

Введение

Целью методических рекомендаций по изучению дисциплины является закрепление и углубление знаний, полученных при изучении теоретического материала по дисциплине «Строительная механика».

Целью проведения практических занятий является:

- Обобщение, систематизация, закрепление полученных теоретических знаний по темам конкретным требованиям дисциплины
- Формирование умений применять полученные знания на практике
- Выработка оптимальных решений при решении практических задач предметной области

Ведущей целью практических занятий по дисциплине Сопротивление материалов является формирование профессиональных компетенций и умений – выполнение определенных действий, необходимых в предметной области.

Методические рекомендации призваны обеспечить эффективность самостоятельной работы студентов с литературой, на основе рациональной организации

ее изучения, облегчить подготовку студентов к сдаче экзамена, сориентировать их в направлении изучения материала по поставленным вопросам, дать возможность отработать навыки составления и оформления различных видов документов, как под контролем преподавателя, так и самостоятельно.

Перед подготовкой к занятию студенты должны ознакомиться с планом практического занятия, а также с учебной программой по данной теме что поможет студенту сориентироваться при проработке вопроса и правильно составить план ответа. Следующий этап – изучение конспекта лекций, разделов учебников, ознакомление с дополнительной литературой, рекомендованной к занятию. Студенты должны готовить краткий конспект ответов на все вопросы, знать определения основных категорий.

Разработано для очной формы обучения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 1

Тема 1. Общие понятия и определения.

Сооружения и их элементы;

Цель: дать студенту знания в области основ кинематики.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

общие теоремы динамики

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы заключается в применении знаний в области кинематики на практике.

Теоретическая часть:

Классификация движения точки:

1. Если в течение некоторого времени $a_{\tau} = 0$ и $a_n = 0$, то точка движется равномерно и прямолинейно;

2. Если в течение некоторого времени $a_{\tau} \neq 0$ и $a_n = 0$, то точка движется неравномерно и прямолинейно;

3. Если в течение некоторого времени $a_{\tau} = 0$ и $a_n \neq 0$, то точка движется равномерно и криволинейно;

4. Если в течение некоторого времени $a_{\tau} \neq 0$ и $a_n \neq 0$, то точка движется неравномерно и криволинейно.

Виды движения твердого тела:

1. *Простейшие движения твердого тела:*

а. *Поступательное движение:* любой отрезок тела перемещается параллельно самому себе;

б. *Вращательное движение вокруг неподвижной оси:* две точки, неразрывно связанные с телом, остаются неподвижны;

2. *Плоскопараллельное (плоское) движение:* каждая точка тела движется в одной и той же плоскости;

3. *Сферическое движение:* одна точка, неразрывно связанная с телом, остается неподвижна;

4. *Свободное движение:* любое перемещение тела ничем не ограничено.

Плоскопараллельное (плоское), сферическое и свободное движения являются совокупностью простейших движений.

При **поступательном движении** все точки тела описывают одинаковые (при наложении совпадающие) траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения.

При поступательном движении кинематическими характеристиками тела являются линейная скорость и линейное ускорение этого тела

При **вращательном движении** для определения положения вращающегося тела используют понятие *угла поворота тела* φ (рисунок 5). Угол поворота связан со временем зависимостью, называемой уравнением вращательного движения

$$\varphi = f(t).$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Кинематическими характеристиками вращательного движения являются *угловая скорость* ω и *угловое ускорение* ε .

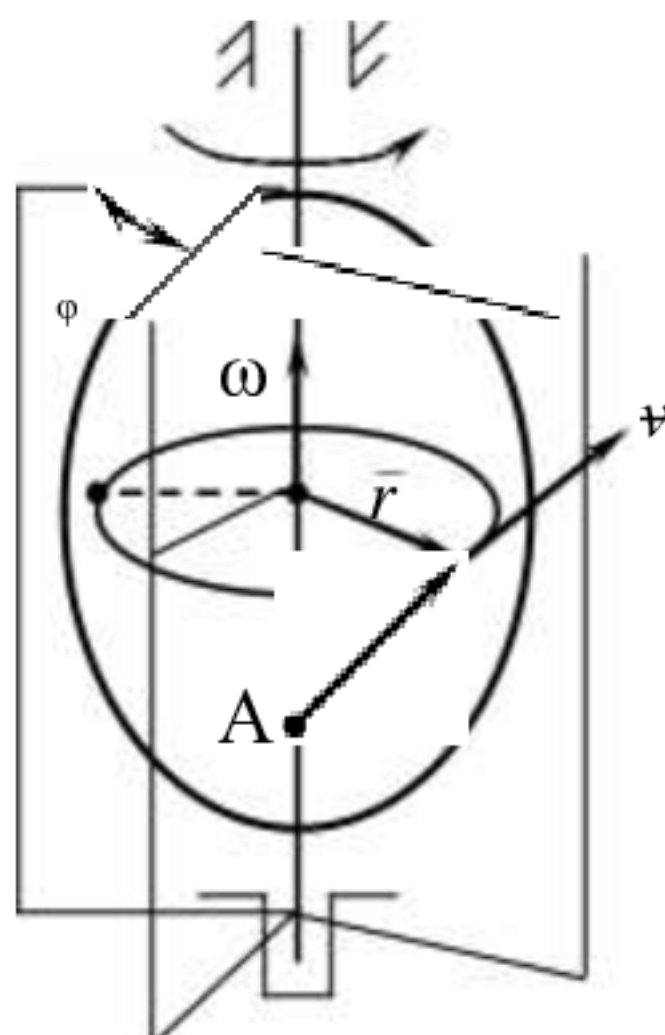


Рисунок 5.

Угловая скорость тела равна первой производной по времени от угла поворота тела

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Вектор угловой скорости направлен по оси вращения тела в ту сторону, откуда вращение видно происходящим против хода часовой стрелки.

Угловое ускорение тела равно первой производной от его угловой скорости или второй производной от угла поворота тела по времени

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Вектор углового ускорения направлен по оси вращения в ту же сторону, что и вектор угловой скорости, когда вращение ускоренное, и в обратную сторону, когда вращение замедленное.

Величина скорости точки вращающегося тела равна произведению угловой скорости на расстояние от точки до оси вращения

$$v = \omega \cdot OM$$

Вектор скорости точки вращающегося тела направлен перпендикулярно прямой, соединяющей эту точку с осью вращения, и перпендикулярно самой оси вращения и определяется по формуле Эйлера

$$\mathbf{v} = \vec{\omega} \cdot \vec{r},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из любой точки, лежащей на оси вращения, к рассматриваемой точке твердого тела.

Полное ускорение точки вращающегося тела разлагается на две составляющие: *вращательное* (a_ε) и *осестремительное* (a_ω), и его величина равна корню квадратному из суммы квадратов этих составляющих

$$a = \sqrt{a_\varepsilon^2 + a_\omega^2}.$$

Вращательное ускорение направлено в ту же сторону, что и скорость, когда движение ускоренное и в обратную сторону, когда движение замедленное.

Величина вращательного ускорения точки равна произведению углового ускорения тела на расстояние от точки до оси вращения

$$a_\varepsilon = \varepsilon \cdot OM.$$

В векторной форме: $\mathbf{a}_\varepsilon = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}.$

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Осестремительное ускорение направлено к оси вращения. Величина осестремительного ускорения точки равна произведению квадрата угловой скорости тела на расстояние от точки до оси вращения

$$a_{\omega} = \omega^2 \cdot OM.$$

В векторной форме: $\vec{a}_{\omega} = \vec{\omega} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{r})$.

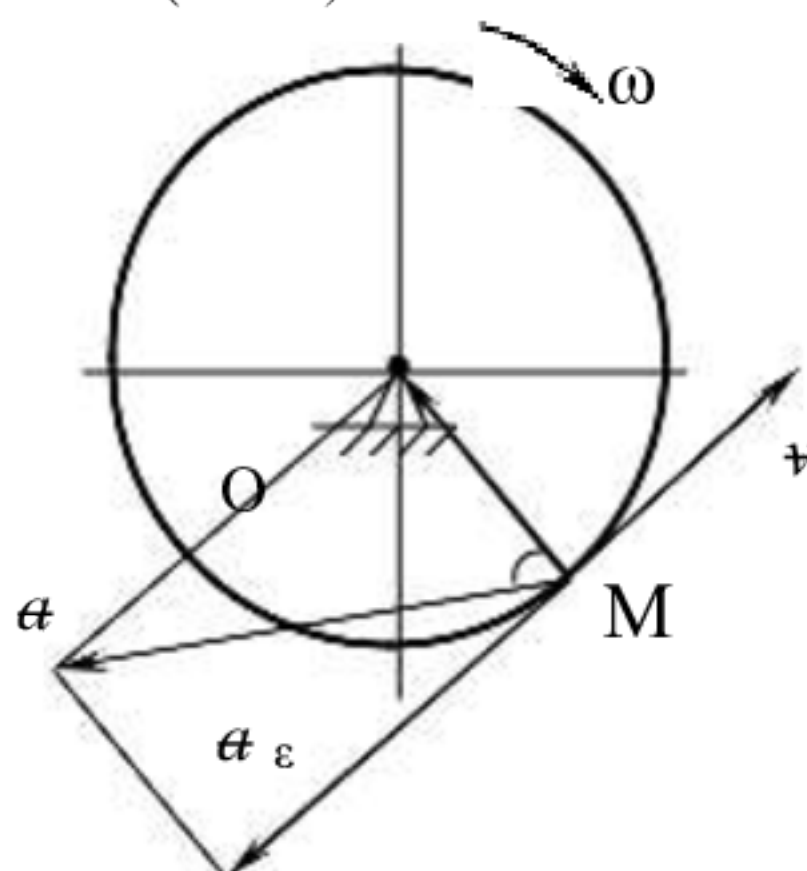


Рисунок 6. Направление векторов скорости и ускорений при замедленном движении вращающегося тела.

Вектор полного ускорения любой точки вращающегося тела направлен под углом φ к прямой, соединяющей эту точку с осью вращения. Тангенс этого угла равен отношению углового ускорения тела к квадрату его угловой скорости

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\varepsilon}{\omega^2}.$$

При **плоскопараллельном (плоском) движении**:

Всякое непоступательное перемещение плоской фигуры в ее плоскости может быть осуществлено как совокупность простейших движений: *поступательного* вместе с выбранной точкой фигуры, называемой полюсом и *вращения* вокруг оси, проходящей через полюс.

Кинематическими характеристиками являются мгновенная угловая скорость ω , мгновенное угловое ускорение ε плоской фигуры, линейная скорость и линейное ускорение, точки выбранной за полюс.

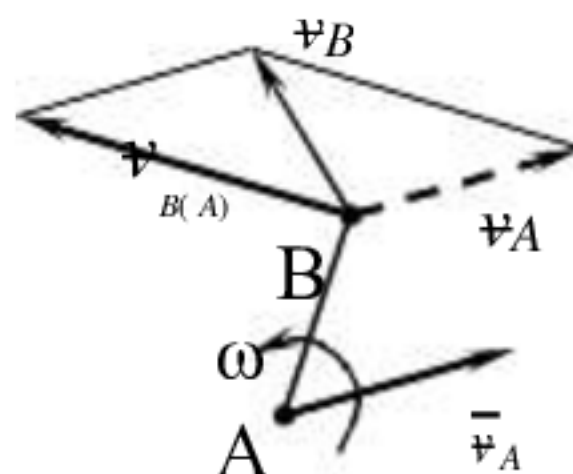


Рисунок 7. Определение скоростей точек плоской фигуры.

Формула распределения скоростей точек при плоском движении (рисунок 7):

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B(A)},$$

где $\vec{v}_A$ – скорость полюса A;

$\vec{v}_B$ – скорость любой точки B;

$\vec{v}_{B(A)}$ – скорость, которую получает точка B при вращении плоской фигуры вокруг полюса A;

$$v_{A(B)} = \omega \cdot AB;$$

Вектор скорости $\vec{v}_{B(A)}$ перпендикулярен прямой AB.

Скорость любой точки B плоской фигуры геометрически складывается из скорости какой-нибудь другой точки A , принятой за полюс, и скорости, которую точка B получает при вращении фигуры вокруг этого полюса.

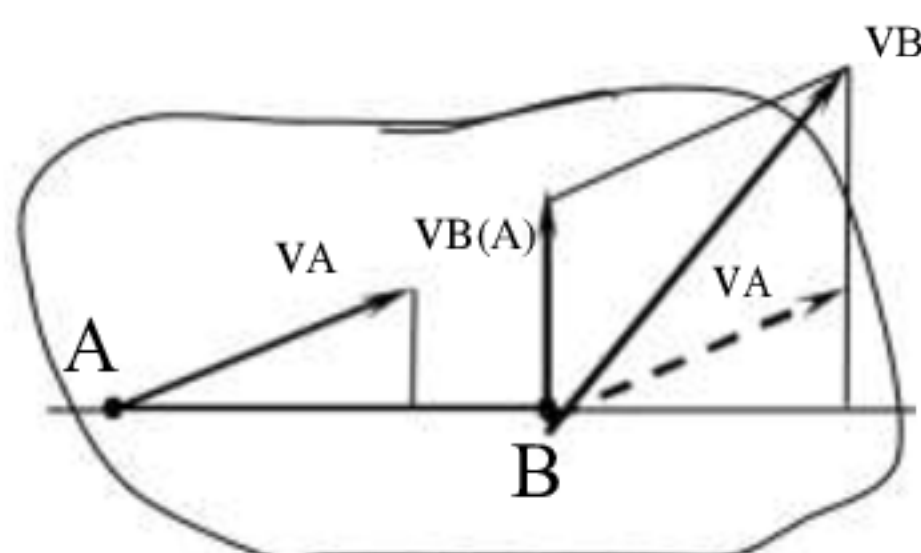


Рисунок 8.

Для определения скоростей плоской фигуры используют наиболее простой и удобный метод, основанный на **теореме о проекциях скоростей двух точек тела**: проекции скоростей двух точек на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу (рисунок 8)

$$v_B \cos \beta = v_A \cos \alpha.$$

Другой простой и наглядный способ определения скоростей точек плоской фигуры (или тела при плоском движении) основан на понятии о **мгновенном центре скоростей**.

Мгновенный центр скоростей – точка, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Скорость точек плоской фигуры равна произведению мгновенной угловой скорости фигуры (ω , рад/с) на расстояние от точки до МЦС (рисунок 9, а)

$$v_A = \omega \cdot PA,$$

где PA – расстояние от МЦС (т.Р) до точки A .

Вектор скорости плоской фигуры **направлен перпендикулярно прямой**, соединяющей эту точку с МЦС, и лежит в плоскости фигуры.

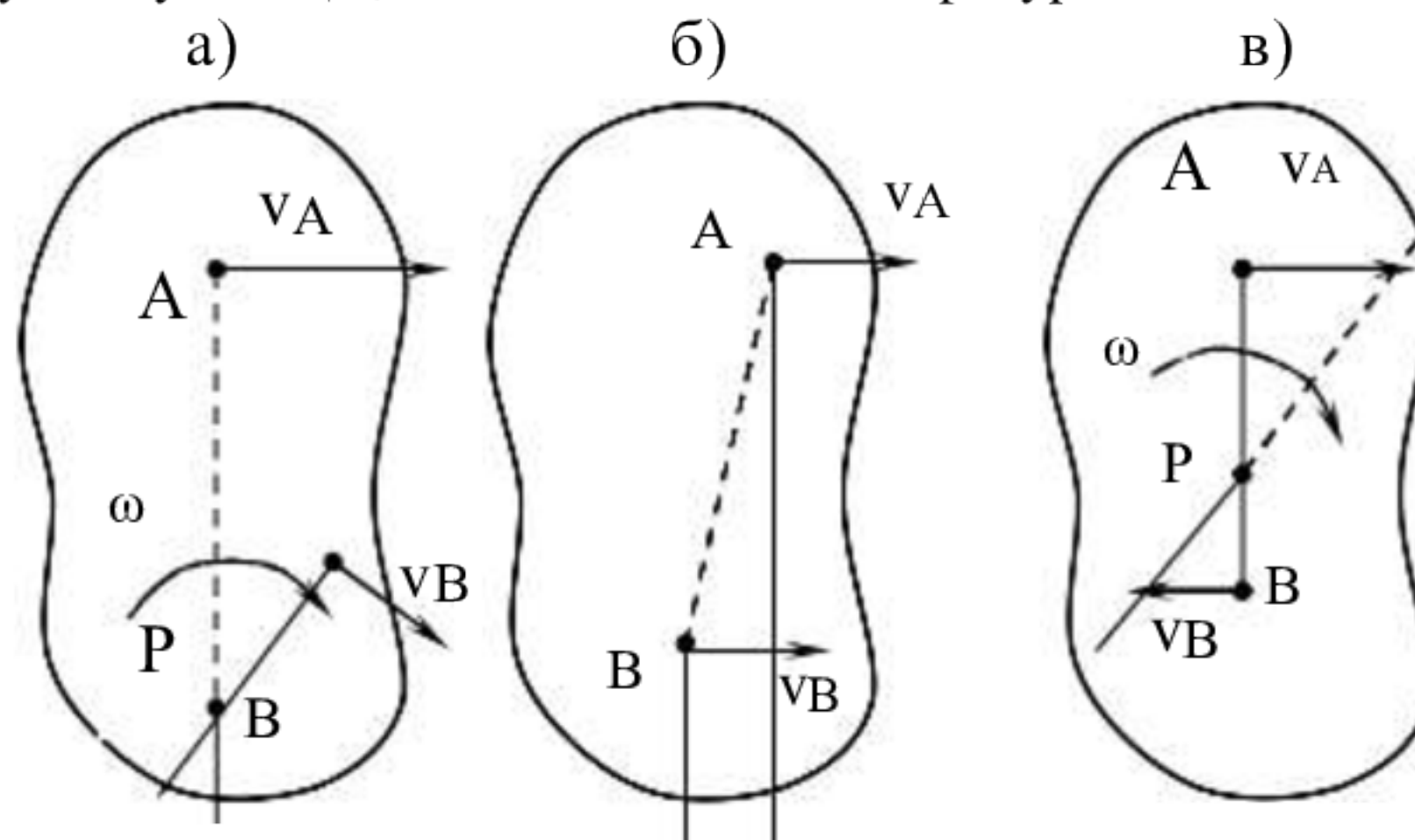


Рисунок 9. Нахождение мгновенного центра скоростей.

Отношение величин скоростей точек плоской фигуры к расстоянию от этих точек до МЦС является величиной постоянной для всех точек плоской фигуры и равно мгновенной угловой скорости фигуры (рисунок 9, а и в)

$$\frac{v_A}{AP} = \frac{v_B}{BP} = \dots = \omega.$$

Для определения МЦС необходимо к известным векторам скоростей двух точек, если они не параллельны, провести перпендикуляры – точка пересечения перпендикуляров будет МЦС (т.Р).

Если векторы скоростей двух точек плоской фигуры равны друг другу и располагаются параллельно, то МЦС находится в бесконечно удаленной точке (рисунок 9, б).

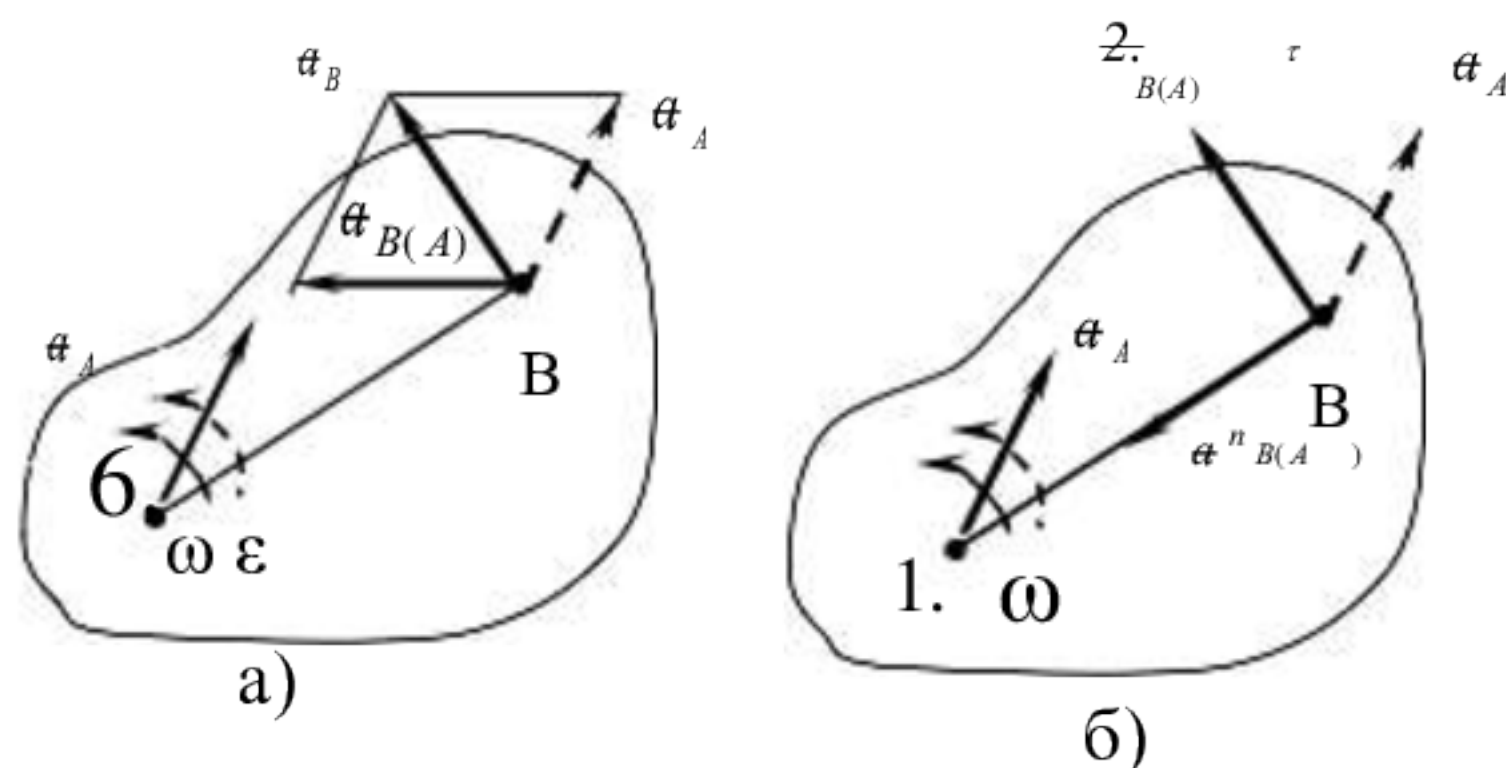


Рисунок 10. Определение ускорений точек плоской фигуры.

