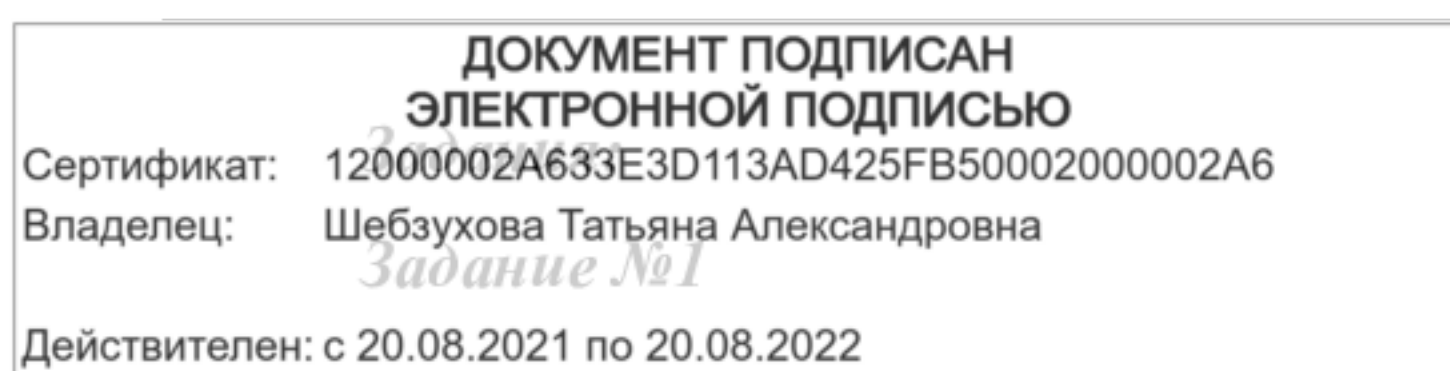
Для срочных рент, у которых $m = 1$ и $m \neq p$, получим

$$S = S(1+i)^{1/p};$$

$$S = S(1 + j/m)^{m/p}$$

Точно такая же зависимость наблюдается и между современными стоимостями и коэффициентами приведения рент постнумерандо и пренумерандо.

$$A = A(1+i) ; \quad A = (1 + j/m)^m \cdot A \quad \text{и т.д.}$$



Имеется постоянная рента пренумерандо равным 1000 руб., срок 4 года, процентная ставка – 10%. Рассчитать наращенную и современную стоимость.

Задание №2

Определим поправочный множитель, необходимый для расчета современной стоимости ренты с платежами в середине периодов. Условия ренты постнумерандо: $p = 12$, $m = 1$, $i = 10\%$.

Задание №3

Годовая рента постнумерандо характеризуется параметрами: $R = 4$ млн. руб., $n = 5$ лет. Рента начинает выплачиваться спустя 1,5 года после ее начала, т.е. общий срок ренты составляет 6,5 лет. Определить современную стоимость. Процентная ставка – 18,5%.

Задание №4

Срок годовой ренты постнумерандо 10 лет, $i = 20\%$. Пусть рента делится между двумя участниками на тех условиях, которые были выше приняты при выводе формулы. Определить сроки получения ренты каждым участником.

Задание №5

Сравниваются два варианта строительства некоторого объекта. Первый требует разовых вложений в сумме 6 млн руб. и капитального ремонта стоимостью 0,8 млн руб. каждые 5 лет. Для второго затраты на создание равны 7 млн руб., на капитальный ремонт — 0,4 млн руб. каждые 10 лет. Временной горизонт, учитываемый в расчете, — 50 лет.

Задание №6

Три ренты постнумерандо – немедленные, годовые – заменяются одной отложенной на три года рентой постнумерандо. Согласно договоренности заменяющая рента имеет срок 10 лет, включая отсрочку. Характеристики заменяемых рент: $R_q = 100, 120, 300$ тыс. руб., сроки этих рент: 6, 11 и 8 лет. Определить величину члена консолидированной ренты, если процентная ставка равна 20%.

Задание №7

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Пусть, например, годовая рента постнумерандо с условиями $R_1 = 2$ млн руб. и сроком 8 лет откладывается на 2 года без изменения срока самой ренты. Процентная ставка, принятая для продлонгирования, — 20% годовых.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задание №8

Рента с условиями $R = 2$ млн руб., $n = 5$ лет, $i = 8\%$ откладывается на три года без изменения сумм выплат. Необходимо найти новый срок.

Задание №9

Пусть $R_1 = 2$; $n_1 = n_2 = n$. Годовая рента постнумерандо заменяется на квартальную ($p = 4$). При неизменности срока ренты эквивалентность замены достигается только за счет корректировки размера выплат. При условии, что $i = 20\%$.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Практическая работа №9. Изменение условий платежей по финансовым обязательствам

Цель: закрепить теоретические знания и приобрести практические умения и навыки определения изменений условий платежей по финансовым обязательствам

Основы теории:

Изменение хозяйственной ситуации нередко побуждает одну из сторон - участниц коммерческой сделки обратиться к другой стороне с предложением изменить условия ранее заключённых соглашений. Наиболее часто предлагается: изменить сроки платежей в сторону их увеличения, произвести объединение нескольких платежей в один (консолидировать платежи) с установлением единого срока погашения, изменить условия погашения кредитов (конверсия займов) и т.п. Основным принципом изменения условий сделки (контракта) является принцип финансовой эквивалентности, который заключается в том, что сумма заменяемых платежей, приведённых к какой-то определённой дате, должна быть равна сумме платежей по новому обязательству, приведённых к той же дате. Приведение осуществляется либо наращением суммы платежа, либо ее дисконтированием.

