

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна
Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета
Дата подписания: 23.08.2023 17:27:53
Уникальный программный ключ:
d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания
по выполнению практических работ
по дисциплине **«Основы компьютерного моделирования»**
для студентов направления подготовки
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Пятигорск
2022

ВВЕДЕНИЕ

Цели и задачи освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины Основы компьютерного моделирования являются: поэтапное формирование у студентов следующих знаний, умений и владений:

- изучение и освоение базовых понятий, методов и алгоритмов, применяемых при разработке компьютерных моделей;
- формирование взгляда на компьютерное проектирование как на систематическую научно-практическую деятельность, носящую как теоретический, так и прикладной характер;
- формирование базовых теоретических понятий, лежащих в основе компьютерного проектирования;
- освоение студентами методов решения задач проектирования и расчета параметров электрических схем и машин с использованием современных информационных технологий.

Задачами освоения дисциплины являются:

- приобретение навыков эксплуатации систем автоматизированного проектирования в своей отрасли, ориентированных на решение профессиональных задач.
- изучение методов компьютерного проектирования;

Компетенции обучающегося, формируемые в результате изучения дисциплины:

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-1 Способен участвовать в проектировании систем электроснабжения	ИД-1_{ПК-1} Выполняет сбор и анализ данных для проектирования систем электроснабжения ИД-2_{ПК-1} Выбирает типовые проектные решения систем электроснабжения	Выбирает и применяет прикладное программное обеспечение для решения конкретных инженерных задач; оценивает эффективность применения альтернативных элементов математического обеспечения САПР в конкретных ситуациях

НАИМЕНОВАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

№ Темы	ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	Объем часов	Из них практическая подготовка, часов
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна			
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	4 семестр		

10	Тема 1. Ввод и редактирование формул в MathCAD	1,5	
11	Тема 2. Переменные и выражения с переменными. Использование функций.	1,5	
12	Тема 3. Комплексные числа в MathCAD и их применение в профессиональной сфере	1,5	
13	Тема 4. Графики функций.	1,5	
14	Тема 5. Массивы, матрицы, векторы.	1,5	
15	Тема 6. Преобразование массивов.	1,5	
16	Тема 7. Построение трехмерного графика зависимости тока в цепи R, L, C от R и XL	1,5	
17	Тема 8. Решение уравнений	1,5	
18	Тема 9. Решение дифференциальных уравнений	1,5	
19	Тема 10. Символьные вычисления	1,5	
20	Тема 11. Построение волновых и потенциальных диаграмм	1,5	
21	Тема 12. Построение векторных диаграмм	3	
22	Тема 13. Функции с условием	3	
23	Тема 14. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	3	
24	Раздел 2. Компьютерная графика. Тема 15. Взаимодействие пользователя с AutoCAD.	3	
25	Тема 16. Объектная привязка и объектное слежение. Создание и настройка графических примитивов.	3	
26	Тема 17. Редактирование объектов.	3	
27	Тема 18. Оформление чертежей и проектной документации в AutoCAD.	1,5	
	ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	36	

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа 1. Тема Ввод и редактирование формул в MathCAD

Цель работы:

Изучить интерфейс программы MathCAD, научиться задавать значения переменных и вводить формулы с использованием переменных и констант, использовать стандартные функции MathCAD.

Теоретическая часть.

Формульный редактор MathCAD позволяет быстро и эффективно вводить и изменять математические выражения. Тем не менее, некоторые аспекты его применения не совсем интуитивны, что связано с необходимостью избежать ошибок при расчетах по этим формулам. Поэтому не пожалейте немного времени на знакомство с особенностями формульного редактора, и впоследствии при реальной работе вы сэкономите гораздо больше.

Перечислим элементы интерфейса редактора MathCAD:

- указатель мыши (mouse pointer) – играет обычную для приложений Windows роль, следуя за движениями мыши;
- курсор – обязательно находится внутри документа в одном из трех видов:
- курсор ввода (crosshair) - крестик красного цвета, который отмечает пустое место в документе, куда можно вводить текст или формулу;
- линии ввода (editing lines) – горизонтальная (underline) и вертикальная (insertion line) линии синего цвета, выделяющие в тексте или формуле определенную часть;
- линия ввода текста (text insertion point) – вертикальная линия, аналог линий ввода для текстовых областей;
- местозаполнители (placeholders) – появляются внутри незавершенных формул в местах, которые должны быть заполнены символом или оператором:
- местозаполнитель символа – черный прямоугольник;
- местозаполнитель оператора – черная прямоугольная рамка.

Курсоры и местозаполнители, относящиеся к редактированию формул, представлены на рис. 1.



Рис. 1 Интерфейс редактирования

Ввод формул

Ввести математическое выражение можно в любом пустом месте документа MathCAD. Для этого поместите курсор ввода в желаемое место документа, щелкнув в нем мышью, и просто начинайте вводить формулу, нажимая клавиши на клавиатуре. При этом в документе создается математическая область (math region), которая предназначена для хранения формул, интерпретируемых процессором MathCAD. Продемонстрируем последовательность действий на примере ввода выражения x^{5+x} (рис. 1.4):

1. Щелкните мышью, обозначив место ввода.
2. Нажмите клавишу <x> - в этом месте вместо курсора ввода появится регион с

формулы, содержащий символ x , причем он будет выделен линиями ввода.

Возведения в степень, нажав клавишу <^>, либо выбрав кнопку возведения в степень на панели инструментов Calculator (Калькулятор) - в формуле появится местозаполнитель для введения значения степени, а линии ввода выделяют этот

4. Последовательно введите остальные символы <5>, <+>, <x>.

Таким образом, поместить формулу в документ можно, просто начиная вводить символы, числа или операторы, например + или /. Во всех этих случаях на месте курсора ввода создается математическая область, иначе называемая регионом, с формулой, содержащей и линии ввода. В последнем случае, если пользователь начинает ввод формулы с оператора, в зависимости от его типа, автоматически появляются и местозаполнители, без заполнения которых формула не будет восприниматься процессором MathCAD.



Рис. 2 Пример ввода формулы



Рис. 3 Пример начала ввода операторов

Перемещение линий ввода внутри формул

Чтобы изменить формулу, щелкните на ней мышью, поместив таким образом в ее область линии ввода, и перейдите к месту, которое хотите исправить. Перемещайте линии ввода в пределах формулы одним из двух способов:

- щелкая в нужном месте мышью;
- нажимая на клавиатуре клавиши - со стрелками, пробел и <Ins>;
- клавиши со стрелками имеют естественное назначение, переводя линии ввода вверх, вниз, влево или вправо;
- клавиша <Ins> переводит вертикальную линию ввода с одного конца горизонтальной линии ввода на противоположный;
- пробел предназначен для выделения различных частей формулы.

Если раз за разом нажимать клавишу пробела в формуле, пример ввода которой рассмотрен выше (см. рис. 3), то линии ввода будут циклически изменять свое положение, как это показано на рис. 4. Если в ситуации, показанной сверху на этом рисунке, нажать стрелку <- , то линии ввода переместятся влево (рис. 5). При нажатии пробела теперь линии ввода будут попеременно выделять одну из двух частей формулы.

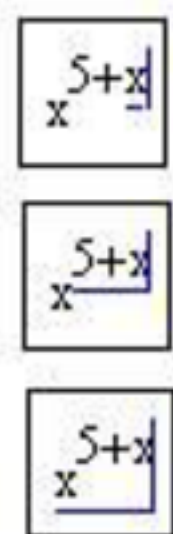


Рис. 4 Изменение положения линий ввода с помощью пробела

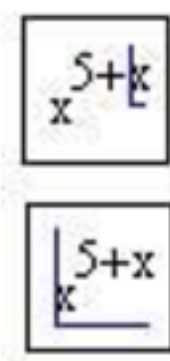


Рис. 5 Изменение положения линий ввода пробелом после сдвига стрелкой

Таким образом, комбинация клавиш со стрелками и пробела позволяет легко перемещаться внутри формул. Иногда поместить линии ввода в нужное место формулы с помощью указателя мыши непросто. Поэтому в MathCAD для этого лучше использовать клавиатуру.

Оборудование и материалы.

Персональный компьютер, программа MathCAD.

Указания по технике безопасности:

Соответствуют технике безопасности по работе с компьютерной техникой.

Задания

Ввод формул

Откройте панель Калькулятор  и панель Оценка .

Наберите текст: $2+3=$ - на экране появится результат вычисления выражения – число 5.

Наберите текст $1.25*2.44=$ - на экране появится результат вычисления выражения – число 3.05.

Наберите текст $1.5/8$ при этом на экране появится выражение в привычном нами виде $\frac{1.5}{8}$. При наборе подобных и более сложных выражений необходимо следить за курсором ввода в виде $\underline{\quad}$ или $\underline{\quad}$, окаймляющего часть выражения. Изменение окаймления осуществляется по клавише “пробел” на клавиатуре. Изменение $\underline{\quad}$ на $\underline{\quad}$ и наоборот выполняется по клавише [Ins], а продвижение курсора $\underline{\quad}$ или $\underline{\quad}$ выполняется клавишами $\rightarrow$ и $\leftarrow$. В данном случае при нажатии клавиши “пробел” выражение

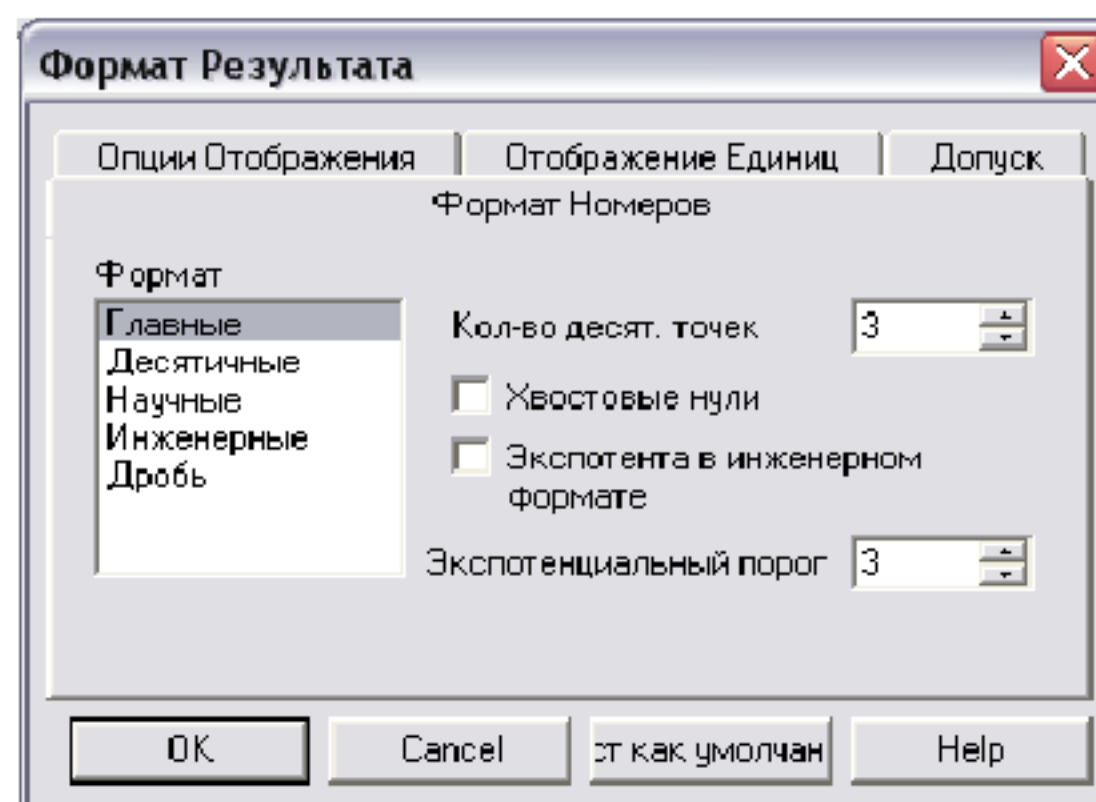
примет вид: $\frac{1.5}{8}$ После нажатия клавиши [=] получим результат: 0.188.

При вводе выражений можно использовать математические функции с панели *Калькулятор* или более сложные функции по клавише  на стандартной панели инструментов. Так, если вы щелкните мышью по Sin на панели *Калькулятор*, то в документе на соответствующем месте появится Sin(■). Вместо ■ наберите аргумент функции в виде числа или константного выражения.

По умолчанию результат всех выражений вычисляется с точностью до 3-х знаков после запятой. Точность вычислений можно изменить. Для этого на выражении (оно будет

выделено серым цветом) щелкните два раза левой кнопкой мышки. Появится диалоговое окно *Format Resultant (Result Format)*:

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022



Установите закладку *Формат Номеров (Number Format)*, тип формата: “Главное” (General) и в поле ввода *Кол-во десят. точек* нужное число значащих цифр результата, например 6.

Поле ввода *Экспоненциальный порог (Exponential threshold)* формата “Главное” указывает начиная с какого числа цифр целой части выводить число в экспоненциальной форме. Так, если это значение задать равным 2, то число 887.55 будет выведено в экспоненциальной форме 8.8755×10^2 . Результат вычислений можно всегда выводить в экспоненциальной форме установкой типа формата “Научные”.

Перемещение объектов в документе: подведите мышку к требуемому объекту, этот объект будет выделен черной рамкой; перемещая мышку добейтесь появления указателя в виде кисти руки; нажмите левую кнопку мышки и переместите объект в другое место.

Редактирование формул.

При наборе формул возможно появление ошибок набора. Кнопка  на стандартной панели инструментов позволяет отменить последнее действие, выполненное при редактировании, т.е. вернуться к тексту, набранному ранее.

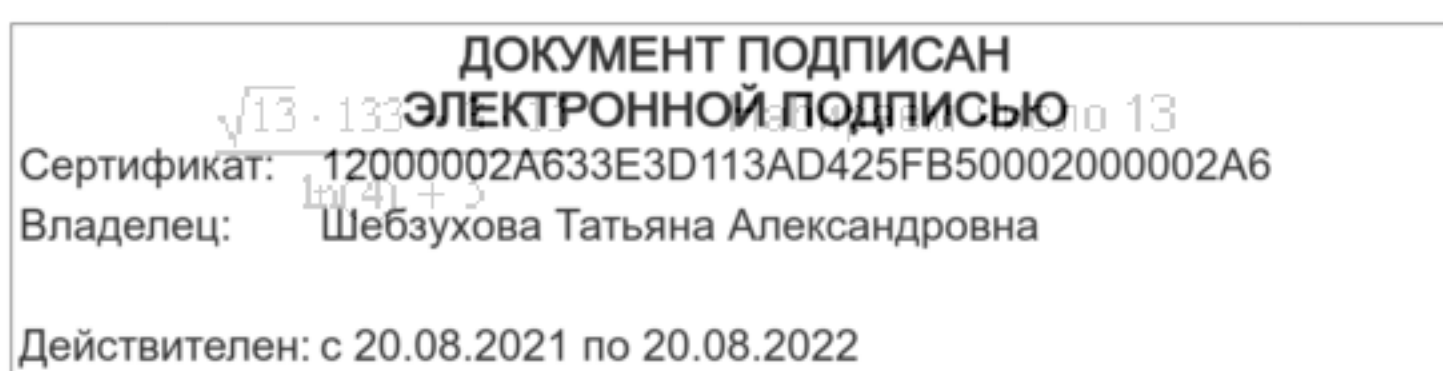
Пример редактирования операнда выражения приведен ниже (в примере показана замена операнда 26 на число 13). Запишите в листе MathCAD следующее выражение. Для того, чтобы подвести черту дроби под всем числителем, нужно написать его, а затем нажимать клавишу «Пробел» пока синий указатель курсора не протянется под всем выражением. После чего нажать клавишу «/» и написать знаменатель.

$$\frac{\sqrt{26} \cdot 133 - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Позиционируем курсор мыши за число 6 и щелкнем левой кнопкой мыши

$$\frac{\sqrt{1} \cdot 133 - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Дважды нажимаем клавишу Backspace



Изменение операций выражения производится в зависимости от того, унарная операция или бинарная.

Пример изменения унарной операции приведен ниже (в примере изменена операция квадратного корня на операцию Sin):

$$\frac{\sqrt{13 \cdot 133 - 3 \cdot 15}}{\ln(4) + 5}$$

Позиционируем курсор ввода в режиме вставки

$$\frac{13 \cdot 133 - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Нажимаем клавишу Backspace

$$\frac{\sin(13) \cdot 133 - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

На панели Калькулятор выбираем функцию Sin

Пример изменения бинарной операции приведен ниже (в примере операция умножения изменена на операцию деления):

$$\frac{\sin(13) \cdot 133 - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Устанавливаем курсор ввода в режиме вставки перед операцией умножения

$$\frac{\sin(13) \square 133 - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Нажимаем клавишу Backspace

$$\frac{\frac{\sin(13)}{133} - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Нажимаем клавишу / операции деления

Пример вставки бинарной операции приведен ниже (в примере осуществлена вставка операции деления):

$$\frac{\frac{\sin(13)}{133} - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Устанавливаем курсор ввода под вторым операндом операции деления

$$\frac{\frac{\sin(13)}{133} - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

На панели Калькулятор выбираем операцию деления

$$\frac{\frac{32}{\frac{\sin(13)}{133} - 3.15}}{\ln(4) + 5}$$

Набираем первый операнд операции деления

Если мы попытаемся, как в предыдущем примере, вставить операцию вычитания, то потерпим неудачу, так как эту операцию Mathcad воспринимает как знак перед выражением:

$$\frac{-\left(\frac{\sin(13)}{133} - 3 \cdot 15\right)}{\ln(4) + 5}$$

Избежать этого очень просто:

$$\frac{32 \cdot -\left(\frac{\sin(13)}{133} - 3 \cdot 15\right)}{\ln(4) + 5}$$

Набираем первый аргумент операции вычитания

$$\frac{32 - \left(\frac{\sin(13)}{133} - 3 \cdot 15\right)}{\ln(4) + 5}$$

Два раза нажимаем клавишу Del для удаления операции умножения

Очень часто приходится заключать часть выражения в скобки, например для изменения порядка вычислений. Это осуществляется следующим образом:

$$\frac{\frac{\sin(13)}{133} - 3 \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Устанавливаем курсор ввода под выражением, которое хотим взять в скобки

$$\frac{\left(\frac{\sin(13)}{133} - 3\right) \cdot 15}{\ln(4) + 5}$$

Нажимаем клавишу '[' апостроф

При необходимости в уже сформированное выражение можно вставить часть повторяющегося выражения:

$$\frac{\left(\frac{\sin(13)}{133} - 3\right) \cdot 15}{\ln(4) + 3 + \cdot}$$

Операндом сложения является повторяющаяся часть выражения

$$\frac{\left(\frac{\sin(13)}{133} - 3\right) \cdot 15}{\ln(4) + 3 + \cdot}$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Нажимаем клавишу '[' апостроф

С помощью клавиши  на стандартной панели инструментов копируем выделенное выражение в буфер. Устанавливаем курсор ввода на операнд выражения и по клавише  вставляем скопированное выражение:

$$\frac{\left(\frac{\sin(13)}{133} - 3\right) \cdot 15}{\ln(4) + 3 + \left(\frac{\sin(13)}{133} - 3\right)}$$

Содержание отчета : выполненную работу сохранить в папке под своей фамилией и показать преподавателю

Контрольные вопросы

1. Какие методы ввода формул используются при использовании мыши?
2. Какие методы ввода формул используются при использовании клавиатуры?
3. Как в формулу вставить повторяющееся выражение?
4. Как переместить курсор в нужное место формулы?
5. Как выделить формулу?
6. Как редактировать формулу?

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Берлинер, Э. М. САПР в машиностроении : учебник для вузов / Э. М. Берлинер, О. В. Таратынов. – Москва : Форум, 2014. – 448 с.
2. Афанасьева, Н. Ю. Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента : [учеб. пособие*]. – М. : КНОРУС, 2013. – 330 с.
3. Хлебников, А. А. Информационные технологии : учебник / А. А. Хлебников. – М. : КноРус, 2014. – 472 с.
4. MATHCAD 14: Основные сервисы и технологии Пожарская Г. И., Назаров Д. М. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016

Практическая работа 2. Переменные и выражения с переменными.

Использование функций

Цель работы:

Изучить способы задания переменных с нужной точностью, задание диапазонов переменных, создавать и использовать функции от непрерывного и дискретного аргумента.

Теоретическая часть.

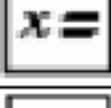
В MathCAD формулы могут размещаться в любом месте рабочего документа

к нужному месту, не видимому в настоящий момент в окне, можно вызвать меню, прокрутив полосу прокрутки, как в любой программе для Windows. MathCAD содержит полосу меню. Чтобы вызвать меню, достаточно щелкнуть по нему мышью или нажать клавишу Alt вместе с Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

подчеркнутым символом. Например, для вызова меню Файл нужно нажать Alt-Ф. Ниже полосы меню находится панель инструментов. Многие команды меню можно быстро вызвать, нажав кнопку на панели инструментов. Для того чтобы узнать, что делает кнопка, достаточно подвести к ней указатель «мыши», и появится строка сообщения.

Прямо под панелью инструментов располагается панель Форматирование. Она содержит шаблоны выбора и кнопки, используемые для задания характеристик шрифтов в уравнениях и в тексте. Каждая кнопка в панели инструментов Математика, открывает в свою очередь новую панель инструментов. Эти панели инструментов служат для вставки операторов, греческих букв, графиков и т. п. В таблице 1.1 приведен список панелей инструментов.

Таблица 1.1

Кнопка	Панель инструментов
	Общие арифметические операторы
	Знак равенства. Знаки отношения
	Различные двух- и трехмерные графики
	Матричные и векторные операции
	Производные, интегралы и пределы. Ряды и произведения
	Программные структуры
	Греческие буквы
	Знаки вычисления и операторы
	Операторы символьных вычислений

Основным преимуществом MathCAD по сравнению с обычным калькулятором являются возможность возвращения к ранее выполненным расчетам и внесения в них изменений. После внесения изменений MathCAD позволяет провести перерасчет всех выражений без их повторного набора. MathCAD также дает возможность сохранить все расчеты в виде файла и вернуться к ним в любое время.

Оборудование и материалы.

Персональный компьютер, программа MathCAD.

Указания по технике безопасности:

Соответствуют технике безопасности по работе с компьютерной техникой.