1. На рисунке сплошная дуговая стрелка показывает направление угловой скорости ω (направление вращения), а пунктирная – направление углового ускорения ε . При ускоренном вращении обе стрелки будут направлены в одну сторону, а при замедленном – в разные.

Для определения ускорений точек плоской фигуры (рисунок 10, а) используют выражение

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B(A)},$$

где a_A – ускорение полюса A ;

a_B – ускорение любой точки B плоской фигуры;

$a_{B(A)}$ – ускорение, которое получает точка B при вращении плоской фигуры вокруг полюса A .

Ускорение любой точки B плоской фигуры геометрически складывается из ускорения какой-нибудь другой точки A , принятой за полюс, и ускорения, которое точка B получает при вращении фигуры вокруг этого полюса.

При решении задач более удобно вектор $\vec{a}_{B(A)}$ заменить на его составляющие: касательную $\vec{a}^{\tau B(A)}$ и нормальную $\vec{a}^n_{B(A)}$ (рисунок 10, б), получая выражение следующего вида

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{B(A)} + \vec{a}^n_{B(A)},$$

где вектор $\vec{a}^{\tau B(A)}$ направлен перпендикулярно AB в сторону вращения, если оно ускоренное, и против вращения, если оно замедленное и определяется

$$\vec{a}^{\tau}_{B(A)} = AB \cdot \varepsilon;$$

вектор $\vec{a}^n_{B(A)}$ всегда направлен от точки B к полюсу A и определяется

$$\vec{a}^n_{B(A)} = AB \cdot \omega^2.$$

Если полюс A движется не прямолинейно, то его ускорение можно представить как сумму касательной $\vec{a}^{\tau}_A$ и нормальной $\vec{a}^n_A$ составляющих, тогда

$$\vec{a}_B = \vec{a}^{\tau}_A + \vec{a}^n_A + \vec{a}^{\tau}_{B(A)} + \vec{a}^n_{B(A)}.$$

Если точка B движется криволинейно и ее траектория известна, то $\vec{a}_B$ можно представить в виде суммы касательной и нормальной составляющих

$$\vec{a}_B = \vec{a}^{\tau}_B + \vec{a}^n_B.$$

При непоступательном движении плоской фигуры для определения ускорений используют понятие **искусственный центр ускорений (МЦУ)**.

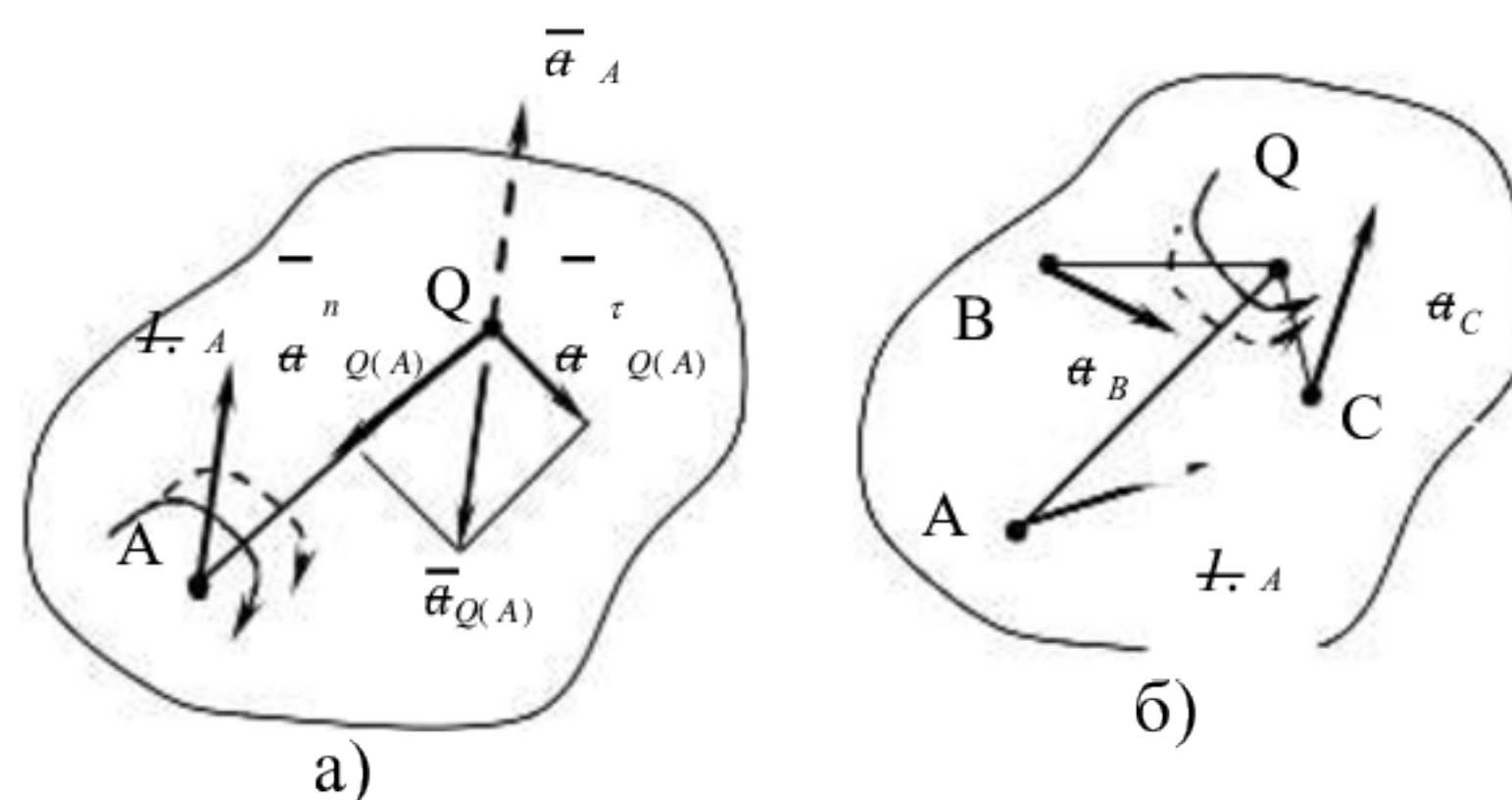


Рисунок 11. Определение мгновенного центра ускорений.

Мгновенный центр ускорений (Q) – точка, ускорение которой в данный момент времени равна нулю.

Положение мгновенного центра ускорений Q (рисунок 11) определяется формулами:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2};$$

$$AQ = \frac{a_A}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}}.$$

Откладываем угол α от ускорения a_A (в сторону мгновенного вращения, если оно ускоренное, и в противоположную сторону, если оно замедленное), получаем полупрямую, на которой на расстоянии AQ лежит мгновенный центр ускорений Q (рисунок 11, а).

Если мгновенный центр ускорений принять за полюс, то ускорение любой точки B плоской фигуры (рисунок 11, б) определяется по формуле

$$a_B = BQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Ускорения точек плоской фигуры определяются в данный момент времени так, как если бы движение фигуры было вращением вокруг мгновенного центра ускорений Q.

Отношение величин ускорений точек плоской фигуры к расстоянию от этих точек до МЦУ определяется отношением

$$\frac{a_B}{BQ} = \frac{a_A}{AQ} = \dots = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Ускорения точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям от мгновенного центра скоростей.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Вопросы и задания:

2. Что изучает кинематика?
3. Перечислите способы задания движения точки.
4. Запишите формулу определения полного ускорения точки, движущейся вращательно.
5. Дайте определение мгновенного центра ускорения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 2

Тема 1. Общие понятия и определения.

Кинематический анализ расчетных схем.

Цель: приобретение умений приводить плоскую произвольную систему сил к заданному центру.

Знать: реакции связей,

условий равновесия плоской и пространственной систем сил,

Уметь: составлять и решать уравнения равновесия;

Актуальность темы объясняется сведением системы с несколькими силами к заданному центру, тем самым упрощая схему и расчет.

Теоретическая часть:

1. Рассмотрим произвольную систему сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$. Выберем

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

произвольную точку O за центр приведения и, воспользовавшись теоремой о параллельном переносе силы, перенесем все силы системы в данную точку, не забывая при переносе каждой силы добавлять присоединенную пару сил.

Полученную таким образом систему сходящихся сил заменим одной силой R , равной главному вектору исходной системы сил. Образовавшуюся при переносе систему пар сил заменим одной парой с моментом M_O , равным геометрической сумме моментов всех пар сил (т.е. геометрической суммой моментов исходной системы сил относительно центра O).

Такой момент называется **главным моментом системы сил относительно центра O** (рис. 1.30).

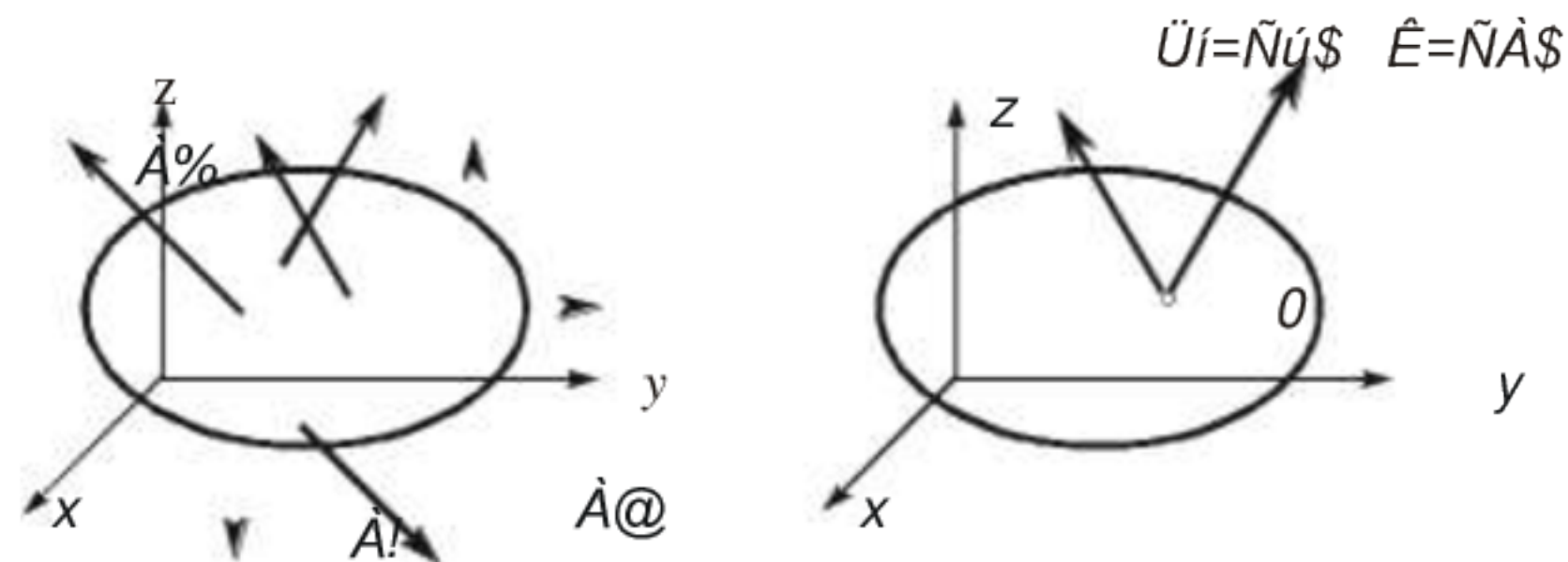


Рис. 1.30. Приведение системы сил к центру

Итак, любую систему сил всегда можно заменить всего двумя силовыми факторами - **главным вектором и главным моментом относительно произвольно выбранного центра приведения**. Очевидно, что главный вектор системы сил не зависит от выбора центра приведения (говорят, что главный вектор инвариантен по отношению к выбору центра приведения). Очевидно также, что главный момент таким свойством не обладает, поэтому необходимо всегда указывать, относительно какого центра определяется главный момент.

Вопросы и задания:

1. Что такое главный вектор?
2. Что такое главный момент системы?
3. Приведение системы к заданному центру.
4. Параллельный перенос сил это...?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 3

Тема 1. Общие понятия и определения.

Кинематический анализ сооружений.

Цель: научиться решать задачи на растяжение - сжатие

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов возникающих в задачах на растяжение – сжатие..

Теоретическая часть:

2. природе различают упругое, упругопластичное и вязкопластичное твердые тела. Упругое тело после снятия внешней нагрузки восстанавливает свои первоначальные размеры и форму. В этом случае деформация тела называется упругой. Упругопластичное тело восстанавливает свои первоначальные размеры и форму не полностью, т. е. имеет место остаточная деформация. В инженерных сооружениях и механических машинах не допустимо появление остаточных деформаций.

От действия внешних нагрузок в поперечных сечениях возникают внутренние силовые факторы, которые определяют, используя метод сечений. Твердое тело, находящееся под действием внешних нагрузок мысленно рассекают на две части и рассматривают равновесие одной из частей. Действие отброшенной части на оставшуюся заменяют внутренними нагрузками, приложенными в рассматриваемом сечении. Составляя уравнения равновесия оставшейся части от действия внешних и внутренних силовых факторов, находят последние.

Важнейшими понятиями являются напряжения и деформации.

При нагружении тела растягивающими или сжимающими силами определяются напряжения, деформации и удлинения. Внутренняя сила взаимодействия, отнесенная к единице площади, выделенной в окрестности какой-либо точки поперечного сечения тела, называется напряжением в этой точке. Таким образом величина напряжений в каждой точке сечения является мерой внутренних сил, которые возникают в материале в результате воздействия внешних нагрузок. Нормальные напряжения σ при растяжении-сжатии в поперечных сечениях тела определяются из соотношения $\sigma = N/S$, где N - действующее в сечении внутренняя продольная (нормальная) сила; S - площадь поперечного сечения. Напряжения и деформации в пределах упругой деформации связаны между собой законом Гука, т. е. $\sigma = \varepsilon E$, где E - модуль упругости материала (модуль Юнга), ε – относительная продольная деформация.

Расчетные значения напряжений сравнивают с допускаемыми $[\sigma]$, которые определяют путем деления некоторых предельных значений на коэффициент запаса прочности $s([\sigma] = \sigma_{np}/s)$. За предельные значения напряжений принимают предел прочности (для хрупких материалов) или предел текучести (для пластичных материалов), которые

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

получают при испытаниях стандартных образцов на разрывных машинах. При этом строят 3. координатах напряжение-деформация условную диаграмму растяжения. Условной диаграмму называют потому, что напряжения и деформации вычисляют соответственно по отношению к первоначальной площади сечений и длине образца. Используя условную диаграмму растяжения, необходимо уметь определять механические характеристики материала: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести и предел прочности и относительное остаточное удлинение при разрыве.

Иногда для изучения значительных пластических деформаций необходимо знать истинную диаграмму растяжения, получаемую путем деления растягивающей силы на истинную площадь поперечного сечения образца (с учетом уменьшения поперечных размеров сечения при растяжении).

Необходимо обратить внимание, что закон Гука, связывающий напряжения и деформации через модуль упругости материала, справедлив только до предела пропорциональности. Продольные деформации при растяжении связаны с поперечными деформациями с помощью коэффициента Пуассона.

При определении напряжений и деформаций в статически неопределимых системах необходимо учитывать, что возникающие при этом в стержнях силы зависят от жесткости стержня, т.е. от площадей поперечных сечений и модулей упругости материала.

Вопросы и задания:

Какие твердые тела встречаются в природе?

Какие внутренние силовые факторы возникают в стержнях?

В чем заключается метод сечений?

Сформулируйте закон Гука.

, Что такое истинная диаграмма растяжения?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 4

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Нагрузки и внутренние силовые факторы,

Цель: научиться определять внутренние усилия

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов возникающих в задачах на растяжение – сжатие..

Теоретическая часть:

Пример решения задачи на тему «растяжение и сжатие»

Построить по длине бруса, согласно схеме нагружения (рис. 1.1), эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и перемещений поперечных сечений. Сделать вывод о прочности бруса, сравнив значения нормальных напряжений в опасном сечении с допустимым, если материал бруса — сталь 3 ($E = 2,0 \cdot 10^5$ МПа, $[\sigma] = 240$ МПа).

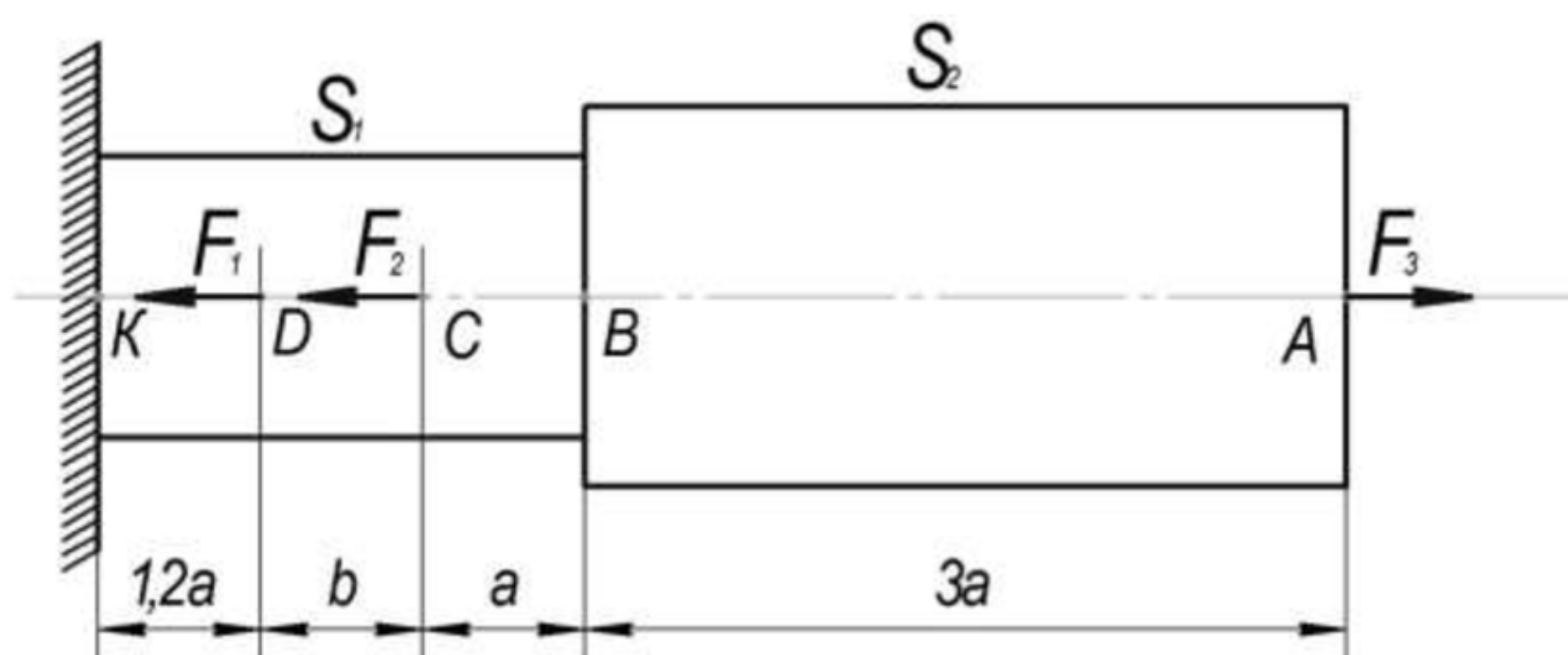


Рисунок 1.1

Дано: $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 12$ кН; $F_3 = 30$ кН; $S_1 = 200$ мм²; $S_2 = 300$ мм²;
- $a = 0,3$ м, $b = 0,4$ м.