Частный случай изменения условий платежей

Консолидация платежей с использованием простых процентов

При консолидации (объединении) нескольких платежей в один с использованием простой процентной ставки при условии, что срок уплаты консолидированного платежа

(n_0) больше сроков платежей по старым обязательствам ($n_1, n_2, \dots, n_j$), т.е.

$n_0 > n_1, n_2, \dots, n_j$, уравнение эквивалентности имеет вид:

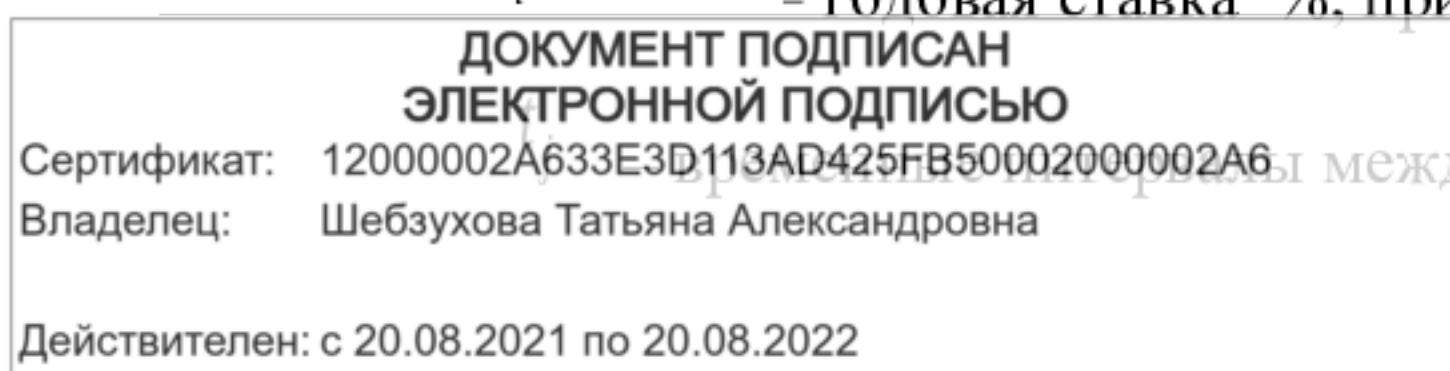
$$S_0 = \sum_{j=1}^m S_j * (1 + t_j * i) \quad (2.1.)$$

где S_0 – сумма консолидированного платежа;

$S_1, S_2, \dots, S_j$ – платежи, подлежащие консолидации, со сроками уплаты, соот-

ветственно, $n_1, n_2, \dots, n_j$ – лет;

i – годовая ставка %, применяемая при консолидации платежей;



между сроком n_0 и n_j , в годах.

$$t_j = n_0 - n_j \quad (2.2.) \quad \text{или} \quad t_j = \frac{\partial_0 - \partial_j}{K} \quad (2.3.)$$

Если срок консолидированного платежа находится в интервале старых сроков, т.е.

$n_j < n_0 < n_k$, то величину консолидированного платежа определяют по формуле:

$$S_0 = \sum S_j * (1 + t_j * i) + \sum S_k * (1 + t_k * i)^{-1} \quad (2.4.)$$

где S_j – суммы платежей, подлежащих консолидации, сроки погашения которых

меньше срока уплаты консолидированного платежа ($n_j < n_0$);

S_k – суммы платежей, подлежащих консолидации, со сроками уплаты, превышающими срок уплаты консолидированного платежа ($n_k > n_0$). Соответственно

$$t_j = n_0 - n_j, t_k = n_k - n_0 \quad (2.5.), (2.6.)$$

Консолидации векселей с использованием учетной ставки

При консолидации векселей в расчётах чаще всего используется учётная ставка (d). В случае когда $n_j < n_0$, расчёт суммы консолидированного платежа производится по формуле:

$$S_0 = \sum S_j * (1 - t_j * d)^{-1} \quad (2.7.)$$

Для общего случая, когда $n_j < n_0 < n_k$ сумма консолидированного платежа определяется по формуле:

$$S_0 = \sum S_j * (1 - t_j * d)^{-1} + \sum S_k * (1 - t_k * d) \quad (2.8.)$$

Консолидация платежей с использованием сложных процентов

При консолидации платежей с использованием сложной процентной ставки для нахождения консолидированной суммы используют формулы:

$$S_0 = \sum S_j * (1 + i)^{t_j} \quad \text{при} \quad n_0 > n_1, n_2, \dots, n_j$$

$$S_0 = \sum S_j * (1 + i)^{t_j} + \sum S_k * (1 + i)^{-t_k} \quad (2.9.) \quad \text{при} \quad n_1, n_2, n_j < n_0 < n_k$$

Консолидация с использованием заданной суммы консолидированного

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН платеж ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Вопрос о консолидации платежей можно решить и по другому принципу: партнёры заранее оговаривают сумму консолидированного платежа, исходя из которой, рассчитывают срок его уплаты, сохраняя принцип финансовой эквивалентности обязательств.