Задания

Очень часто приходится выполнять выражения или цепочки выражений с использованием переменных. Переменная в MathCad – это идентификатор, которому присваивается числовое значение и который используется в выражениях. Идентификатор – это набор букв и цифр, первым из которых должна быть буква; буквы могут быть латинскими, в качестве цифр могут использоваться символ подчеркивания _. Имеется возможность определения идентификаторов с нижним индексом. Для этого перед индексом необходимо нажать клавишу [.] (точку) и затем набрать

индекс, например $\Psi_{\min}$. Идентификатор с индексом по внешнему виду практически не отличается от элемента одномерного массива. Чисто визуально идентификатор с индексом отличается немного большим удалением индекса вправо в сравнении с элементом массива.

При выполнении цепочки выражений последовательность вычислений в документе определяется слева-направо и сверху-вниз.

Чтобы цепочка выражений была вычислена, необходимо всем переменным из выражений присвоить числовые значения. Присваивания бывают двух видов: локальные и глобальные. Локальное присваивание осуществляется нажатием символа $:=$ на панели Калькулятор. Присвоенное значение в документе начинает действовать с момента его записи (слева-направо и сверху-вниз).

Глобальное присваивание действует в пределах всего документа независимо от места его определения. Глобальное присваивание определяется символом $\equiv$ с панели Оценка. Ниже приведен пример цепочки выражений с использованием локального (для x) и глобального (для a) присваивания:

$$\begin{aligned} x &:= 1 & y &:= x + 3 - \cos(x^2) & z &:= x + y + a \\ x &:= 2 & \mu &:= \frac{y \cdot z}{a} + e^x \\ \mu &= 15.992 & a &\equiv 3 \end{aligned}$$

Конструирование выражений осуществляется аналогично константным выражениям. Промежуточные присваивания переменным осуществляются, как это видно, символом $:=$, окончательные ответы выражений определяются нажатием клавиши [=] на клавиатуре.

В качестве элементов выражения могут использоваться функции определенных интегралов, сумм и произведений с панели Исчисление. Для этого достаточно щелкнуть мышкой по соответствующей функции, чтобы ее трафаретка была перенесена на место курсора. Далее, на место метки ■ поместить соответствующие значения. Пример выражения с использованием функций панели Исчисление приведен ниже:

$$x := 12 \quad y := \int_1^3 \cos(x^2) dx + x^4 + \sum_{i=1}^5 (x + i^2)(\sin(i \cdot x) + 4)$$

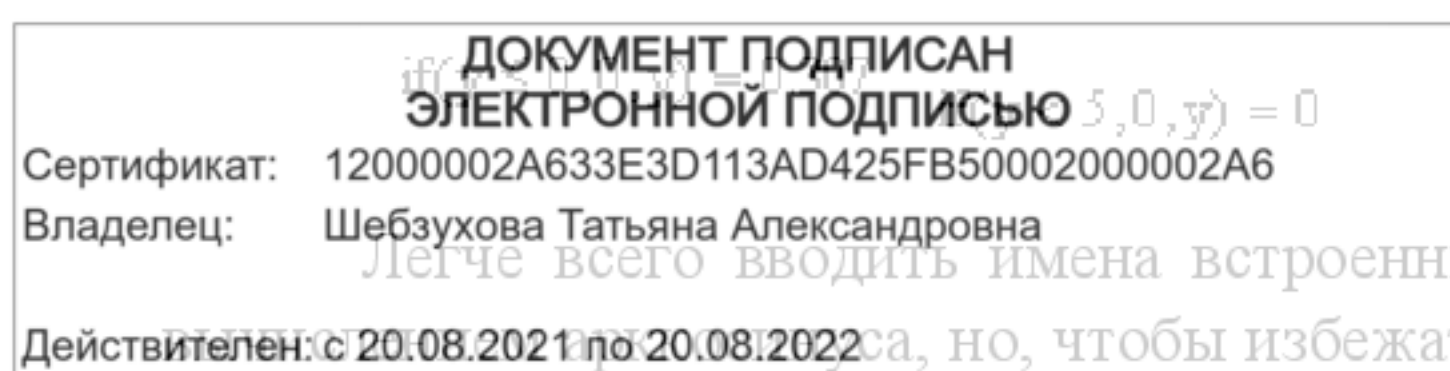
+

Среди набора стандартных функций обратим внимание на необычную функцию If, которая используется для присваивания числового значения по условию. Синтаксис функции If:

If(условие, значение при выполнении условия, значение при невыполнении условия)

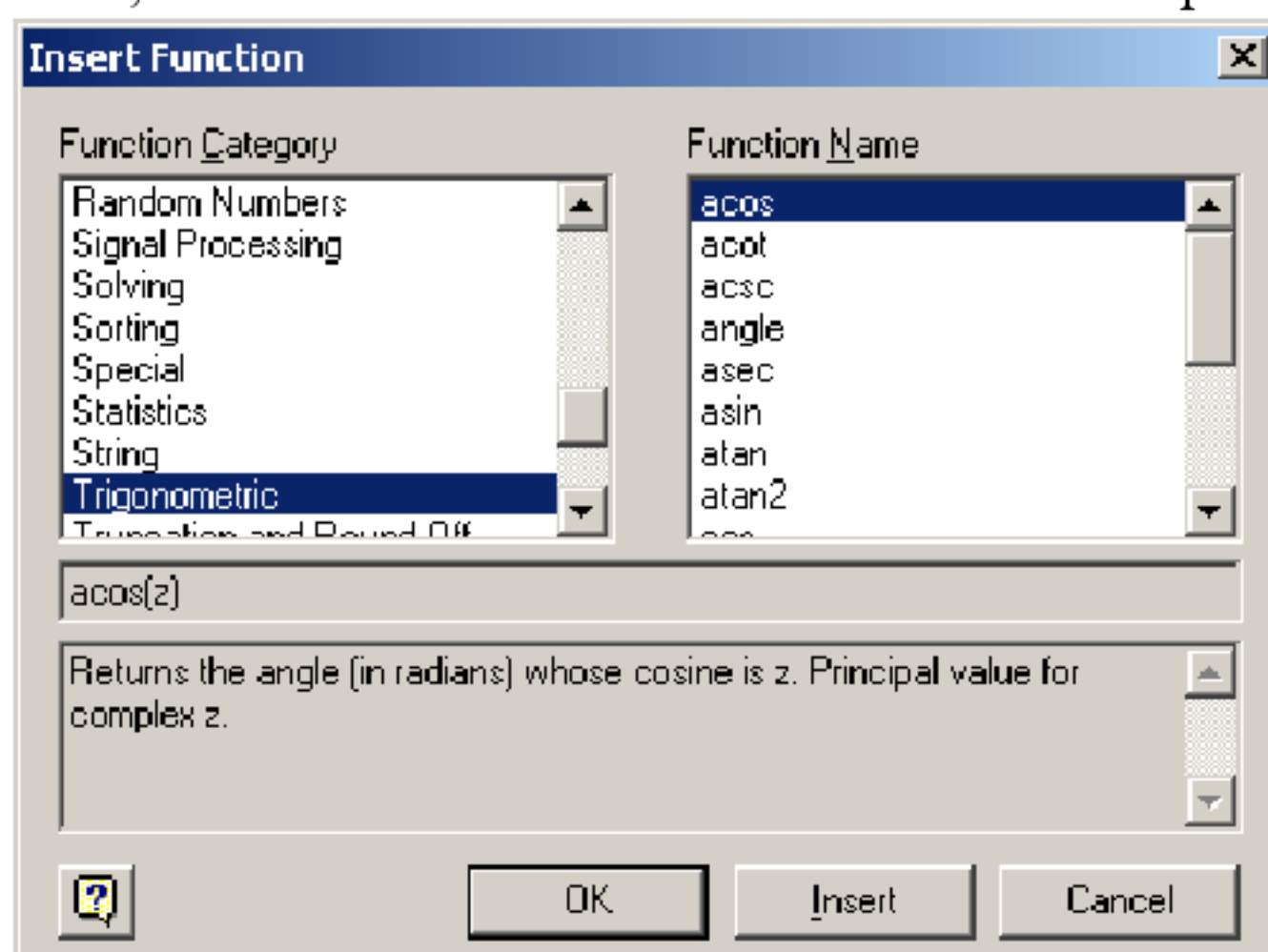
Пример использования функции If приведен ниже:

$$x := 12 \quad y := \sin(x) + \cos(x)$$



легче всего вводить имена встроенных функций с клавиатуры, как в примере с $\sin(x)$ и $\cos(x)$, но, чтобы избежать возможных ошибок в их написании, лучше

выбрать другой путь (тем более что многие из них весьма сложны и имеют несколько аргументов, так что сложно запомнить имена и параметры всех функций наизусть).



Чтобы ввести встроенную функцию в выражение:

1. Определите место в выражении, куда следует вставить функцию.
2. Нажмите кнопку с надписью $f(x)$ на стандартной панели инструментов.
3. В списке **Function Category** (Категория функции) появившегося диалогового окна **Insert Function** (Вставить функцию) выберите категорию, к которой принадлежит функция, — в нашем случае это категория **Trigonometric** (Тригонометрические).

4. В списке **Function Name** (Имя функции) выберите имя встроенной функции, под которым она фигурирует в Mathcad: в нашем примере — арккосинуса (acos). В случае затруднения с выбором ориентируйтесь на подсказку, появляющуюся при выборе функции в нижнем текстовом поле диалогового окна **Insert Function**.

5. Нажмите кнопку **OK** — функция появится в документе.
6. Введите недостающие аргументы введенной функции (в нашем случае это число 0) в местозаполнителе, обозначаемом черным прямоугольником).

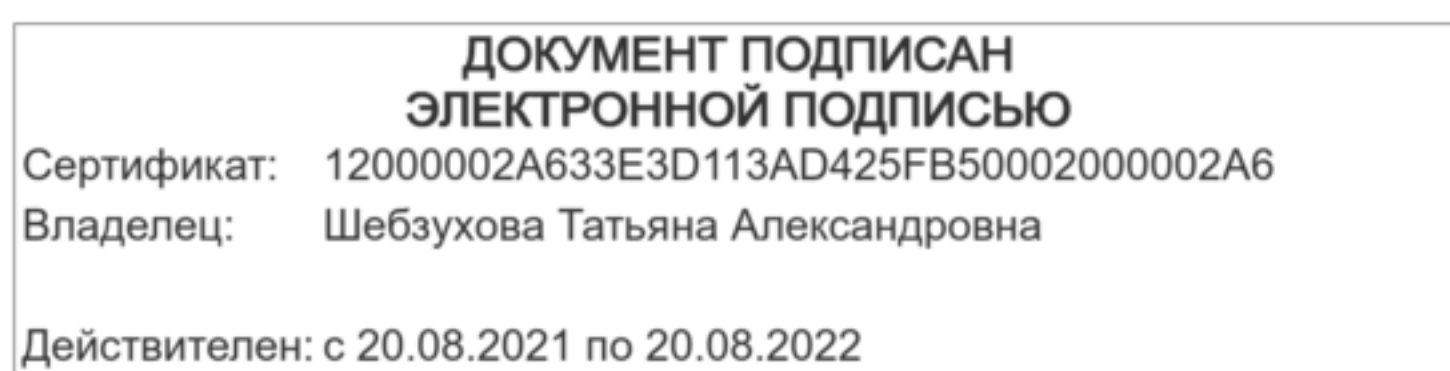
Для получения значения осталось лишь ввести знак (численного или символьного) вывода.

Собственные функции пользователя.

Помимо широкого набора стандартных функций в Mathcad возможно определение собственных функций пользователя. Тело этих функций может в общем случае содержать элементы программирования, что будет рассмотрено ниже. В простейшем случае функция может быть определена выражением пользователя. Функция определяется следующим образом:

имя_функции(аргументы):=выражение

где имя_функции — любой идентификатор; аргументы — список аргументов функции через запятую; выражение — любое выражение с использованием стандартных функций и функций пользователя, определенных в документе перед этим. Выражение должно содержать идентификаторы аргументов. Пример цепочки выражений с использованием функций пользователя приведен ниже:



```

x := 12      y := x + tan(x)      f(x,y) := x^2 + y^2
s(x,y) := x + y + f(x,y)
m := s(x,y) + x      m = 308.508

```

Операции присваивания и вычисления в электротехнике

Применим на практике операции присваивания. Рассчитаем эквивалентное сопротивление двух параллельно включенных резистивных элементов (резисторов) R1 и R2 (рис. 1.4). Нужно учитывать, что MATHCAD выполняет действия над выражениями в строго определенном порядке — блоки анализируются слева направо и сверху вниз. Это значит, что блоки нельзя располагать произвольно — блоки, необходимые для выполнения каких-либо операций, должны предшествовать блокам, выполняющим эти операции. В противном случае MATHCAD укажет на ошибку, выделит переменную, которая не определена, красным цветом.

Учитывая сказанное, следует сначала с помощью операции присваивания задать сопротивления резисторов.

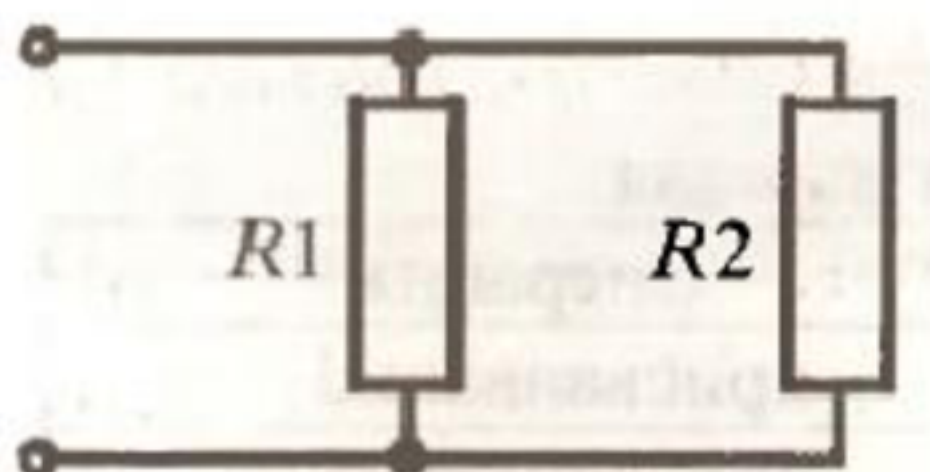


Рис. 1.4. Параллельное включение резисторов

Введите R1:10 [Tab] и R2:15 [Tab], Далее нужно написать формулу эквивалентного сопротивления R12 для параллельно соединенных резисторов R12:R 1 *R2/(R 1+R2) [Tab], Чтобы получить результат вычислений, т.е. вывести значение R12, нужно набрать R12=. На экране дисплея это будет выглядеть следующим образом:

$$R1 := 10 \quad R2 := 15 \quad R12 := R1 \cdot \frac{R2}{(R1 + R2)} \quad R12 = 6$$

Чтобы запись была более привычной, можно выражение в числителе взять в скобки:

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

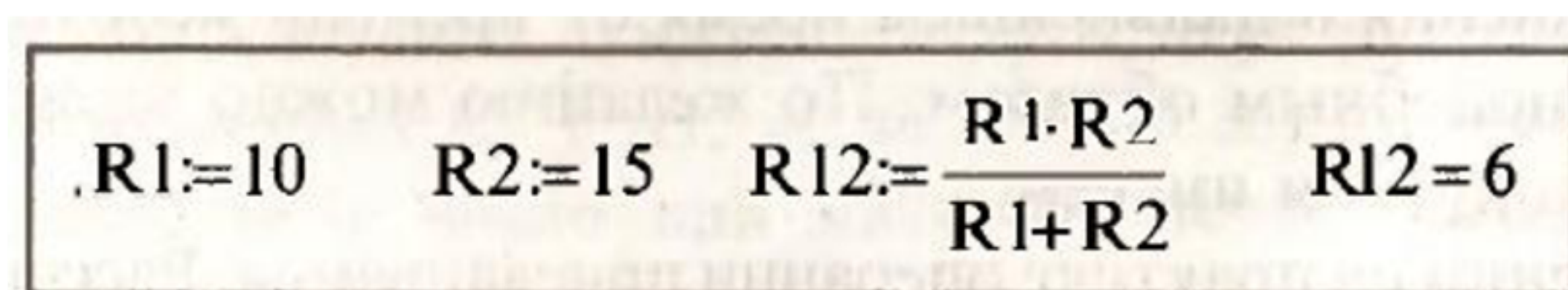
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$R12 := \frac{(R1 R2)}{(R1 + R2)} \quad R12 = 6$$

Проще набрать формулу для R12 следующим образом:

R12: R1*R2 [Space]/R1+R2 [Tab], На экране получим


$$R1:=10 \quad R2:=15 \quad R12:=\frac{R1 \cdot R2}{R1+R2} \quad R12=6$$

Есть еще один способ получить формулу для R12 в таком же виде. Введите R12:/. Вы получите дробь, в которую отдельно введете числитель и знаменатель. После нескольких упражнений в вычислениях Вы сами определите, как лучше вводить математические действия и где нужно ставить скобки, а где нет. Полезно запомнить, что в случае сомнения лучше поставить выражение в скобки, чем написать его без скобок. Скобки не повредят.

Содержание отчета : выполненную работу сохранить в папке под своей фамилией и показать преподавателю

Контрольные вопросы

1. Как вставить греческую букву в лист?
2. Как создать глобальную константу?
3. Как задаются аргументы функции?
4. Какие встроенные функции используются в MathCAD?
5. Как создать функцию пользователя?

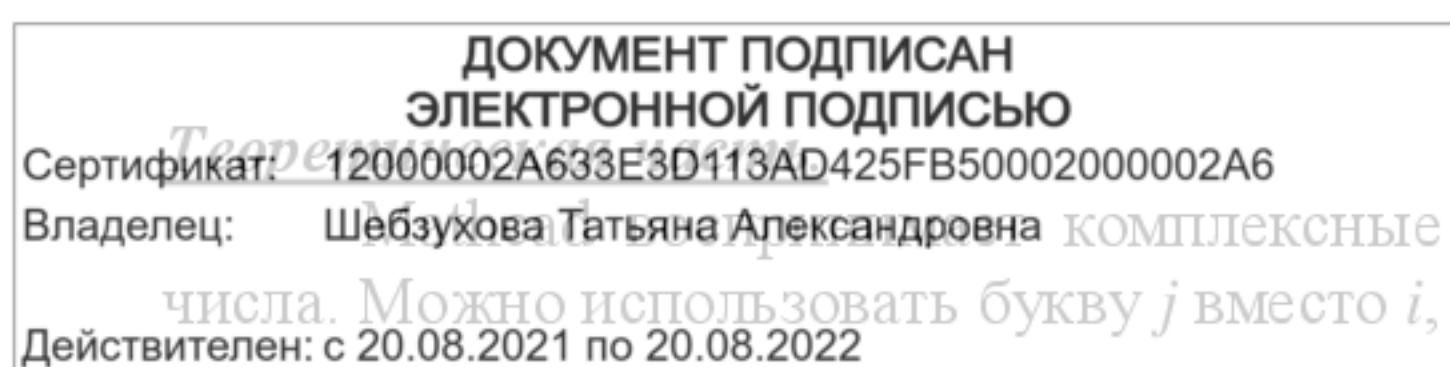
Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Берлинер, Э. М. САПР в машиностроении : учебник для вузов / Э. М. Берлинер, О. В. Таратынов. – Москва : Форум, 2014. – 448 с.
2. Афанасьева, Н. Ю. Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента : [учеб. пособие*]. – М. : КНОРУС, 2013. – 330 с.
3. Хлебников, А. А. Информационные технологии : учебник / А. А. Хлебников. – М. : КноРус, 2014. – 472 с.
4. MATHCAD 14: Основные сервисы и технологии Пожарская Г. И., Назаров Д. М. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016

Практическая работа 3. Комплексные числа в MathCAD и их применение в электротехнических расчетах

Цель работы:

Изучить основные функции для работы с комплексными числами, способы задания мнимой единицы.



числа. Можно использовать букву j вместо i , если это удобнее.

числа в форме $a + bi$, где a и b — обычные

Комплексные числа могут также возникать в результате вычислений, даже если все исходные значения вещественны. Например, если вычислить $\sqrt{-1}$, Mathcad вернёт i .

Хотя можно вводить мнимые числа, сопровождая их i или j , Mathcad обычно отображает их сопровождаемыми i . Чтобы Mathcad показывал мнимые числа с j , выберите **Формат числа** из меню **Математика**, нажмите на кнопку “Глобальный” и переключите “Мн. ед”. на j .

При вводе комплексных чисел не забудьте, что нельзя использовать i или j сами по себе для ввода комплексной единицы. Нужно всегда печатать $1i$ или $1j$, в противном случае Mathcad истолкует i или j как переменную. Когда курсор покидает выражение, содержащее $1i$ или $1j$, Mathcad скрывает избыточную 1.

Специальные операции над комплексными числами

В Mathcad есть следующие специальные функции и операторы для работы с комплексными числами:

$\text{Re}(z)$	Вещественная часть z .
$\text{Im}(z)$	Мнимая часть z .
$\text{arg}(z)$	Угол в комплексной плоскости между вещественной осью и z . Возвращает результат между $-\pi$ и π радиан.
$ z $	Модуль z . Чтобы записать модуль от выражения, заключите его в выделяющую рамку и нажмите клавишу с вертикальной полосой $ $.
$\bar{z}$	Число, комплексно сопряженное к z . Чтобы применить к выражению оператор сопряжения, выделите выражение, затем нажмите двойную кавычку ($''$). Число, сопряжённое к $a + bi$ есть $a - bi$.

Рисунок 2 показывает некоторые примеры использования комплексных чисел в Mathcad.

Mathcad PLUS - [Untitled:1]

Файл Правка Текст Математика Графика Символика Окно Книги ?

$r := 2$ $\theta := \frac{3 \cdot \pi}{4}$

Определим комплексные переменные $z1$ и $z2$

$z1 := \sqrt{-1}$ $z2 := r \cdot e^{(i \cdot \theta)}$

$z1 = i$ $z2 = -1.414 + 1.414i$

Ниже приведены примеры возможных действий над ними

$z1 + z2 = -1.414 + 2.414i$	$\text{Re}(z2) = -1.414$
$z1 \cdot z2 = -1.414 - 1.414i$	$\text{Im}(z2) = 1.414$
$\overline{z2} = -1.414 - 1.414i$	$\sin(z2) = -2.152 + 0.302i$
$\frac{\overline{z2}}{z1} = 1.414 + 1.414i$	$\sinh(z2) = -0.302 + 2.152i$
	$\ln(z2) = 0.693 + 2.356i$
$ z2 = 2$	$\arg(z2) = 2.356$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

авто | Стр 1

При использовании в комплексной области многие функции, о которых мы привыкли думать как о возвращающих одно значение, становятся многозначными.

