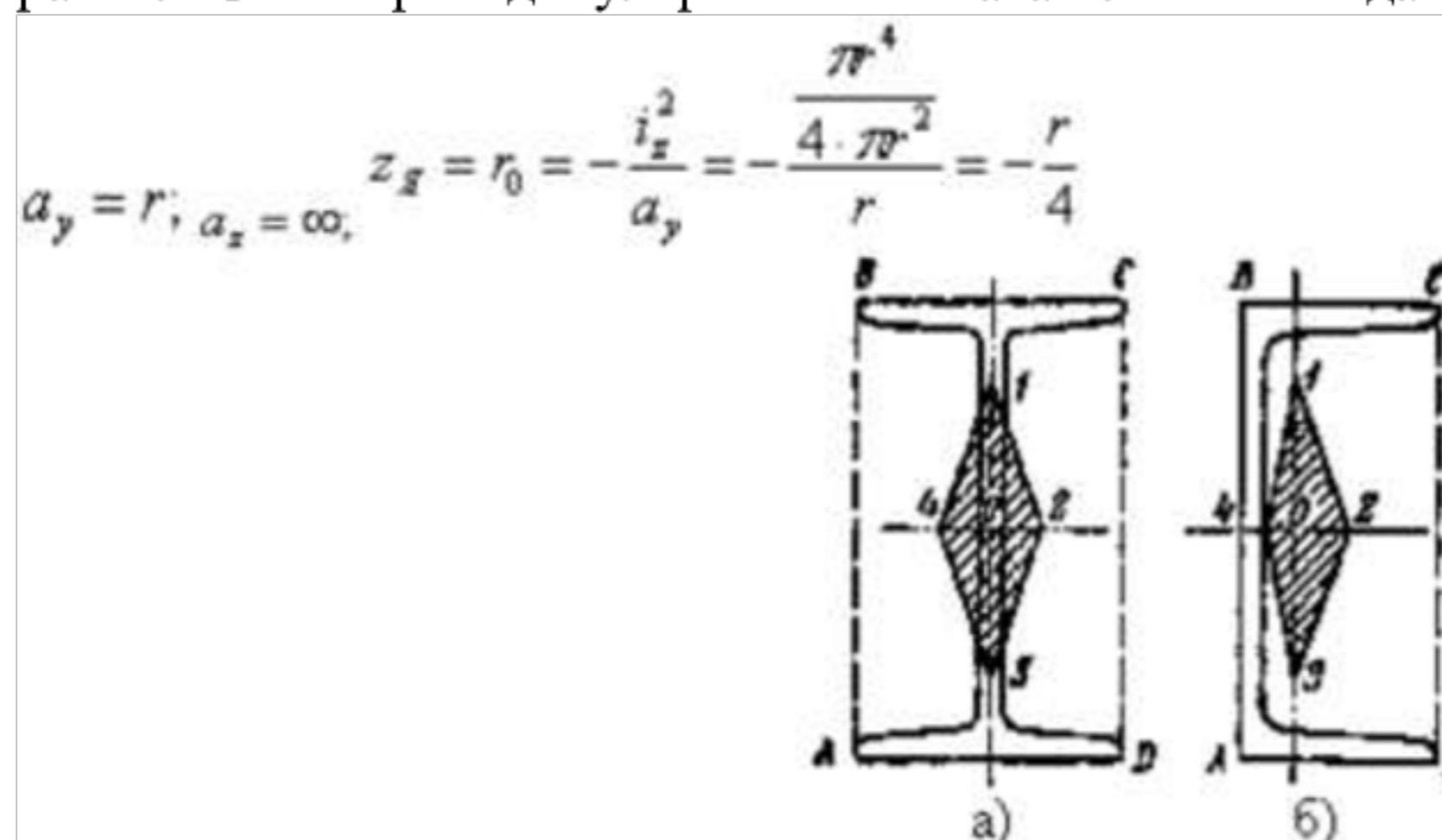


**Рис.5.** Динамика изменения напряжений при изменении эксцентрикитета.

Эпюры распределения нормальных напряжений по прямоугольному сечению при эксцентриките, равном нулю, меньшем, равном и большем одной шестой ширины сечения, изображены на Рис.5.