При использовании простых процентов срок уплаты консолидированного платежа (n_0) определяется по формуле:

$$n_0 = \frac{1}{i} * \left(\frac{S_0}{P_0} - 1 \right) \quad (2.10.)$$

где S_0 – сумма консолидированного платежа;

i – процентная ставка, используемая при консолидации.

P_0 – современная величина платежей, подлежащих консолидации. Определяется по формуле математического дисконтирования:

$$P_0 = \sum S_j * (1 + n * i)^{-1} \quad (2.11.)$$

В случае договорённости партнёров о консолидации платежей без изменения общей суммы платежа, т.е. $S_0 = \sum S_j$, срок консолидированного платежа (в годах или днях) рассчитывается как средневзвешенная величина старых сроков уплаты платежей по формуле:

$$n_0 = \frac{\sum n_j * S_j}{\sum S_j}, \text{ лет} \quad (2.12.) \quad \text{или} \quad \partial_0 = \frac{\sum \partial_j * S_j}{\sum S_j}, \text{ дней} \quad (2.13.)$$

Для расчёта срока уплаты консолидируемых векселей могут быть использованы учётные ставки. В этом случае расчёт производится по формуле:

$$n_0 = \frac{1}{d} * \left(1 - \frac{P_0}{S_0} \right) \quad (2.14.)$$

где $P_0 = \sum S_j * (1 - n_j * d)$ (2.15.) – современная величина платежей подлежащих консолидации.

Определение n_0 возможно при условии, что $S_0 > P_0$

Срок уплаты консолидированного платежа при использовании сложных процентных ставок определяется по формуле:

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$n_0 = \frac{\ln \left(\frac{S_0}{P_0} \right)}{\ln(1 + i)} \quad (2.16.)$$

где $P_0 = \sum S_j * (1+i)^{-1}$ (2.17.) - сумма платежей, подлежащих консолидации

дисконтированная (приведенная) на начальную дату;

S_0 - сумма консолидированного платежа.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задания:

Задание №1

Фирма в погашение задолженности банку за предоставленный под 15% годовых (простые проценты) кредит, полученный 01 января XX года должна произвести три платежа: 2 млн. руб., 2.7 млн. руб. и 3.3 млн. руб. в сроки, соответственно, 20.04, 25.05, 15.06. Фирма предложила банку объединить все платежи в один и погасить его 01 июня XX года. Определить размер консолидированного платежа.

Задание №2

Фирма получила кредит на сумму 900 тыс. руб. под 10% годовых по ставке простых процентов. Кредит должен быть погашен двумя платежами: первый – 500 тыс. руб. с процентами через 90 дней после даты получения, второй – 400 тыс. руб. с процентами через 120 дней. Впоследствии фирма договорилась с кредитором об объединении платежей в один со сроком погашения через 150 дней. Определить размер консолидированного платежа ($K=360$ дней).

Задание №3

Должник обратился к своему кредитору (владельцу векселей) с просьбой об объединении двух векселей в один с одновременным продлением срока оплаты. Первый вексель выдан на сумму 1,5 млн. руб. со сроком уплаты 20 июля; второй на сумму 2,1 млн. руб. со сроком уплаты 01 сентября. Владелец векселя согласился на пролонгацию до 01 октября при использовании учётной ставки 10%. Определить сумму платежа по консолидированному векселю.

Задание №4

Три векселя со сроками уплаты 15 марта (500 тыс. руб.), 10 апреля (800 тыс. руб.) и 01 июня (900 тыс. руб.) заменяются одним со сроком погашения 15 мая. При консолидации векселей используется учётная ставка 9%. Определить сумму платежа по консолидированному векселю.

Задание №5

Два платежа $=1,7$ млн. руб. и $=1,3$ млн. руб. со сроками погашения 1 год 30 дней и

1 год 45 дней. Стороны согласились на консолидацию платежей при использовании ставки

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

сложных процентов в размере 9% годовых. Определить сумму консолидированного платежа.

Задание №6

Фирма имеет ряд финансовых обязательств перед одним кредитором – 2,5 млн. руб., 3,1 млн. руб. и 2,7 млн. руб., которые должна погасить через 40, 70 и 160 дней после 01 января текущего года. По согласованию сторон решено заменить их одним платежом, равным 9 млн. руб., с продлением срока оплаты, используя процентную ставку 12%. Найти срок уплаты консолидированного платежа.