Общее правило состоит в том, что для многозначной функции Mathcad всегда возвращает значение, составляющее на комплексной плоскости самый маленький положительный угол с положительным направлением действительной оси. Оно называется главным значением.

Например, если требуется вычислить $(-1)^{1/3}$, Mathcad вернёт $.5 + .866i$, хотя мы обычно считаем -1 кубическим корнем из 1 . Дело в том, что $.5 + .866i$ составляет с положительным направлением вещественной оси угол только в 60 градусов, в то время как -1 составляет 180 градусов.

Единственное исключение из этого правила — оператор n -ого корня. Этот оператор возвращает вещественный корень всякий раз, когда это возможно. Рисунок 3 показывает эту особенность.

Mathcad PLUS - [Untitled:1]

Файл Правка Текст Математика Графика Символика Окно Книги ?

$\sqrt[3]{-1} = -1$ ← оператор n -ного корня возвращает вещественное значение, если это возможно.

$n := 1, 3..5$

$\exp(n \cdot i \cdot 60 \cdot \text{deg})$	$\exp(n \cdot i \cdot 60 \cdot \text{deg})^3$	← точно также, как у всякого числа есть два квадратных корня, у всякого числа есть три кубических корня.
$0.5 + 0.866i$	-1	
-1	-1	
$0.5 - 0.866i$	-1	

Здесь " i " представляет мнимую единицу. Напечатайте " $1i$ ", чтобы ввести её.

$(-1)^{\frac{1}{3}} = 0.5 + 0.866i$ ← Возвращает "главное значение" кубического корня – значение, приведённое в первой строке в таблице выше.

авто | Стр 1 | 100%

Рисунок 3: Нахождение вещественных корней n -ой степени из отрицательного числа.

Оборудование и материалы

Персональный компьютер, программа MathCAD.

Указания по технике безопасности:

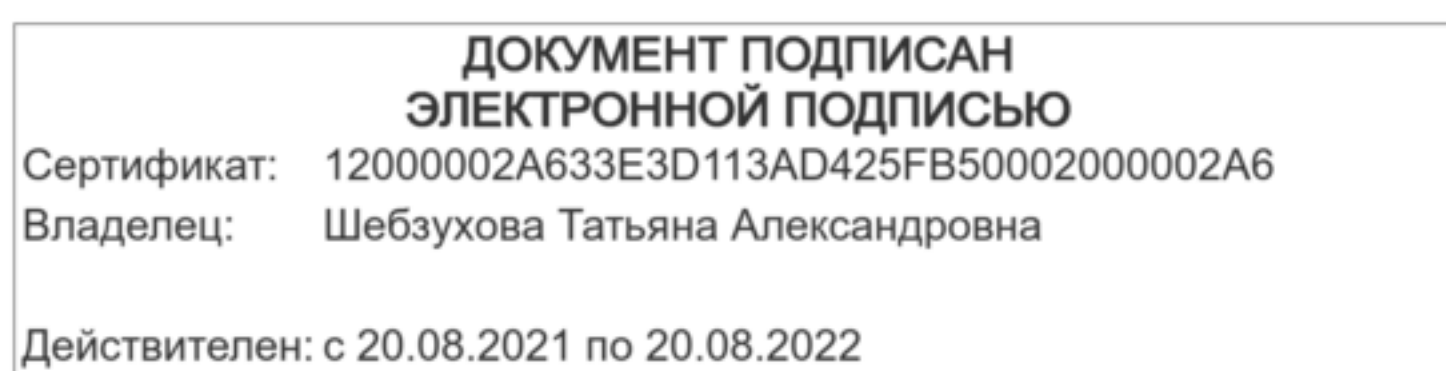
Соответствуют технике безопасности по работе с компьютерной техникой.

2. Задать мнимую единицу в виде $i = -1$ или $j = -1$.
 3. В выражении A (см. самостоятельную работу №1) одну из переменных (например, x) сделать мнимой (умножить на i или j). Поместить значение выражения в переменную A_complex.
 4. Вычислить A_complex.
 5. Создать текстовую область и поместить в нее надпись (см. пример 2).
 5. Вычислить модуль комплексной величины, поместив его в переменную modul.
- Набрать имя переменной modul, затем оператор присваивания :=, затем имя переменной A_complex, затем знак модуля (взять с панели Арифметика или ввести знак | с клавиатуры).
6. Вычислить действительную и мнимую части комплексной величины с помощью встроенных функций Re() и Im(), поместив значения в переменные real_part и imag_part.
 7. Вычислить аргумент комплексной величины с помощью встроенной функции arg(), поместив значение в переменную argument.
 8. Создать текстовую область и поместить в нее надпись (см. пример 2).
 9. Вычислить модуль, аргумент и само комплексное число, используя математические представления $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\varphi = \arctg \frac{y}{x}$, $z = |z|e^{i\varphi}$, где z – комплексное число, x, y – действительная и мнимая части, φ – аргумент. Значения поместить в переменные modul1, argument1, A_complex1. Сравнить со значениями, рассчитанными с использованием встроенных функций.
 10. Второй вариант задания мнимой единицы. Удалить область с записью $i = -1$. Переменные i в выражениях будут красного цвета, что означает ошибку. Поставить курсор перед переменной i и набрать 1, т.е. $1i$. Выполнить щелчок вне области выражения, при этом 1 исчезнет. Исправить таким образом все ошибки.
 11. Сохранить файл с именем task2_фамилия.

Комплексные числа в ЭЭ

Комплексное число в алгебраической форме может быть задано с помощью функции присваивания в виде $Z1 := 3 + 4i$ или $Z2 := 3 + 4j$. Выводиться оба числа будут одинаково в зависимости от того, какое обозначение (i или j) установлено для мнимой единицы.

В случае, если комплексное число задается не численными значениями, а математическим выражением, то ввод j после мнимой части даст ошибку. В этом случае для мнимой части перед j надо поставить знак умножения ($\bullet$). но перед этим обязательно надо определить i как мнимую единицу. Комплекс в этом случае задается так:



код	на экране
$j := \sqrt{-1}$	$j := \sqrt{-1}$
$Z3 := 120 \cdot \cos(1) + 120 \cdot \sin(1) \cdot j$	$Z3 := 120 \cos(1) + 120 \sin(1) j$ (присваивание)
$Z3 =$	$Z3 = 64.836 + 100.977j$ (вывод)

Пример 2.

Задание №2, вариант 1

$$i := \sqrt{-1} \quad x := 1$$

$$A_{\text{complex}} := \frac{(x \cdot i)^2 + y^2}{\sqrt{i \cdot x - y}} + i \cdot x^{\frac{-1}{2}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$A_{\text{complex}} = 0.461 - 0.804i$$

Вычисления с помощью встроенных функций

$\text{modul} := A_{\text{complex}} $	$\text{modul} = 0.927$
$\text{real_part} := \text{Re}(A_{\text{complex}})$	$\text{real_part} = 0.461$
$\text{imag_part} := \text{Im}(A_{\text{complex}})$	$\text{imag_part} = -0.804$
$\text{argument} := \text{arg}(A_{\text{complex}})$	$\text{argument} = -1.05$

Вычисления по формулам

$\text{modul1} := \sqrt{\text{real_part}^2 + \text{imag_part}^2}$	$\text{modul1} = 0.927$
$\text{argument1} := \text{atan}\left(\frac{\text{imag_part}}{\text{real_part}}\right)$	$\text{argument1} = -1.05$
$A_{\text{complex1}} := \text{modul} \cdot e^{i \cdot \text{argument}}$	$A_{\text{complex1}} = 0.461 - 0.804i$

Отметим, что в новых версиях MATHCAD знак умножения между числом 120 и функциями — синусом и косинусом можно не ставить. Это не будет восприниматься как ошибка.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

числа берется с помощью функции Re (например, $\text{Re}(Z3) = 64.836$), а мнимая часть — с помощью функции Im (например, $\text{Im}(Z3) = 100.977$). Модуль комплексного числа выделяется с помощью функции $|Z3| = 120$, которая

вводится нажатием клавиш $[[]]$ Z3. Аргумент комплексного числа, т.е. показатель степени при показательной форме записи, который равен начальной фазе соответствующей синусоидальной функции, выделяется с помощью функции $\arg(Z3)=1$. Здесь аргумент указан в радианах. Чтобы получить сопряженное комплексное число (принятое в MATHCAD обозначение с верхней чертой), нужно после комплексного числа поставить кавычки. Например, если ввести $Z3''=$, то на экране дисплея получим

$$\overline{Z3} = 64.836 - 100.977j$$

Комплексные числа можно вводить и в показательной форме, например, $Z:50*\exp(1.2j)$ или $Z:50*e^{1.2j}$.

Далее действия с комплексными числами рассмотрим при расчете электрической цепи, схема которой приведена на рис. 1.5 и 1.6.

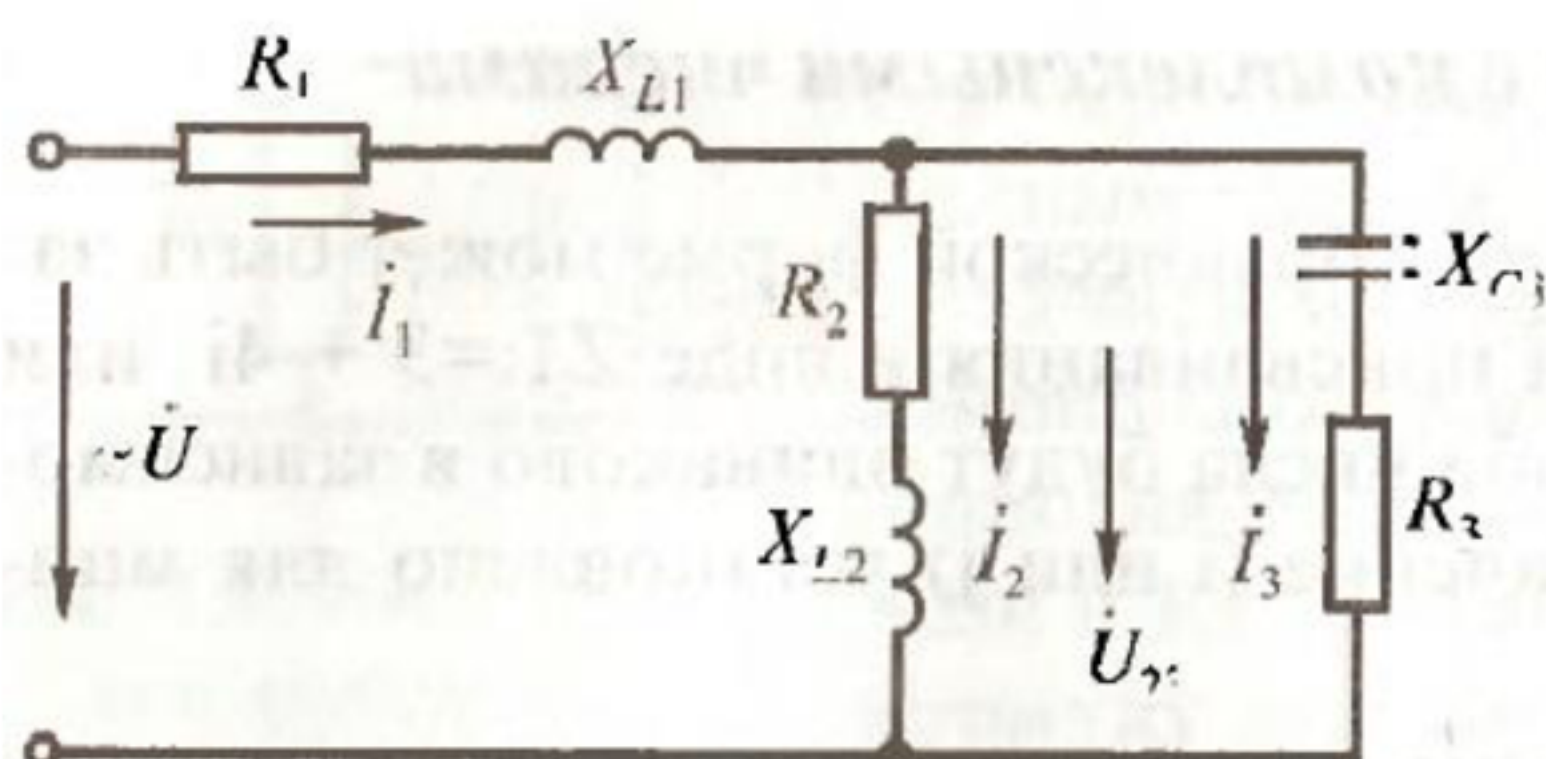


Рис. 1.5. Электрическая цепь со смешанным соединением приемников

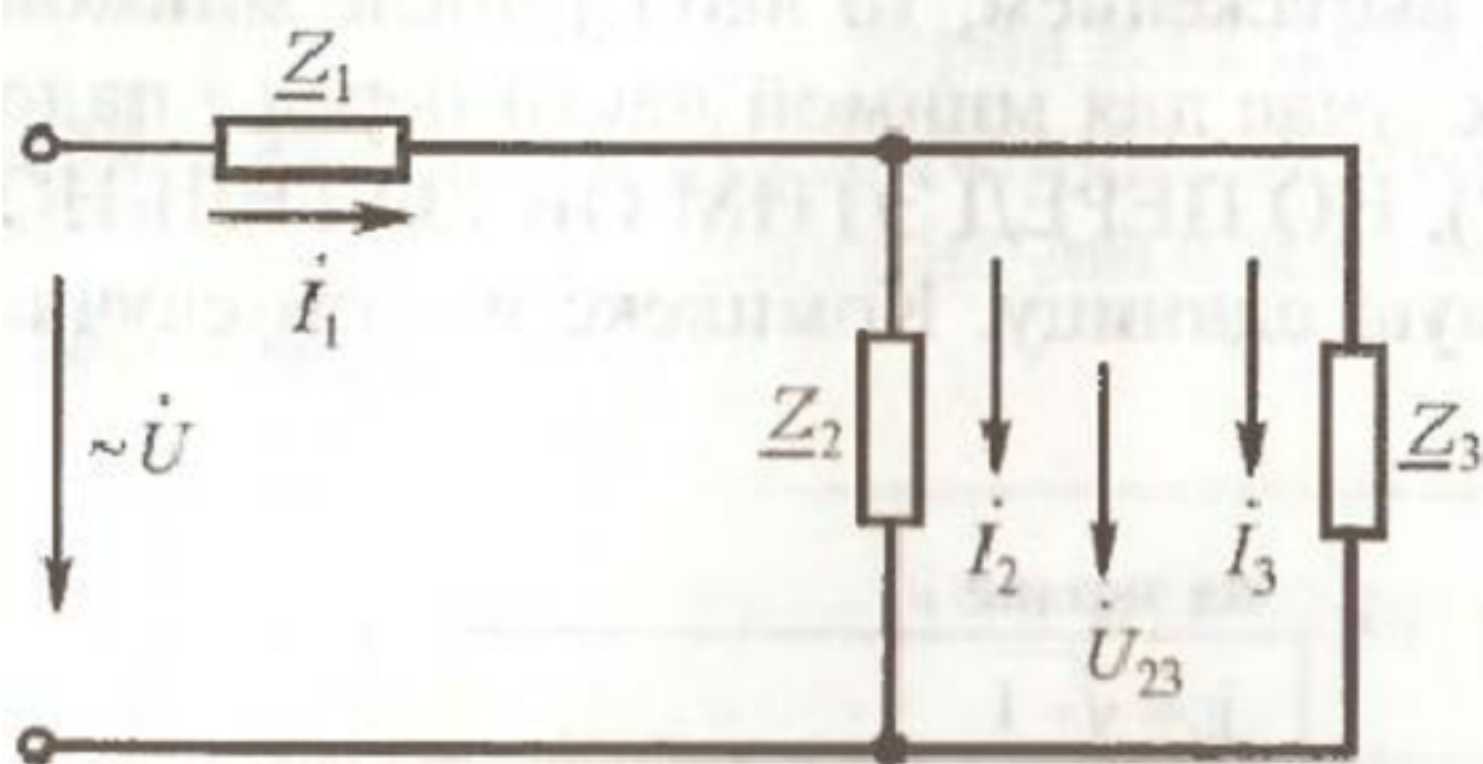


Рис. 1.6. Электрическая цепь со смешанным соединением приемников при расчете ее комплексным методом

На рис. 1.7 представлена копия экрана в системе MATHCAD с расчетом указанной цепи, введите самостоятельно приведенные на рис. 1.7 выражения.

Пример 1. Расчет электрической цепи переменного тока, представленной на рис. 1.5 и 1.6 комплексным методом.

Дано: $U := 220$ $Z_1 := 2 + 3j$ $Z_2 := 3 + 4j$ $Z_3 := 5 - 12j$

Значения сопротивлений даны в омах, а напряжение в вольтах.
Найти токи в каждой ветви и мощность, потребляемую из сети.

Решение:

Эквивалентное
сопротивление всей цепи: $Z_e := Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}$ $Z_e = 6.938 + 5.938j$

Ток в неразветвленной части: $I_1 := \frac{U}{Z_e}$ $I_1 = 18.304 - 15.666j$

Напряжение на разветвленном участке цепи:

$U_{23} := U - I_1 \cdot Z_1$ $U_{23} = 136.395 - 23.581j$

Токи в параллельных ветвях: $I_2 := \frac{U_{23}}{Z_2}$ $I_3 := \frac{U_{23}}{Z_3}$

$I_2 = 12.594 - 24.653j$ $I_3 = 5.71 + 8.987j$

Полная мощность: $S := U \cdot \overline{I_1}$ $S = 4.027 \times 10^3 + 3.446j \times 10^3$

Активная мощность в ваттах (действит. часть) $\text{Re}(S) = 4.027 \times 10^3$

Реактивная мощность в варах (мнимая часть) $\text{Im}(S) = 3.446 \times 10^3$

Модули токов (действующие значения в амперах)

$|I_1| = 24.093$ $|I_2| = 27.684$ $|I_3| = 10.648$

Аргументы токов (начальные фазы в радианах)

$\arg(I_1) = -0.708$ $\arg(I_2) = -1.098$ $\arg(I_3) = 1.005$

Рис. 1.7. Расчет электрической цепи переменного тока

Индексы у сопротивлений и токов можно вводить либо открывающей квадратной

скобкой (ЗДОКУМЕНТ ПОДПИСАН . 1). Надо толь

как индексировать переменную, т.е. как эле

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Поскольку многие привыкли выражать углы не в радианах, а в градусах, то в MATHCAD предусмотрена и такая возможность. Аргументы тригонометрических функций можно записывать в градусах, ставя после них наименование deg. Например:

синус 30 градусов $\sin(30\text{deg})=0.5$,

косинус 30 градусов $\cos(30\text{deg})=0.866$,

синусоидальная функция $\sin(\omega t + 30\text{deg})$,

показательная функция $e^{j \cdot 15\text{deg}}$

Чтобы перевести радианы в электрические градусы, нужно функцию разделить на deg. Например, арксинус от 0,5 равен 0,524 радиана или 30 градусов:

$$\text{asin}(0.5) = 0.524 \qquad \frac{\text{asin}(0.5)}{\text{deg}} = 30$$

В тексте комплексные величины обозначаются с точками наверху (/) или подчеркнуты прямой линией (z), а на экране дисплея в системе MATHCAD эти величины не имеют таких дополнительных обозначений. Отметим, что символы и идентификаторы, набранные в тексте курсивом, в системе MATHCAD набраны прямым шрифтом.

Контрольные вопросы

1. Как получить действительную часть комплексного числа?
2. Как получить мнимую часть комплексного числа?
3. Как перевести радианы в градусы?
4. Как найти модуль комплексного числа?
5. Как найти аргумент комплексного числа?
6. Как задается мнимая единица?

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Берлинер, Э. М. САПР в машиностроении : учебник для вузов / Э. М. Берлинер, О. В. Таратынов. – Москва : Форум, 2014. – 448 с.
2. Афанасьева, Н. Ю. Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента : [учеб. пособие*]. – М. : КНОРУС, 2013. – 330 с.
3. Хлебников, А. А. Информационные технологии : учебник / А. А. Хлебников. – М. : КноРус, 2014. – 472 с.
4. MATHCAD 14: Основные сервисы и технологии Пожарская Г. И., Назаров Д. М. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016

Практическая работа 4. Графики функций

Цель работы: Изучить редактирование графиков функций одной и двух переменных. Графики в полярных координатах.

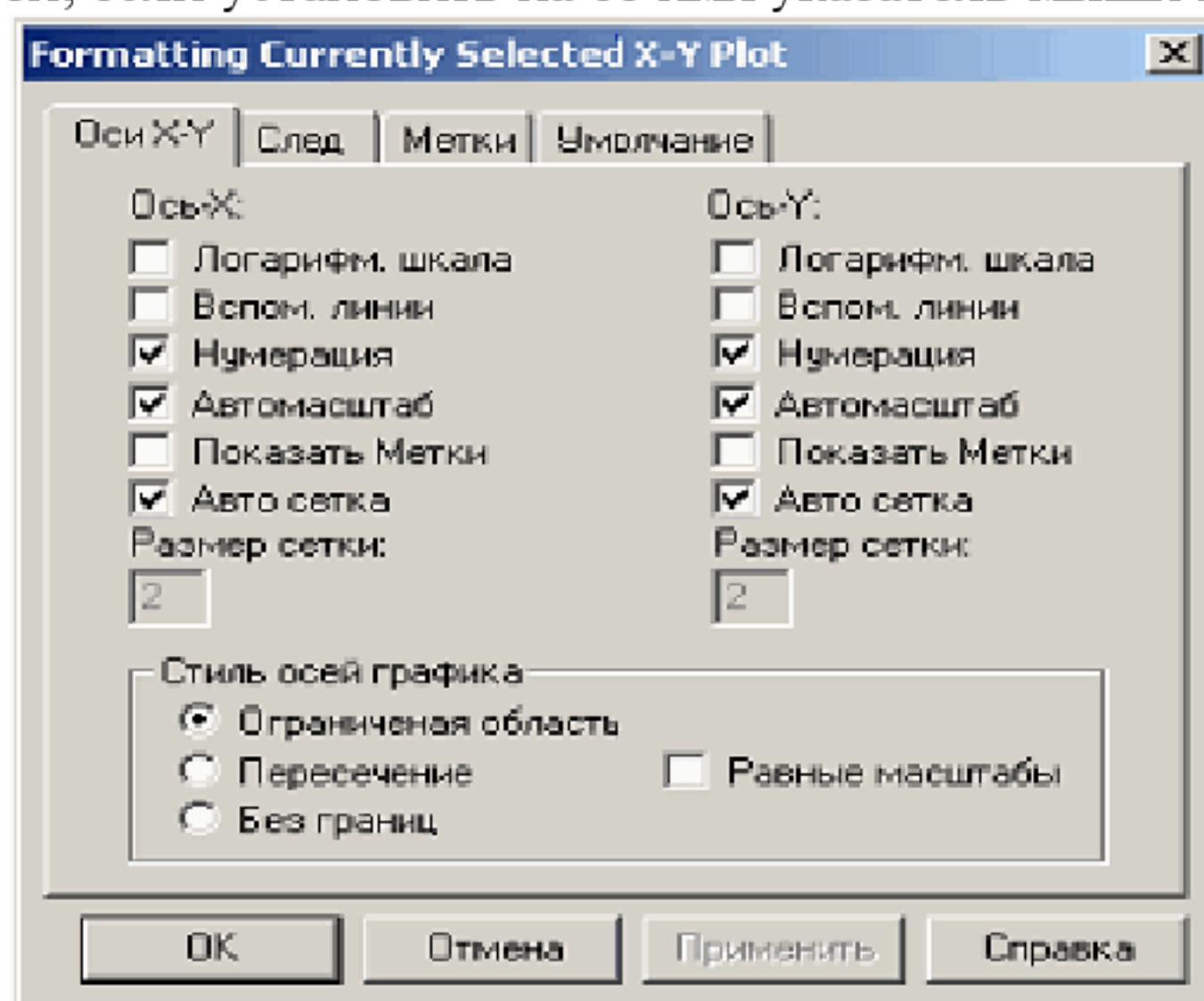
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Форматирование двумерных графиков.