Отметим, что при всех положениях силы  $P$  напряжение в центре тяжести сечения (точка  $O$ ) одинаково и равно  $\frac{P}{F}$  и что сила  $P$  не имеет эксцентрикитета по второй главной оси.

Для круглого сечения радиуса  $r$  очертание ядра будет по симметрии кругом радиуса  $r_0$ . Возьмем какое-либо положение нейтральной оси, касательное к контуру. Ось  $Oy$  расположим перпендикулярно к этой касательной. Тогда



**Рис.6.** Ядро сечения для двутавра — а) и швеллера — б)

Таким образом, ядро представляет собой круг с радиусом, вчетверо меньшим, чем радиус сечения.

Для двутавра нейтральная ось при обходе контура не будет пересекать площади поперечного сечения, если будет касатьсяся прямоугольного контура ABCD, описанного около двутавра (Рис.6а). Следовательно, очертание ядра для двутавра имеет форму ромба, как и для прямоугольника, но с другими размерами.

Для швеллера, как и для двутавра, точки 1, 2, 3, 4 контура ядра (Рис.6 б) соответствуют совпадению нейтральной оси со сторонами прямоугольника ABCD.

### Вопросы и задания:

1. Что такое ядро сечения?

2. Какие бывают эпюры распределения нормальных напряжений.

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

вращательно.

Действителен: с 19.06.2022 по 19.06.2023

3. Запишите формулу определения полного ускорения точки, движущейся

4. Дайте определение мгновенного центра ускорения.

## Лабораторное занятие 14

### Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Построение линии влияния усилия.

Цель: научиться расчитывать балки на упругом основании

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем; кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движении

---

Актуальность темы объясняется определением скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения.

Теоретическая часть:

К числу статически неопределенных балок может быть отнесена балка на упругом основании. Так называется балка, опирающаяся по всей своей длине (Рис.1) на упругое основание, оказывающее в каждой точке на балку реакцию, пропорциональную у — прогибу балки в этой точке. Коэффициент пропорциональности обозначается буквой  $k$ .

Введение предположения о пропорциональности реакций прогибу является приближением, хотя и достаточно близким к действительным условиям.

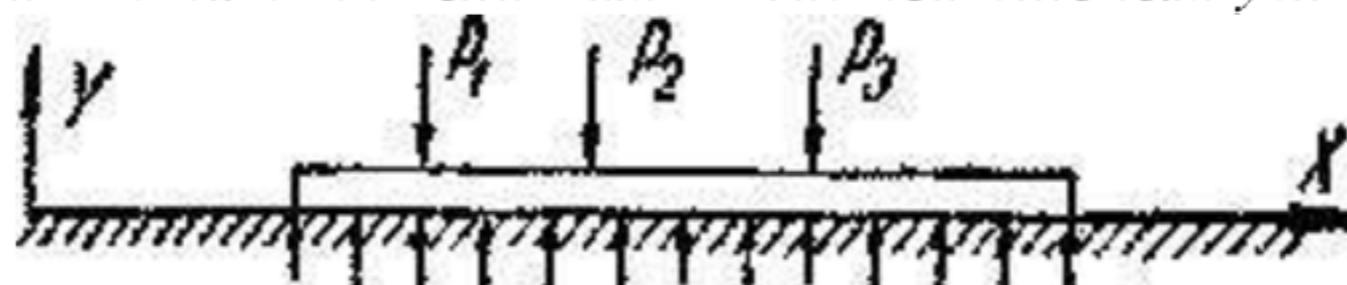


Рис.1. Расчетная схема балки на упругом основании.

Предложение ввести в расчет коэффициент пропорциональности  $k$ , именуемый «коэффициентом постели», было впервые сделано русским академиком Николаем Ивановичем Фуссом в 1801 году. Принимая это предположение, получаем, что интенсивность реакции основания в каждой точке сила равна  $ku$  и измеряется в единицах силы и длины; размерность коэффициента  $k$  при этом будет сила и квадрат длины. Будем считать, что основание оказывает реакцию при прогибах балки как вниз, так и вверх.

На практике задачи о расчете балки на упругом основании встречаются в железнодорожном деле (рельс, шпала), в строительстве — фундаменты различных сооружений, передающие нагрузку на грунт.

Статически неопределенной такая балка будет потому, что условие статики — сумма нагрузок равна всей реакции основания — не дает возможности установить распределение этой реакции по длине балки, а значит, вычислить изгибающие моменты и поперечные силы.