Задание №7

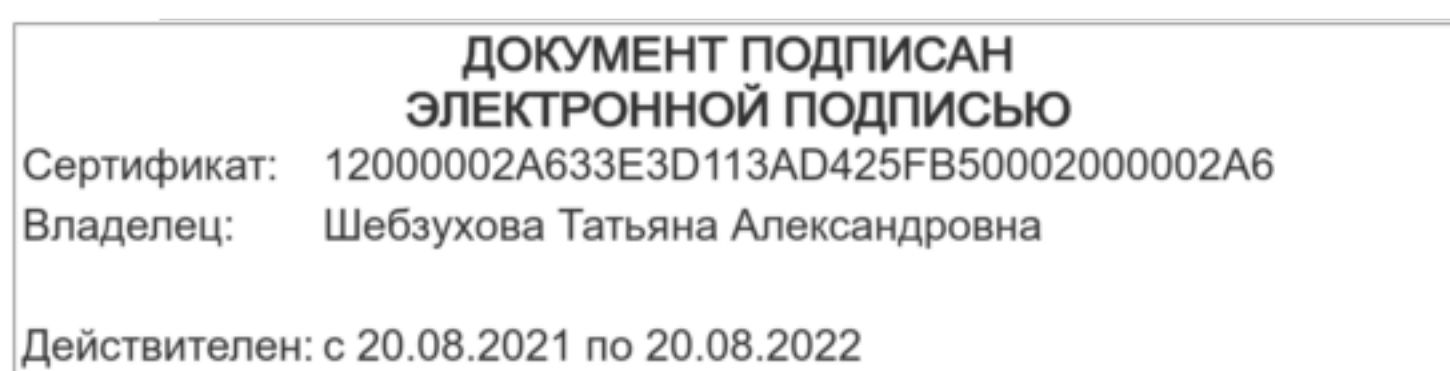
Платежи в размере 2,5 млн. руб., 3,1 млн. руб. и 2,7 млн. руб. должны быть внесены через 40, 70 и 160 дней после 01 марта текущего года. Достигнуто соглашение на объединение этих платежей без увеличения итоговой суммы. Определить срок уплаты консолидированного платежа.

Задание №8

Предстоящие платежи и сроки их уплаты, исчисленные от одной даты, составляют: 1,2 млн. руб., =35 дней, =1,5 млн. руб., =55 дней, =2,3 млн. руб., =75 дней. Достигнуто соглашение об объединении трёх платежей в один, равный 5,5 млн. руб. Определить срок уплаты консолидированного платежа, если при консолидации использовалась учётная ставка =7% годовых.

Задание №9

Два платежа =1,4 млн. руб. и =1,9 млн. руб. со сроками погашения =2 года, =3 года объединяются в один =4,0 млн. руб. с использованием сложной процентной ставки 6,0%. Определить срок уплаты консолидированного платежа.



5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1 Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1.2 Перечень основной литературы:

1. Бочаров, П.П. Финансовая математика / П. П. Бочаров, Ю. Ф. Касимов. - М. :Физматлит, 2007. - 576 с. - ISBN 978-5-9221-0597-2. Местонахождение: Университетская библиотека ONLINE URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69349>

2. Бочаров, П.П. Финансовая математика : Учебник. Допущено Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров и магистров группы экономических наук и экономическим специальностям подготовки дипломированных специалистов / П. П. Бочаров; Бочаров П. П. - М. : Гардарики, 2002. - 624 с. Местонахождение: Российская государственная библиотека (РГБ) URL: http://нэб.рф/catalog/000199_000009_004457699/

3. Бурда А.Г. Основы финансовых вычислений [Электронный ресурс]: учебное пособие для обучающихся по направлениям подготовки бакалавриата «Экономика», «Менеджмент» / А.Г. Бурда. — Электрон.текстовые данные. — Краснодар, Саратов: Южный институт менеджмента, Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 104 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78039.html>

4. Лукашин, Ю.П. Финансовая математика: учебно-методический комплекс : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Прикладная информатика (по областям)" и другим междисциплинарным специальностям

5. Ю. П. Лукашин; Лукашин Ю. П. - М. : Евразийский открытый институт, 2010. - 192 с. - ISBN 978-5-374-00026-9. Местонахождение: Российская государственная библиотека (РГБ), Университетская библиотека ONLINE, IPRbooks URL: http://нэб.рф/catalog/000199_000009_006555581/, <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90903>, <http://www.iprbookshop.ru/11109.html>

5.1.3 Перечень дополнительной литературы:

1. Зверькова Т.Н. Финансовые вычисления в банковском деле [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.Н. Зверькова, И.В. Горина. — Электрон.текстовые данные. — Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011. — 118 с. —

Режим доступа: www.iprbookshop.ru/30139.html (1.09.18).

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Ф.А. Красина. — Электрон.текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет. — Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

2. Красина Ф.А. Финансовые вычисления [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ф.А. Красина. — Электрон.текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет. — Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

верситет систем управления и радиоэлектроники, 2015. — 190 с. — Режим доступа:
<http://www.iprbookshop.ru/72212.html>

5.2 Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям по дисциплине «Финансовые вычисления».
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Финансовые вычисления».