Решение:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

Имеем четыре участка нагружения (AB , BC , CD , DK), в пределах которых напряжения будут иметь постоянные значения.

Участок 1 (AB). Рассечём, мысленно, стержень в местах, где необходимо определить значения внутренних усилий и внутренних напряжений. Одну из частей (левую) отбросим (рис. 1.2), а для оставшейся составим уравнение равновесия $\sum F_i = N_1 - F_3 = 0$, заменив при этом действие отброшенной части на оставшуюся неизвестной внутренней силой N_1 .

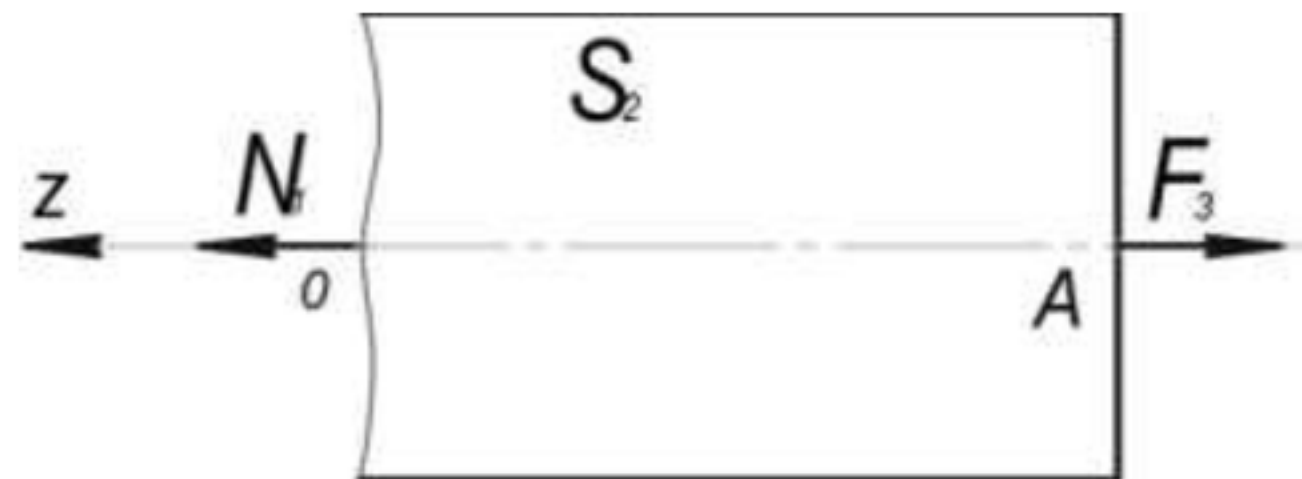


Рисунок 1.2

Тогда, $N_1 = F_3 = 30 \text{ кН}$.

Значение напряжений на участке: $\sigma_1 = \frac{N_1}{S_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{300} = 100 \text{ МПа}$.

Абсолютная деформация участка (относительные перемещения концов участка):
 $\Delta l_{AB} = \frac{\sigma_1 \cdot l_{AB}}{E} = \frac{100 \cdot 900}{2,0 \cdot 10^5} = 0,45 \text{ мм}$.

Участок 2 (BC).



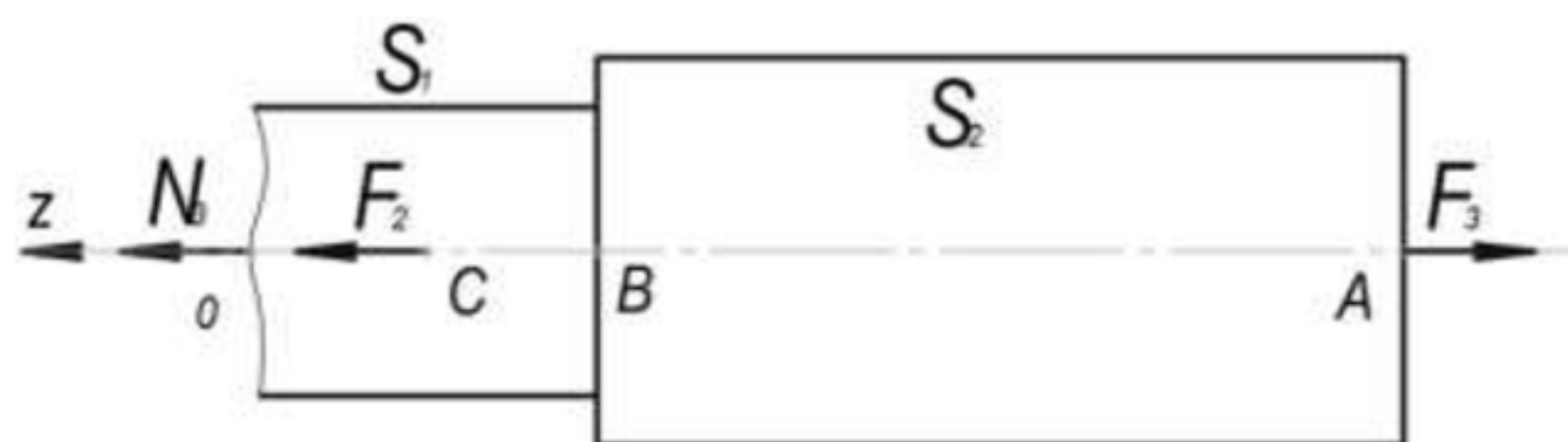
$$N_2 - F_3 = 0,$$

$$N_2 - F_3 = 30 \text{ кН}.$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{S_1} = \frac{30 \cdot 10^3}{200} = 150 \text{ МПа}.$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{\sigma_2 \cdot l_{BC}}{E} = \frac{150 \cdot 300}{2,0 \cdot 10^5} = 0,22 \text{ мм}.$$

Участок 3 (CD).



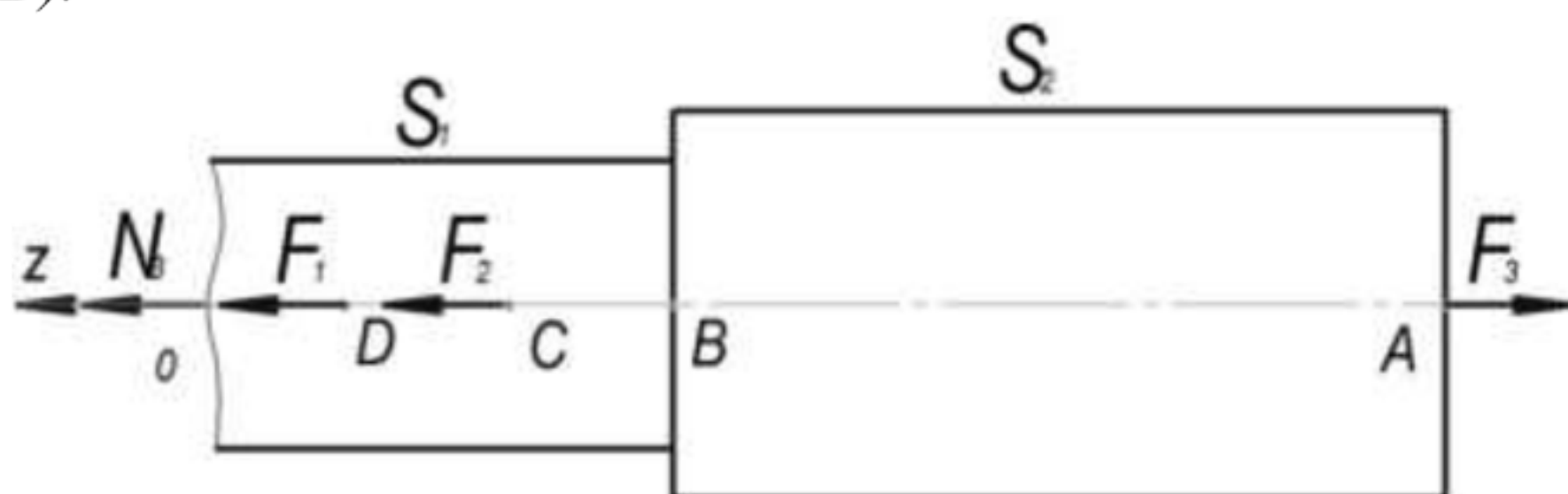
$$N_3 - F_3 + F_2 = 0,$$

$$N_3 = 30 - 12 = 18 \text{ кН.}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{S_1} = \frac{18 \cdot 10^3}{200} = 90 \text{ МПа.}$$

$$\Delta l_{DC} = \frac{\sigma_3 \cdot l_{DC}}{E} = \frac{90 \cdot 400}{2,0 \cdot 10^5} = 0,18 \text{ мм.}$$

Участок 4 (KD).



$$N_4 - F_3 + F_2 + F_1 = 0,$$

$$N_4 = 30 - 12 - 10 = 8 \text{ кН.}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{S_1} = \frac{8 \cdot 10^3}{200} = 40 \text{ МПа.}$$

$$\Delta l_{KD} = \frac{\sigma_4 \cdot l_{KD}}{E} = \frac{40 \cdot 360}{2,0 \cdot 10^5} = 0,07 \text{ мм.}$$

Для построения эпюры перемещений поперечных сечений, определим расстояния, на которые переместятся концы участков нагружения относительно жестко заделанного левого конца стержня (точки K).

Перемещение точки D относительно точки K:

$$\delta_{DK} = \Delta l_{KD} = 0,07 \text{ мм.}$$

Тогда, перемещение точки C относительно точки K составит:

$$\delta_{CK} = \delta_{DK} + \Delta l_{KD} = 0,07 + 0,18 = 0,25 \text{ мм.}$$

Аналогично определим перемещения остальных концов участков:

$$\delta_{BK} = \delta_{CK} + \Delta l_{BC} = 0,25 + 0,22 = 0,47 \text{ мм},$$

$$\delta_{AK} = \delta_{BK} + \Delta l_{AB} = 0,47 + 0,45 = 0,92 \text{ мм}.$$

Построив и проанализировав эпюры продольных сил N , нормальных напряжений

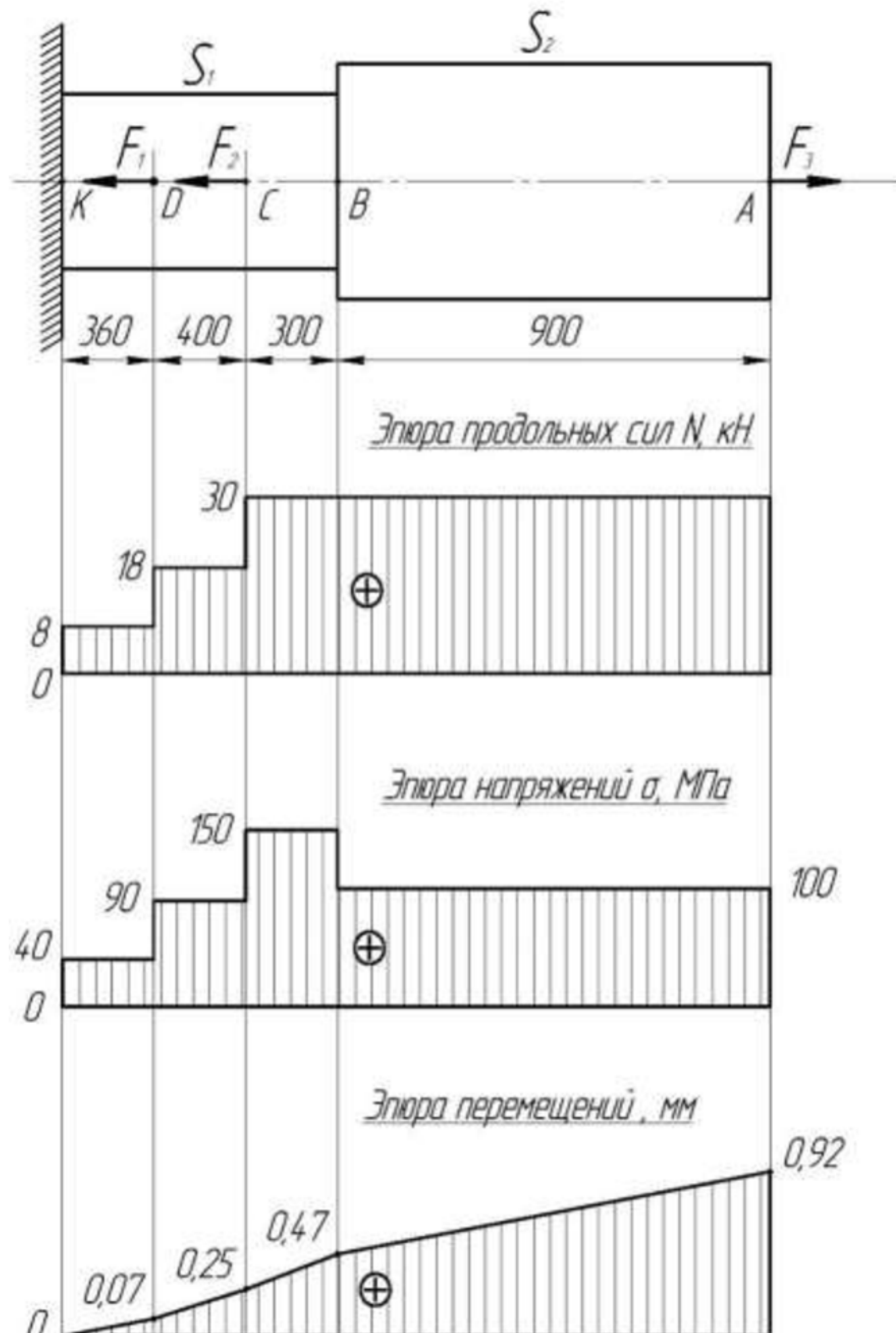
$\mathcal{R}$ и перемещений поперечных сечений (рис. 1.3), делаем вывод, что опасным участком вала является участок BC с $\sigma_{\max} = 150 \text{ МПа}$.

Т.к. $\sigma_{\max} < [\sigma]$, то условие прочности выполняется.

Определим степень загруженности стержня:

$$\frac{\sigma_{\max}}{[\sigma]} = \frac{150}{240} = 0,625.$$

Стержень нагружен на 62,5 %.



Вопросы и задания:

- 5) Какие твердые тела встречаются в природе?
Как определяются внутренние силовые факторы?
В чем заключается метод сечений?
Сформулируйте закон Гука.
- в Что такое истинная диаграмма растяжения?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 5

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Линии влияния в статически определимых балках,

Цель: научиться решать задачи на сдвиг и кручение

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при сдвиге и кручении.

Теоретическая часть:

Сдвигом называют такой вид напряженного состояния, когда на гранях элемента действуют только касательные напряжения. При этом на двух взаимно перпендикулярных площадках действуют равные по величине и обратные по знаку касательные напряжения. Этот закон называется законом парности или взаимности касательных напряжений и имеет силу как для одноосного, так и для объемного напряженного состояний. Деформации, возникающие при сдвиге, называют угловыми деформациями или углом сдвига. Опыты показывают, что между напряжениями и деформациями при сдвиге существует линейная зависимость, аналогичная закону Гука при растяжении. Поэтому закон Гука при сдвиге имеет вид $\tau = \gamma G$, где γ - угловая деформация, а G - модуль сдвига.

Следует обратить внимание на то, что модуль продольной упругости, или модуль упругости первого рода E и модуль упругости при сдвиге, или модуль упругости второго рода G для одного и того же материала связан через коэффициент Пуассона μ зависимостью $G = E/[2(1 + \mu)]$. При расчетах на срез обычно принимают, что касательные напряжения распределены равномерно в поперечном сечении стержня и условие прочности на срез имеет вид $\tau = F/S \leq [\tau]$, где F – внешняя поперечная сила.

Допускаемые напряжения $[\tau]$ на сдвиг (срез) составляют некоторую часть от допускаемых напряжений на растяжение. Рассчитывают на срез соединения заклепочные, болтовые, сварные, шпоночные и некоторые другие типы соединений.

При проведении прочностных расчетов на сдвиг (срез) необходимо научиться правильно определять площади среза для односрезных и многосрезных заклепок, а также для углового сварного шва, в котором срез происходит по биссекторной плоскости прямого угла поперечного сечения шва.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Если в поперечном сечении стержня действует крутящий момент M_k , то стержень испытывает кручение. Необходимо, используя метод сечений, научиться строить эпюры крутящих моментов по длине стержня и определять возникающие касательные напряжения, которые определяются из соотношения $\tau = M_k / W_p$, где W_p - полярный момент сопротивления сечения кручению.

В поперечном сечении стержня касательные напряжения распределены неравномерно. Так, для стержня с круглым поперечным сечением касательные напряжения изменяются по линейному закону - от нуля на оси до максимального значения

6. поверхности. Так как сечения, расположенные у оси стержня, нагружены незначительно, то с целью экономии материала при кручении целесообразно использовать пустотелые профили. Крутящий момент в сечении скручиваемого стержня (вала) численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, действующих по одну сторону от сечения.

Вопросы и задания:

1. Что такое сдвиг?
Что такое кручение?
3. Закон Гука при сдвиге .
4. Определение крутящего момента.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 6

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Нахождение усилий по линиям влияния.

Общие сведения,

Цель: научиться решать задачи на сдвиг и кручение

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при сдвиге и кручении.

Теоретическая часть:

Пример Решения Задачи На Тему «Кручение»

С стальному ступенчатому валу, имеющему сплошное круглое сечение, приложены четыре внешних закручивающих момента (T_1 , T_2 , T_3 и T_4), левый конец вала жестко закреплен в опоре, а правый конец – свободен и его торец имеет угловые перемещения относительно левого конца.

Требуется:

6. построить эпюру крутящих моментов;
7. определить диаметры d_1 и d_2 вала из расчета на прочность, при заданном значении $[\tau]$, округлить величину найденных диаметров до ближайшего большего значения из ряда;
- 3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине вала;
- 4) построить эпюру абсолютных углов закручивания φ , приняв $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

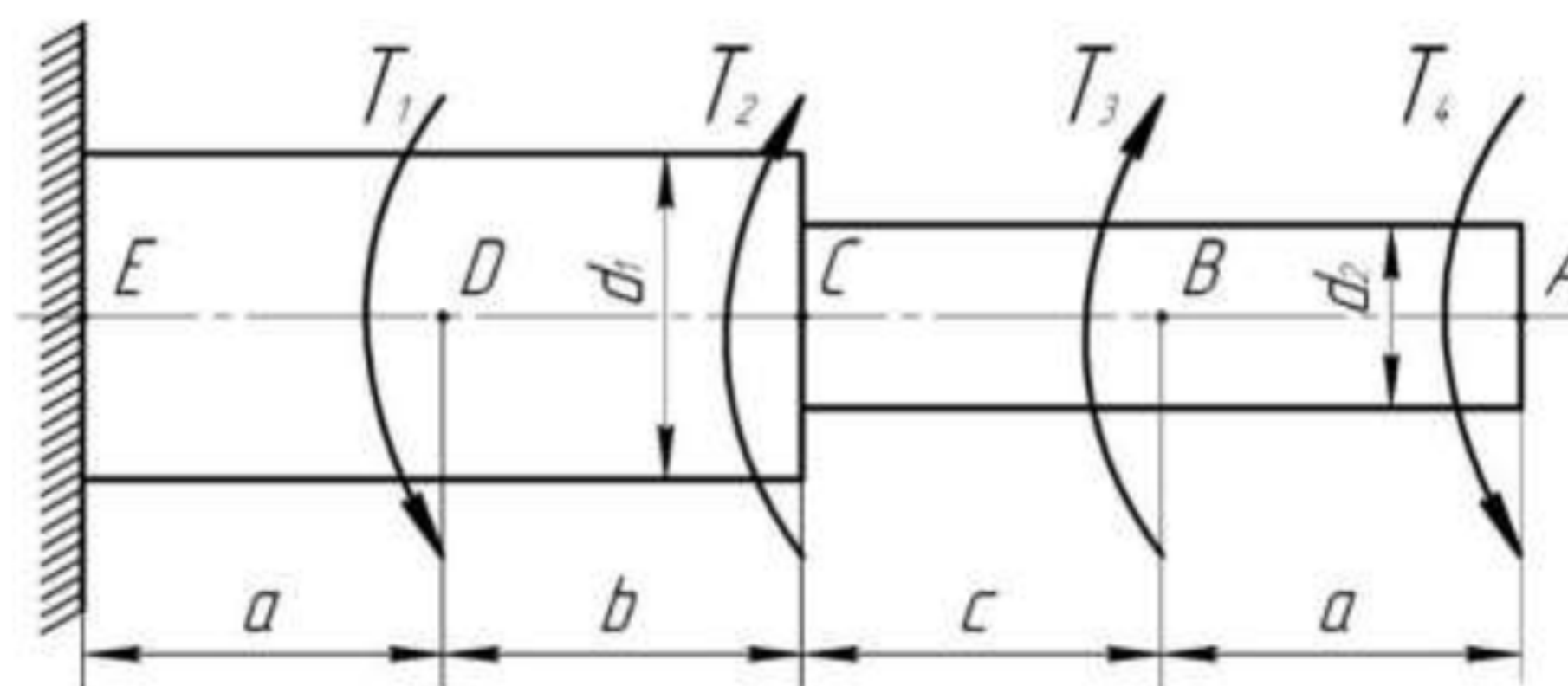


Рисунок 3.1

Исходные данные: $a = b = c = 1,6 \text{ м}$; $T_1 = 5,7 \text{ кНм}$; $T_2 = 2,7 \text{ кНм}$; $T_3 = 1,7 \text{ кНм}$;
 $T_4 = 0,7 \text{ кНм}$; $[\tau] = 45 \text{ МПа}$.