Для вывода окна форматирования двумерного графика достаточно поместить указатель мыши в область графика и дважды щелкнуть левой кнопкой мыши. В окне документа появится окно форматирования. Оно имеет ряд вкладок. Вкладка становится активной, если установить на ее имя указатель мыши и щелкнуть левой кнопкой.



Как видно на рисунке окно форматирования имеет четыре вкладки:
оси X-Y- задание параметров форматирования осей;
линии графика – задание параметров форматирования линий графика;
надписи – задание параметров форматирования меток осей;
по умолчанию – назначение установленных параметров форматирования параметрами по умолчанию.

1. Форматирование осей графика.

На вкладке X-Y оси содержатся следующие основные параметры, относящиеся к осям X и Y (Axis X и Axis Y):

- Логарифмический масштаб – установление логарифмического масштаба;
 - Линии сетки – установка линий масштабной сетки;
 - Пронумеровать – установка цифровых данных по осям;
 - Автомасштаб – автоматическое масштабирование графика;
 - Нанести риски – установка делений по осям;
 - Автосетка – автоматическая установка масштабных линий;
 - Число интервалов – установка заданного числа масштабных линий.
- Группа Стиль осей позволяет задать стиль отображения координатных осей:
- Рамка – оси в виде прямоугольника;
 - Визир – оси в виде креста;
 - Ничего – отсутствие осей;
 - Равные деления – установка одинакового масштаба по осям графика.

2. Форматирование линий графиков.

Эта вкладка служит для управления отображением линий, из которых строится график. На этой вкладке представлены следующие параметры:

- Метка легенды – выбор типа линии в легенде;
- Символ – выбор символа, который помещается на линию, для отметки базовых

Узловые точки (точки, для которых вычисляются координаты) графиков часто требуется выделить какой-нибудь фигурой. Список столбца Symbol позволяет выбрать следующие отметки для базовых точек графика каждой из функций:

ничего – без отметки;
 x's – наклонный крестик;
 +'x – прямой крестик;
 квадрат – квадрат;
 ромб – ромб;
 o's – окружность.

Список в столбце Линия позволяет выбрать типы линий: непрерывная, пунктирная, штрих-пунктирная.

Раскрывающийся список столбца Type позволяет выбрать следующие типы линий графика:

линия – построение линиями;
 точки – построение точками;
 интервалы – построение вертикальными черточками с оценкой интервала погрешностей;
 столбец – построение в виде столбцов гистограммы;
 ступенька – построение ступенчатой линией;
 протяжка – построение протяжкой от точки до точки.

3. Задание надписей на графиках.

Эта вкладка позволяет вводить в график дополнительные надписи. Для установки надписей служат поля ввода:

Заголовок – установка титульной надписи к рисунку;
 Ось X – установка надписи по оси X;
 Ось Y – установка надписи по оси Y.

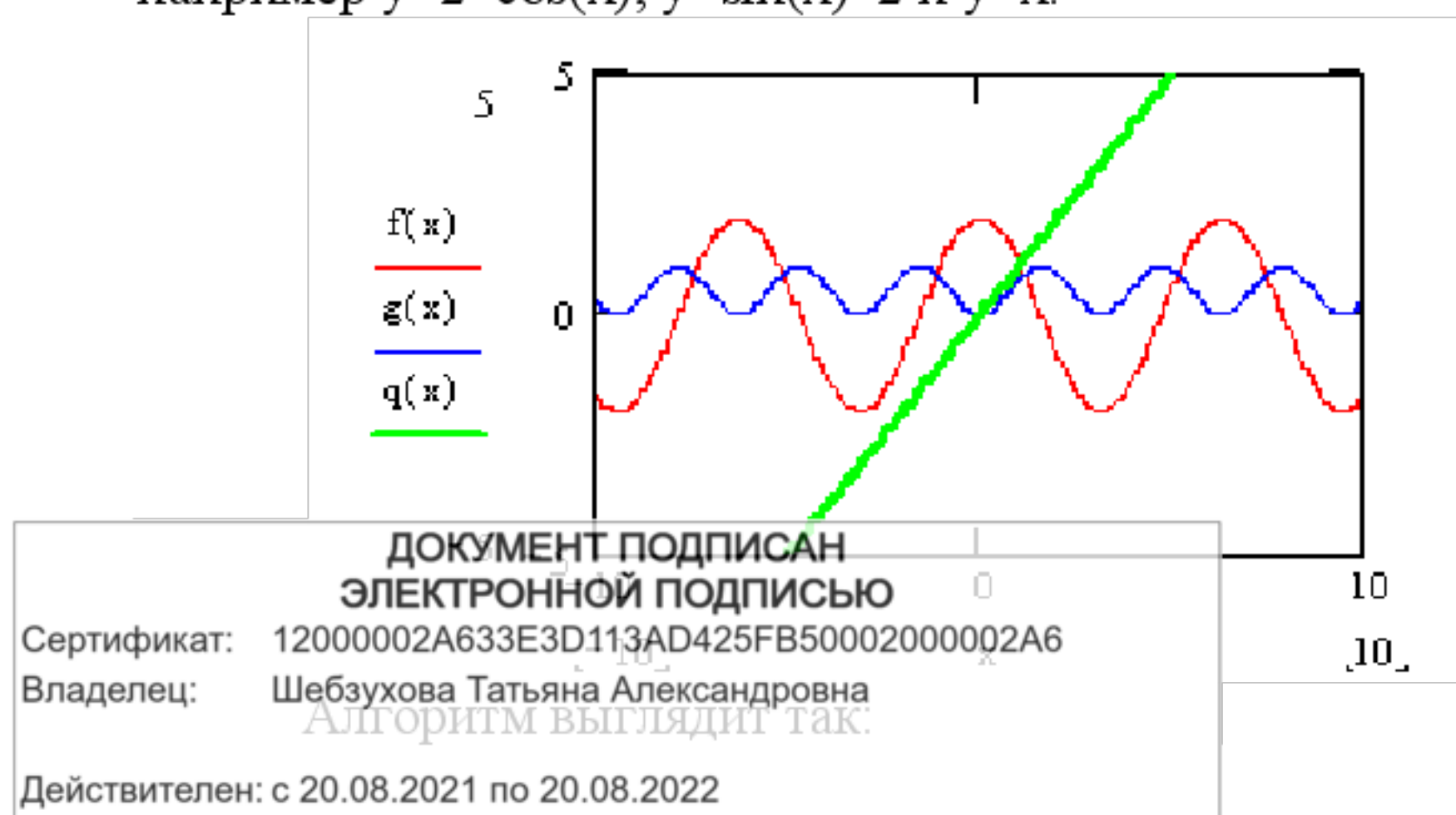
В группе Заголовок имеются переключатели сверху и снизу для установки титульной надписи либо над графиком, либо под ним.

4. Параметры графиков по умолчанию.

Вкладка "По умолчанию" позволяет назначить установленные на других вкладках параметры форматирования параметрами по умолчанию. Для этого служит флажок установки "использовать по умолчанию". Щелкнув на кнопке "вернуть значения по умолчанию" можно вернуть стандартные параметры графика.

*Постройте график функции $p(x)=5*x^6-3$, задав свой цвет и стиль кривой.*

А теперь рассмотрим, как на одном рисунке отобразить несколько графиков, например $y=2*\cos(x)$, $y=\sin(x)^2$ и $y=x$.



Задайте данные функции (обозначьте их, например $f(x)$, $g(x)$, $q(x)$):

$$f(x) := 2 \cdot \cos(x) \quad g(x) := \sin(x)^2 \quad q(x) := x$$

Вызвав шаблон графика, введите по оси X имя независимой переменной (или переменных, если их несколько), по оси Y введите $f(x)$, поставьте запятую (при этом первое выражение уходит вверх, а под ним появляется место ввода), введите $g(x)$, знак запятой и следующее выражение $q(x)$.

Отведя указатель мыши за пределы графика, щелкните левой кнопкой мыши – появится график с тремя кривыми.

*Постройте на одном рисунке графики функций $y=x^2+2*x$, $y=\operatorname{tg}(x)$, $y=x-5$.*

После того, как мы освоили построение двумерных графиков одной или нескольких функций, рассмотрим построение графиков поверхностей (трехмерные или 3D-графики). С помощью системы MathCad такие графики строятся даже проще, чем двумерные.

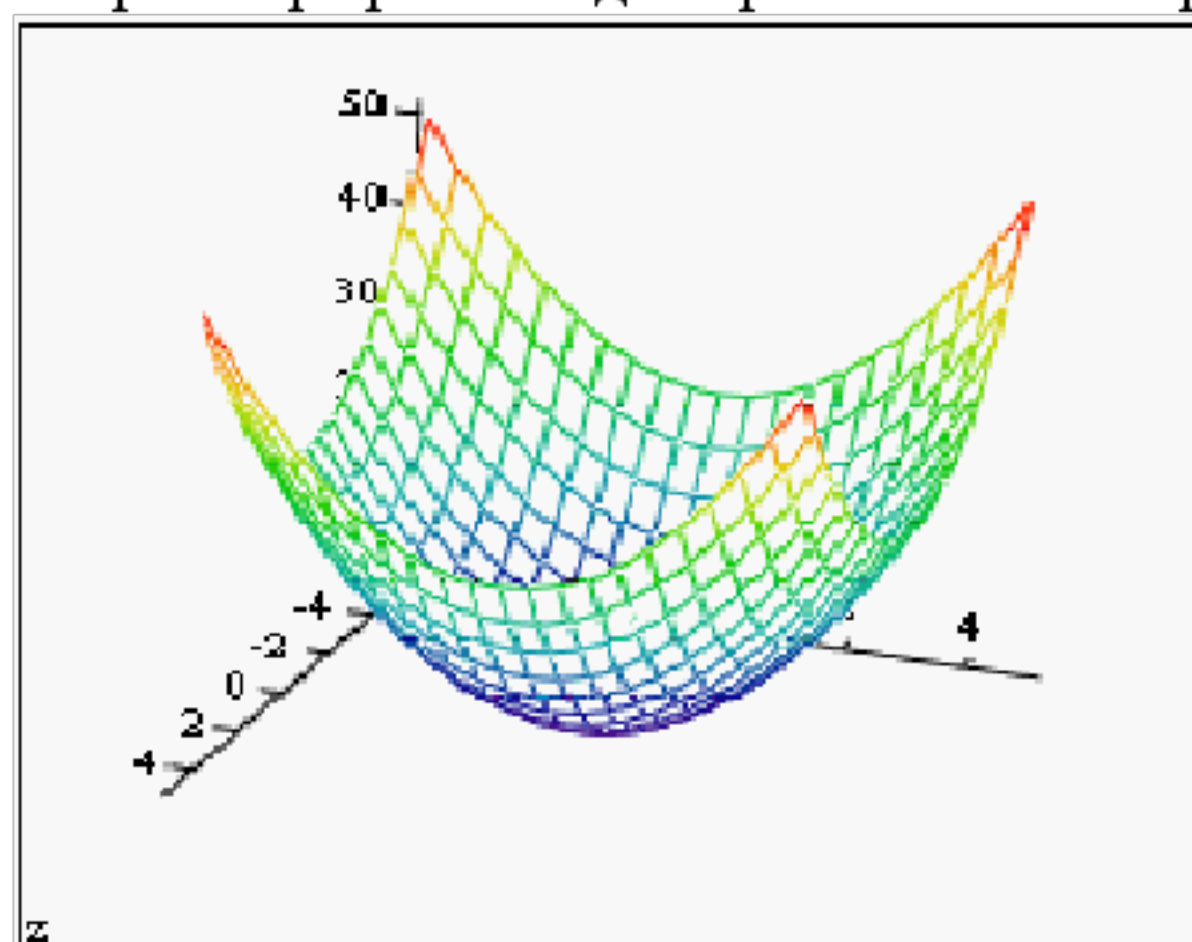
Построим график функции $z(x,y)=x^2+y^2$, для этого:

Задайте функцию двух переменных: $z(x,y) := x^2 + y^2$.

Используя палитру графики, введите шаблон трехмерного графика.

На единственное место ввода под шаблоном введите z .

Выведите курсор мыши за пределы графика и щелкните левой клавишей мыши – будет построен график в виде "проволочного каркаса".



Оборудование и материалы

Персональный компьютер, программа MathCAD.

Указания по технике безопасности:

Соответствуют технике безопасности по работе с компьютерной техникой.

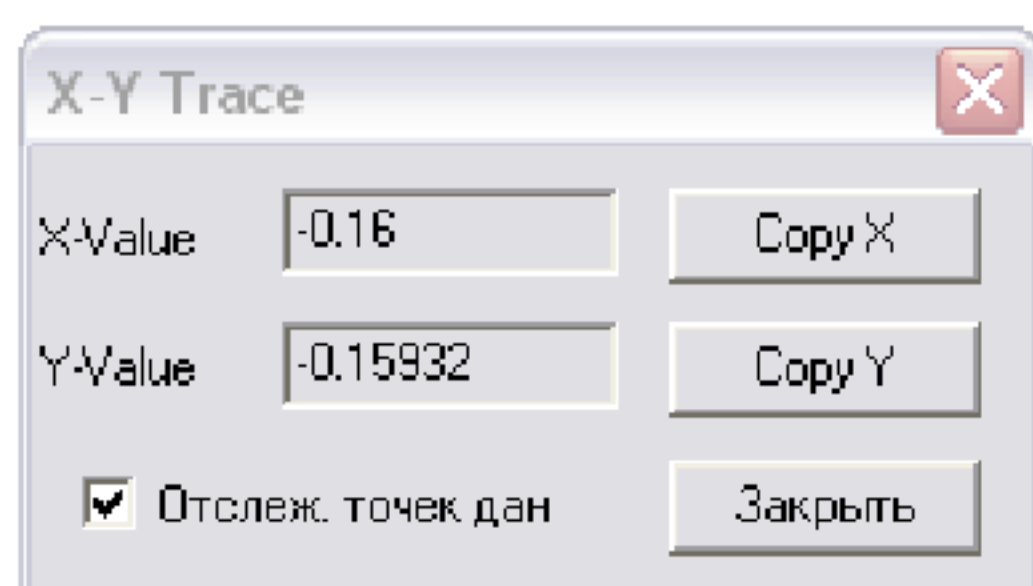
Задания

Построение графиков функции одной переменной.

На панели инструментов для ввода математических объектов щелкните на кнопке  - на экране появится панель построения графиков. На этой панели щелкните на

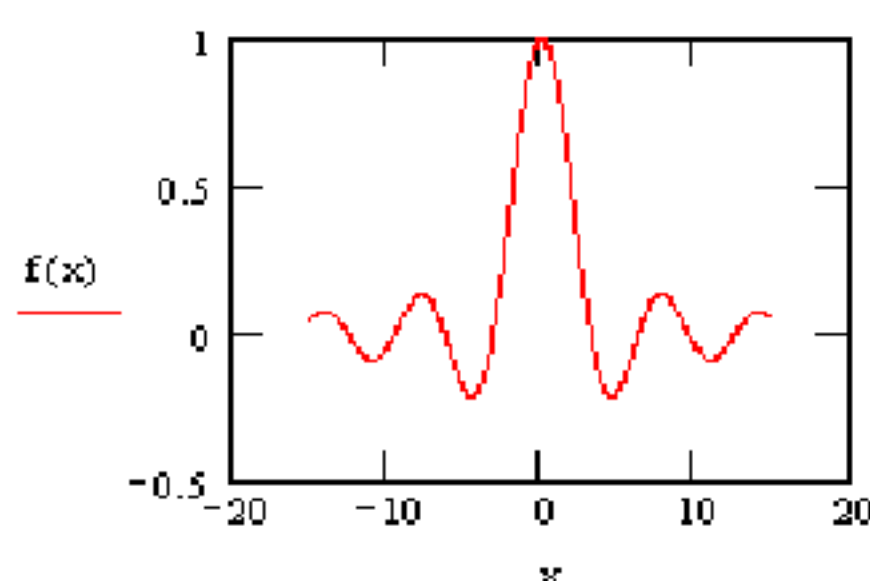
кнопке  - на экране появится шаблон графика,

как это показано на рисунке. Введите на место метки слева от оси X имя независимого аргумента – x . Введите на место метки слева от оси Y функцию, для которой строится график, например $\sin(x)^3$.



Установите флажок *Отслеж. точек дан*, чтобы выбиралась ближайшая линия графика к указателю мыши. Указатель мыши поместите в нужную точку графика (эта точка будет отображаться на пересечении двух пунктирных линий). В окне трассировки появятся координаты отмеченной точки графика. Эти координаты можно переместить в буфер обмена и потом поместить их в документ Mathcad или другой документ, например Word.

$$f(x) := \frac{\sin(x)}{x} \quad x := -15, -14.95..15$$



Заканчивается трассировка нажатием клавиши *Закреть*.

Выделение области построения графиков с помощью мыши.

Правой кнопкой мыши выведите контекстное меню. Выберите пункт меню *Масштаб*. При этом на графике появится дополнительное диалоговое окно, как это показано на рис.51.7.

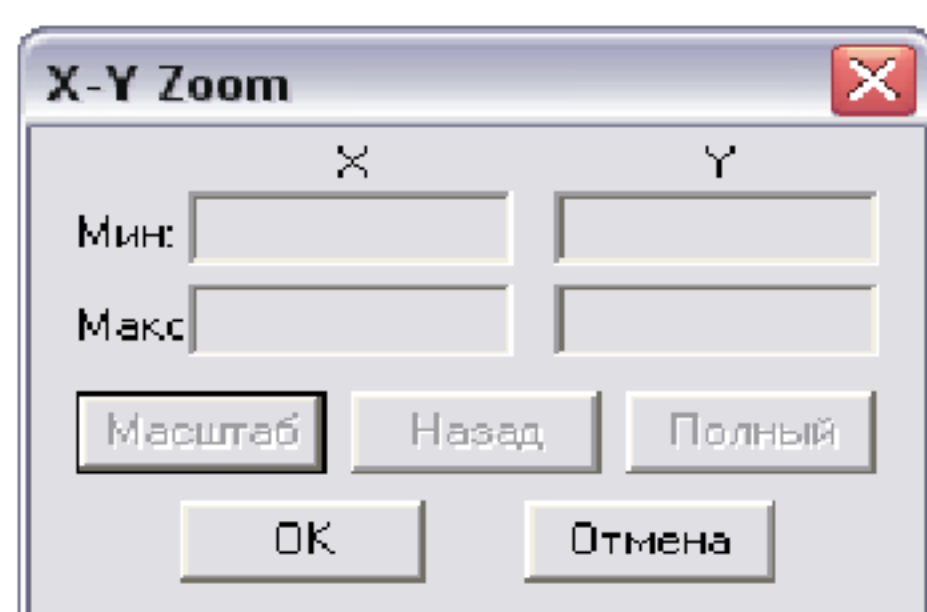


Рис.51.7

Подведите указатель мыши в левый верхний угол выделяемой области на графике, нажмите левую кнопку мыши и протяните мышь вниз и вправо. На графике выделенная область будет отмечена пунктирной линией. Отпустите левую кнопку мыши и нажмите в этой области правой кнопкой мыши. Появится контекстное меню. Выберите пункт меню *Масштаб*. Построится график выделенной области. В этой области можно задать новую область и т.д. Кнопка *Назад* возвращает на предыдущую область. Кнопка *Полный* восстанавливает исходную область графика. Кнопка *Ок* убирает диалоговое окно.

Форматирование двумерных графиков.

Поместите указатель мыши в область графика и дважды щелкните левой кнопкой мыши. Появится окно форматирования, показанное на рис.51.8. Выберите вкладку *Оси X-Y*. Как видно из рис.51.8, эта вкладка позволяет задать характер отображения осей.

Флажки по осям X и Y задают следующее:

Сетка – устанавливает линии масштабной сетки;

Нумерация – установка цифровых данных по осям;

№ сеток – установка заданного числа масштабных линий (при установленном флажке *Сетка*);

- флажки *Коробкой*, *Пересечение*, *Нет* задают место расположения координатных осей;

- флажок *Одинаковые* устанавливает одинаковый масштаб по осям графика.