Интенсивность реакции в каждой точке связана с прогибами балки. Поэтому для решения задачи необходимо найти сначала уравнение изогнутой оси  $y = f(x)$ , а уже

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

затем формулы для вычисления изгибающего момента и поперечной силы. Ход решения оказывается обратным обычному.

Найдем уравнение изогнутой оси для балки постоянного сечения, лежащей на упругом основании и нагруженной сосредоточенными силами  $P_1, P_2, \dots$  (Рис.1). Начало координат возьмем в любой точке, ось  $x$  направим вправо, ось  $y$  вертикально вверх. Направление нагрузок вверх будем считать положительным. Напишем обычное дифференциальное уравнение изгиба

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x)$$

Так как  $M(x)$  нам неизвестен, то постараемся связать прогибы непосредственно с нагрузкой, для этого дифференцируем дважды предыдущее уравнение:

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = q(x) \quad (1)$$

где  $q(x)$ —интенсивность сплошной нагрузки, действующей на балку в сечении с абсциссой  $x$ .

Сплошной нагрузкой для нашей балки является лишь реакция упругого основания. Интенсивность ей пропорциональна прогибам; эта нагрузка направлена вверх, т. е. положительна, когда прогибы идут вниз, т. е. отрицательны, и наоборот. Таким образом, эта нагрузка имеет знак, обратный знаку прогибов:

$$q(x) = -ky$$

Тогда

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = -ky \quad (2)$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{k}{EI} y = 0 \quad (3)$$

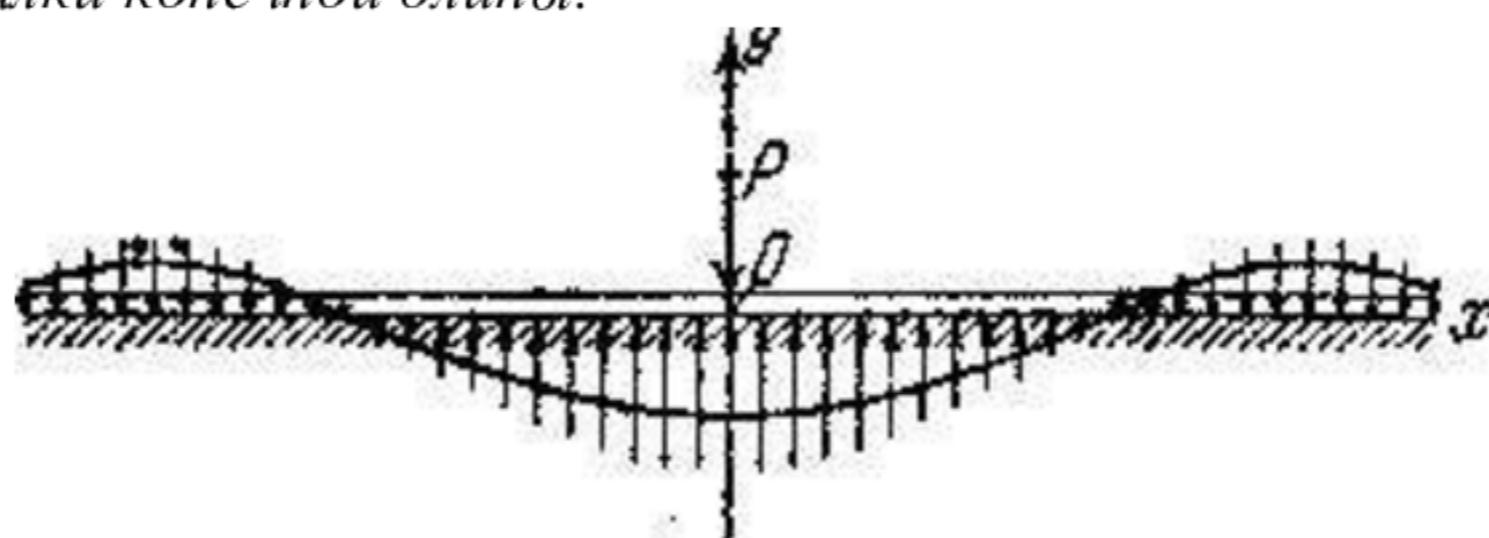
Если обозначить  $\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} = \beta$ , то общий интеграл уравнения (25.3) имеет вид:

$$y = e^{+\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (25.4)$$

Постоянные  $A, B, C, D$  должны быть определены в каждом частном случае нагрузки и длины балки. Величина  $\beta$  имеет измерение обратное длине.