5.3 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

1. <http://www.biblioclub.ru> -ЭБС "Университетская библиотека онлайн"
2. <http://www.iprbookshop.ru/> - Электронно- библиотечная система IPRbooks

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические рекомендации

по организации самостоятельной работы обучающихся
по дисциплине «ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ»
для студентов направления подготовки /специальности
38.03.01 Экономика, Корпоративная экономика и финансы

Пятигорск, 2022

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Содержание

Введение

- 1 Общая характеристика самостоятельной работы обучающегося при изучении дисциплины «Финансовые вычисления»
- 2 План-график выполнения самостоятельной работы
- 3 Контрольные точки и виды отчетности по ним
- 4 Методические рекомендации по изучению теоретического материала
- 5 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

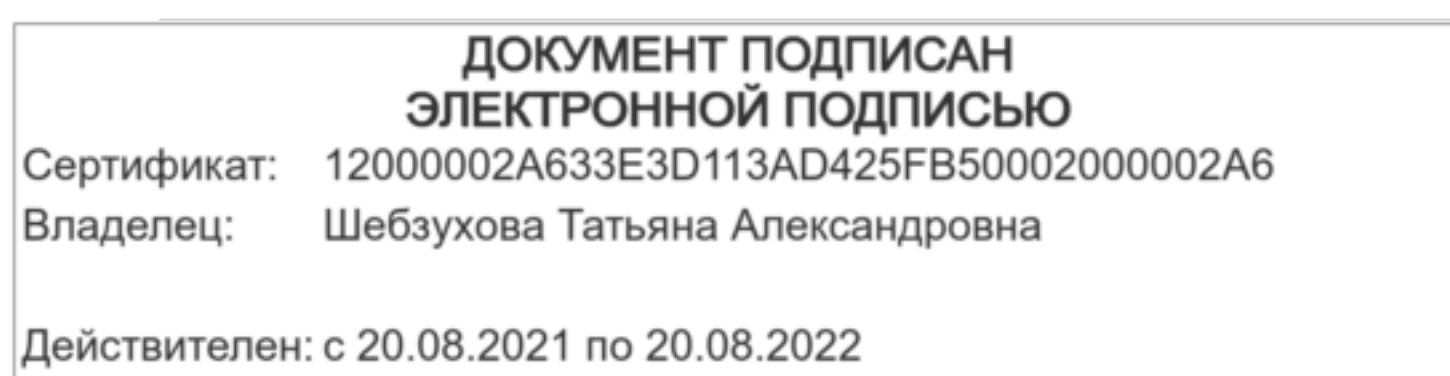
Введение

Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента.

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента – подготовкой бакалавра с высшим образованием. При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.



Общая характеристика самостоятельной работы обучающегося при изучении дисциплины «Финансовые вычисления»

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. В связи с этим, обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной финансовой ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента – подготовкой специалиста и бакалавра с высшим образованием. При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности.

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. В соответствии с рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студента:

- самостоятельное изучение литературы;
- самостоятельное решение задач;

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

- выполнение заданий проекта.

Цель самостоятельного изучения литературы – самостоятельное овладение знаниями, опытом исследовательской деятельности.

Задачами самостоятельного изучения литературы являются:

- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов.

Цель самостоятельного решения задач - овладение профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю будущей деятельности.

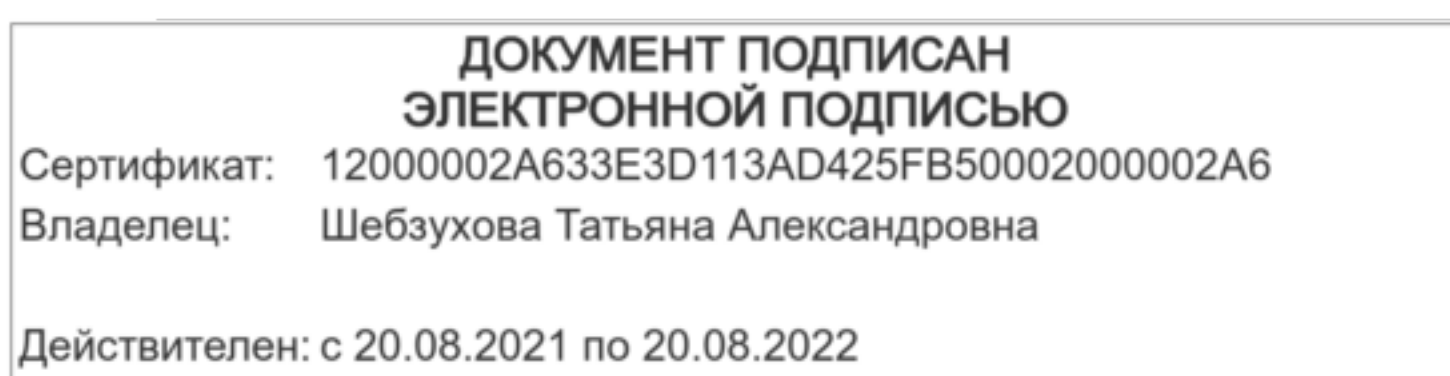
Задачами самостоятельного решения задач являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

Целью самостоятельного выполнения расчетно-графической работы по дисциплине является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Задачами данного вида самостоятельной работы студента являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовой работы.