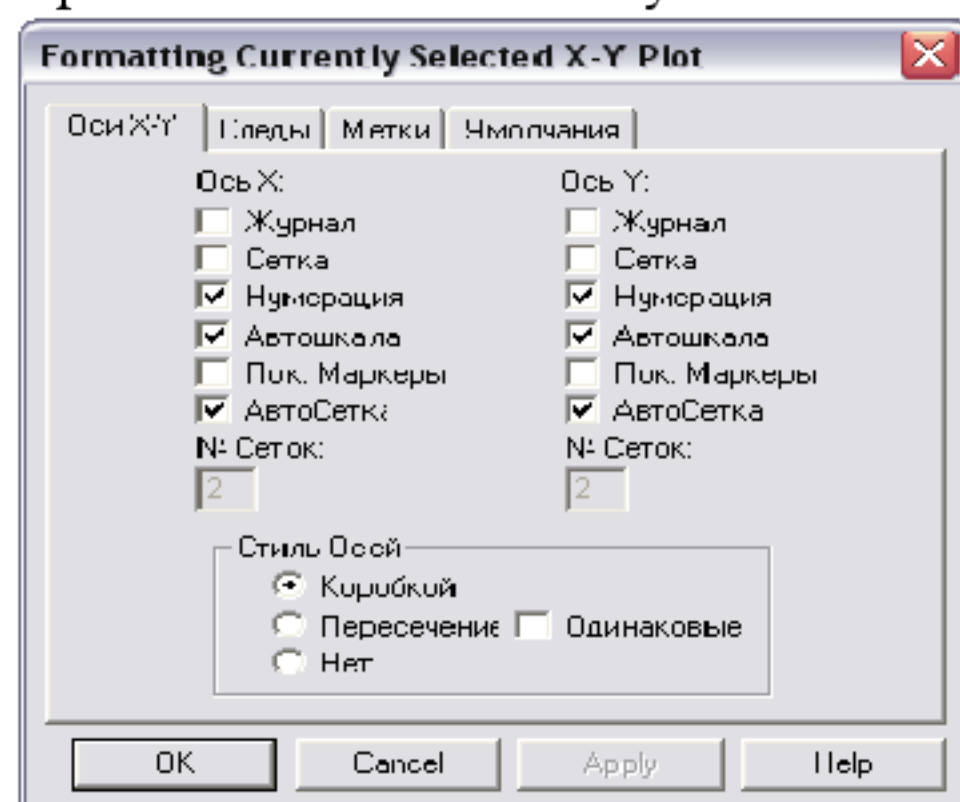


Рис. 51.8

Вкладка *Следы* диалогового окна рис.51.9 устанавливает цвет и тип линий каждого графика. Использование этой вкладки очевидно и здесь не объясняется.

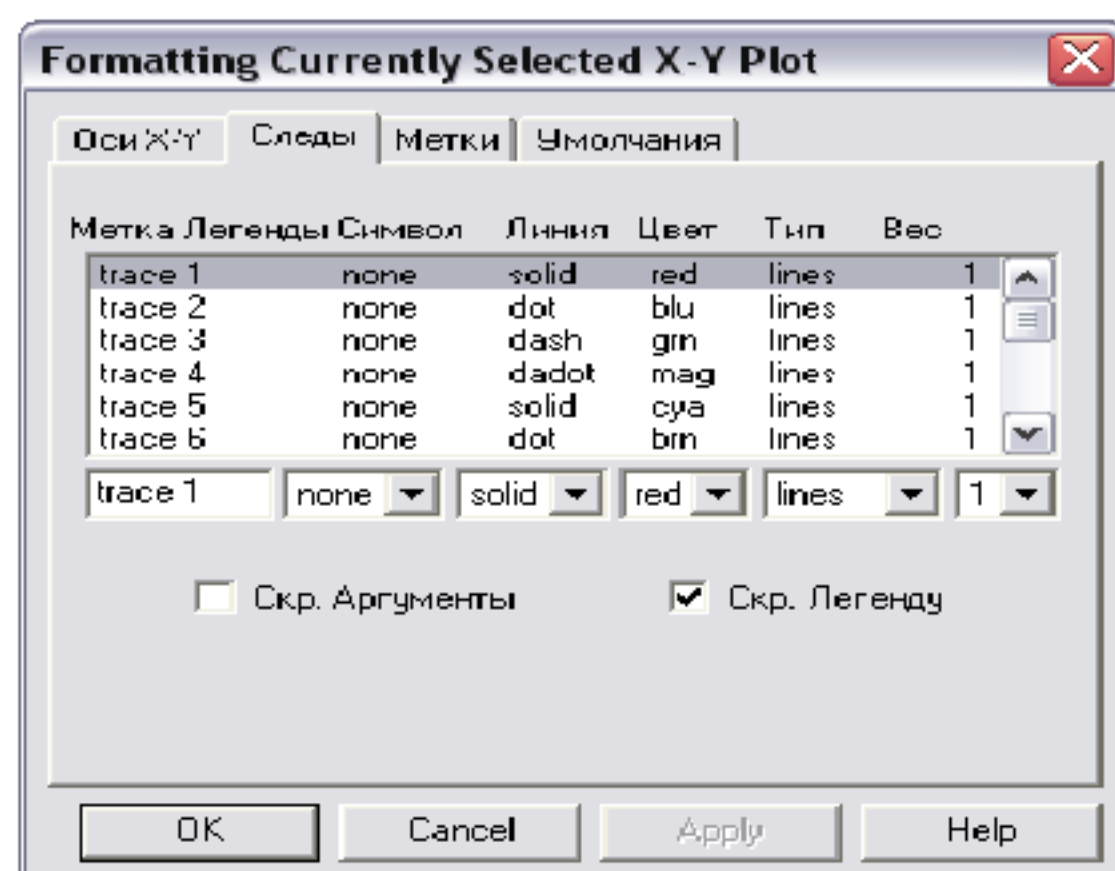
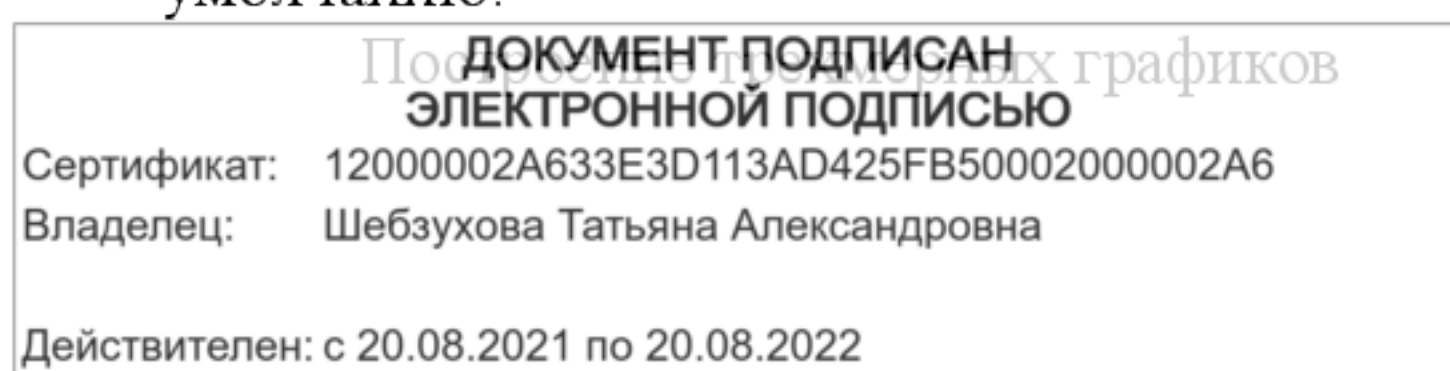


Рис.51.9

Вкладка *Метки* позволяет задавать надписи по осям координат и для всего графика. Использование этой вкладки очевидно.

Вкладка *Умолчания* позволяет устанавливать все заданные параметры графика по умолчанию.



Если в прежних версиях Mathcad для построения трехмерного графика обязательно требовалось создание массива значений функции, то теперь процедура построения графика упростилась.

Наберите имя функции двух переменных, оператор присваивания ($:=$) и выражение функции.

Установите курсор в то место, где вы хотите построить график.

На математической панели Graph (График) щелкните на кнопке Surface Plot (Трехмерный график). На месте курсора появится шаблон трехмерного графика.

В единственное место ввода шаблона графика введите имя функции.

Щелкните мышью вне области шаблона. График будет построен (рис. 1)

Кроме ускоренного построения графика поверхности по функции двух переменных существует и часто применяется другой способ создания графика поверхности с использованием массива численных значений функции.

С помощью дискретных переменных введите значения обоих аргументов заданной функции.

Введите массив, элементами которого являются значения функции, вычисленные при заданных значениях аргументов.

Установите курсор в то место, где вы хотите построить график.

На математической панели Graph щелкните на кнопке Surface Plot. На месте курсора появится шаблон трехмерного графика.

В единственном месте ввода шаблона графика введите имя функции.

Щелкните мышью вне области шаблона. График будет построен (рис 2)

Построенный таким образом график оказывается черно-белым,

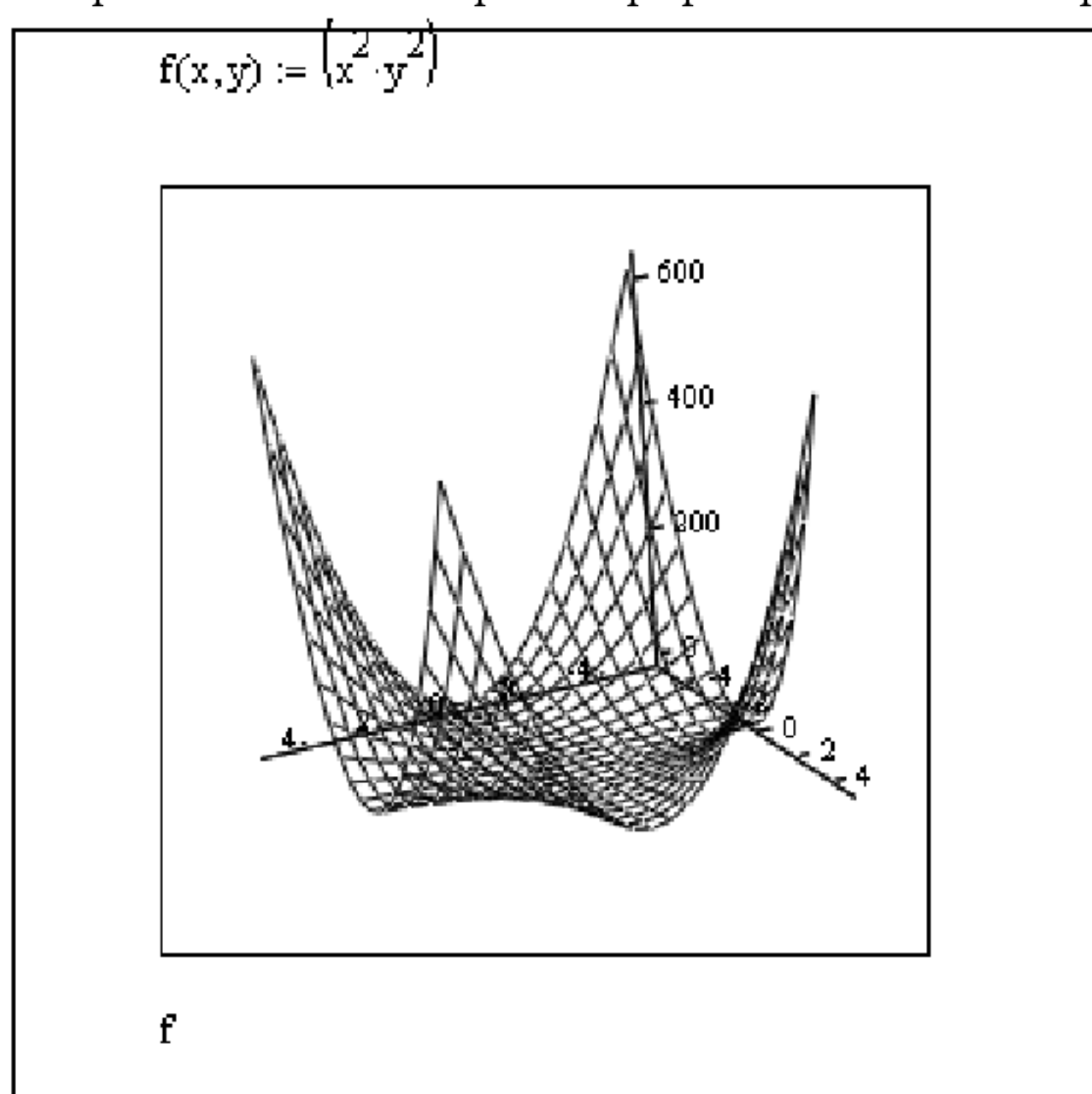


Рис.1. Построение трехмерного графика

а потому не слишком красивым.. Mathcad позволяет сделать из него почти произведение искусства.

Выполните описанную ниже процедуру.

Два щелчка мышью в области графика — появится окно форматирования графика (рис. 2). Перейдите на вкладку Appearance (Оформление) и установите переключатели Fill Surface (Залить поверхность) и Colormap (Цветовая карта). Щелкните мышью на кнопке Apply (Применить), чтобы сделать график цветным.

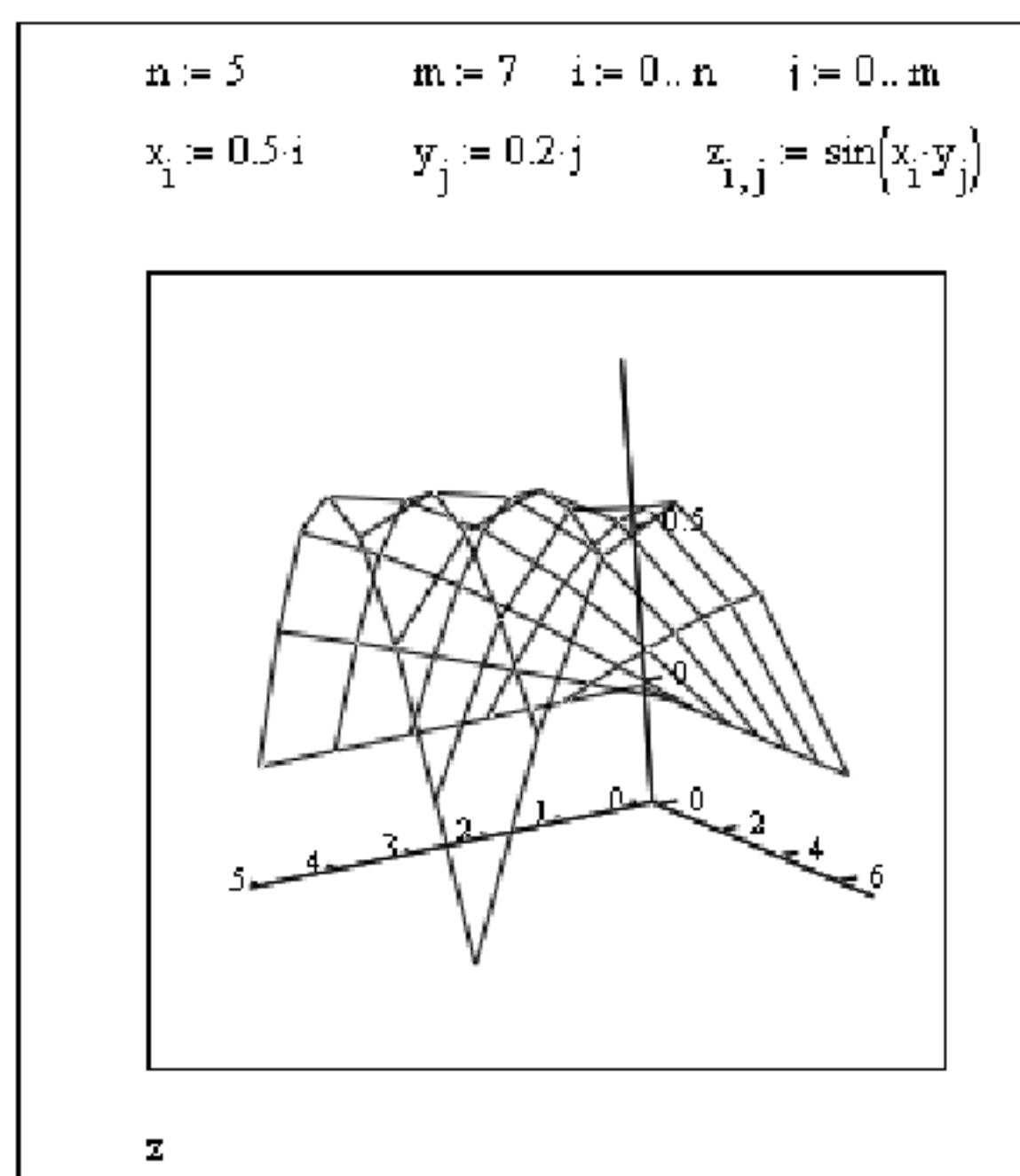


Рис.2. Создание графика с использованием массива численных значений

В окне форматирования перейдите на вкладку Lighting (Освещение) и установите флажок Enable Lighting (Включить освещение) и переключатель On (Включить). Выберите одну из 6 возможных схем в списке Lighting scheme (Схема освещения) и щелкните на кнопке Apply (Применить) или OK.

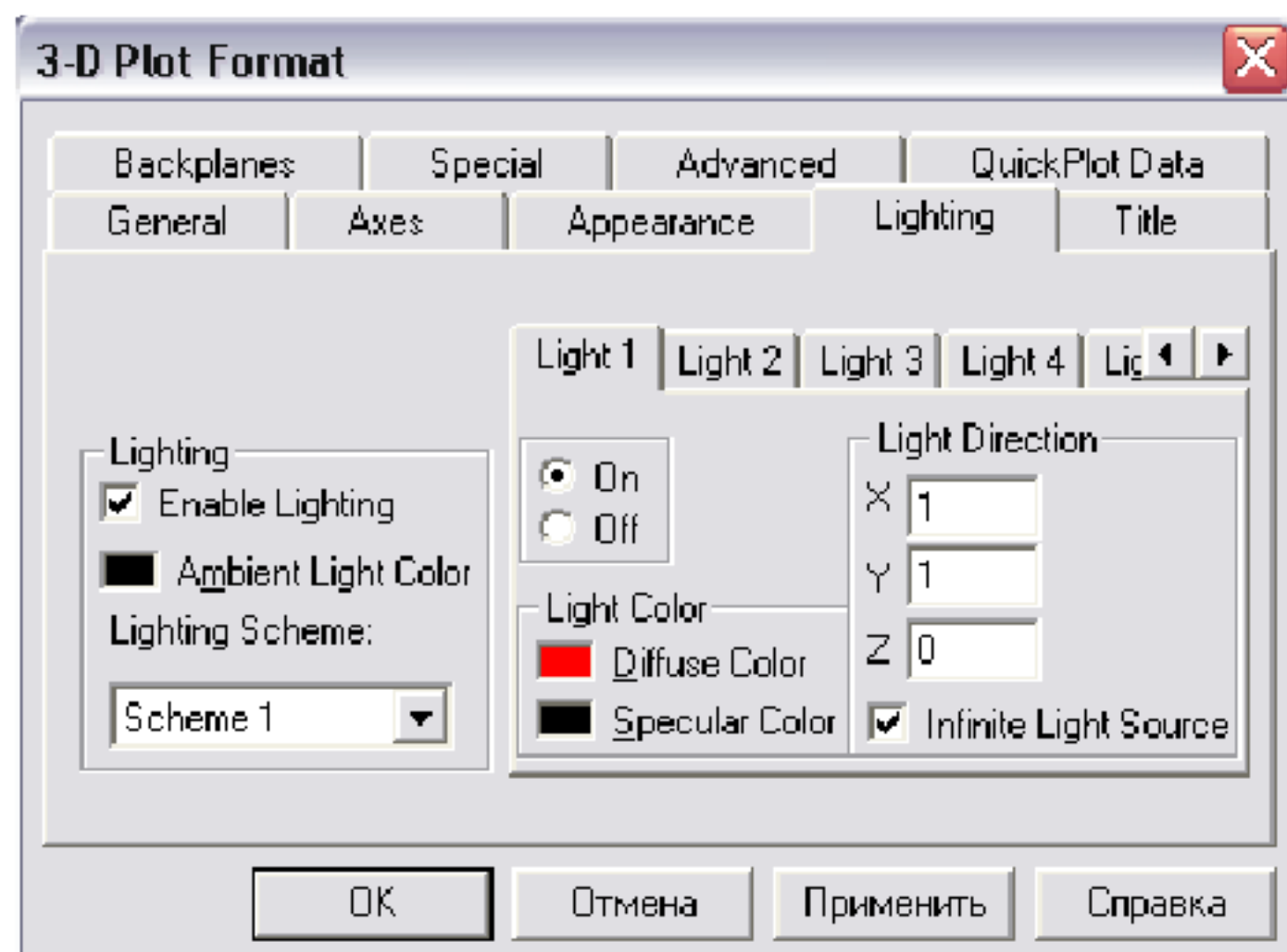


Рис.3. Окно форматирования графика

4. Щелкните правой кнопкой мыши на графике — откроется контекстное меню, дающее дополнительные возможности по улучшению вида графика. Выбирая разные команды, смотрите, как они влияют на вид графика (Рис. 4).
5. В окне форматирования на вкладке General (Общие) в группе Display as (Показать как) имеется 6 переключателей, позволяющих выбрать тип графика (см. рис. 3):

Bar plot — график трехмерной гистограммы;

Patch plot — площадки расчетных значений.

Чтобы выбрать тот или иной тип графика, нужно установить соответствующий переключатель и щелкнуть на кнопке Apply. Оцените все типы графиков.

Существуют дополнительные способы управления графиком.

Вращение графика выполняется после наведения на него указателя мыши при нажатой левой кнопке мыши.

Масштабирование графика выполняется аналогично, но при нажатой дополнительно клавише Ctrl.

Анимация графика выполняется аналогично, но при нажатой дополнительно клавише Shift. Для остановки вращения следует щелкнуть левой кнопкой мыши внутри области графика.