Решение:

1. Определим крутящие моменты (рис. 3.2):

Участок AB:

$$M_{\kappa 1} = T_4 = 0,7 \text{ кНм};$$

Участок BC:

$$M_{\kappa 2} = T_4 - T_3 = 0,7 - 1,7 = -1,0 \text{ кНм};$$

Участок CD:

$$M_{\kappa 3} = T_4 - T_3 - T_2 = 0,7 - 1,7 - 2,7 = -3,7 \text{ кНм};$$

Участок DE:

$$M_{\kappa 4} = T_4 - T_3 - T_2 + T_1 = 0,7 - 1,7 - 2,7 + 5,7 = 2 \text{ кНм}.$$

2. Определим значения диаметров ступеней из условия прочности на опасных участках BC и DC.

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{M_{\kappa 3}}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{3,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 45}} = 74,4 \text{ мм},$$

Принимаем $d_1 = 80 \text{ мм}$.

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{M_{\kappa 2}}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 45}} = 48,1 \text{ мм},$$

Принимаем $d_2 = 50 \text{ мм}$.

3. Для построения эпюр напряжений найдем значения напряжений кручения, действующих на участках.

$$\tau_1 = \frac{M_{\kappa 1}}{W_{p1}} = \frac{0,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50^3} = 28 \text{ МПа},$$

$$\tau_2 = \frac{M_{\kappa 2}}{W_{p1}} = -\frac{1,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50^3} = -40 \text{ МПа},$$

$$\tau_3 = \frac{M_3}{W_4} = \frac{3,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 80^3} = -36,1 \text{ МПа},$$

$$\tau_4 = \frac{M_{\kappa 4}}{W_{p2}} = \frac{2,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 80^3} = 19 \text{ МПа}.$$

4. Относительные угловые перемещения концов участков.

$$\varphi_{BA} = \frac{M_{\kappa 1} \cdot l_{AB}}{G \cdot J_{p1}} = \frac{0,7 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 50^4} = 0,0224 \text{ рад},$$

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{\kappa 2} \cdot l}{G \cdot J_{p1}} = \frac{-1,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 50^4} = -0,0320 \text{ рад},$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{\kappa 3} \cdot l}{G \cdot J_{p2}} = \frac{-0,0181 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 80^4} = -0,00181 \text{ рад},$$

$$5. \varphi_{DE} = \frac{M_{\kappa 4} \cdot l}{G \cdot J_{p2}} = \frac{2,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 80^4} = 0,0098 \text{ рад}.$$

Абсолютные углы закручивания, относительно жестко заделанного левого конца вала (сечение E).

$$\varphi_{CE} = \varphi_{DE} + \varphi_{CD} = 0,0098 - 0,0181 = -0,0083 \text{ рад},$$

$$\varphi_{BE} = \varphi_{CE} + \varphi_{BC} = -0,0083 - 0,0320 = -0,0403 \text{ рад},$$

$$\varphi_{AE} = \varphi_{BE} + \varphi_{AB} = -0,0403 + 0,0224 = -0,0179 \text{ рад}.$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

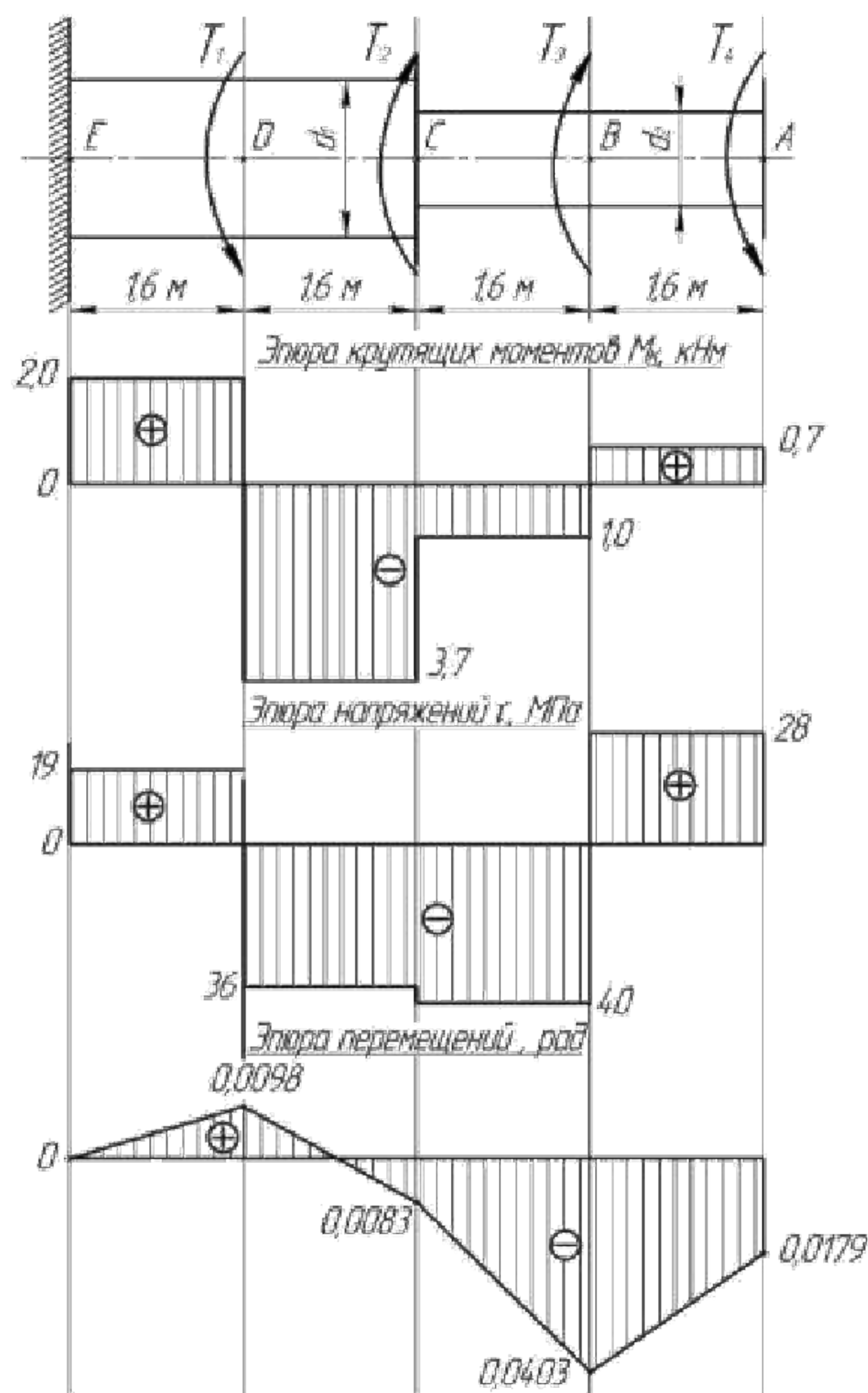


Рисунок 3.2

Вопросы и задания:

1. Что такое сдвиг?
2. Что такое кручение?
3. Закон Гука при сдвиге.
4. Определение крутящего момента.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Общие сведения,.

Цель: научиться определять геометрические характеристики поперечных сечений

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения Геометрических характеристик поперечного сечения.

Теоретическая часть:

При расчетах на прочность, жесткость и устойчивость используются геометрические характеристики поперечного сечения бруса: *площадь, осевые и полярный моменты инерции, осевые и полярный моменты сопротивления*. Кроме того, при их определении вспомогательную роль играют *статические моменты и центробежные моменты инерции сечения*.

Напомним определения, свойства и методы вычисления перечисленных характеристик (рис. 2.1).

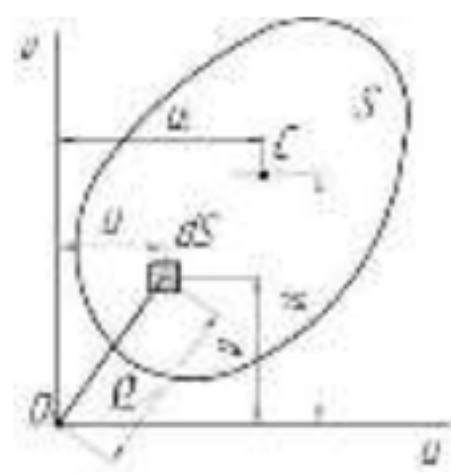


Рисунок 2.1

Площадь сечения . $S = \int_S dS$, где dS – площадь элементарной площадки.

Статический момент площади сечения – сумма произведений площадей элементарных площадок на их расстояния до данной оси, взятая по всей площади сечения. Статический момент сечения измеряется в единицах длины третьей степени (мм^3 , см^3 , м^3).

Статические моменты сечения относительно осей Ou и Ov :

$$S_u = \int_S v dS = S v_c ,$$

$$S_v = \int_S u dS = S u_c .$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

где u_c и v_c – расстояния от центра тяжести сечения соответственно до осей Ov и Ou .

Статический момент сечения может быть как положительным, так и отрицательным. Относительно любой оси, проходящей через центр тяжести сечения, он равен нулю.

Осевой момент инерции сечения – сумма произведений площадей элементарных площадок на квадраты их расстояний до данной оси, взятая по всей площади сечения.

$$J_u = \int_S v^2 dS ;$$

$$J_v = \int_S u^2 dS .$$

Полярный момент инерции – сумма произведений площадей элементарных площадок на квадраты их расстояний до точки (полюса), взятая по всей площади сечения.

$$J_p = \int_S \rho^2 dS .$$

Осевые и полярный моменты инерции – величины существенно положительные. Осевые и полярные моменты инерции сечения измеряются в единицах длины четвертой степени (мм^4 , см^4 , м^4).

Центробежный момент инерции – сумма произведений площадей элементарных площадок на их координаты, взятая по всей площади сечения.

$$J_{uv} = \int_S uv dS .$$

Центробежный момент инерции измеряется в единицах длины четвертой степени (мм^4 , см^4 , м^4), может быть положительным, отрицательным и равным нулю.

Через любую точку, взятую в плоскости сечения, можно провести две взаимно перпендикулярные оси, относительно которых центробежный момент инерции сечения равен нулю. Эти оси называются *главными осями* (иногда их называют *главными осями инерции*). Практический интерес представляют лишь главные оси, проходящие через центр тяжести сечения, они называются *главными центральными осями* (для краткости в дальнейшем будем в большинстве случаев называть их просто *главными осями*).

Осевые моменты инерции относительно главных осей (*главные моменты инерции*) экстремальны – относительно одной из них момент инерции максимален, а относительно другой – минимален. Для расчетов на прочность и жесткость при изгибе, сочетании изгиба с растяжением и в ряде других случаев нужно знать положение главных центральных осей и величины соответствующих моментов инерции.

В случае, если сечение имеет хотя бы одну ось симметрии, то эта ось и ось к ней перпендикулярная, проходящая через центр тяжести сечения, являются главными центральными осями.

При вычислении главных моментов инерции сечений, составленных из простейших геометрических фигур или стандартных прокатных профилей, широко применяются формулы перехода от центральных к параллельным им нецентральных осям (рис. 2.2).

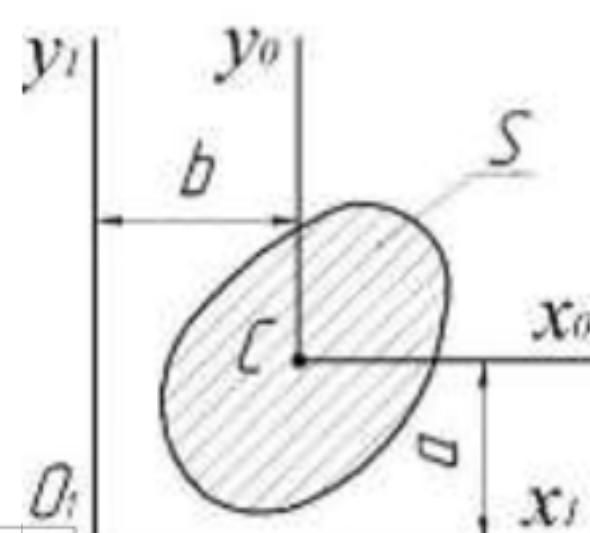


Рисунок 2.2

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Эти формулы имеют следующий вид: для осевого момента инерции

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$J_{x_1} = J_{x_0} + a^2 S;$$

для центробежного момента инерции

$$J_{x_1, y_1} = J_{x_0, y_0} + abS.$$

Координаты a и b должны быть подставлены со своими знаками (a и b — координаты начала новой системы координат в старых осях). В частном случае, если исходные оси Ox_0 и Oy_0 угловые, $J_{x_0, y_0} = 0$ тогда имеем:

$$J_{x_1, y_1} = abS.$$

Приведем формулы для вычисления моментов инерции прямоугольника, треугольника, круга и кольца.

А. *Прямоугольник* (рис. 2.3): $J_x = \frac{bh^3}{12}$, где b — сторона, параллельная оси, относительно которой вычисляется момент инерции.

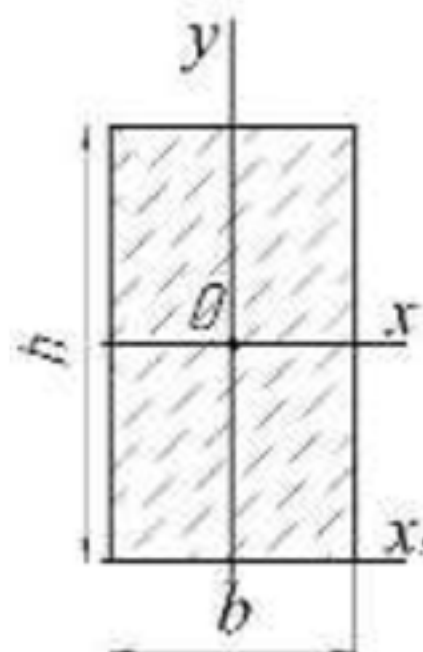


Рисунок 2.3

Для оси, совпадающей с одной из сторон прямоугольника (не главный момент инерции): $J_{x_1} = \frac{bh^3}{3}$.

Б. *Равнобедренный треугольник* (рис. 2.4).

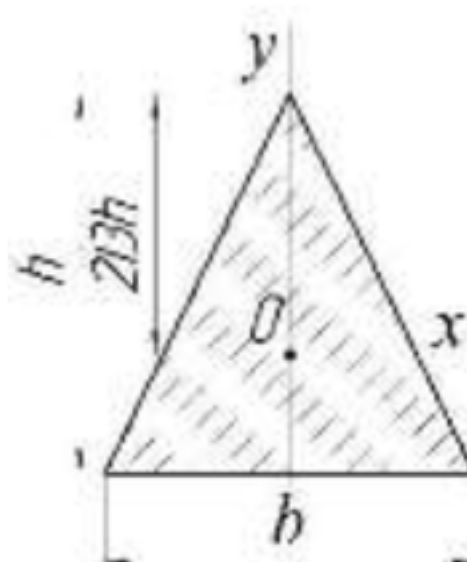


Рисунок 2.4

Главные моменты инерции: $J_x = \frac{bh^3}{36}$; $J_y = \frac{b^3 h}{48}$.

Заметим, что формула J_x дает величину момента инерции любого треугольника относительно оси, параллельной его основанию, но, если треугольник неравнобедренный, указанная ось не будет главной.

В. *Круг* (рис. 2.5):

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{4}$$

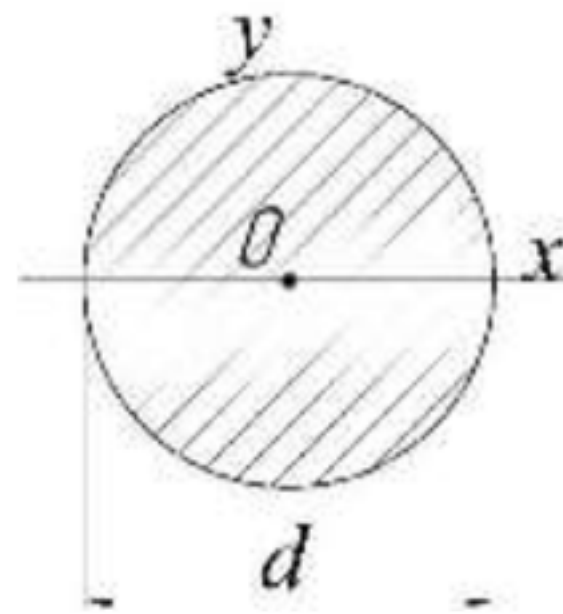


Рисунок 2.5

Г. Кольцо (рис. 2.6): $J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4)$, где: $c = \frac{d_0}{d}$, коэффициент трубы.

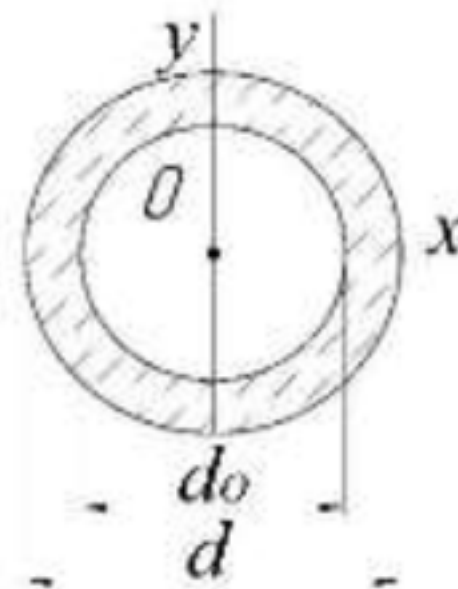


Рисунок 2.6.

Заметим, что для круга и кольца все центральные оси главные и моменты инерции относительно этих осей равны между собой. Этим же свойством обладает любое сечение, у которого два главных центральных момента инерции одинаковы.

При вычислении моментов инерции сложных сечений (составленных из простейших фигур или прокатных профилей) координаты их центра тяжести определяют по формулам:

$$u_c = \frac{S_y}{S} = \frac{\sum S_i u_i}{\sum S_i};$$

$$v_c = \frac{S_x}{S} = \frac{\sum S_i v_i}{\sum S_i},$$

где: S_i ; u_i ; v_i – соответственно площадь и координаты центра тяжести каждой из составляющих фигур; S ; S_y ; S_x – площадь и статические моменты всего сечения.

Моменты инерции (осевые и центробежные) сложных сечений относительно данных осей определяют путем суммирования соответствующих моментов инерции составляющих фигур относительно тех же осей.

При этом используются формулы перехода от центральных к параллельным им нецентрально осям.

В тех случаях, когда сечение не имеет ни одной оси симметрии, сначала вычисляют моменты инерции относительно некоторых целесообразно выбранных центральных осей Ox_0 и Oy_0 (исходные оси), затем определяют угол наклона главных осей по отношению к исходным и величины главных моментов инерции.

Связь между моментами инерции относительно исходных осей (Ox_0 , Oy_0) и осей, повернутых на произвольный угол α (рис. 2.7), имеет вид:

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$J_{x_1} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} + \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \cos 2\alpha - J_{x_0 y_0} \sin 2\alpha;$$

$$J_{y_1} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} - \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \cos 2\alpha + J_{x_0 y_0} \sin 2\alpha.$$

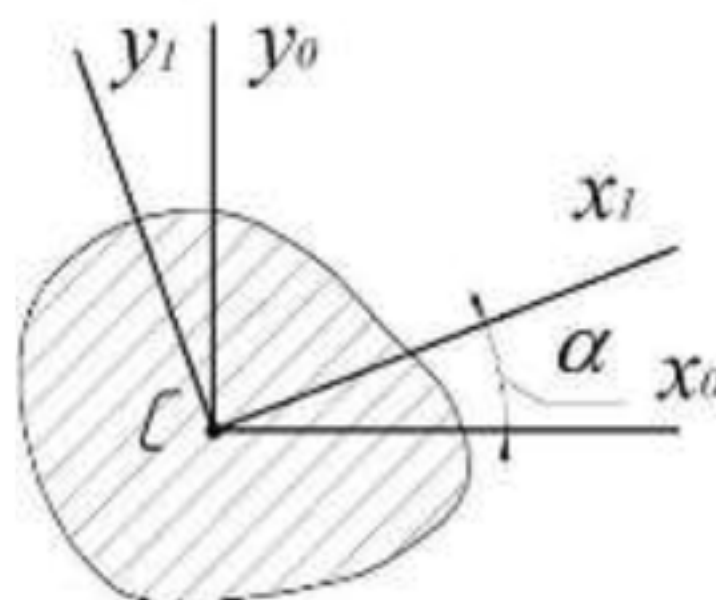


Рисунок 2.7

Угол поворота главных осей по отношению к исходным определяется из зависимости

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = - \frac{2J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}}.$$

Эта формула дает два значения угла α_0 : α'_0 и $\alpha''_0 = \alpha'_0 + 90^\circ$. При $J_{x_0} > J_{y_0}$, угол α'_0 дает положение главной оси, относительно которой момент инерции максимален.