В результате освоения дисциплины формируются следующий перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ОПК-4 Способен предлагать экономически и финансово обоснованные организационно-управленческие решения в профессиональной деятельности	ИД-1 _{ОПК-4} Предлагает экономически и финансово обоснованные организационно-управленческие решения в профессиональной деятельности	Знает основы теории финансовых вычислений, необходимые для решения финансовых и экономических задач, алгоритм принятия решений в условиях частичной и полной неопределенности, виды рисков финансовых операций, методы уменьшения риска финансовых операций. Умеет решать типовые задачи, возникающие при анализе финансовых операций, использовать математический аппарат для решения теоретических и прикладных задач экономики, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач. Владеет математическими, статистическими и количественными методами анализа финансовых рынков, навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач, методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов (в части компетенций, соответствующих методам математического анализа).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

План-график выполнения самостоятельной работы

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
5 семестр					
ОПК-4 ИД-1 _{ОПК - 4}	Самостоятельное изучение литературы по темам №1-9	Собеседование	63,45	7,05	70,5
	Подготовка к лекциям	Собеседование	0,27	0,03	0,3
	Подготовка к практическим занятиям	Собеседование	1,08	0,12	1,2
Итого за 5 семестр:			64,8	7,2	72
Итого:			64,8	7,2	72

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Контрольные точки и виды отчетности по ним

Рейтинговая система успеваемости студентов не предусмотрена для очно-заочной формы обучения.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Методические рекомендации по изучению теоретического материала

Самостоятельная работа студента начинается с внимательного ознакомления с содержанием учебного курса.

Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной теме. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие вопросы темы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в конкретном учебном материале, а какие вообще опущены. Требуется творческое отношение и к самому содержанию дисциплины.

Вопросы, составляющие ее содержание, обладают разной степенью важности. Есть вопросы, выполняющие функцию логической связки содержания темы и всего курса, имеются вопросы описательного или разъяснительного характера, а также исторического экскурса в область изучаемой дисциплины. Все эти вопросы не составляют сути понятийного, концептуального содержания темы, но необходимы для целостного восприятия изучаемых проблем.

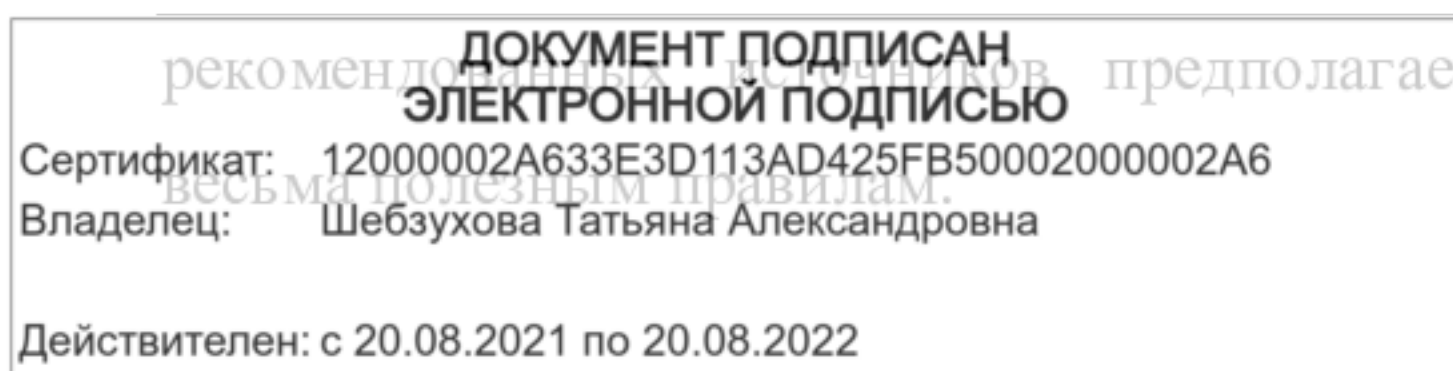
Изучаемая дисциплина имеет свой категориально-понятийный аппарат. Научные понятия — это та база, на которой строится каждая наука. Понятия — узловые, опорные пункты как научного, так и учебного познания, логические ступени движения в учебе от простого к сложному, от явления к сущности. Без ясного понимания понятий учеба крайне затрудняется, а содержание приобретенных знаний становится тусклым, расплывчатым.

Студент должен понимать, что самостоятельное овладение знаниями является главным, определяющим. Высшая школа создает для этого необходимые условия, помогает будущему высококвалифицированному специалисту овладеть технологией самостоятельного производства знаний.

В самостоятельной работе студентам приходится использовать литературу различных видов: первоисточники, монографии, научные сборники, хрестоматии, учебники, учебные пособия, журналы и др. Изучение курса предполагает знакомство студентов с большим объемом научной и учебной литературы, что, в свою очередь, порождает необходимость выработки у них рационально-критического подхода к изучаемым источникам.

Чтобы не «утонуть» в огромном объеме рекомендованных ему для изучения источников, студент, прежде всего, должен научиться правильно их читать. Правильное чтение

предполагает следование нескольким несложным, но



Предварительный просмотр книги включает ознакомление с титульным листом книги, аннотацией, предисловием, оглавлением. При ознакомлении с оглавлением необходимо выделить разделы, главы, параграфы, представляющие для вас интерес, бегло их просмотреть, найти места, относящиеся к теме (абзацы, страницы, параграфы), и познакомиться с ними в общих чертах.

Научные издания сопровождаются различными вспомогательными материалами — научным аппаратом, поэтому важно знать, из каких основных элементов он состоит, каковы его функции.