Окно, приведенное на рис. 3, содержит 9 вкладок, открывающих широкие возможности по форматированию графиков

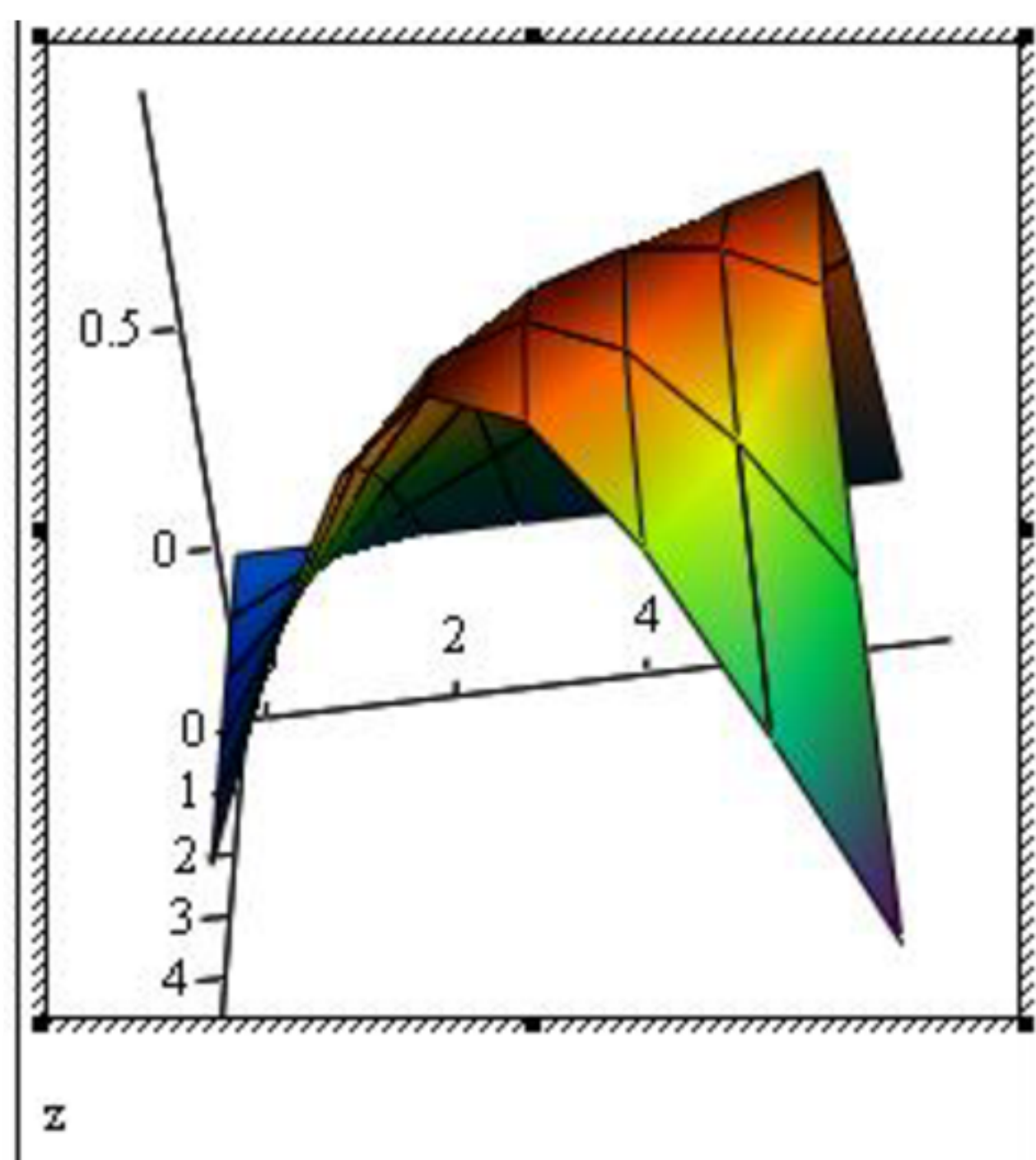


Рис.4. Вид графика после форматирования.

Построение графиков функций двух переменных (поверхностей).

Определите функцию $Z(X,Y)$ двух переменных X и Y . На панели построения графиков щелкните по кнопке  построения поверхностей. На экране появится шаблон построения поверхностей, как показано на рис. 5. Единственным полем ввода этого шаблона



Рис.5

является левый нижний угол, где наберите имя функции Z. Переместите указатель мыши за поле графика и нажмите левую кнопку мыши, поверхность для Z(X,Y) будет построена (см. рис. 6).

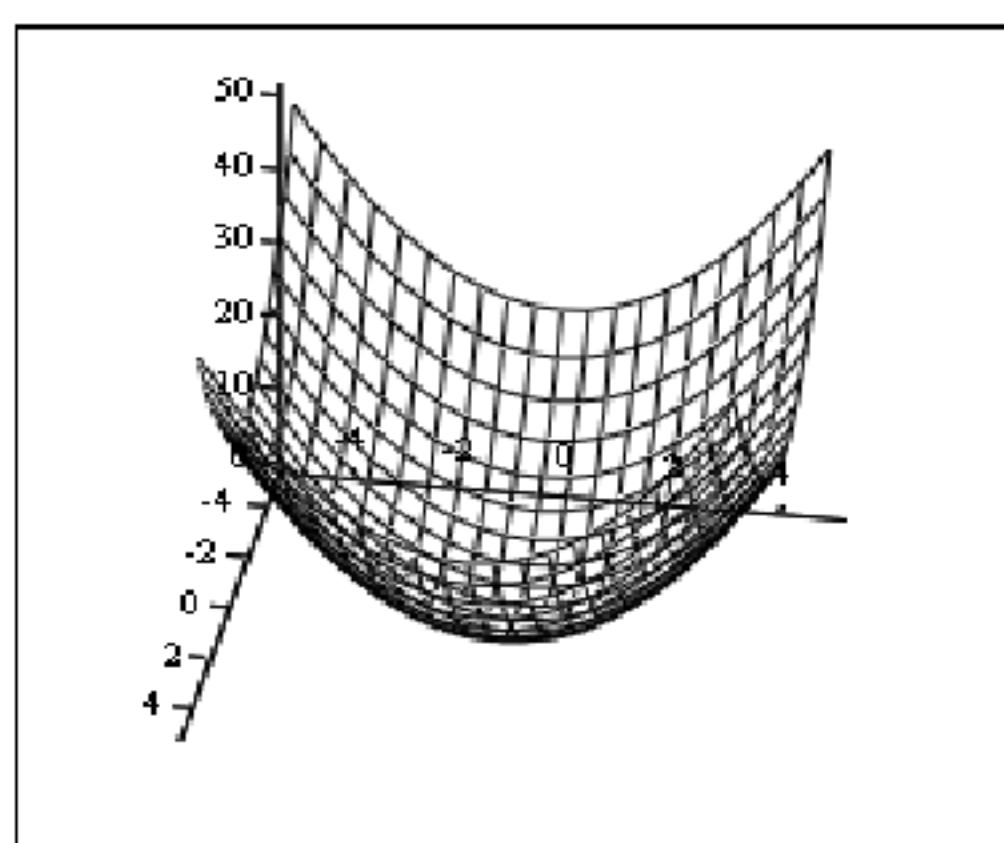
На одном графике можно построить несколько поверхностей. Для этого необходимо перед графиком определить функции строимых поверхностей. В левом нижнем углу шаблона графика указать через запятую все функции.

Вращение поверхностей.

Поместить указатель мыши в область графика и, удерживая левую кнопку мыши, передвигать мышь в том или ином направлении.

Если оперировать мышью при нажатой клавише Ctrl, можно с ее помощью отдалять и приближать объект.

$$z(x,y) := x^2 + y^2$$



z

Рис. 6

Форматирование трехмерных графиков.

Окно диалога форматирования выводится нажатием левой кнопки мыши в поле координат поверхности. Окно форматирования представлено на рис.3.

Вкладки *Plot1*, *Plot2*, *Plot3* означают соответственно поверхности 1,2,3 в порядке, определенном при указании функций в шаблоне при построении поверхностей.

Вкладка *Axes* служит для установки параметров координатных осей. Назначение флажков и режимов этой вкладки очевидно.

Вкладка *Lighting* позволяет задать эффект подсветки поверхности. Режим *Enable Lighting* позволяет включить определенные варианты схемы подсветки. Имеется возможность подсветки различными источниками света *Ligth I*, помещенными в точку с координатами X,Y,Z.

Кроме непосредственно построения поверхности возможно построение линий уровня поверхности. Для этого откройте вкладку *Special* и установите флажок *Draw lines*. Пример построения линий уровня приведен на рис 7.

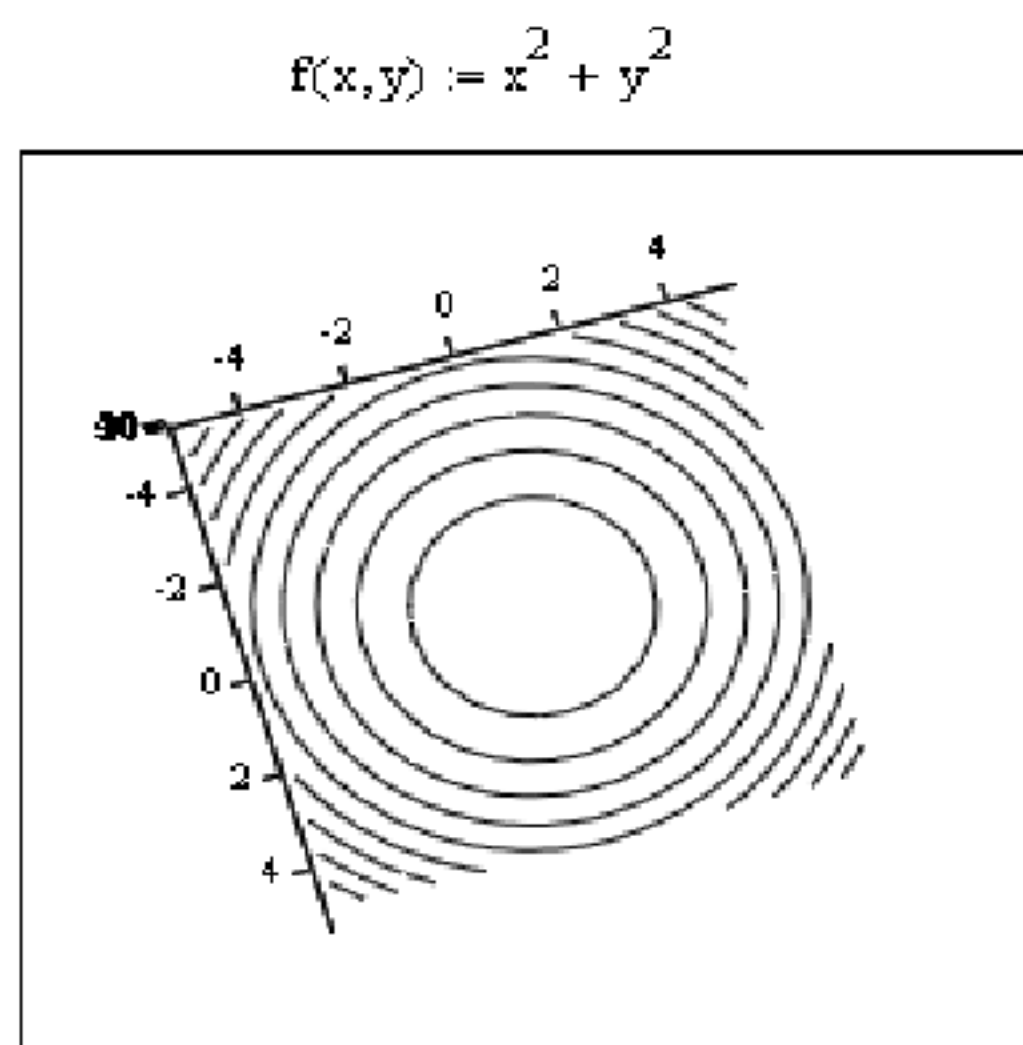
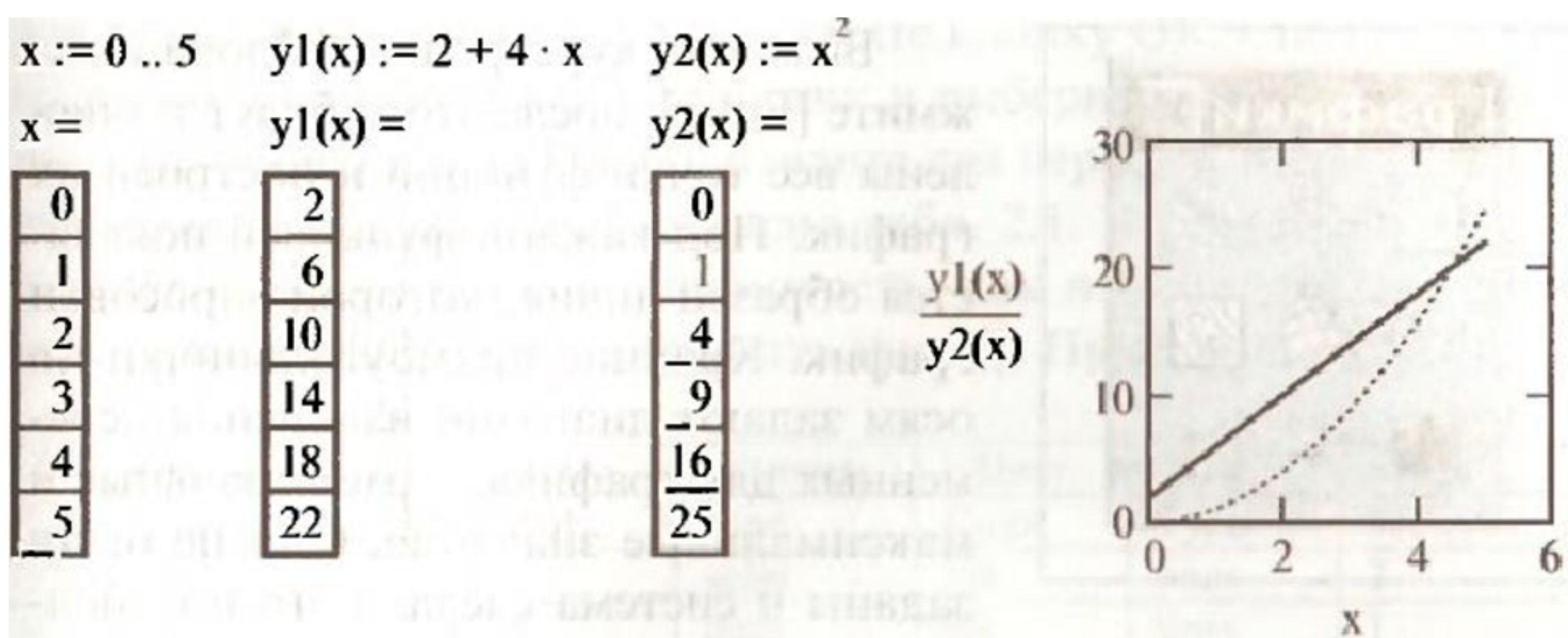


Рис. 7

Построение графиков функций дискретного аргумента

Познакомимся с работой графического процессора. Зададим две функции дискретного аргумента x : линейную функцию $y_1(x) = 2 + 4x$ и параболу $y_2(x) = x^2$. Дискретный аргумент x изменяется в диапазоне от нуля до пяти. Требуется построить графики этих функций. На рис. 2.4 показано, как задаются и выводятся дискретный аргумент и его функции. Если аргумент не будет определен заранее, то это воспримется как ошибка.



Для задания шаблона графика следует вывести курсор из вычислительного блока и поместить его в то место, которое будет левым верхним углом графика. Это место должно быть обязательно ниже строчек задания аргумента и определения функций. В противном случае будет ошибка (не определены переменные). Затем нужно: выбрать в меню Вставка (insert) опцию График (Graph) и в ней X—Y зависимость @ (X—Y Plot @), либо в панели инструментов (рис. 2.5) выбрать кнопку Инструменты графиков (Graph Toolbar) (панель с инструментами, выделенная более светлым тоном), щелкнув мышью по

этой кнопке и в открывшейся панели Графики (Graph) (рис. 2.6) выбрать Декартов график (X—Y Plot Shift+2) (верхняя левая кнопка), либо просто ввести символ @ (Shift + 2).

На экране появится шаблон для графика. Средние прямоугольнички, расположенные вдоль осей x и y, служат для указания переменных — аргумента и функции (или нескольких функций). В качестве аргумента введите по горизонтальной оси л., а в качестве функций по вертикальной оси $y_1(x)$ и $y_2(x)$ через запятую. Чтобы управлять курсором, следует использовать указатель мыши или клавишу [Tab]. Если функций больше двух, то все они перечисляются по списку через запятую.

Выведите курсор вне шаблона и нажмите [Enter], после этого будут вычислены все точки функций и построен их график. Под каждой функцией появляется образец линии, которой нарисован график. Крайние прямоугольнички по осям задают диапазон изменения переменных для графика — минимальные и максимальные значения. Они не были заданы и система сделала это по умолчанию сама, автоматически, отмечая цифры уголками. Если ввести нужные цифры вручную, то уголки будут отсутствовать. Поставьте курсор внутрь графика и щелкните кнопкой мыши. Измените верхний предел по оси x, заменив цифру 6 на цифру 5. Посмотрите, как изменится график.

Форматирование графика

График, показанный на рис. 2.4, был нарисован по умолчанию. График можно изменить по своему желанию, форматируя его. Рассмотрим основные этапы форматирования. Поставьте указатель мыши в область графика и щелкните правой клавишей мыши. В появившемся диалоговом окне выберите опцию Формат (Format). После этого открывается страница выбора характеристик кривых. Или ее можно вызвать, щелкнув дважды по левой клавише мыши, когда указатель мыши находится в области графика.

В верхней линейке страницы выберите опцию Оси X—Y (X—Y Axes) (если она не открылась автоматически). Установите активными только две опции: Вспом. Линии (Grid Lines или Линии сетки) и Нумерация (Numbered) (в окнах этих опций должны быть установлены галочки, а остальные окна пустые). В окне Размер сетки (Number of Grids) для обеих осей установите 5 и нажмите кнопку ОК. Снова войдите на страницу выбора характеристик и выберите теперь в верхней линейке опцию След (Traces). Введите для первой кривой y_1 и второй кривой y_2 установки согласно табл. 2.1. Чтобы не выходя из режима форматирования посмотреть, как изменяются графики, вместо кнопки ОК следует нажать кнопку Применить.

Таблица 2.1

Имя в легенде	Символ	Линия	Цвет	Тип	Вес
Legend Label	Symbol	Line	Color	Type	Weight
$y_1(x)$	o's	solid	blk	lines	2
$y_2(x)$	none	dash	blk	lines	1

Иногда бывает удобно отметить узловые точки графика для наглядности какой-либо фигурой, например ромбом и т.д. Опция Символ позволяет задать следующие отметки базовых точек графика:

Иногда бывает удобно отметить узловые точки графика для наглядности какой-либо фигурой, например ромбом и т.д. Опция Символ позволяет задать следующие отметки базовых точек графика:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

попе (без отметки), x's (наклонный крестик), +'s (прямой крестик), box (квадрат), dmnd (ромб), o's (окружность). Узловые точки первой кривой отмечены окружностями, а второй — начерчены без отметок. Для выделения графиков используются линии (Line) различного типа: попе (линия не строится), solid (сплошная), dash (пунктир), dadot штрих-пунктир). Первая кривая построена сплошной линией, а вторая — пунктирной. Цвет у обоих графиков выбран черный (blk). Отформатированный график показан на рис. 2.7. Можно поэкспериментировать, задавая различную толщину линий графиков (Вес) и линии различного типа.

$$x := 0 .. 5 \quad y1(x) := 2 + 4 \cdot x \quad y2(x) := x^2$$

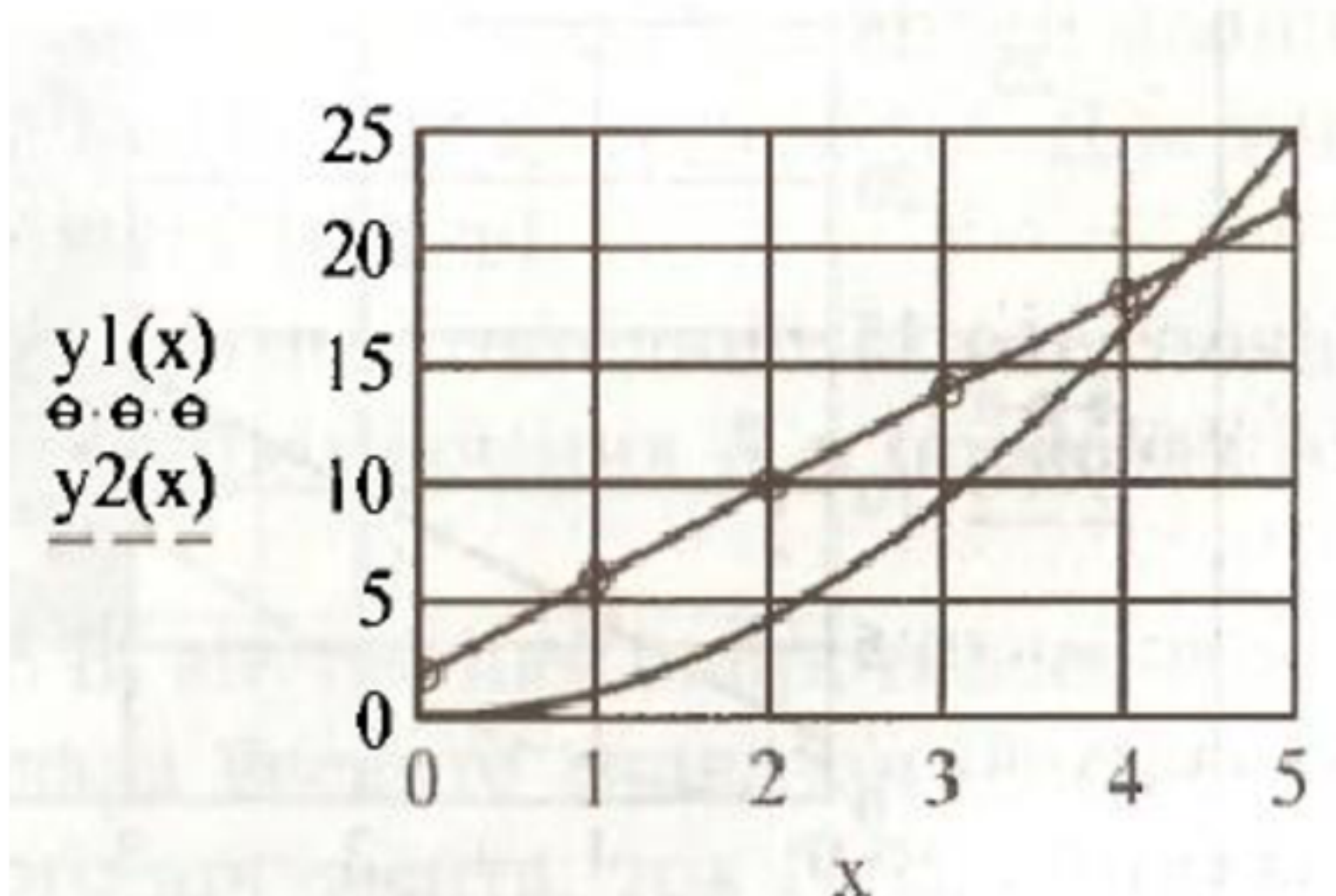


Рис. 2.7. Отформатированный график

Можно войти еще раз на страницу выбора характеристик и выбрать теперь в верхней линейке опцию Метки (Labels). После этого можно ввести название графика и названия осей X и Y.

Часть графика можно просмотреть в увеличенном виде. Для этого поставьте указатель мыши в область графика и щелкните правой клавишей мыши. В открывшемся окне выберите опцию Масштаб (Zoom). При этом откроется информационное окно X—Y Zoom. Поставьте указатель мыши на график и с его помощью выделите (двигая мышь при нажатой левой клавише) участок графика, который хотите увеличить. После выделения нажмите кнопку Масштаб+ (Zoom) и просмотрите выделенную часть графика в увеличенном масштабе, затем нажмите кнопку Масштаб- (Unzoom) или Обзор (Full View). График примет первоначальный вид.