Положительный угол α'_0 следует откладывать от оси x_0 против хода часовой стрелки.

Для определения положения (угла наклона) главных осей можно применять формулы:

$$\operatorname{tg} \alpha_{0x} = \frac{2J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{0y} = \frac{2J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}},$$

где: α_{0x} , и α_{0y} , – углы, образуемые главными осями x и y соответственно с осью x_0 ; J_{x_0} и J_{y_0} – главные моменты инерции.

Главные моменты инерции можно вычислить, подставляя в нее последовательно $\alpha_0 = \alpha'_0$ и $\alpha_0 = \alpha''_0$, но практически удобнее пользоваться формулами, не содержащими тригонометрических функций. Эти формулы имеют вид:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	$J_{\max} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x_0} - J_{y_0})^2 + 4J_{x_0 y_0}^2};$ $J_{\min} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x_0} - J_{y_0})^2 + 4J_{x_0 y_0}^2}.$
--	---

Вопросы и задания:

1. Определение геометрических характеристик простых сечений?
2. Определение геометрических характеристик сложных сечений?
3. Определение моментов инерции.
4. Что такое сортамент.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 8

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Расчет трехшарнирных арок и рам

Цель: научиться решать задачи на прямой поперечный изгиб

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при изгибе.

Теоретическая часть:

При изгибе стержни подвергаются воздействию поперечной силы или изгибающего момента. Изгиб называется чистым, если действует только изгибающий момент, и поперечным, если действует нагрузка, перпендикулярная оси стержня. Брус (стержень), работающий на изгиб, обычно называют балкой. Балки являются наиболее часто встречающимися элементами сооружений и машин, воспринимающими нагрузки от других элементов конструкций и, передающими их тем частям, которые поддерживают балку (чаще всего опорам).

В строительных сооружениях и машиностроительных конструкциях чаще всего можно встретить следующие случаи крепления балок: консольные - с одним заделанным концом (с жесткой заделкой), двухопорные - с одной шарнирно-неподвижной опорой и с одной шарнирно-подвижной опорой и многоопорные балки. Если опорные реакции могут быть найдены из одних уравнений статики, то балки называют статически определимыми. Если же число неизвестных опорных реакций больше, чем число уравнений статики, то такие балки называют статически неопределимыми. Для определения реакций в таких балках приходится составлять дополнительные уравнения - уравнения перемещений. При плоском поперечном изгибе все внешние нагрузки перпендикулярны к оси балки.

Определение внутренних силовых факторов, действующих в поперечных сечениях балки, следует начинать с определения опорных реакций. После этого используем метод сечений, мысленно рассекаем, балку на две части и рассматриваем равновесие одной части. Взаимодействие частей балки заменяем внутренними факторами: изгибающим моментом и поперечной силой.

Поперечная сила в сечении равна алгебраической сумме проекций всех сил, а изгибающий момент равен алгебраической сумме моментов всех сил, расположенных по одну сторону от сечения. Знаки действующих сил и моментов следует определять в соответствии с принятыми правилами. Необходимо научиться правильно определять

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

При определении напряжений в случае внецентренного растяжения или сжатия необходимо знать положение главных центральных осей сечения; именно от этих осей отсчитывают расстояния точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения.

Приложенная эксцентрично сжимающая сила может вызвать в поперечном сечении стержня растягивающие напряжения. В связи с этим внецентренное сжатие является особенно опасным для стержней из хрупких материалов, которые слабо сопротивляются растягивающим усилиям.

В заключение следует изучить случай сложного сопротивления, когда тело испытывает одновременно несколько деформаций: например, изгиб совместно с кручением, растяжение-сжатие совместно с изгибом и т. д. При этом следует иметь в виду, что изгибающие моменты, действующие в различных плоскостях, могут складываться как векторы.

Пример решения задачи на тему «прямой поперечный изгиб»

Для заданной схемы балки (рис. 4.1) требуется написать выражения внутренних поперечных сил Q и изгибающих моментов M_u для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и M_u , найти $M_u^{\max}$ и подобрать стальную двутавровую балку с указанием её номера. Допускаемое напряжение на изгиб принять $[\sigma] = 150$ МПа. Значения моментов сопротивления сечения при изгибе W_x для балок двутаврового сечения (ГОСТ 8239–89).

Исходные данные: $a = 3,2$ м, $b = 4,4$ м, $c = 2,4$ м, $l = 13$ м,
 $M = 10$ кНм, $F = 13$ кН, $q = 16$ кН/м.

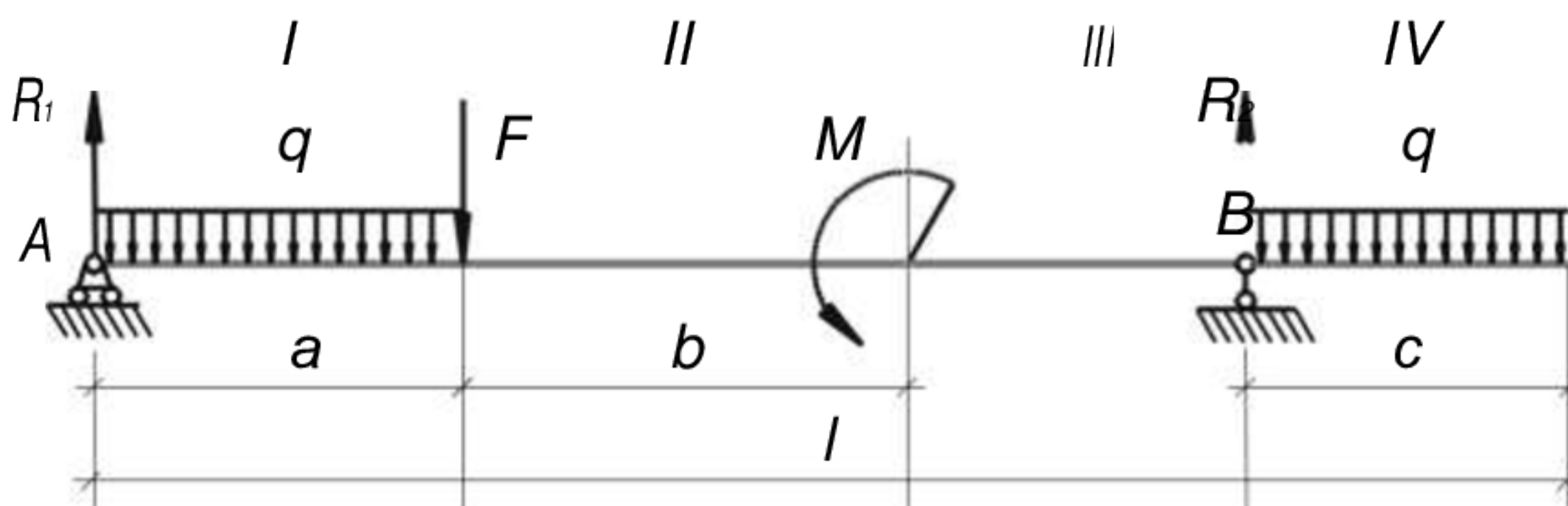


Рисунок 4.1

Решение:

1. Определим опорные реакции R_1 и R_2 :

$$\sum Y_i = 0, R_1 - q \cdot a - F + R_2 - q \cdot c = 0 ;$$

$$\sum m_A (F_i) = 0;$$

$$R_2 = \frac{0,5qa^2 + Fa - M + qc(l - 0,5c)}{l - c} =$$

$$= 0,5 \cdot 16 \cdot 3,2^2 + 13 \cdot 3,2 - 10 + 16 \cdot 2,4(13 - 0,5 \cdot 2,4) = 53,5 \text{ кН.}$$

$$R_1 = qa + F - R_2 + qc = 16 \cdot (3,2 + 2,4) + 13 - 53,5 = 49,1 \text{ кН.}$$

Проверка: $\sum m_B (F_i) = 0$,
 $-R_1 (l-c) + qa(l-c-0,5a) + F(l-c-a) + M - 0,5qc^2 =$
 $= -49,1(13-2,4) + 16 \cdot 3,2(13-2,4-0,5 \cdot 3,2) + 16(13-2,4-3,2) + 10 - 0,5 \cdot 16 \cdot 2,4^2 = 0$
 Опорные реакции найдены верно.

2. Найдем значения изгибающих моментов M_u и поперечных сил Q на концах участков нагружения методом сечения.

I Участок (рис. 4.2): $0 \leq z_1 \leq a$,

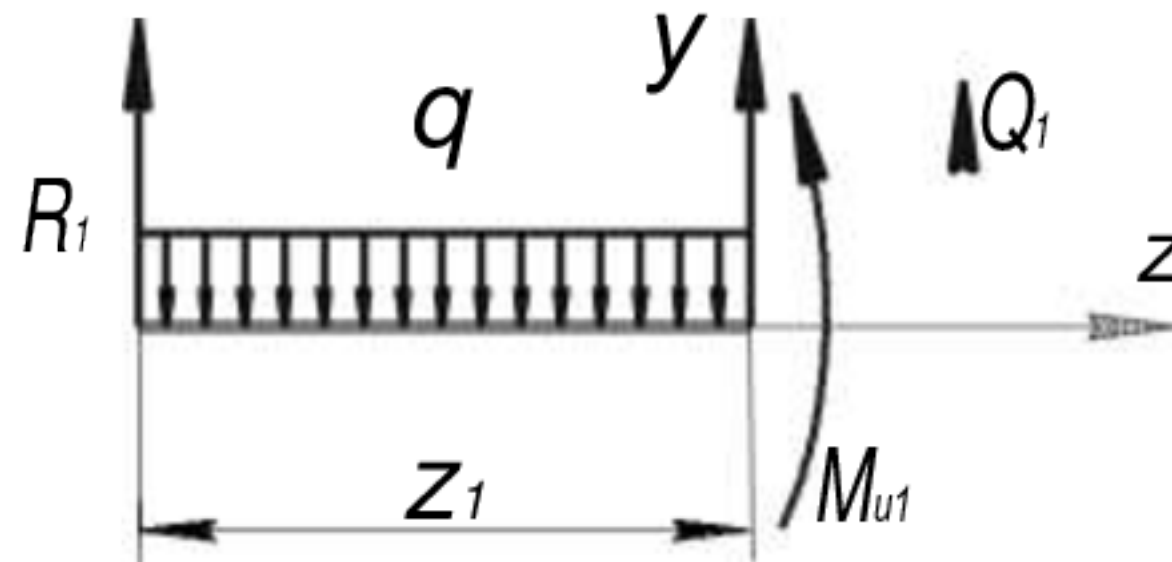


Рисунок 4.2

$$Q_1 = R_1 - qz_1,$$

$$M_{u1} = R_1 z_1 - 0,5 q z_1^2,$$

при $z_1 = 0$, $Q_1 = R_1 = 49,1 \text{ кН}$; $M_{u1} = 0$

при $z_1 = a = 3,2 \text{ м}$, $Q_1 = R_1 - qa = 49,1 - 16 \cdot 3,2 = -2,1 \text{ кН}$;

$M_{u1} = R_1 \cdot a - 0,5 qa^2 = 49,1 \cdot 3,2 - 0,5 \cdot 16 \cdot 3,2^2 = 75,2 \text{ кНм}$.

II Участок (рис. 4.3): $0 \leq z_2 \leq a + b$,

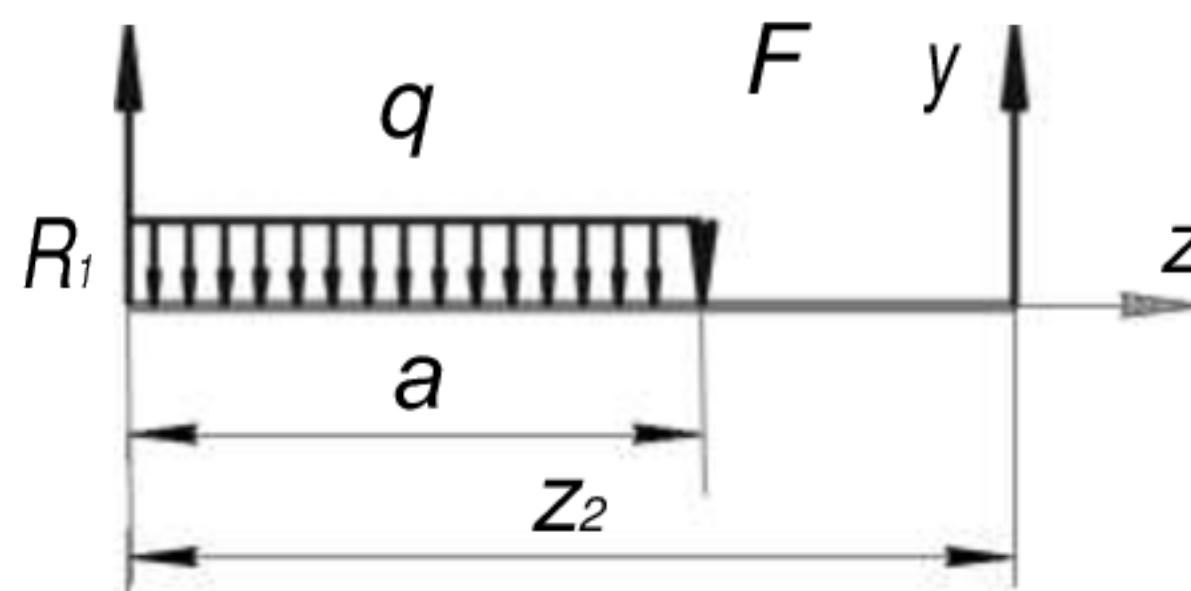


Рисунок 4.3

$$Q_2 = R_1 - qa - F = 49,1 - 16 \cdot 3,2 - 13 = -15,1 \text{ кН};$$

$$M_{u2} = R_1 \cdot z_2 - qa(z_2 - 0,5a) - F(z_2 - a)$$

при $z_2 = 3,2 \text{ м}$,

$$M_{u2} = R_1 \cdot a - qa(a - 0,5a) - F(a - a) = 49,1 \cdot 3,2 - 16 \cdot 3,2(3,2 - 0,5 \cdot 3,2) = 75,2 \text{ кНм},$$

при $z_2 = 7,6 \text{ м}$,

$$M_{u2} = 49,1 \cdot 7,6 - 16 \cdot 3,2(7,6 - 0,5 \cdot 3,2) - 13(7,6 - 3,2) = 8,76 \text{ кНм}.$$

IV Участок (рис. 4.4): $0 \leq z_4 \leq c$

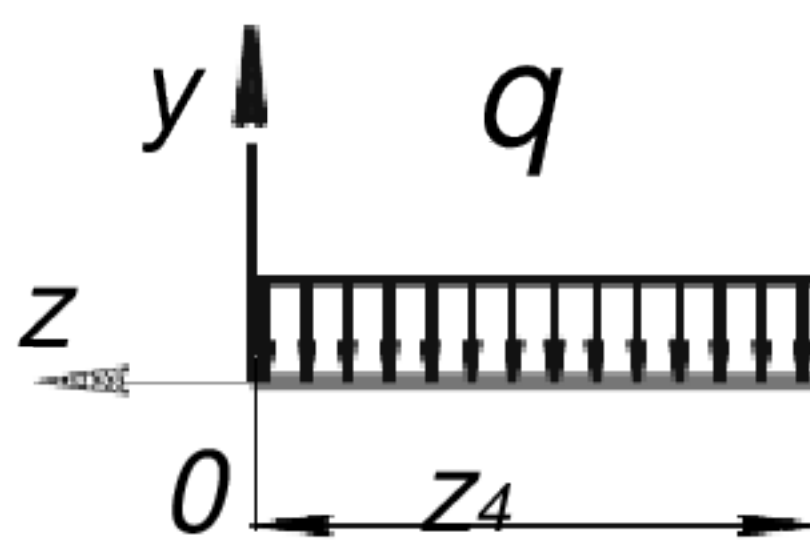


Рисунок 4.4

$$Q_4 = qz_4,$$

$$M_{u4} = -0,5qz_4^2,$$

$$\text{при } z_4 = 0, \quad Q_4 = 0, \quad M_{u4} = 0,$$

$$\text{при } z_4 = 2,4 \text{ м}, \quad Q_4 = 16 \cdot 2,4 = 38,4 \text{ кН};$$

$$M_{u4} = -0,5 \cdot 16 \cdot 2,4^2 = -46,08 \text{ кНм}.$$

III Участок (рис. 4.5) : $c \leq z_3 \leq l - a - b$ ($2,4 \leq z_3 \leq 5,4$)

$$2,4 \leq z_3$$

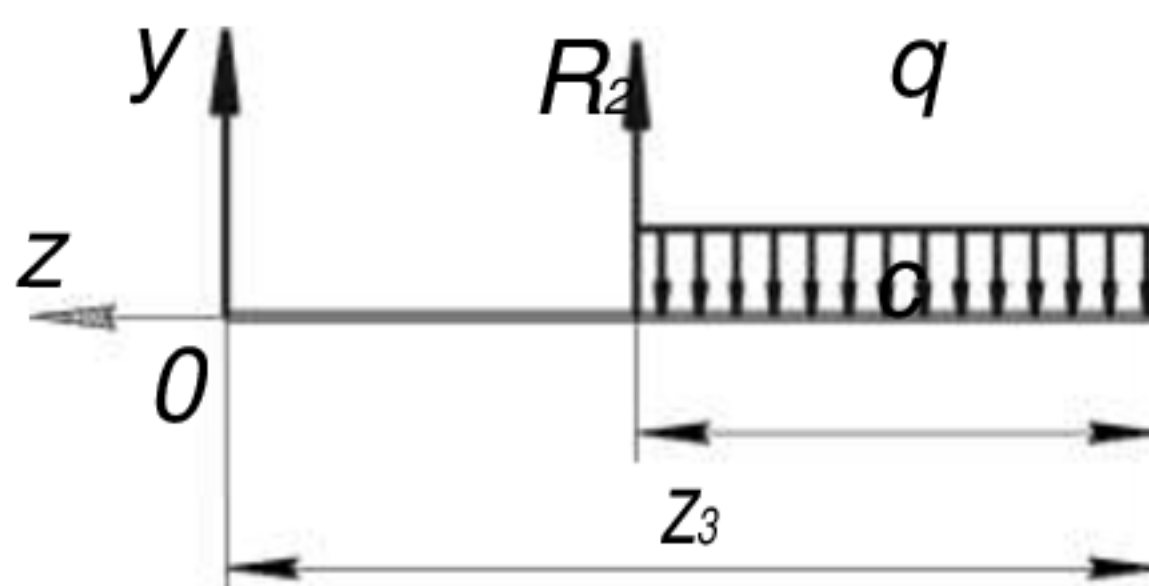


Рисунок 4.5

$$Q_3 = qc - R_2 = 16 \cdot 2,4 - 53,5 = -15,1 \text{ кН},$$

$$M_{u3} = -qc(z_3 - 0,5c) + R_2(z_3 - c).$$

$$\text{при } z_3 = 2,4, \quad M_{u3} = -16 \cdot 2,4(2,4 - 0,5 \cdot 2,4) + 53,5 \cdot 0 = -46,08 \text{ кНм}.$$

$$\text{при } z_3 = 5,4 \text{ м}, \quad M_{u3} = -16 \cdot 2,4(5,4 - 0,5 \cdot 2,4) + 53,5(5,4 - 2,4) = -0,78 \text{ кНм}.$$

Определим координату сечения $z_1^{\max}$, при которой $Q_1 = 0$ и $M_{u1} = \max$.

$$R_1 - qz_1^{\max} = 0$$

$$z_1^{\max} = \frac{R_1}{q} = \frac{49,1}{16} = 3,07 \text{ м}.$$

$$M_{u1}^{\max} = R_1 \cdot z_1^{\max} - 0,5q(z_1^{\max})^2 = 49,1 \cdot 3,07 - 0,5 \cdot 16 \cdot 3,07^2 = 75,3 \text{ кНм}.$$

Из построенных эпюр (рис. 4.6) видно, что опасным является сечение, расположенное на 3,07 м от левого конца балки с $M_{u1}^{\max} = 75,3 \text{ кНм}$.

Определим минимально необходимый момент сопротивления сечения балки при изгибе $W_x^{\min}$, из условия прочности по нормальным напряжениям.

$$W_x = \frac{M_{u1}^{\max}}{[\sigma]} = \frac{75,3 \cdot 10^6}{150} = 502252 \text{ мм}^3.$$

Назначаем двутавр №33 (ГОСТ 8239-89) с осевым моментом сопротивления сечения $W_x = 597 \text{ см}^3$.