Знакомство с книгой лучше всего начинать с изучения аннотации — краткой характеристики книги, раскрывающей ее содержание, идейную, тематическую и жанровую направленность, сведения об авторе, назначение и другие особенности. Аннотация помогает составить предварительное мнение о книге.

Глубже понять содержание книги позволяют вступительная статья, в которой дается оценка содержания книги, затрагиваемой в ней проблематики, содержится информация о жизненной и творческой биографии автора, высказываются полемические замечания, разъясняются отдельные положения книги, даются комментарии и т.д. Вот почему знакомство с вступительной статьей представляется очень важным: оно помогает студенту сориентироваться в тексте работы, обратить внимание на ее наиболее ценные и важные разделы.

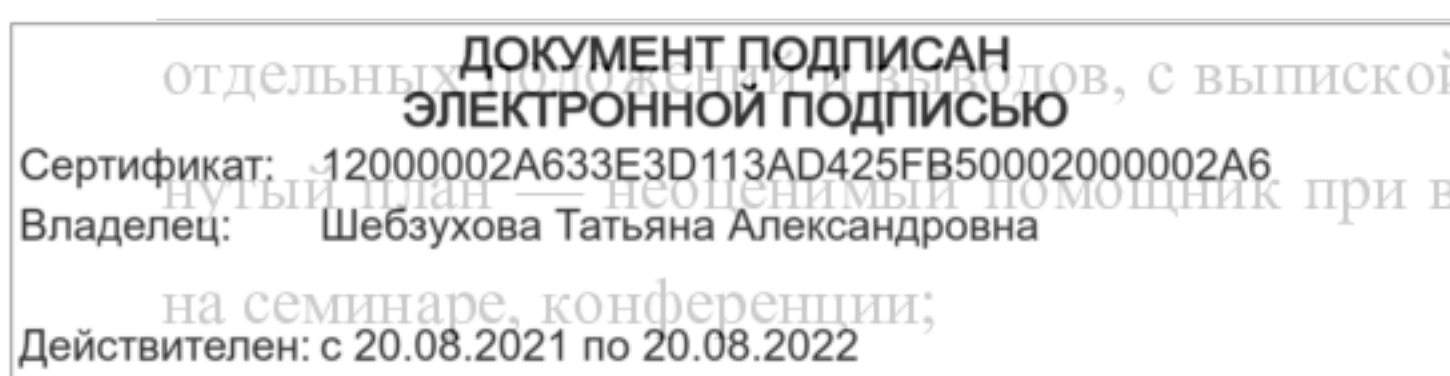
Той же цели содействует знакомство с оглавлением, предисловием, послесловием. Весьма полезными элементами научного аппарата являются сноски, комментарии, таблицы, графики, списки литературы. Они не только иллюстрируют отдельные положения книги или статьи, но и сами по себе являются дополнительным источником информации для читателя.

Если читателя заинтересовала какая-то высказанная автором мысль, не нашедшая подробного освещения в данном источнике, он может обратиться к тексту источника, упоминаемого в сноске, либо к источнику, который он может найти в списке литературы, рекомендованной автором для самостоятельного изучения.

Существует несколько форм ведения записей:

— план (простой и развернутый) — наиболее краткая форма записи прочитанного, представляющая собой перечень вопросов, рассматриваемых в книге или статье. Развернутый план представляет собой более подробную запись прочитанного, с детализацией

отдельных положений, выводов, с выпиской цитат, статистических данных и т.д. Развернутый план — незаменимый помощник при выступлении с докладом на конкретную тему



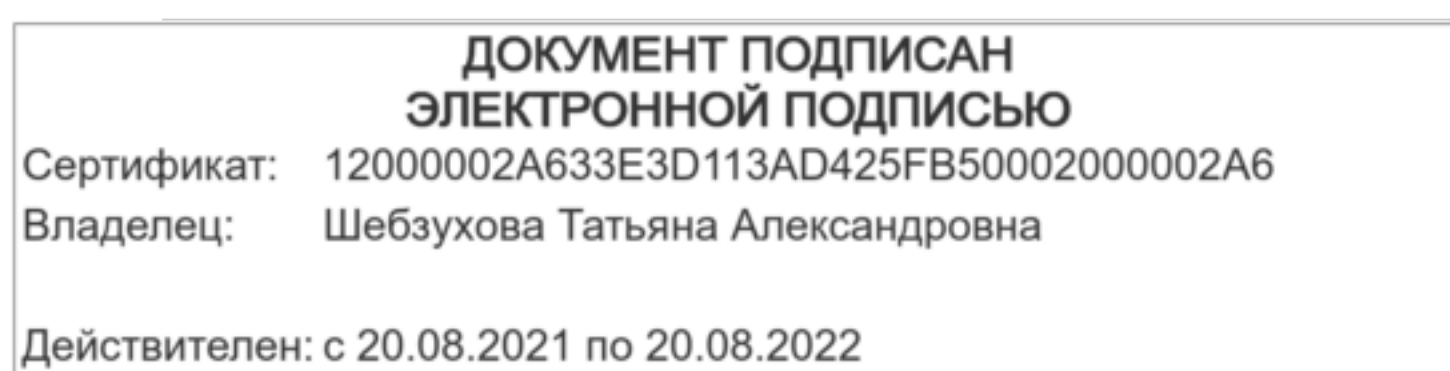
— тезисы — кратко сформулированные положения, основные положения книги, статьи. Как правило, тезисы составляются после предварительного знакомства с текстом источника, при его повторном прочтении. Они помогают запомнить и систематизировать информацию.