Чтобы увидеть координаты любой точки на графике, необходимо установить указатель мыши в область графика и щелкнуть правой клавишей мыши. В открывшемся окне выберите опцию Трассировка (Trace). При этом откроется информационное окно X—Y

по этой надписи или по белому квадратику, расположенному перед ней. Когда След точек данных включен, то в квадратике появляется галочка, а когда выключен — квадратик пустой (рис. 2.8). Выключите След точек данных, поместите курсор мыши в любую точку графика и нажмите левую кнопку мыши.

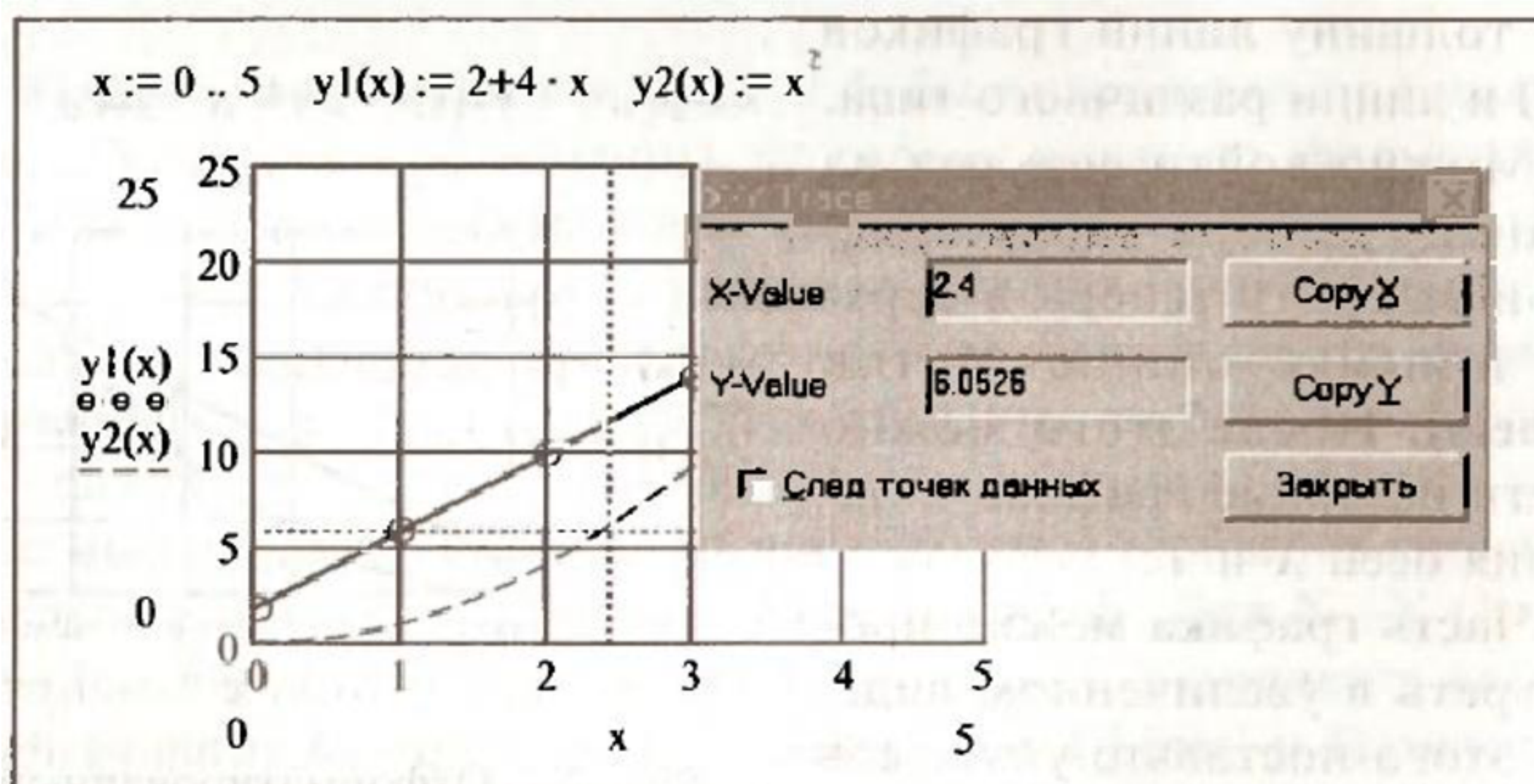


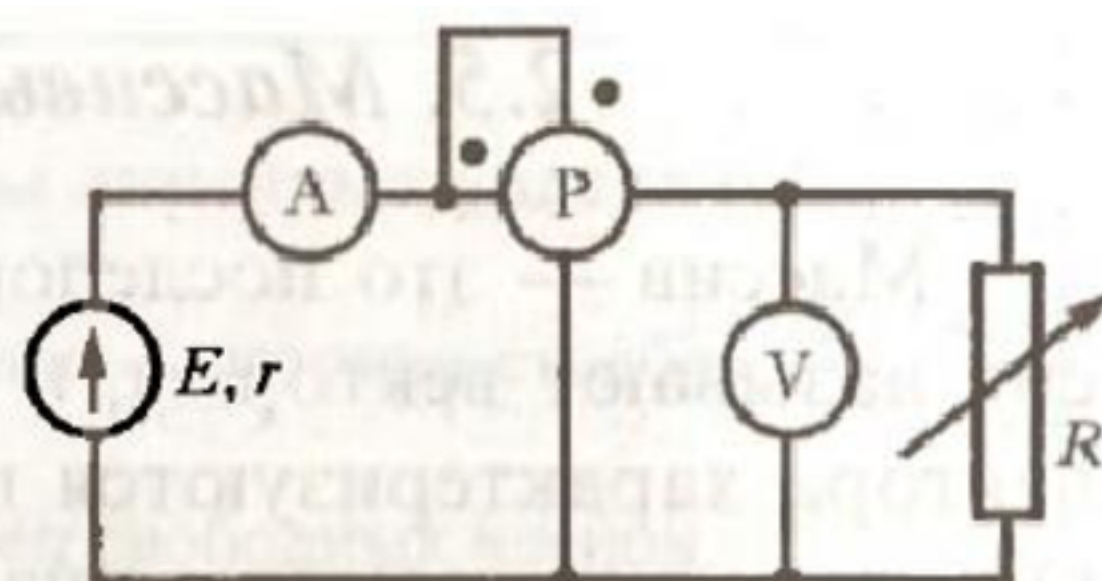
Рис. 2.8. Определение координат одной из точек на графике

На рис. 2.8 курсор установлен на точке графика y_2 с координатами: $x=2,4$ и $y=6,0526$.

Переместите курсор в любую другую точку графика y_1 или y_2 и снова нажмите левую клавишу мыши. Выведутся ординаты новой точки. Можно перемещать курсор и с нажатой клавишей мыши. Понаблюдайте, как в этом случае меняются координаты. Для выхода из окна нажмите кнопку Закреть (Close).

В качестве примера исследуйте самостоятельно схему, показанную на рис. 2.9 при изменении сопротивления R в пределах от 0 до 10 Ом через 0,5 Ом

Рис. 2.9. Цепь постоянного тока с регулируемым сопротивлением нагрузочного резистора



ЭДС источника питания $E = 6$ В, внутреннее сопротивление источника питания $r = 1,5$ Ом. Сначала введите диапазон изменения аргумента R , а затем функции этого аргумента: ток $I(R)$, напряжение $U(R)$ и мощность $P(R)$. Покажите эти зависимости на графике.

Результат должен быть таким, как это показано на рис. 2.10.

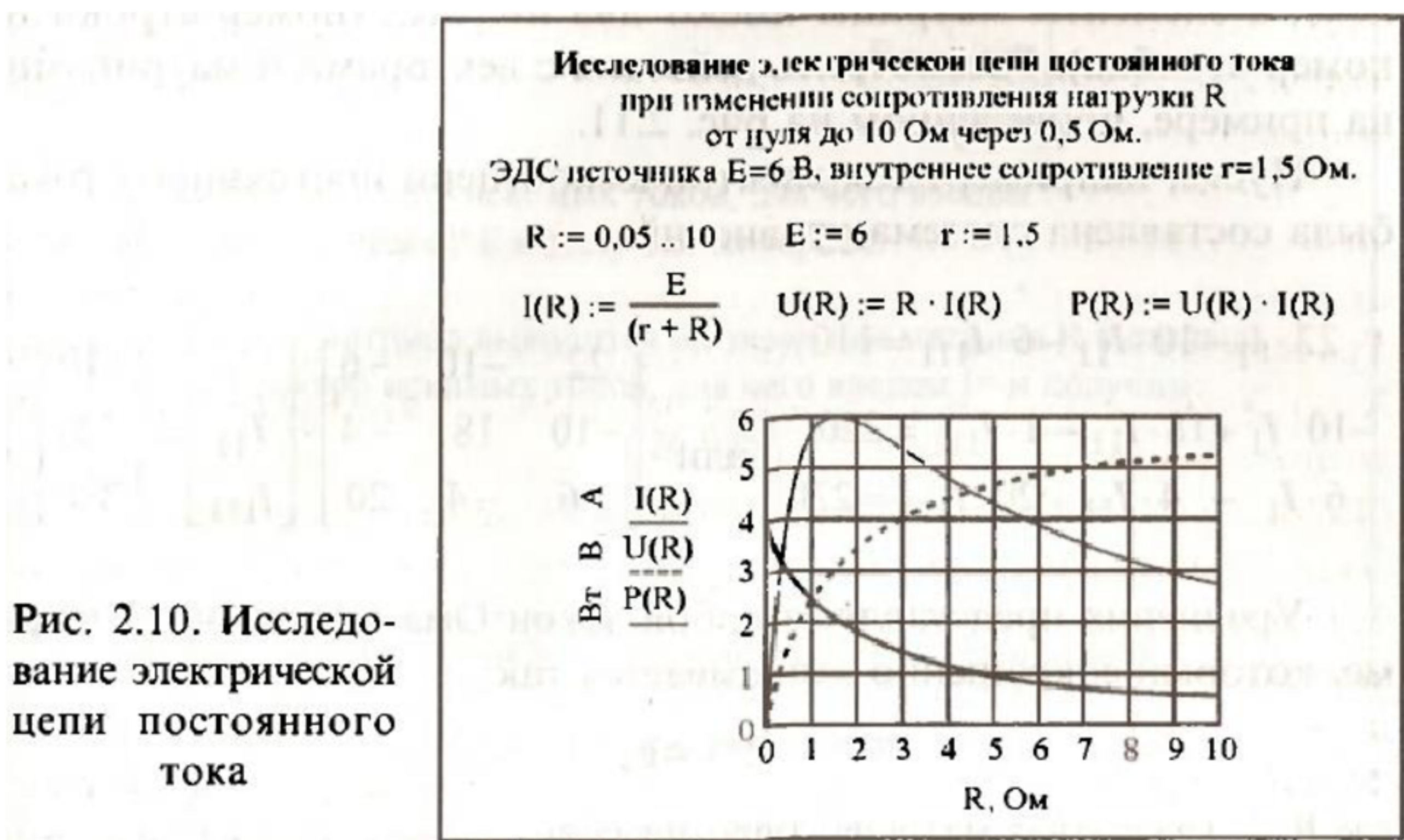


Рис. 2.10. Исследование электрической цепи постоянного тока

Контрольные вопросы

1. Какие способы форматирования графиков вы знаете?
2. Как выделить узловые точки графика?
3. Как изменить диапазон графика?
4. Как задать несколько аргументов функции на графике?
5. Как построить несколько графиков функций на одном рисунке?
6. Как построить график поверхности?

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Берлинер, Э. М. САПР в машиностроении : учебник для вузов / Э. М. Берлинер, О. В. Таратынов. – Москва : Форум, 2014. – 448 с.
2. Афанасьева, Н. Ю. Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента : [учеб. пособие*]. – М. : КНОРУС, 2013. – 330 с.
3. Хлебников, А. А. Информационные технологии : учебник / А. А. Хлебников. – М. : КноРус, 2014. – 472 с.
4. МATHCAD 14: Основные сервисы и технологии Пожарская Г. И., Назаров Д. М. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016

Практическая работа 5. Массивы, матрицы, векторы

Цель работы:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Изучить команды, связанные с матрицами и векторами, выполнения операций над массивами из внешнего файла.

Массив представляет собой таблицу, заполненную числовыми значениями. Элемент массива не обязан быть скаляром. Возможно сделать массивом сам элемент массива — это позволяет создавать массивы из массивов.

Эти массивы ведут себя во многом схоже с массивами, чьи элементы — скаляры. Однако имеются некоторые различия:

- Нельзя использовать команду меню **Матрицы**, чтобы вставить массив в поле, которое уже находится внутри массива.
- Нельзя отобразить весь составной массив. Вы будете взамен видеть строку подобную {3,2}, которая указывает, что 3 x 2 массив находится в определённой ячейке массива.
- Большинство математических операторов и функций не имеет смысла по отношению к составным массивам.

Следующие разделы проясняют эти различия.

Определение составного массива

Вы определяете составной массив способом, подобным определению любого массива. Единственное различие состоит в том, что нельзя использовать команду **Матрицы** из меню **Математика**, когда уже выбрано поле внутри существующего массива. Можно, однако, щёлкнуть на поле в массиве и впечатать туда имя другого массива, как показано на Рисунке 22.

Рисунок 22 показывает три способа определить матрицу, состоящую из матриц: использование дискретного аргумента, определение каждого элемента в отдельности, и командой **Матрицы** из меню **Математика**.

В дополнение к методам, показанным на Рисунке 22, можно также использовать функцию *READPRN* в массиве пустых полей, созданных командой **Матрицы**. Имейте в виду, что нельзя использовать *READPRN* с одним файлом больше чем один раз в данной матрице. Функция *READPRN* подробно описана в главе [“Файлы данных”](#).

Рисунок 22: Определение составных массивов.

Отображение составных массивов

Когда Вы отображаете составной массив, используя знак =, Вы не увидите каждый элемент в каждом вложенном массиве — это было бы очень громоздко. Вместо этого всякий раз, когда элемент массива — сам массив, Mathcad указывает число строк и столбцов вложенного массива взамен его отображения непосредственно. Рисунок 23 показывает, как массивы, созданные на Рисунке 22, выглядят при отображении. Каждый элемент массива отображается либо как:

- число, когда элемент массива — просто число
- упорядоченная пара m, n , где m и n — число строк и столбцов в массиве, расположенном в данном элементе.

Заметьте, что массив **B** содержит элемент , который является сам составным массивом. Для его просмотра следует произвести повторную индексацию, как показано в нижнем правом углу Рисунка 22.

$$m := 0..3$$

$$n := 0..3$$

$$M_{m,n} := \text{identity}(m + 1)$$

$$u := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$v := (2 \ 4)$$

$$V := \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

$$B_0 := 1$$

$$B_1 := \text{identity}(2)$$

$$B_2 := (B_0 \ 2 \ v)$$

+

Отображение вложенных матриц

$$M = \begin{pmatrix} \{1,1\} & \{1,1\} & \{1,1\} & \{1,1\} \\ \{2,2\} & \{2,2\} & \{2,2\} & \{2,2\} \\ \{3,3\} & \{3,3\} & \{3,3\} & \{3,3\} \\ \{4,4\} & \{4,4\} & \{4,4\} & \{4,4\} \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} \{2,1\} \\ \{1,2\} \end{pmatrix}$$

$$V^T = (\{2,1\} \ \{1,2\})$$

$$\text{augment}(V, V) = \begin{pmatrix} \{2,1\} & \{2,1\} \\ \{1,2\} & \{1,2\} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ \{2,2\} \\ \{1,3\} \end{pmatrix}$$

$$B_2 = (1 \ 2 \ \{1,2\})$$

$$(B_2)_{0,2} = (2 \ 4)$$

Рисунок 23: Отображение составных массивов.

Операторы и функции для составных массивов

Большинство операторов и функций не работает с составными массивами, поскольку трудно определить их действие в таком сложном случае. Например, совершенно непонятно, что понимать под обращением составной матрицы. При попытке выполнить обычные арифметические операции над составными массивами скорее всего появится либо сообщение об ошибке типа переполнение, либо бессмысленный результат.

Составные массивы предназначены главным образом для удобного хранения и доступа к данным.

Некоторые операторы и функции всё же применимы и полезны для использования с составными массивами. Например, транспонирование выполняет осмысленное действие, как показано в нижней части Рисунка 23. На следующей странице приведён список операторов, применяемых к составным массивам:

Операция	Обозначение	Клавиши	Описание
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна Верхний индекс Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022 [Ctrl] 1 [Ctrl] 6	$A^{<n>}$		Переводит столбцы A в строки.

			вектор.
Нижний индекс	v_n	[	n -ный элемент вектора.
Двойной индекс	$A_{m,n}$	[	элемент матрицы из m -ого ряда и n -ого столбца.
Булево равенство	$w = z$	[Ctrl]=	Булево равенство. Возвращает 1, если два составных массива, вкуче со всеми вложенными массивами, содержащимися внутри них, идентичны; иначе возвращает 0.

Вероятно, весьма полезными для использования с составными массивами окажутся функции, связанные с определением размеров массивов, а также объединением массивов и выделением подмассивов. В частности, можно использовать функции *cols* и *rows*, чтобы обнаружить элементы массива, которые являются вложенными массивами. Обе эти функции возвращают нуль, когда элемент — скаляр, и соответствующее число в противном случае. Функции, которые будут полезными при работе с составными массивами:

Имя функции	Возвращается...
<code>rows(A)</code>	Число строк в матрице A .
<code>cols(A)</code>	Число столбцов в матрице A .
<code>length(v)</code>	Число элементов в векторе v .
<code>last(v)</code>	Индекс последнего элемента в векторе v .
<code>augment(A, B)</code>	Массив, сформированный размещением A и B бок о бок. Массивы A и B должны иметь одинаковое число строк.
<code>stack(A, B)</code>	Массив, сформированный размещением A над B . Массивы A и B должны иметь одинаковое число столбцов.
<code>submatrix(A, ir, jr, ic, jc)</code>	Подмассив, состоящий из всех элементов, содержащихся в строках с <i>ir</i> по <i>jr</i> и столбцах с <i>ic</i> по <i>jc</i> . Чтобы поддерживать порядок строк и-или столбцов, удостоверьтесь, что $ir \leq jr$ и $ic \leq jc$, иначе порядок строк и-или столбцов будет обращён.

Оборудование и материалы

Персональный компьютер, программа MathCAD.

Указания по технике безопасности:

Соответствуют технике безопасности по работе с компьютерной техникой.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6	Задания
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна	
Действителен с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Массив — Это последовательность чисел. Одномерный массив называют вектором, а элементы вектора характеризуются порядковым номером или

индексом. Обычно их нумеруют с нуля. Элементы вектора имеют один индекс, а элементы матрицы имеют два индекса (номер строки и номер столбца). Рассмотрите действия с векторами и матрицами на примере, приведенном на рис. 2.11.

Пусть, например, для электрической цепи постоянного тока была составлена система уравнений:

$$\begin{aligned} 22 \cdot I_1 - 10 \cdot I_{11} - 6 \cdot I_{111} &= 110 \\ -10 \cdot I_1 + 18 \cdot I_{11} - 4 \cdot I_{111} &= 220 \\ -6 \cdot I_1 - 4 \cdot I_{11} + 20 \cdot I_{111} &= 220 \end{aligned} \quad \text{или} \quad \begin{bmatrix} 22 & -10 & -6 \\ -10 & 18 & -4 \\ -6 & -4 & 20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{11} \\ I_{111} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 220 \\ 220 \end{bmatrix}$$

Уравнения представляют собой закон Ома в матричной форме, который сокращенно записывается так:

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{E},$$

где $\mathbf{R}$ — квадратная матрица сопротивлений;

$\mathbf{I}$ — матрица-столбец (вектор) неизвестных токов;

$\mathbf{E}$ — матрица-столбец свободных членов; матрица-столбец в данном случае является вектором.

Решение системы записывается: $\mathbf{I} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{E}$, где $\mathbf{R}^{-1}$ — обращенная матрица сопротивлений (вводится с клавиатуры как RA-1). Рассмотрим, как можно задать вектор или матрицу.

Для задания вектора или матрицы следует установить курсор на место, где планируется задать вектор или матрицу и нажать клавиши [Ctrl]+[M]. Например, чтобы задать матрицу сопротивлений $\mathbf{R}$, имеющую три строки и три столбца, следует ввести R:[Ctrl]+[M]. В информационном окне Вставить матрицу (Insert Matrix) появятся два окошка Строки (Rows) и Столбцы (Columns) с запросом о количестве строк и столбцов. В ответ на запрос введите в окне Строки 3 и в окне Столбцы 3. После этого нажмите кнопку ОК. На экране появится шаблон матрицы 3 на 3.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Пример решения системы линейных уравнений

Закон Ома в матричной форме: $R \cdot I = E$, здесь I матрица-столбец неизвестных токов,
матрица сопротивлений столбец свободных членов

$$R := \begin{pmatrix} 22 & -10 & -6 \\ -10 & 18 & -4 \\ -6 & -4 & 20 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} 110 \\ 220 \\ 220 \end{pmatrix}$$

Выразим вектор искомых токов, для чего введем
 $I := R^{-1} \cdot E$ и получим на экране:

Обращенная матрица выводится на экран как матрица R в степени -1
Выведем вектор искомых токов, для чего введем $I =$ и получим:

$$I = \begin{pmatrix} 26.955 \\ 32.901 \\ 25.667 \end{pmatrix}$$

Выведем значения токов как индексированные переменные:

$$I_0 = 26.955 \quad I_1 = 32.901 \quad I_2 = 25.667$$

(чтобы ввести индекс, следует нажать клавишу открывающей квадратной скобки [)

Вычислим детерминант матрицы R .

Введем $|R| =$ и получим: $|R| = 4.44 \times 10^3$

Заменим в матрице R первый столбец столбцом свободных членов и назовем эту матрицу $R1$:

Вычислим детерминант матрицы $R1$:

$$R1 := \begin{pmatrix} 110 & -10 & -6 \\ 220 & 18 & -4 \\ 220 & -4 & 20 \end{pmatrix} \quad |R1| = 1.197 \times 10^5$$

Вычислим первый ток по методу Крамера:

$$I_0 := \frac{|R1|}{|R|} \quad I_0 = 26.955$$

Рис. 2.11. Решение системы линейных уравнений, записанных в матричной форме

Векторные и матричные операции (Vektor and Matrix Toolbar) (кнопка с изображением матрицы). В выпадающем окне Матрицы (Matrix) надо выбрать кнопку Создать матрицу или вектор (Matrix or Vektor Ctrl+M) (верхняя левая кнопка). Попробуйте самостоятельно описанные способы задания матрицы и выберите для себя наиболее подходящий способ. Перемещая курсор по шаблону, введите в прямоугольнички численные значения элементов матрицы R , показанные на рис. 2.11.