### Расчет бесконечно длинной балки на упругом основании, загруженной одной силой $P$ .

Наиболее просто решается задача об изгибе бесконечно длинной балки, загруженной одной сосредоточенной силой (Рис.2). Помимо непосредственного практического значения решение этой задачи позволит путем последовательных приближений рассчитывать и балки конечной длины.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

**Рис.2. Расчетная схема балки бесконечной длины.**

Начало координат расположим в точке приложения силы  $P$ . Определим постоянные  $A, B, C$  и  $D$ . Так как вся реакция основания, равная силе  $P$  должна быть конечной величиной,

то прогибы балки в точках, бесконечно удаленных от точки приложения силы, должны обращаться в нуль:

$$y_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (5)$$

При бесконечно больших значениях  $x$  два вторых слагаемых в правой части формулы (4) обращаются в нуль благодаря множителю  $e^{-\beta x}$ , два же первых могут обратиться в нуль лишь при

$$A=0 \text{ и } B=0;$$

таким образом,

$$y = e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (6)$$

Далее, по симметрии нагрузки и реакции основания, касательная к изогнутой оси в точке приложения силы должна идти параллельно оси абсцисс:

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0$$

Дифференцируя (6), получаем:

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -\beta e^{-\beta x} [\sin \beta x (C + D) + \cos \beta x (D - C)]$$

Подставляя в это выражение  $x = 0$  и приравнивая результат нулю, находим:

$$D - C = 0 \text{ и } C = D;$$

таким образом, уравнения будут:

$$y = e^{-\beta x} C (\sin \beta x + \cos \beta x) \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -2e^{-\beta x} C \beta \sin \beta x \quad (8)$$

Для определения последней постоянной  $C$  имеем еще одно уравнение: нам известна величина поперечной силы в начале координат.

Разрезав балку сечением в точке  $O$  справа от силы  $P$  и рассматривая правую часть балки, видим, что поперечная сила в этом сечении равна реакции основания, действующей на правую половину балки со знаком минус; так как реакция направлена вверх (для правой половины) и вся реакция основания равна  $P$ , значит, поперечная сила в сечении при  $x = 0$  равна

$$Q(x)_{x=0} = -\frac{P}{2}$$

Но, с другой стороны

$$EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = Q(x) \quad (9)$$

Таким образом,

$$EJ \left( \frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} = -\frac{P}{2} \quad (10)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} \text{ и } \frac{d^3 y}{dx^3}$$

Вычисляем, пользуясь (8),  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  и  $\frac{d^3 y}{dx^3}$ :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -2C\beta^2 e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] \quad (11)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = +4C\beta^3 e^{-\beta x} [\sin \beta x + \cos \beta x] \quad (12)$$

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Подставляя (12) в (10) и приравнивая  $x$  нулю, получаем:

$$4EJC\beta^3 = -\frac{P}{2} u \quad C = -\frac{P}{8EJ\beta^3}$$

Теперь значения  $y$  и ее производных получают вид

$$y = -\frac{P}{8EJ\beta^3} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x) = -\frac{P}{8EJ\beta^3} \cdot \eta$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = +\frac{P}{4EJ\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x = +\frac{P}{4EJ\beta^2} \cdot \eta_3$$

$$M(x) = EJ \frac{d^2y}{dx^2} = +\frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] = \frac{P}{4\beta} \cdot \eta_1$$

$$Q(x) = EJ \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x = -\frac{P}{2} \cdot \eta_2$$

Таким образом, напряженное состояние и деформации балки на упругом основании всецело определяются нагрузкой и коэффициентом  $\beta$ , зависящим от соотношения жесткостей балки и упругого основания.

#### **Вопросы и задания:**

1. Какими уравнениями задается плоскопараллельное движение?
2. Сформулируйте теорему о проекциях скоростей двух точек плоской фигуры.
3. Какие существуют способы задания движения точки?
4. Назвать случаи, когда кориолисово ускорение точки равно нулю.
5. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## Лабораторное занятие 15

### Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Построение линии влияния опорных реакций.