Составление конспектов

Большую роль в усвоении и повторении пройденного материала играет хороший конспект, содержащий основные идеи прочитанного в учебнике и услышанного в лекции. Конспект — это, по существу, набросок, развернутый план связного рассказа по основным вопросам темы.

В какой-то мере конспект рассчитан (в зависимости от индивидуальных особенностей студента) не только на интеллектуальную и эмоциональную, но и на зрительную память, причем текст конспекта нередко ассоциируется еще и с текстом учебника или записью лекции. Поэтому легче запоминается содержание конспектов, написанных разборчиво, с подчеркиванием или выделением разрядкой ключевых слов и фраз.

Самостоятельно изученные темы предоставляются преподавателю в форме конспекта, по которому происходит собеседование. Теоретические темы курса (отдельные вопросы), выносимые на самостоятельное изучение, представлены ниже.



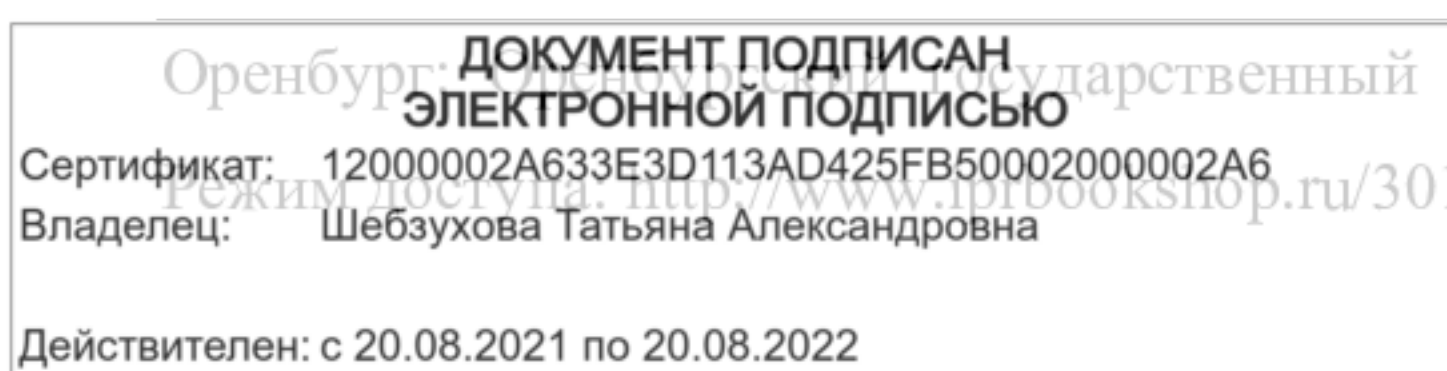
Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Перечень основной литературы:

1. Бочаров, П.П. Финансовая математика / П. П. Бочаров, Ю. Ф. Касимов. - М. :Физматлит, 2007. - 576 с. - ISBN 978-5-9221-0597-2. Местонахождение: Университетская библиотека ONLINE URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69349>
2. Бочаров, П.П. Финансовая математика : Учебник. Допущено Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров и магистров группы экономических наук и экономическим специальностям подготовки дипломированных специалистов / П. П. Бочаров; Бочаров П. П. - М. : Гардарики, 2002. - 624 с. Местонахождение: Российская государственная библиотека (РГБ) URL: http://нэб.рф/catalog/000199_000009_004457699/
3. Бурда А.Г. Основы финансовых вычислений [Электронный ресурс]: учебное пособие для обучающихся по направлениям подготовки бакалавриата «Экономика», «Менеджмент» / А.Г. Бурда. — Электрон.текстовые данные. — Краснодар, Саратов: Южный институт менеджмента, Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 104 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78039.html>
4. Лукашин, Ю.П. Финансовая математика: учебно-методический комплекс : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Прикладная информатика (по областям)" и другим междисциплинарным специальностям
5. Ю. П. Лукашин; Лукашин Ю. П. - М. : Евразийский открытый институт, 2010. - 192 с. - ISBN 978-5-374-00026-9. Местонахождение: Российская государственная библиотека (РГБ), Университетская библиотека ONLINE, IPRbooks URL: http://нэб.рф/catalog/000199_000009_006555581/, <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90903>, <http://www.iprbookshop.ru/11109.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Зверькова Т.Н. Финансовые вычисления в банковском деле [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.Н. Зверькова, И.В. Горина. — Электрон.текстовые данные. — Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011. — 118 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30139.html> (1.09.18).



2. Красина Ф.А. Финансовые вычисления [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ф.А. Красина. — Электрон.текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2015. — 190 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72212.html>

Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям по дисциплине «Финансовые вычисления».
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Финансовые вычисления».

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

1. <http://www.biblioclub.ru> -ЭБС "Университетская библиотека онлайн"
2. <http://www.iprbookshop.ru/> - Электронно- библиотечная система IPRbooks