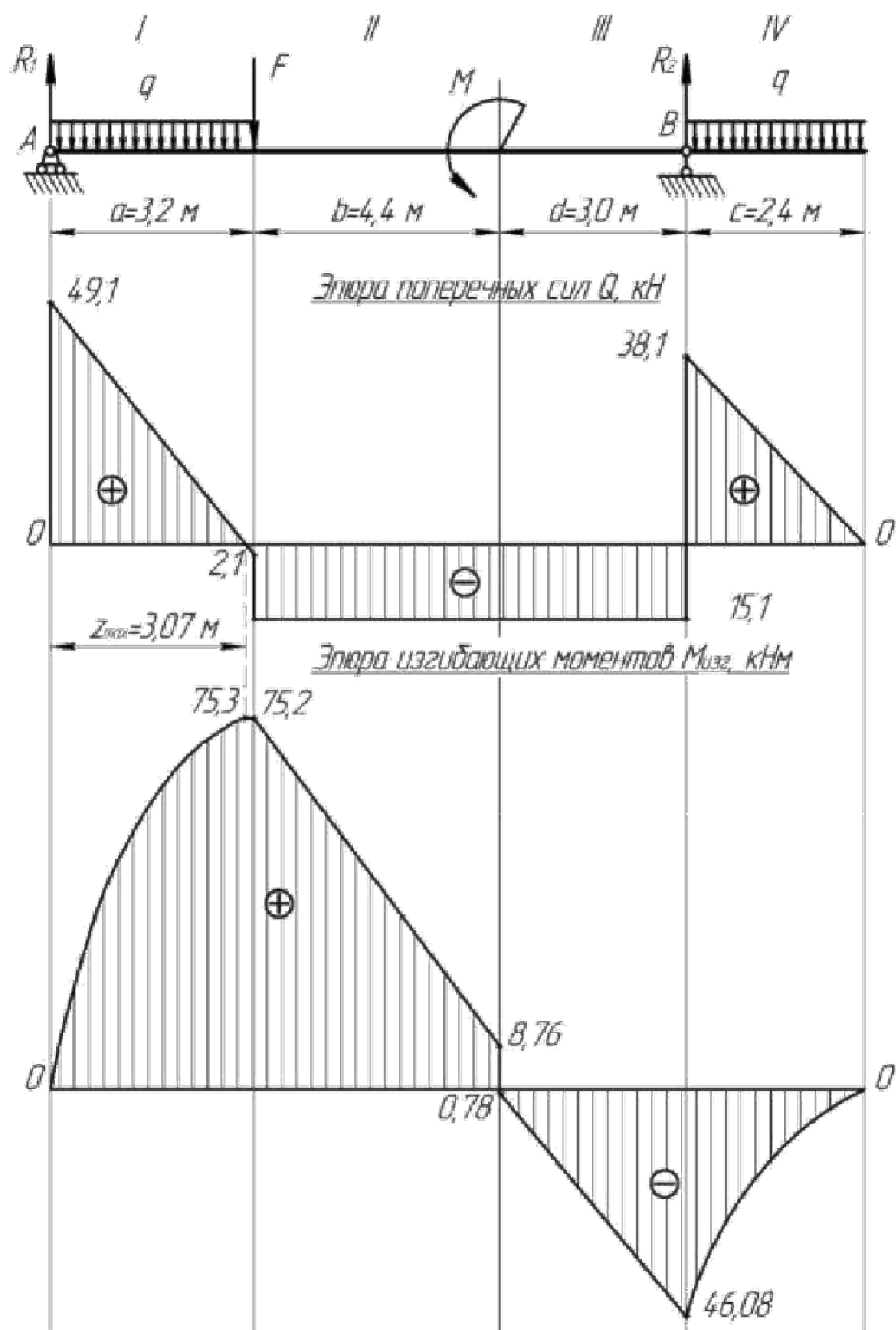


Рисунок 4.6

Вопросы и задания:

1. Что такое изгиб?
2. Построение эпюр при изгибе.
3. Внутренние силовые факторы .
4. Определение изгибающего момента.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 9

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Расчет трехшарнирных арок на подвижную нагрузку,

Цель: научиться решать задачи на изгиб с кручением

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при изгибе с кручением.

Теоретическая часть:

Для решения задач необходимо усвоить тему «Гипотезы прочности и их применение», так как в них рассматривается совместное действие изгиба и кручения и расчет производится с применением гипотез прочности.

Условие прочности в этом случае имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma],$$

где: $M_{\text{экв}}$ - так называемый эквивалентный момент.

При гипотезе наибольших касательных напряжений (иначе - третья гипотеза):

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_u^2 + M_k^2}.$$

При гипотезе потенциальной энергии формоизменения (иначе - пятая гипотеза):

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_u^2 + 0,75M_k^2}.$$

В обеих формулах M_k и M_u - соответственно крутящий и суммарный изгибающий моменты в рассматриваемом сечении вала. Числовое значение суммарного изгибающего момента равно геометрической сумме изгибающих моментов, возникающих в данном сечении от вертикально и горизонтально действующих внешних сил, т.е.:

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Последовательность решения задачи:

1. Привести действующие на вал нагрузки к его оси, освободить вал от опор, заменив их действие реакциями в вертикальной и горизонтальной плоскостях.
2. По заданной мощности P и угловой скорости ω определить вращающие моменты, действующие на вал.
3. Вычислить нагрузки F_1, F_{r1}, F_2, F_{r2} , приложенные к валу.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

4. Составить уравнения равновесия всех сил, действующих на вал, отдельно в вертикальной плоскости и отдельно в горизонтальной плоскости и определить реакции опор в обеих плоскостях
5. Построить эпюру крутящих моментов,
6. Построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях (эпюры M_x и M_y).
7. Определить наибольшее значение эквивалентного момента:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

или

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}$$

8. Считая, что $\sigma_{\text{экв}} = [\sigma]$, определить требуемый осевой момент сопротивления:

$$W_x = \frac{M_{\text{экв}}}{[\sigma]}.$$

Учитывая, что для сплошного круглого сечения:

$$W_u = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3,$$

определяем d по следующей формуле:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{экв}}}{\pi [\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1 [\sigma]}}.$$

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ НА ТЕМУ «ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ»

Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами (рис. 5.1, а), передающего мощность $P = 15 \text{ кВт}$ при угловой скорости $\omega = 30 \text{ рад/с}$, определить диаметр вала по двум вариантам: а) используя третью гипотезу прочности; б) используя пятую гипотезу прочности. Принять: $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$; $F_{r1} = 0,4 F_1$; $F_{r2} = 0,4 F_2$.

Решение:

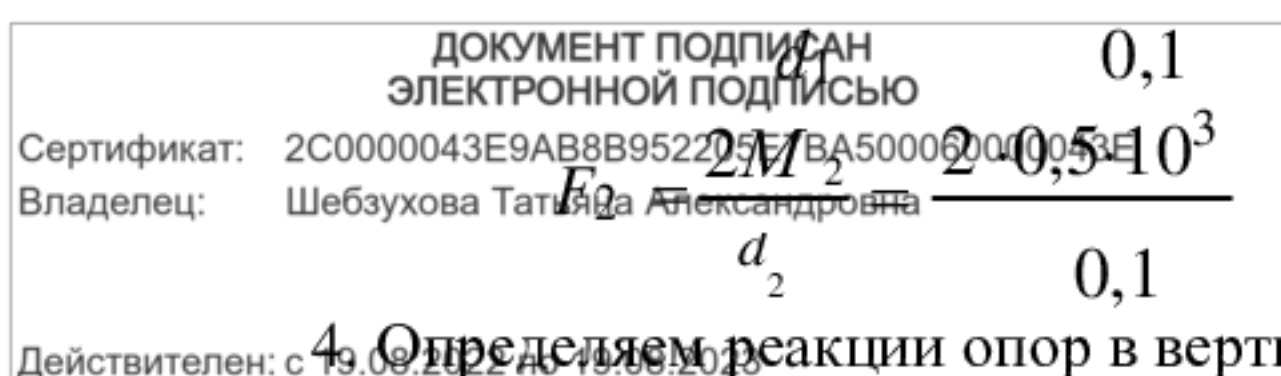
1. Составляем расчетную схему вала, приводя действующие на вал нагрузки к оси (рис. 5.1, б). При равномерном вращении вала $M_1 = M_2$, где M_1 и M_2 - скручивающие пары, которые добавляются при переносе сил F_1 и F_2 на ось вала.

2. Определяем вращающий момент, действующий на вал:

$$M_1 = M_2 = \omega \frac{P}{2} = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 0,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. Вычислим нагрузки, приложенные к валу:

$$F_1 = \frac{2 M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН}; \quad F_{r1} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ кН};$$



$$F_2 = \frac{2 M_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 4 \text{ кН}; \quad F_{r2} = 0,4 \cdot 4 = 1,6 \text{ кН}.$$

4. Определяем реакции опор в вертикальной плоскости (рис. 5.1, б):

$$\sum M_A = F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD - R_B \cdot AB = 0 ;$$

$$R_{By} = \frac{F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD}{AB} = \frac{4 \cdot 0,05 + 1,6 \cdot 0,25}{0,3} = 2 \text{ кН} ;$$

$$\sum M_B = R_{Ay} \cdot AB - F_{r1} \cdot BC - F_{r2} \cdot DB = 0 ;$$

$$R_{Ay} = \frac{F_{r1} \cdot BC + F_{r2} \cdot DB}{AB} = \frac{4 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,05}{0,3} = 3,6 \text{ кН} ;$$

$$\sum Y = R_{Ay} - F_{r1} - F_{r2} + R_{By} = 2 - 4 - 1,6 + 3,6 = 0 .$$

$\sum Y = 0$, следовательно, R_{Ay} , и R_{By} найдены правильно.

Определяем реакции опор в горизонтальной плоскости (рис. 5.1, б):

$$\sum M_A = \frac{F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD}{AB \cdot 0,3} = \frac{10 \cdot 0,05 - 4 \cdot 0,25}{0,3} = -1,66 \text{ кН} .$$

Знак минус указывает, на то, что истинное направление реакции противоположно выбранному:

$$\sum M_B = R_{Ax} \cdot AB - F_1 \cdot CB + F_2 \cdot DB = 0$$

$\sum X = 0$, следовательно, R_{Ax} и R_{Bx} найдены верно.

5. Строим эпюру крутящих моментов M_z (рис. 5.1, в).

6. Определяем в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости и M_y в горизонтальной плоскости и строим эпюры (рис. 5.1, г, д):

$$M_{Cx} = R_{Ay} \cdot AC = 3,6 \cdot 0,05 = 0,18 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{Dx} = R_{Ay} \cdot AD - F_{r1} \cdot CD = 3,6 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,2 = 0,1 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{Cy} = R_{Ax} \cdot AC = 7,66 \cdot 0,05 = 0,383 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{Dy} = R_{Ax} \cdot AD - F_1 \cdot CD = 7,66 \cdot 0,25 - 10 \cdot 0,2 = -0,085 \text{ кН} \cdot \text{м} .$$

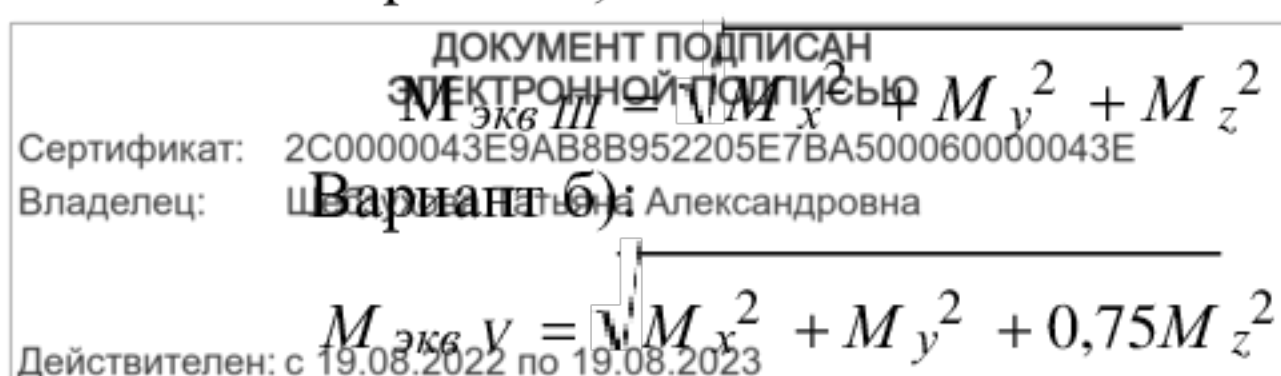
7. Вычисляем наибольшее значение эквивалентного момента по заданным гипотезам прочности. Так как в данном примере значение суммарного изгибающего момента в сечении C больше, чем в сечении D,

$$M_{uC} = \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2} = 0,423 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{uD} = \sqrt{M_{Dx}^2 + M_{Dy}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,085^2} = 0,13 \text{ кН} \cdot \text{м} ,$$

то сечение C и является опасным. Определяем эквивалентный момент в сечении C.

Вариант а):



$$M_{экв III} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,5^2} = \sqrt{0,429} = 0,655 \text{ кН} \cdot \text{м} .$$

Вариант б):

$$M_{экв V} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75 M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,75 \cdot 0,5^2} = \sqrt{0,366} = 0,605 \text{ кН} \cdot \text{м} .$$

8. Определяем требуемые размеры вала по вариантам а и б. По варианту а

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{эквIII}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,655 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 34,5 \text{ мм}.$$

По варианту б

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{эквV}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,605 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 33,6 \text{ мм}$$

Принимаем $d_{вала} = 34 \text{ мм}$.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

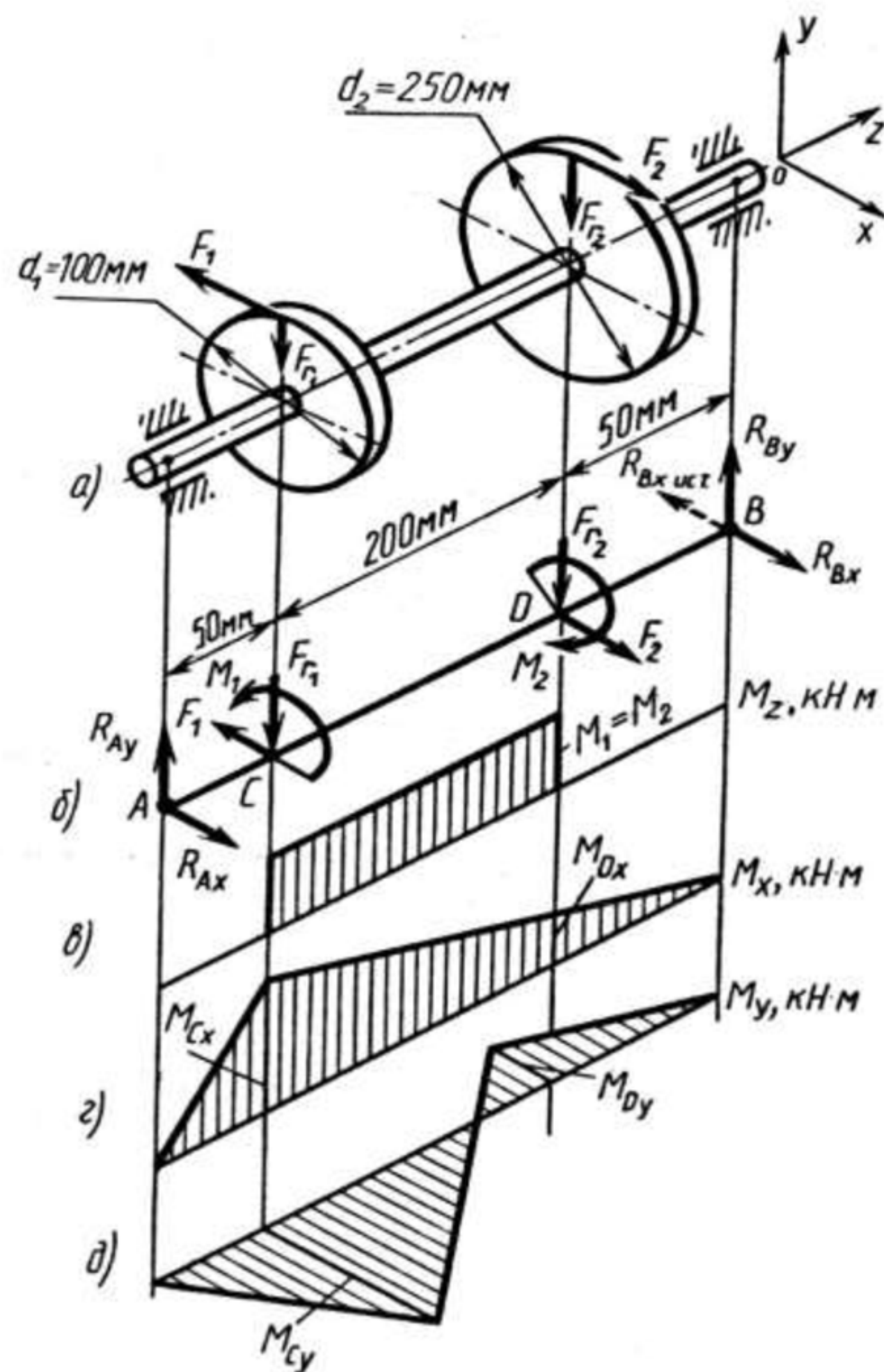


Рисунок 5.1

Вопросы и задания:

1. Что такое изгиб с кручением?
2. Построение эпюр при изгибе с кручением.
3. Внутренние силовые факторы .
4. Определение изгибающего момента при изгибе с кручением.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 10

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Классификация ферм, Аналитические методы расчета ферм.

Цель: дать студенту понятие о центре параллельных сил.

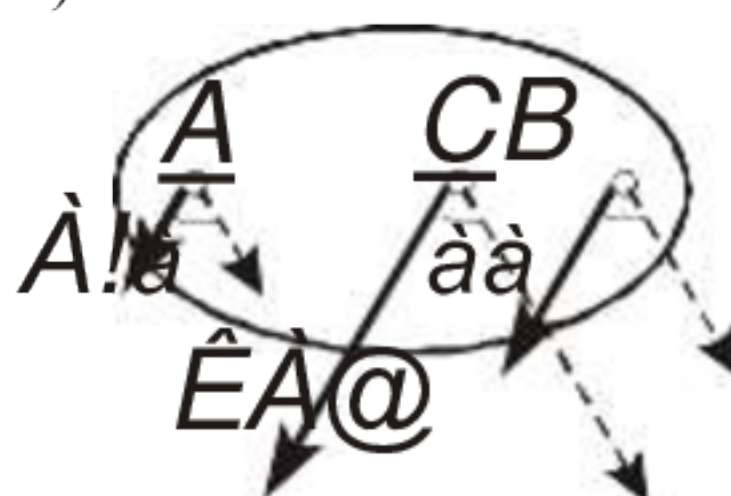
Знать: условий равновесия плоской и пространственной систем сил,

Уметь: приводить систему сил к простейшему виду; составлять и решать уравнения равновесия;

Актуальность темы объясняется нахождением центра параллельных сил, тем самым упрощается расчетная схема.

Теоретическая часть:

Система двух параллельных и одинаково направленных сил $A!$ и $A@$ имеют равнодействующую $K=A!+A@$, линия действия которой проходит через точку C , определяемую соотношением (1.5):



$$F_1 AC = F_2 BC$$

Очевидно, что если повернуть силы $A!$ и $A@$ на один и тот же угол a в одну и ту же сторону, то на этот же угол повернется и их равнодействующая, причем ее линия действия будет проходить через ту же точку C , так как в определяющее положение точки C выражение (1.5) входят только модули сил F_1 и F_2 .

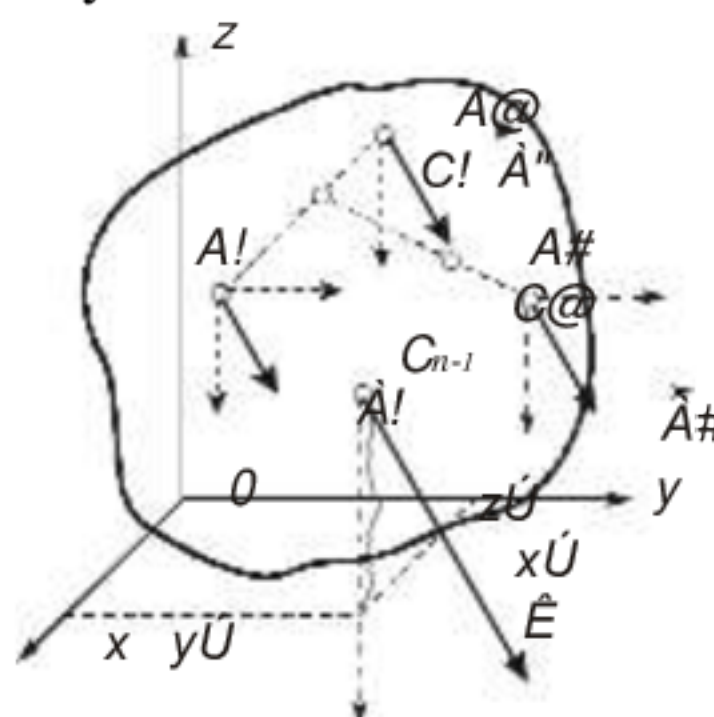


Рис. 1.37 Определение положения центра параллельных сил

Рассмотрим теперь систему параллельных и одинаково направленных сил ($A!$, $A@, A\#, \dots, A\%$), приложенных в точках $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, ..., $A_n(x_n, y_n, z_n)$ твердого тела (рис.1.34). Эта система сил имеет равнодействующую $K=CA\$,$ а ее линия действия проходит через точку C_{n-1} , положение которой найдем, определяя последовательно положения точек $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}$ с помощью выражений

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$\left(\sum_{m=1}^k F_m \right) \cdot A_k C_k = F_{k+1} \cdot A_{k+1} C_k, \text{ записанных для } k=1,2,3, \dots, n-1 \quad (1.18)$$

Так как в равенства (1.18) входят только модули рассматриваемых сил, положение точки C_{n-1} относительно точек $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ не изменится при любых одинаковых изменениях ориентации сил системы.