Перемещать курсор удобно с помощью клавиши [Tab]. Для задания вектора E (столбца свободных членов) следует ввести $E:[Ctrl]+[M]$ и на запрос о размерах массива введите цифру 3 для количества строк и цифру 1 для количества столбцов. Численные значения элементов вектора вводятся так же, как и значения элементов матрицы. Найдите вектор искомых токов так, как это указано на рис. 2.11. Текст на этом рисунке является комментарием. Он лишь поясняет ход вычислений. Элементами матрицы и вектора могут быть и комплексные числа. Матричные операции с комплексными числами рассмотрите на примере рис. 2.12.

Обратим внимание, что 4 столбца в матрице Z (или 2 столбца в матрице U) являются в действительности двумя комплексными столбцами (или одним комплексным столбцом в векторе U). Для определения модулей и аргументов комплексных чисел с помощью переменной цикла $k:=0..1$ следует ввести $|I_k| =$ и $\arg(I_k) =$.

Напомним, что индексы у индексированных переменных начинаются с нуля. Поэтому искомые токи будут обозначаться как I_0 и I_j . На рис. 2,12 показано применение оператора векторизации вектора или матрицы $[Ctrl]+[-]$. Этот оператор говорит о том, что операция производится с каждым элементом вектора или матрицы. Действительно, нельзя взять модуль или аргумент (фазовый угол) от вектора комплексных чисел, но можно взять его от каждого элемента вектора в отдельности. (Элемент — последовательные значения чисел, входящих в вектор.)

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Элементами матрицы могут быть комплексные числа.
 Например, введите матрицу комплексных сопротивлений Z размером 2 на 2 и матрицу-столбец комплексных свободных членов U размером 2 на 1:

$$Z := \begin{pmatrix} 15 + 8j & 2 + 2j \\ 2 + 2j & 26 - 4j \end{pmatrix} \quad U := \begin{pmatrix} 190 + 32j \\ 300j \end{pmatrix}$$

Вектор искомых комплексных токов: $I := Z^{-1} \cdot U$

$$I = \begin{pmatrix} 11.726 - 5.141i \\ -2.925 + 10.582i \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} I_0 &= 11.726 - 5.141i \\ I_1 &= -2.925 + 10.582i \end{aligned}$$

Модули и аргументы комплексных чисел можно определить:

$$\begin{aligned} |I_0| &= 12.803 & \arg(I_0) &= -0.413 \\ |I_1| &= 10.979 & \arg(I_1) &= 1.841 \end{aligned}$$

или с помощью оператора векторизации

(вводится нажатием клавиш `[] [I] [Spaze] [Ctrl] + [-] [] [I]`)

$$\vec{|I|} = \begin{pmatrix} 12.803 \\ 10.979 \end{pmatrix}$$

аргумент в радианах

$$\vec{\arg(I)} = \begin{pmatrix} -0.413 \\ 1.841 \end{pmatrix}$$

аргумент в градусах

$$\frac{\vec{\arg(I)}}{\deg} = \begin{pmatrix} -0.413 \\ 1.841 \end{pmatrix}$$

Определение модулей и аргумента с помощью переменной цикла:

$$k := 0..1$$

$$|I_k| =$$

$$\begin{pmatrix} 12.803 \\ 10.979 \end{pmatrix}$$

$$\arg(I_k) =$$

$$\begin{pmatrix} -0.413 \\ 1.841 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.12. Решение системы линейных уравнений с комплексными коэффициентами

На рис. 2.13 показано задание матрицы без вывода ее шаблона с использованием «цикла в цикле». Во внешнем цикле переменная i изменяется от 0 до 5, а во внутреннем цикле переменная k изменяется от 0 до 1. Элементы матрицы $Z = i * k$ (задается как $Z[i,k]:i*k$. Для



Рис. 2.13. Задание матрицы

Контрольные вопросы

1. Что такое массив??
2. Что такое вектор?
3. Как транспонировать матрицу?
4. Как вычислить определитель матрицы?
5. Как создать матрицу с комплексными коэффициентами?
6. Как загрузить данные в массив из внешнего источника?

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Берлинер, Э. М. САПР в машиностроении : учебник для вузов / Э. М. Берлинер, О. В. Таратынов. – Москва : Форум, 2014. – 448 с.
2. Афанасьева, Н. Ю. Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента : [учеб. пособие*]. – М. : КНОРУС, 2013. – 330 с.
3. Хлебников, А. А. Информационные технологии : учебник / А. А. Хлебников. – М. : КноРус, 2014. – 472 с.
4. МATHCAD 14: Основные сервисы и технологии Пожарская Г. И., Назаров Д. М. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Практическая работа 6. Преобразование массивов

Цель работы:

Изучить команды редактирования векторов и матриц в среде MathCAD.

Теоретическая часть.

Матричное исчисление играет важную роль в компьютерной математике. Практически все численные методы на том или ином этапе работы своего алгоритма сводятся к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которое часто производится матричными методами. Вообще говоря, нельзя назвать ни одной области использования компьютера, в алгоритмах которой (в большей или меньшей степени) не использовались бы матрицы [7].

Понятие «вектор» обычно не отделяют от понятия «матриц». Векторы могут рассматриваться как матрицы, состоящие из одного столбца (или строки).

Матричные вычисления в MathCAD можно условно разделить на три основных типа.

К первому относятся такие элементарные действия над матрицами, как создание, извлечение из них данных, их умножение, сложение или скалярное произведение (в случае векторов). Для их реализации служат специальные операторы трех панелей семейства Math (Математические): Calculator (Калькулятор), Matrix (Матричные) и Symbolics (Символьные).

Ко второму типу можно отнести те матричные преобразования, которые требуют использования специальных функций и встроенных алгоритмов матричной алгебры, таких как, например, функции вычисления определителя, матричных норм или сортировки элементов векторов по возрастанию. Функции этой группы можно найти в категории Vector and Matrix (Векторные и матричные) у мастера функций.

И, наконец, к третьему типу матричных вычислений следует отнести те задачи, решить которые можно только используя возможности системы программирования MathCAD.

В языках программирования начальные индексы массивов обычно равняются 0. По умолчанию в MathCAD индексы строк и столбцов также отсчитываются с 0. В том случае, если такая система вам неудобна или непривычна, можно изменить точку отсчета индексов на 1, задав системную переменную `ORIGIN: ORIGIN: = 1`.

Доступ к элементам вектора или матрицы осуществляется с помощью индексированных переменных. Например, чтобы использовать пятый элемент вектора с именем A, нужно записать этот элемент в виде: A_5 . А для того, чтобы взять элемент матрицы B, расположенный на пересечении 3-й строки и 4-го столбца нужно записать: $B_{3\ 4}$.

Для задания индексов на панели Matrix предусмотрена специальная кнопка Subscript (Индекс). Перейти к записи индекса можно также с помощью клавиши «[» (левая квадратная скобка). Нажав ее, вы увидите, что на месте будущего индекса, чуть ниже текста имени матрицы, появится черный маркер. В него через запятую следует ввести значения индексов. На первом месте при этом должен стоять номер строки, а на втором – столбца.

Оборудование и материалы.

Персональный компьютер, программа MathCAD.

Указания по технике безопасности:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН	
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Соответствует технике безопасности по работе с компьютерной техникой.

Задания

Создание векторов и матриц

В системе предусмотрены различные возможности задания векторов и матриц:

- Определение матрицы последовательным заданием каждого элемента.
- С помощью индексированных переменных.
- С помощью использования команды `Insert^Matrix`, либо с помощью соответствующей кнопки панели `Matrix`.
- Задание с помощью элементов программирования.
- Применение встроенных функций.
- Через связь с другим приложением, например Excel.
- Создание таблицы данных.
- Чтение из внешнего файла.

Рассмотрим некоторые из них. Определение матрицы последовательным заданием каждого элемента очевидно и не требует пояснений. При создании матрицы или вектора с помощью индексированной переменной следует исходить из того, что любая индексированная переменная, индексами которой являются переменные, принимающие целочисленные значения из некоторого промежутка, уже представляют собой вектор или матрицу.

Пример 3. Требуется сформировать вектор x , состоящий из 6 элементов. Элементам этого вектора присвоить значения индексов.

Решение. Предоставим два варианта решения этой задачи:

- 1) с помощью индексированной переменной;
- 2) с помощью команды `Inserts-Matrix`.

Вариант а

Для того чтобы сформировать вектор, воспользуемся вспомогательной переменной, которая будет играть роль индекса (например, i), а затем будем использовать эту переменную для задания элементных значений вектора. Формирование вектора представлено на рис. 8.

Вариант b

Формирование вектора x будем производить с помощью команды `Matrix`. Для этого сначала напишем оператор присваивания: « $x=$ », а затем выполним команду `Matrix`. Эта команда открывает диалоговое окно «`Insert Matrix`», которое представлено на рис. 9, в котором необходимо указать число строк и число столбцов. В нашем примере число строк равно 6, а число столбцов равно 1.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Задание индексированного промежутка

$$i := 0..5$$

Получение вектора с использованием индексов

$$x_i := i$$

Отображение векторных значений

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} +$$

Рис. 8. Формирование вектора с использованием индексированной переменной

После нажатия кнопки «Ok» команда предоставит шаблон с шестью ячейками, в которые следует вписать значения элементов вектора.

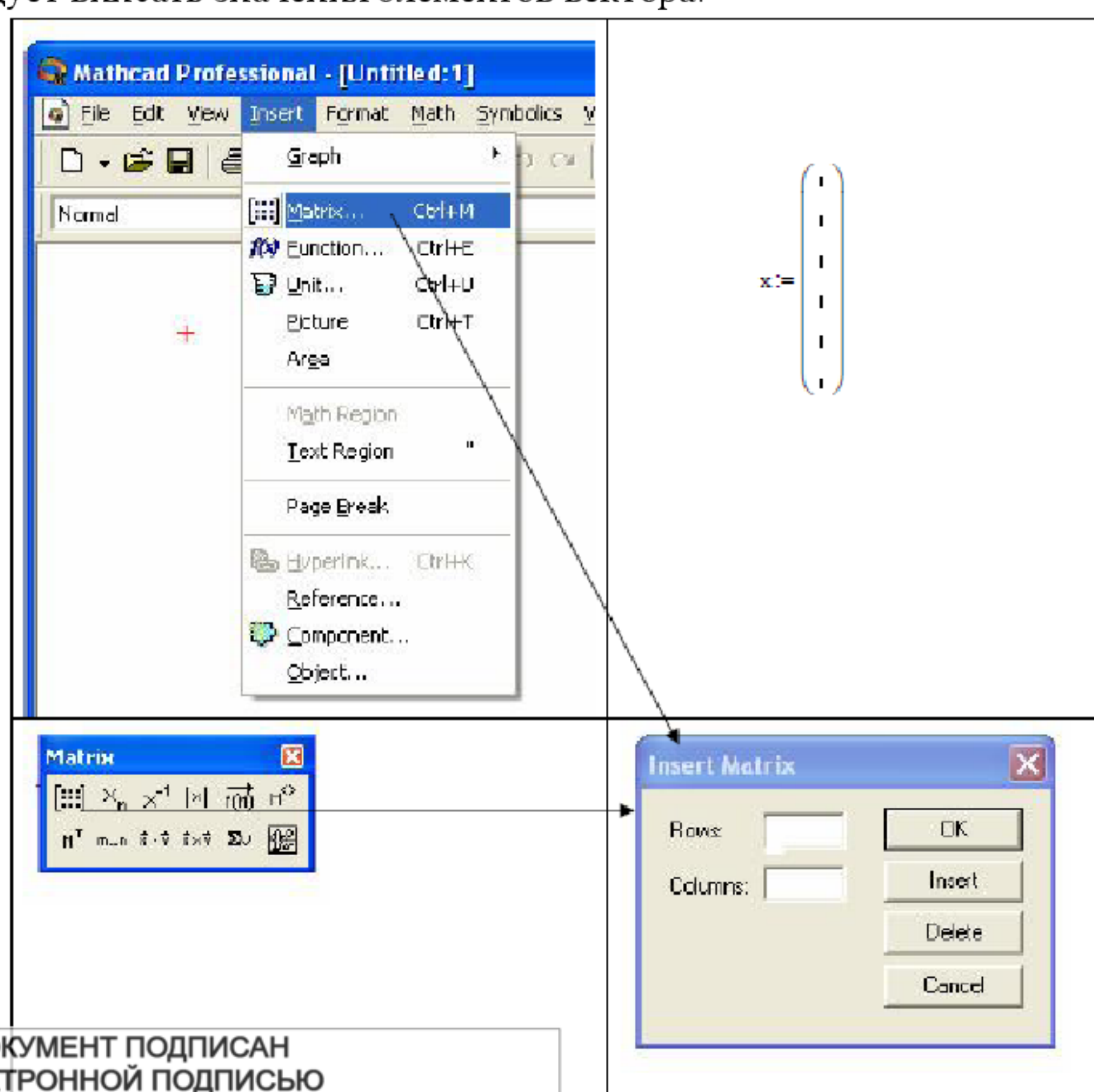


Рис. 9. Вызов диалогового окна «Insert Matrix»

создания матрицы с помощью команды «Matrix»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Пример 4. В файле с именем «int(4_4).txt» записаны числа в виде матрицы четыре строки по четыре элемента, разделенными пробелами. В файле с именем «int(4_1).txt» записаны числа в столбик. Требуется прочитать эти данные в матрицу Q и вектор P.

Решение. Для чтения данных из файла в матрицу/вектор можно воспользоваться функцией READPRN, которая имеет один параметр – имя файла. Фрагмент с решением представлен на рис. 10.

$$Q := \text{READPRN}(\text{"int(4_4).txt"}) \qquad P := \text{READPRN}(\text{"int(4_1).txt"})$$

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Рис. 10. Чтение данных из файлов

С матрицами могут производиться как численные, так и символьные вычисления. Операции с матрицами в системе MathCAD обозначаются так, как это принято в математике: $-$, $+$, $*$, $\dots$.

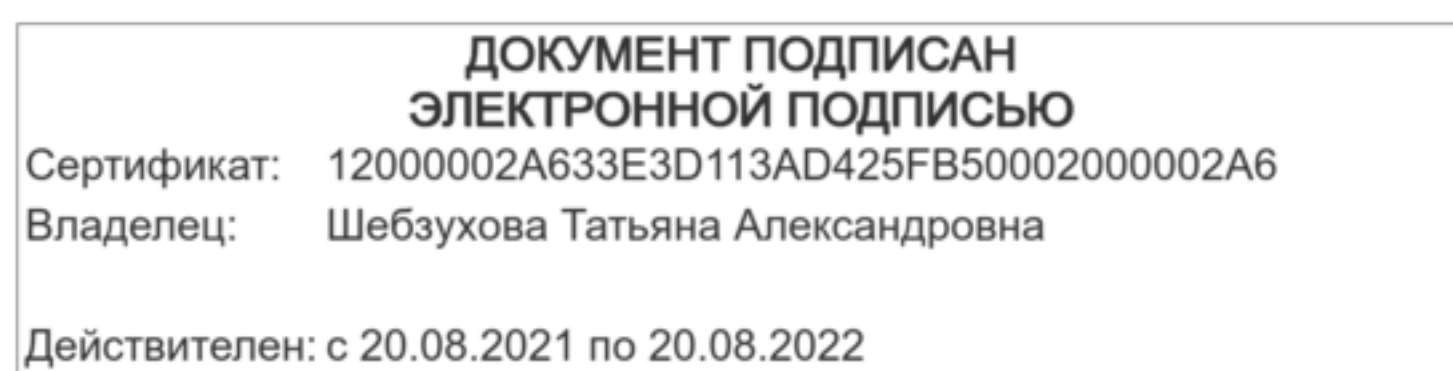
На рис. 11 показано назначение некоторых специализированных команд, расположенных на панели инструментов Matrix.

Помимо этого, система MathCAD представляет большое количество функций для работы с векторами и матрицами. Воспользоваться этими функциями можно с помощью мастера функций f(x).

	X^{-1} – получить обратную матрицу $ X $ – вычислить детерминант M^T – транспонировать $M^{< >}$ – из матрицы взять вектор-столбец $\sum v$ – получить сумму элементов $\vec{x} \cdot \vec{y}$ – скалярное произведение векторов $\vec{x} \times \vec{y}$ – векторное произведение векторов
---	---

Рис. 11. Назначение некоторых команд, расположенных на панели инструментов «Matrix»

На рис. 12 представлены вычисления с использованием операций над матрицами.



Даны матрицы:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Действия с матрицами:

$$A \cdot B \cdot C = \begin{pmatrix} 24 & 32 \\ -20 & -62 \end{pmatrix}$$

+

$$X := 3 \cdot B + A^T$$

$$X = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 10 \\ 17 & -3 \end{pmatrix}$$

Возведение в степень:

$$D := C^{-1} \quad D = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.375 \\ 0 & -0.25 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R := C^5 \quad R = \begin{pmatrix} 32 & 528 \\ 0 & -1024 \end{pmatrix}$$

Рис. 12. Примеры матричных вычислений в MathCAD

Пример 5. Требуется сформировать диагональную квадратную матрицу с(6×6). Значения элементов главной диагонали должны совпадать с номером строки/столбца.

Решение. Для получения диагональной матрицы в системе предусмотрена функция diag, которая имеет один параметр – вектор диагональных элементов. Поэтому формирование матрицы начнем с создания вспомогательного вектора, в который занесем элементы для диагонали. Для формирования этого вспомогательного вектора (например, с именем s), воспользуемся вспомогательной переменной, которая будет играть роль индекса (например, i). Тогда формирование диагональной матрицы может быть получено в результате операций, как это показано на рис. 13.

$$i := 0..5$$

$$s_i := i$$

$$c := \text{diag}(s)$$

$$s = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Рис. 13. Формирование диагональной матрицы

одну матрицу $C(4 \times 5)$, причем, первыми столбцами новой матрицы должны быть столбцы матрицы A , а справа от этих элементов следовать столбцы матрицы B (методом «дописывания справа»).

Решение. Для соединения двух матриц в одну матрицу можно использовать функцию `augment`, параметрами которой будут являться имена соединяемых матриц, как это показано на рис. 14.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 6 \\ 5 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$C = \text{augment}(A, B) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 3 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Рис. 14. Объединения двух матриц по правилу «дописывания справа»

Пример 7. Даны две матрицы: $A(2 \times 3)$ и $B(3 \times 3)$. Требуется объединить эти матрицы в одну матрицу $C(5 \times 3)$, причем, в новой матрицы в качестве первых строк должны быть строки матрицы A , а за ними должны следовать строки матрицы B .

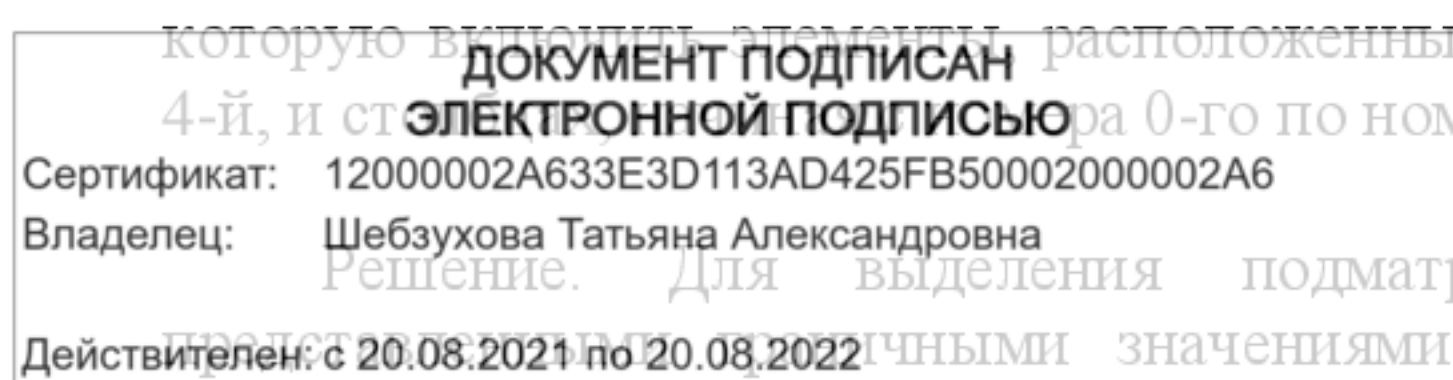
Решение. Для соединения двух матриц в одну матрицу по правилу «друг под другом» можно использовать функцию `stack`, параметрами которой будут являться имена соединяемых матриц, как это показано на рис. 15.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C := \text{stack}(A, B) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Рис. 15. Объединения двух матриц по правилу «друг под другом»

Пример 8. Дана матрица $A(6 \times 6)$. Требуется получить из этой матрицы подматрицу, в которую включить элементы, расположенные в строках, начиная с номера 2-го по номер 4-й, и столбцах, начиная с номера 0-го по номер 5-й.



Решение. Для выделения подматрицы с номерами столбцов и строк предусмотрена функция `submatrix`. Эта

функция имеет 5 параметров: имя матрицы, из которой производится выбор; начальный номер строки выбора; конечный номер строки выбора; начальный номер столбца выбора; конечный номер столбца выбора. Возможное решение представлено на рис. 16.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \text{submatrix}(A, 2, 4, 0, 5)$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \end{pmatrix}$$

Рис. 16. Выделение подматрицы из заданной матрицы

Пример 9. Дана матрица A(6×6). Требуется получить из этой матрицу два вектора. Первый вектор должен совпадать с 4-ым столбцом матрицы A, а второй – с 3-й строкой матрицы A.

Решение. Для получения векторных значений можно воспользоваться командой M<> (из матрицы взять вектор-столбец), которая расположена на панели «Matrix». Для получения первого вектора эту команду нужно применить непосредственно к матрице A, а для получения второго вектора нужно сначала получить из матрицы A транспонированную матрицу, а только потом воспользоваться командой «взять столбец». Возможное решение представлено на рис. 17.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B := A^{(4)}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \\ 13 \\ 19 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C := (A^T)^{(3)}$$

$$C = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \end{pmatrix}$$

Рис. 17. Выделение векторных значений из заданной матрицы