Определение: точка, через которую проходит линия действия равнодействующей системы параллельных сил при любых поворотах этих сил на один и тот же угол в одну и ту же сторону, называется центром параллельных сил.

Найдем координаты этого центра в произвольной декартовой системе координат. Воспользуемся тем, что его положение не зависит от направления сил и направим все силы системы параллельно оси z (рис.1.34). Тогда по теореме Вариньона

$$M_y(\vec{R}) = \sum_y M_y(\vec{F}_k) \quad M_y(\vec{R}) = R x_{C_{n-1}}^{n-1}, \quad \sum F_k x_k$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n, \text{ получаем } x_{C_{n-1}} = \frac{\sum F_k x_k}{R}.$$

Применяя теорему Вариньона относительно оси x и относительно оси z (в последнем случае направив все силы параллельно оси y) получаем аналогичные формулы для

$$y_{C_{n-1}} \text{ и } z_{C_{n-1}}:$$

$$x_{C_{n-1}} = \frac{\sum F_k x_k}{R}, \quad y_{C_{n-1}} = \frac{\sum F_k y_k}{R}, \quad z_{C_{n-1}} = \frac{\sum F_k z_k}{R}. \quad (1.19)$$

Полученные формулы используем для определения положения центров тяжести тел, находящихся в однородном гравитационном поле земного тяготения. Действительно, силы тяжести отдельных частиц тела, размеры которого малы по сравнению с радиусом Земли, образуют систему параллельных сил, аналогичную рассмотренной выше. Назовем равнодействующую сил тяжести отдельных частиц тела весом этого тела и будем обозначать его буквой P . Центром тяжести будем называть центр параллельных сил

тяжести P_k отдельных частиц тела и обозначать его буквой P . В новых обозначениях формулы (1.19) перепишутся в виде:

$$x_P = \frac{\sum P_k x_k}{P}, \quad y_P = \frac{\sum P_k y_k}{P}, \quad z_P = \frac{\sum P_k z_k}{P} \quad (1.20)$$

Для однородных тел вес P_k отдельных частиц тела пропорционален объемам этих частиц: $P_k = \gamma V_k$, а вес тела пропорционален объему тела $P = \gamma V$ (γ — вес единицы объема).

Подставляя данные выражения в (1.20), после сокращения на γ , получаем формулы для определения центра тяжести объема:

$$x_P = \frac{\sum V_k x_k}{V}, \quad y_P = \frac{\sum V_k y_k}{V}, \quad z_P = \frac{\sum V_k z_k}{V} \quad (1.21)$$

Для однородных плоских пластин и изделий из однородных линейных элементов (например из однородной проволоки постоянного сечения), вводя вес единицы площади и вес единицы длины, аналогичным образом получаем формулы для определения центра тяжести площади и центра тяжести линии:

$$x_P = \frac{\sum S_k x_k}{S}, \quad y_P = \frac{\sum S_k y_k}{S}, \quad z_P = \frac{\sum S_k z_k}{S},$$

(1.22)

где S - площадь всей пластины, s_k - площади ее частей.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$x_P = \frac{\sum l_k x_k}{L}, \quad y_P = \frac{\sum l_k y_k}{L}, \quad z_P = \frac{\sum l_k z_k}{L}, \quad (1.23)$$

где L - длина всей линии, l_k - длина ее частей.

Вопросы и задания:

1. Определение центра параллельных сил.
2. Определение координат центра параллельных сил.
3. Определение центра параллельных сил с помощью теоремы Вариньона..

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 11

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Метод двух или нескольких сечений

Цель: дать студенту понятия о коэффициенте трения и его определении.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

общие теоремы динамики

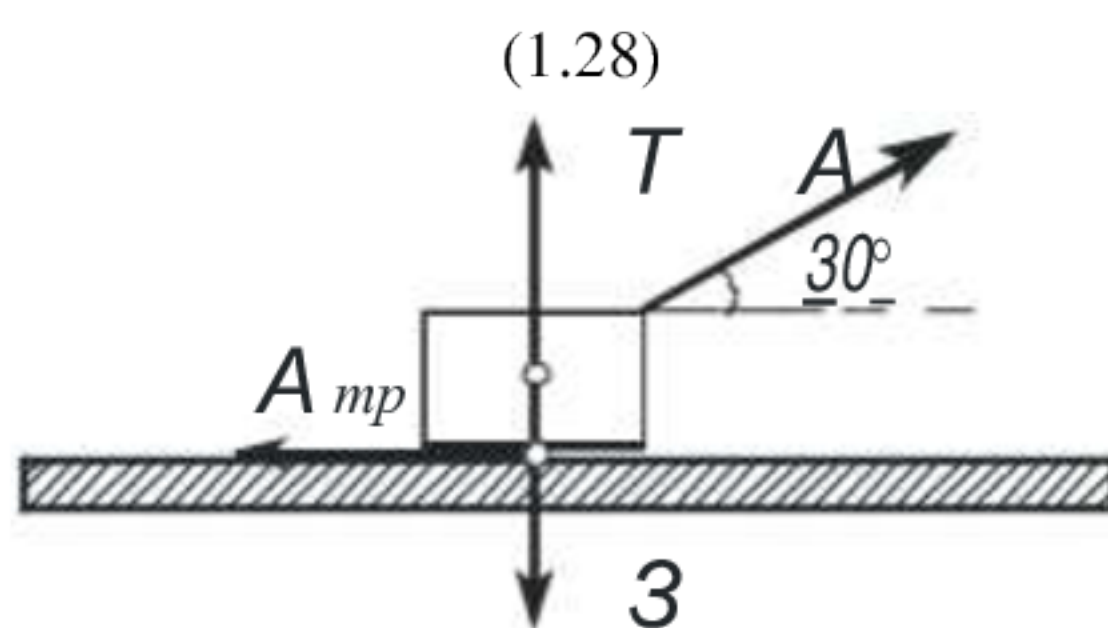
Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением коэффициента трения различных материалов и сплавов.

Теоретическая часть:

Сила трения скольжения. Как показывает опыт, при стремлении двигать одно тело по поверхности другого в плоскости соприкосновения этих тел возникает сила трения, которая может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения, определяемого законом Кулона $F_{тр} = fN$, где f - безразмерный коэффициент трения скольжения, N - нормальная реакция. Коэффициент трения скольжения определяется опытным путем и зависит от материала соприкасающихся тел и состояния их поверхностей (характер обработки, смазки, температуры и т.п.). опыты показывают, что сила трения скольжения в широких пределах не зависит от размеров трущихся поверхностей тел. Так для того, чтобы сдвинуть обычный кирпич, нужно приложить одинаковую силу независимо от того лежит ли он плашмя или на ребре. При решении задач с учетом сил трения скольжения необходимо четко различать обычное и предельное равновесие тела. В первом случае величина силы трения неизвестна и должна определяться из решения соответствующих уравнений равновесия. Если же в задаче речь идет о предельном равновесии, то сила трения определяется законом Кулона:

$$F_{тр} = fN$$



Простейший пример: пусть на тело, находящееся в равновесии на горизонтальной шероховатой поверхности, действует сила $F=10$ Н. Определить, чему равна сила трения скольжения.

Решение: в данном случае тело заведомо находится в равновесии и сила трения определится из уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = F \cos \alpha - F_{тр} = 0, \quad \text{откуда} \quad F_{тр} = F \cos 30^\circ = 8,66 \text{ Н.}$$

Изменим теперь условие задачи: определим минимальную силу F , способную сдвинуть тело с места, если его вес P равен 10 Н, а коэффициент трения скольжения $f=0,1$.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Решение: так как речь идет о предельном состоянии равновесия,

$$F_{\text{тр}} = fN, \quad N = P, \quad F_{\text{тр}} = fP = 1H, \quad \sum F_{kx} = F \cos 30^\circ - Pf = 0, \\ F = fP / \cos 30^\circ = 1,15H.$$

Как известно полную реакцию шероховатой поверхности принято представлять суммой двух составляющих: нормальной реакции T и силы трения $A_{\text{тр}}$ (рис. 1. 38)

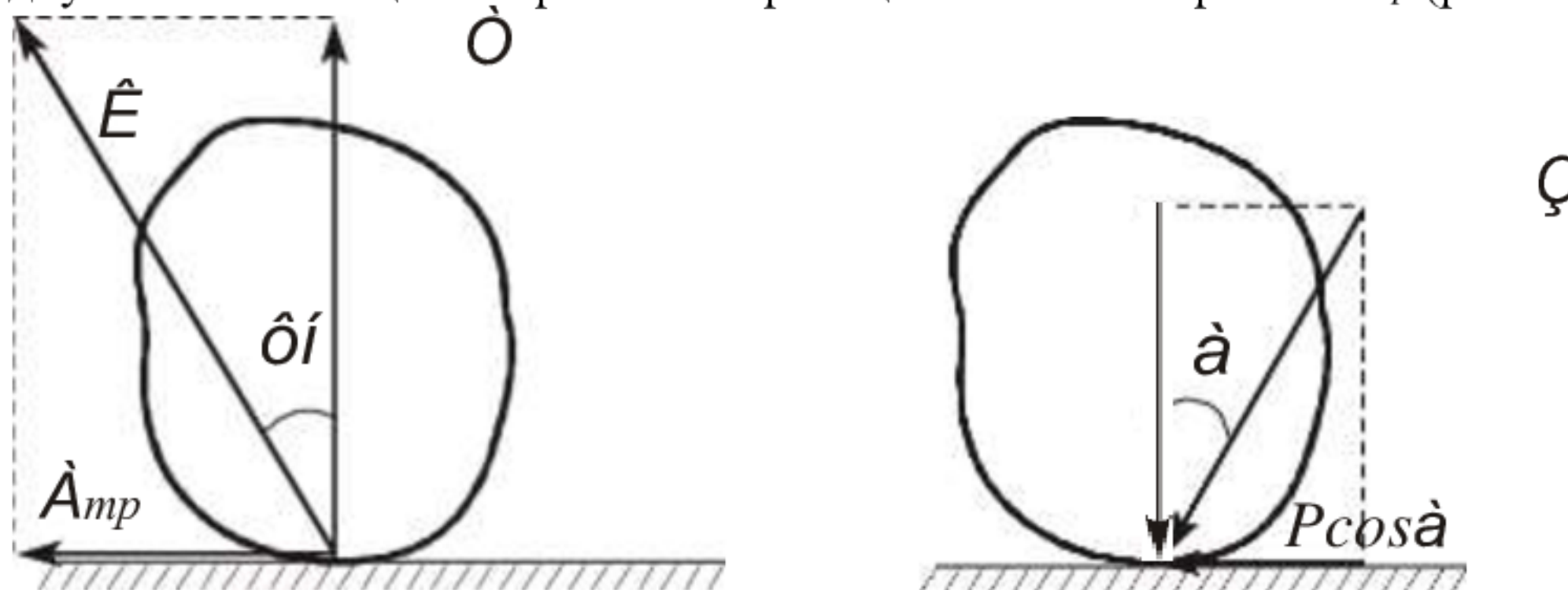
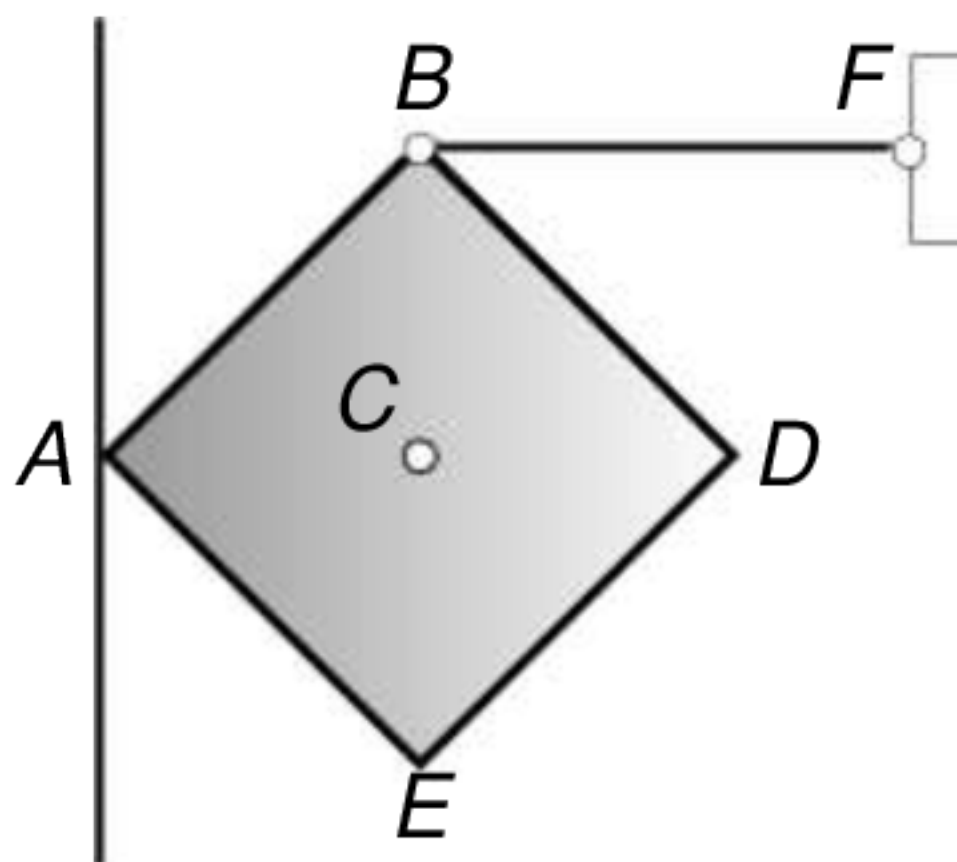


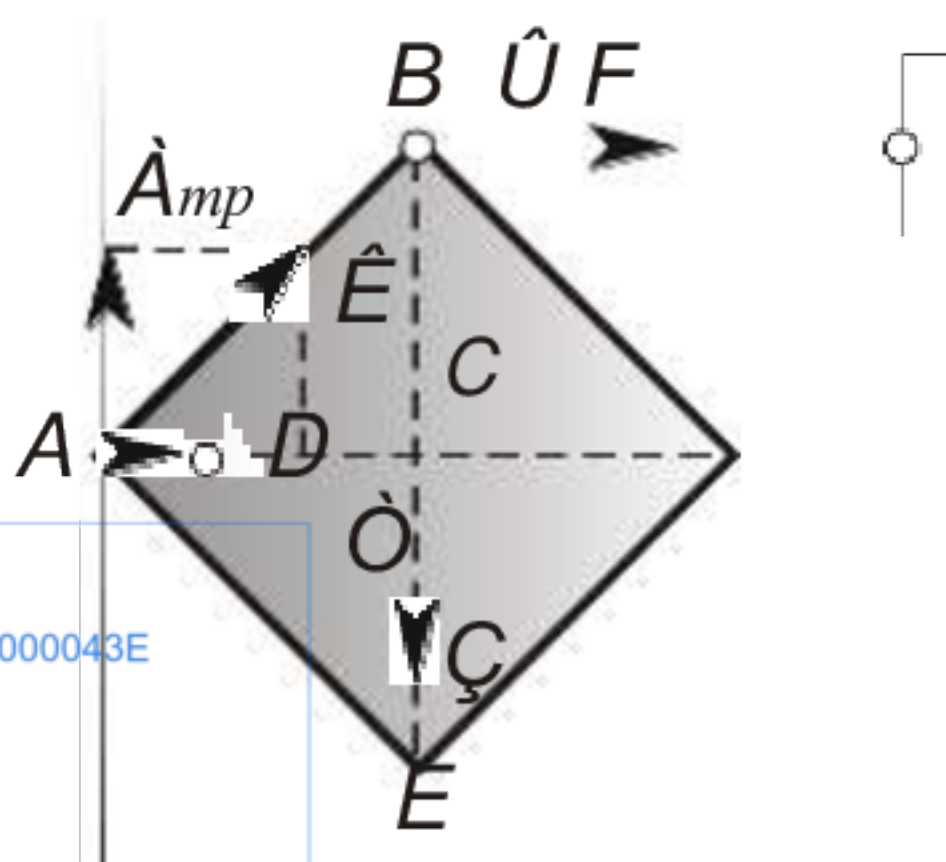
Рис. 1.38. Реакция шероховатой поверхности

Следовательно, полная реакция K будет отклонена от нормали к поверхности на некоторый угол. При изменении силы трения от нуля до ее предельного значения, сила K изменяется от T до своего максимального значения, а ее угол с нормалью растет от нуля до некоторого предельного значения ϕ_n , называемого углом трения. Из рисунка видно, что $\tan \phi_n = F_{\text{тр}} / N$, тогда с учетом того, что $F_{\text{тр}} = fN$, получаем $\tan \phi_n = f$.

Если к телу приложить силу Z под углом α к нормали (рис.1.34), то тело сдвинется только тогда, когда сдвигающее усилие $P \cos \alpha$ будет больше $F_{\text{тр}} = fN$. Это означает, что никакой силой, образующей с нормалью угол $\alpha < \phi_n$, тело вдоль данной поверхности сдвинуть нельзя.



Пример 1 . Каков должен быть минимальный коэффициент трения скольжения f в месте контакта однородной квадратной пластины весом P с вертикальной стенкой, если пластина в заданном положении находится в равновесии. Весом стержня BF пренебречь.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Решение. Так как линия действия полной реакции K вертикальной стенки при равновесии пластины должна пройти через точку B (на основании теоремы о трех силах), то $F_{тр} = N$ или, поскольку речь в условии задачи идет о предельном равновесии, $F_{тр} = fN$, $fN = N$, $f = 1$. Тот же результат можно получить и из уравнения равновесия пластины:

$$\sum M_B (F_k) = N \cdot BC - F_{тр} \cdot AC = 0, F_{тр} = N, fN = N, f = 1.$$

Вопросы и задания:

1. Что называют трением?
2. Что называют трением скольжения?
3. Что такое трение качения?
4. Определение коэффициента трения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 12

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Метод замкнутых сечений, Метод замены стержней.

Цель: дать студенту знания в области сопротивления при качении.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением сопротивления при качении возникающих при взаимодействии деформации тел.

Теоретическая часть:

Трение качение. Трением качения называют сопротивление, возникающее при качении одного тела по поверхности другого.

Причины возникновения этого сопротивления невозможно объяснить без учета деформаций тел, возникающих при их взаимодействии. Рассмотрим круглый цилиндрический каток радиусом R весом $З$, лежащей на горизонтальной шероховатой плоскости, которая под тяжестью катка слегка деформировалась, так что касание катка с поверхностью теперь происходит не в одной точке, а по некоторой площадке AB (рис.1.39). Под действием силы $\ddot{Y}$, приложенной к центру катка, давление у края A убывает и возрастает у края B . В результате нормальная реакция T

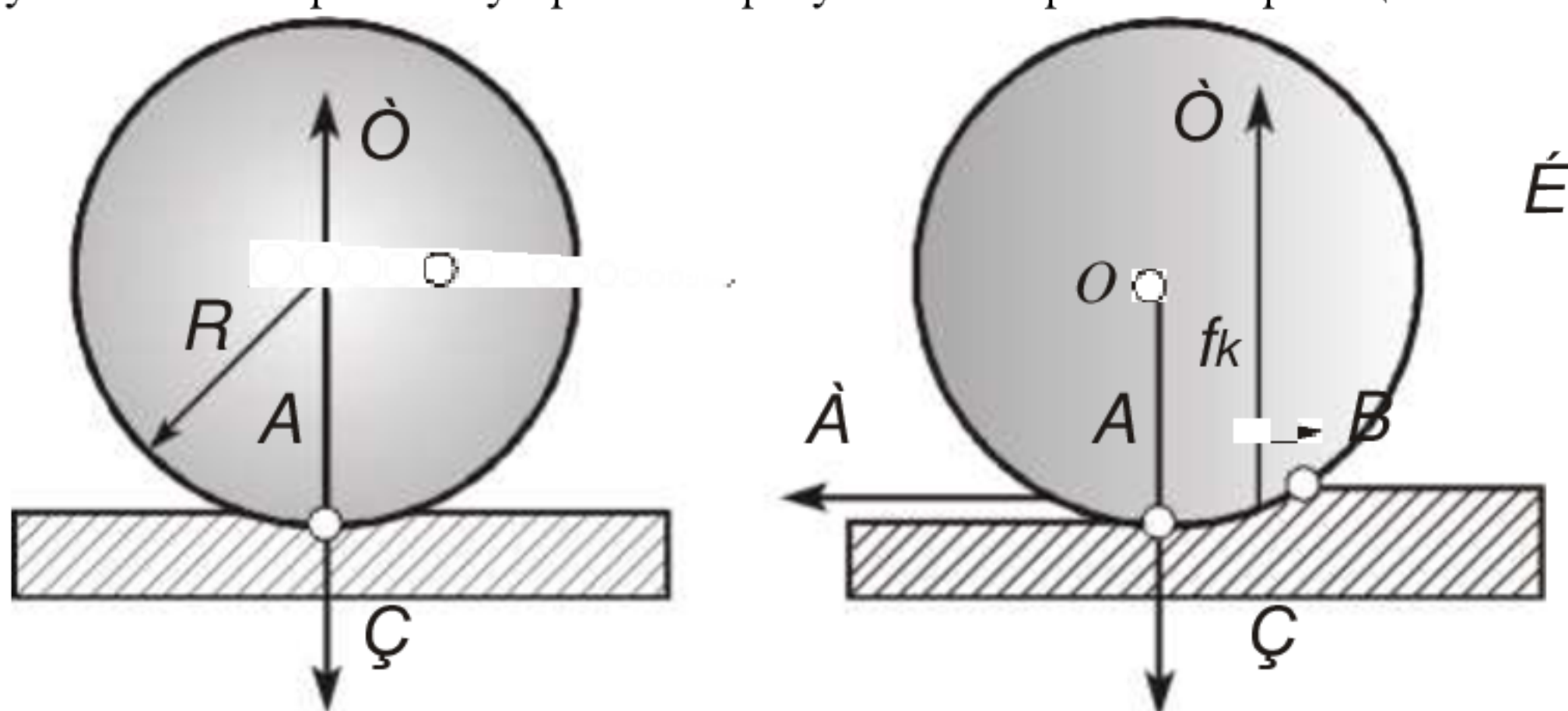


Рис.1.39 Момент сопротивления при качении

являющаяся равнодействующей распределенных на площадке AB сил, смещается в сторону действия силы $\ddot{Y}$. С увеличением Q до некоторого предельного значения Q_{np} это смещение растет до некоторой предельной величины f_k . В этот момент на каток будут действовать две уравновешивающие друг друга пары сил $(\ddot{Y}_{np}, A_{np})$ и $(T, З)$ с моментами $M_{вр} = Q_{np}R$ и $M_{\ddot{Y}} = Nf_k$ соответственно. Пока $Q < Q_{np}$ каток будет находиться в покое, при $Q > Q_{np}$ начнется качение. Входящая в формулу $M_c = Nf_k$ (1.29)

линейная величина f_k называется коэффициентом трения качения. Для большинства материалов, входящее в выражение для предельного значения Q :

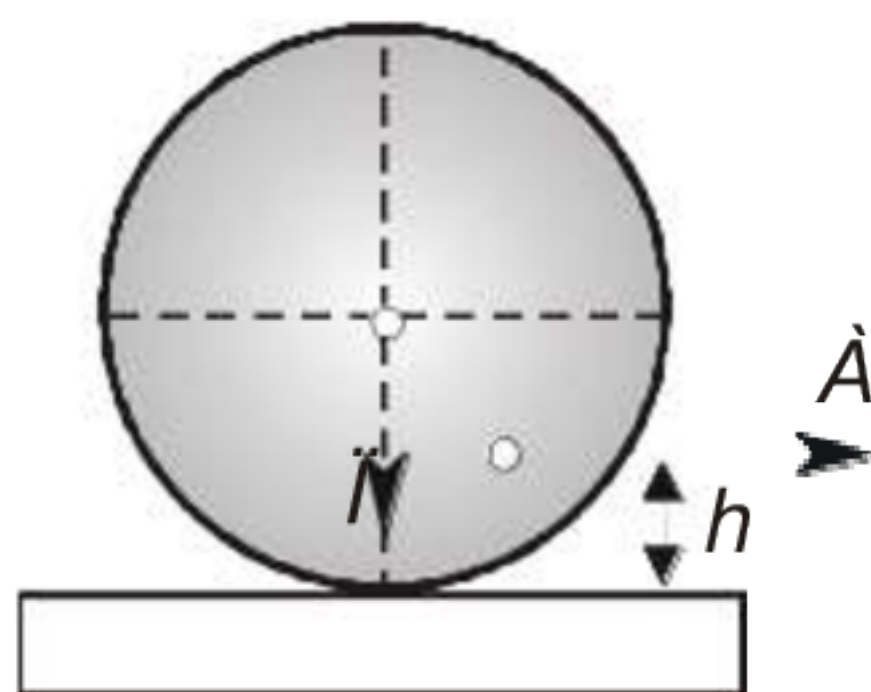
$$Q_{np} = (f_k/R)N \quad (1.30)$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

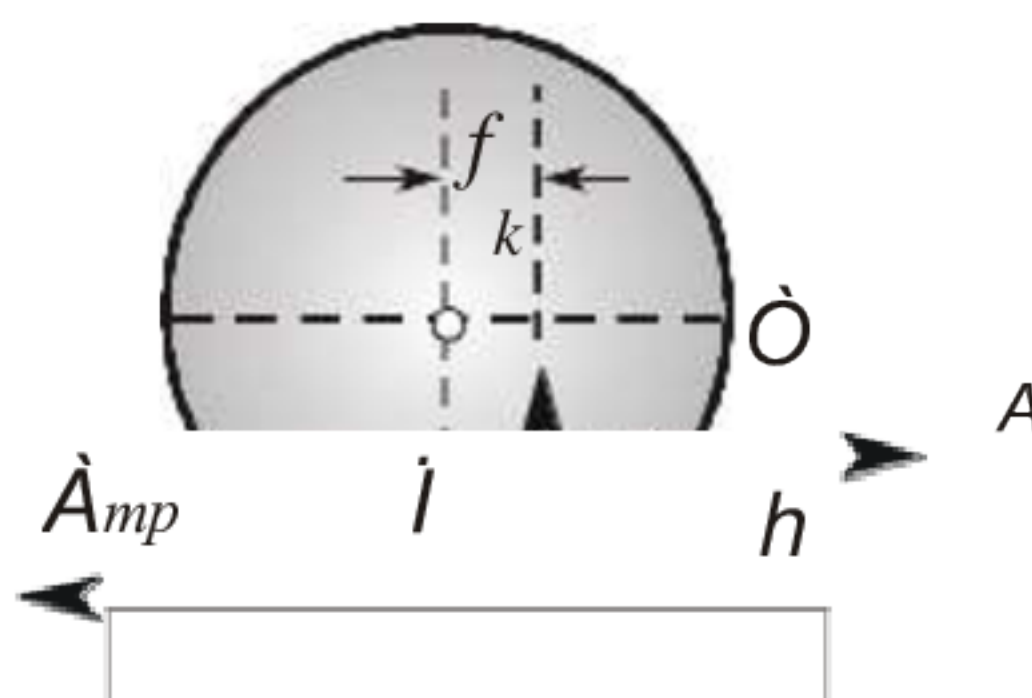
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

отношение f_k/R значительно меньше коэффициента трения скольжения f из формулы (1.28). Этим объясняется то, что в технике, везде где это возможно, стремятся заменить скольжение качением.



Пример. На какой высоте h и какую горизонтальную силу F нужно приложить, чтобы каток, сила тяжести которого $G=1000$ Н, равномерно скользи по горизонтальной плоскости без качения. Коэффициент трения качения $f_k = 0,01$ м, коэффициент трения скольжения $f = 0,1$.



Решение. Для того чтобы каток двигался равномерно вправо, сила F должна быть равна максимальному значению силы трения скольжения:

$F = F_{тр} = fN = 100$ Н. Каток не будет вращаться, если момент, создаваемый парой сил $(A, A_{тр})$ не будет превышать максимального значения момента сопротивления $M_c = f_k N = kG = 10$ Нм, т.е. максимальное значение $h = M_c/F = 0,1$ м.

Вопросы и задания:

1. Что называют качением?
2. Причины возникновения качения?
3. Почему в технике, везде где это возможно, стремятся заменить скольжение качением?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Лабораторное занятие 13

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Понятие грузового пояса,.

Цель: научиться определять ядро сечения при внецентренном сжатии.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы заключается в применении знаний в области кинематики на практике.

Теоретическая часть:

При конструировании стержней из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению (бетон), весьма желательно добиться того, чтобы все сечение работало лишь на сжатие. Этого можно достигнуть, не давая точке приложения силы P слишком далеко отходить от центра тяжести сечения, ограничивая величину эксцентриситета.

Конструктору желательно заранее знать, какой эксцентриситет при выбранном типе сечения можно допустить, не рискуя вызвать в сечениях стержня напряжений разных знаков. Здесь вводится понятие о так называемом ядре сечения. Этим термином обозначается некоторая область вокруг центра тяжести сечения, внутри которой можно располагать точку приложения силы P , не вызывая в сечении напряжений разного знака.

Пока точка A располагается внутри ядра, нейтральная ось не пересекает контура сечения, все оно лежит по одну сторону от нейтральной оси и, стало быть, работает лишь на сжатие. При удалении точки A от центра тяжести сечения нейтральная ось будет приближаться к контуру; граница ядра определится тем, что при расположении точки A на этой границе нейтральная ось подойдет вплотную к сечению, коснется его.

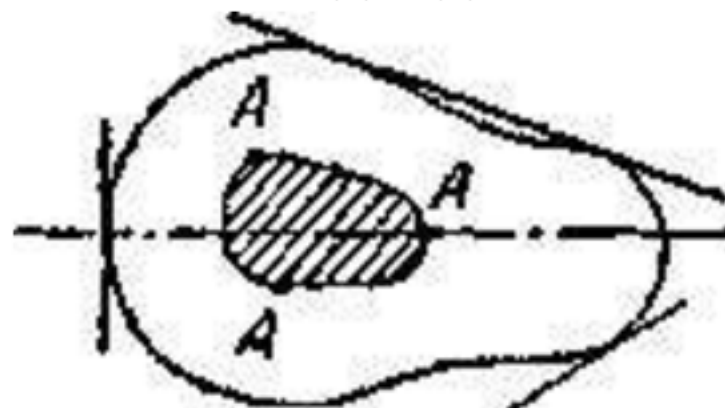


Рис.1. Комбинации положения сжимающей силы и нейтральной линии

Таким образом, если мы будем перемещать точку A так, чтобы нейтральная ось катилась по контуру сечения, не пересекая его, то точка A обойдет по границе ядра сечения. Если контур сечения имеет «впадины», то нейтральная ось будет катиться по огибающей контура.

Чтобы получить очертание ядра, необходимо дать нейтральной оси несколько положений, касательных к контуру сечения, определить для этих положений отрезки a_y и a_z и вычислить координаты y_P и z_P точки приложения силы по формулам, вытекающим из известных зависимостей:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

$$y_P = -\frac{i_x^2}{a_y}, z_P = -\frac{i_y^2}{a_z}$$

это и будут координаты точек контура ядра y_A и z_A .

При многоугольной форме контура сечения (Рис.2), совмещая последовательно нейтральную ось с каждой из сторон многоугольника, мы по отрезкам a_y и a_z определим координаты y_A и z_A точек границы ядра, соответствующих этим сторонам.

При переходе от одной стороны контура сечения к другой нейтральная ось будет вращаться вокруг вершины, разделяющей эти стороны; точка приложения силы будет перемещаться по границе ядра между полученными уже точками. Установим, как должна перемещаться сила P , чтобы нейтральная ось проходила все время через одну и ту же точку $B (y_B, z_B)$ — вращалась бы около нее. Подставляя координаты этой точки нейтральной оси в известное уравнение нейтральной оси (линии), получим:

$$1 + \frac{y_P y_B}{i_x^2} + \frac{z_P z_B}{i_y^2} = 0$$

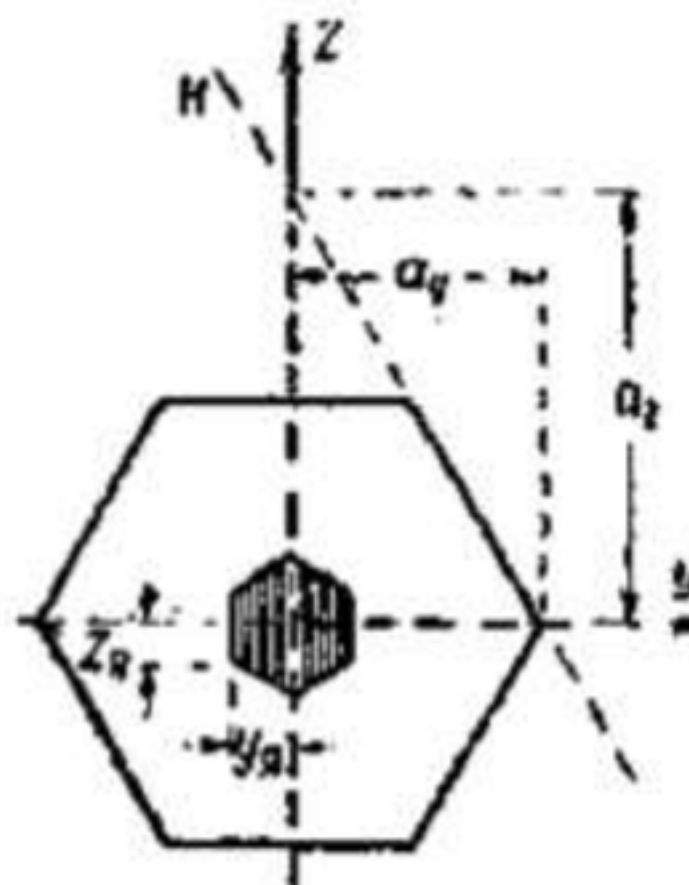


Рис.2. Ядро сечения для многоугольной формы поперечного сечения

Таким образом координаты y_P и z_P точки A приложения силы P связаны линейно. При вращении нейтральной оси около постоянной точки B точка A приложения силы движется по прямой. Обратно, перемещение силы P по прямой связано с вращением нейтральной оси около постоянной точки.

На Рис.3 изображены три положения точки приложения силы на этой прямой и соответственно три положения нейтральной оси. Таким образом, при многоугольной форме контура сечения очертание ядра между точками, соответствующими сторонам многоугольника, будет состоять из отрезков прямых линий.

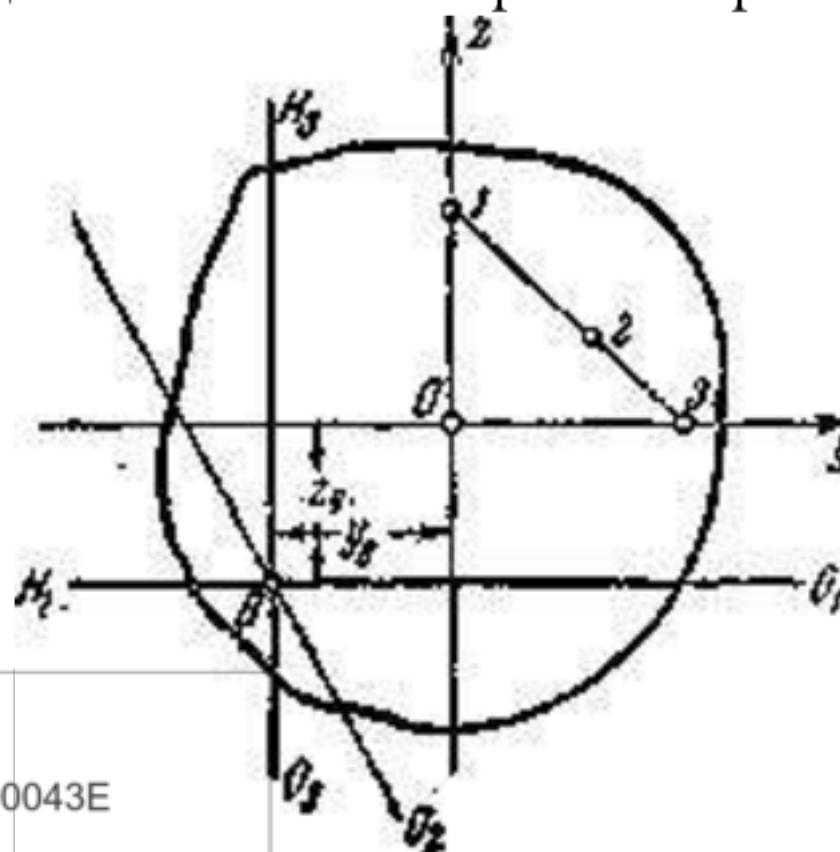


Рис.3. Динамика построения ядра сечения

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Если контур сечения целиком или частично ограничен кривыми линиями, то построение границы ядра можно вести по точкам. Рассмотрим несколько простых примеров построения ядра сечения.

При выполнении этого построения для прямоугольного поперечного сечения воспользуемся полученными формулами.

Для определения границ ядра сечения при движении точки А по оси Оу найдем то значение $e = e_0$, при котором нейтральная ось займет положение H_1O_1 . Имеем:

$$a_y = -\frac{b}{2} = -\frac{b^2}{12e_0},$$

откуда

$$e_0 = \frac{b}{6}$$

Таким образом, границы ядра по оси Оу будут отстоять от центра сечения на $1/6$ величины b (Рис.4, точки 1 и 3); по оси Oz границы ядра определятся расстояниями $\frac{d}{6}$ (точки 2 и 4).

Для получения очертания ядра целиком изобразим положения нейтральной оси H_1O_1 и H_2O_2 , соответствующие граничным точкам 1 и 2.

При перемещении силы из точки 1 в точку 2 по границе ядра нейтральная ось должна перейти из положения H_1O_1 в положение H_2O_2 , все время касаясь сечения, т. е. поворачиваясь вокруг точки D.

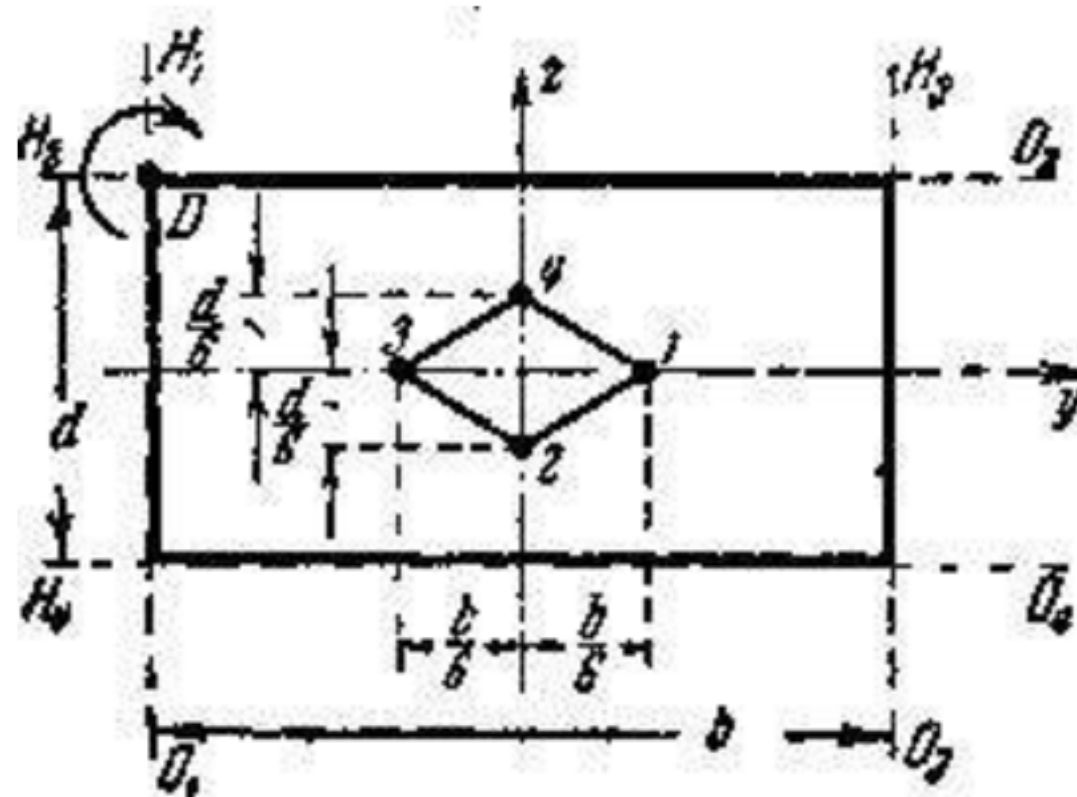


Рис.4. построение ядра для прямоугольного сечения.

Для этого сила должна двигаться по прямой 1 — 2. Точно так же можно доказать, что остальными границами ядра будут линии 2—3, 3—4 и 4—1.

Таким образом, для прямоугольного сечения ядро будет ромбом с диагоналями, равными одной трети соответствующей стороны сечения. Поэтому прямоугольное сечение при расположении силы по главной оси работает на напряжения одного знака, если точка приложения силы не выходит за пределы средней трети стороны сечения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023