Цель: научить студента рассчитывать заклепки на перерезывание.

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем; кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движении

---

*Актуальность темы* объясняется определением скорости и ускорения точек звеньев механизма с помощью МЦС

#### Теоретическая часть:

Мы изучали, что при простом растяжении или простом сжатии две части стержня, разделенные наклонным сечением, стремятся не только оторваться друг от друга, но и сдвинуться одна относительно другой. Растяжению сопротивляются нормальные, а сдвигу — касательные напряжения.

На практике целый ряд деталей и элементов конструкций работает в таких условиях, что внешние силы стремятся их разрушить именно путем сдвига.

В соответствии с этим при проверке прочности таких элементов на первый план выступают касательные напряжения. Простейшими примерами подобных деталей являются болтовые и заклепочные соединения. Заклепки во многих случаях уже вытеснены сваркой; однако они имеют еще очень большое применение для соединения частей всякого рода металлических конструкций: стропил, ферм мостов, кранов, для соединения листов в котлах, судах, резервуарах и т. п. Для образования заклепочного соединения в обоих листах просверливают или продавливают отверстия. В них закладывается нагретый до красного каления стержень' заклепки с одной головкой; другой конец заклепки расклепывается ударами специального молотка или давлением гидравлического пресса (клепальной машины) для образования второй головки. Мелкие заклепки (малого диаметра — меньше 8 мм) ставятся в холодном состоянии (авиационные конструкции).

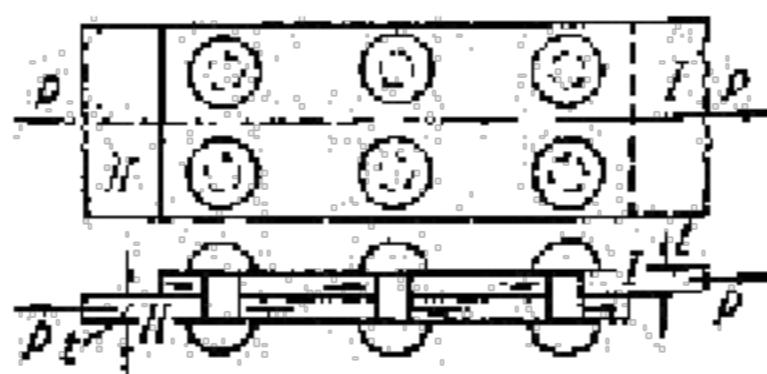
Для изучения работы заклепок рассмотрим простейший пример заклепочного соединения (Рис.1). Шесть заклепок, расположенных в два ряда, соединяют два листа внахлестку. Под действием сил  $P$  эти листы стремятся сдвинуться один по другому, чему препятствуют заклепки, на которые и будет передаваться действие сил  $P$ ).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023



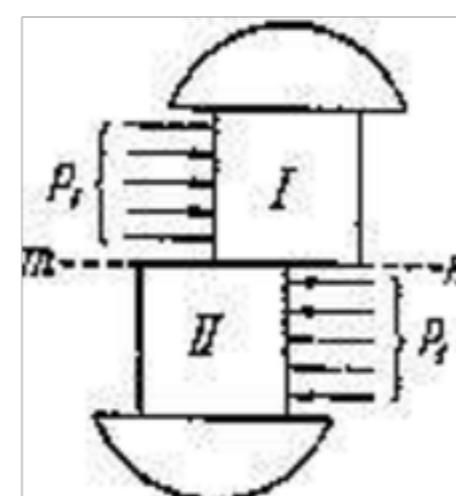
**Рис.1.** Расчетная схема заклепочного соединения

Для проверки прочности заклепок применим общий порядок решения задач сопротивления материалов.

На каждую заклепку передаются по две равные и прямо противоположные силы: одна — от первого листа, другая — от второго. Опытные исследования показывают, что одни из заклепок ряда нагружаются больше, другие — меньше. Однако к моменту разрушения усилия, передающиеся на различные заклепки, более или менее выравниваются за счет пластических деформаций. Поэтому принято считать, что все заклепки работают одинаково. Таким образом, при ~~n~~ заклепках в соединении, изображенном на фиг. 1, на

$$P_1 = \frac{P}{n}$$

каждую из них действуют по две равные и противоположные силы  $P_1$  (Рис.2); эти силы передаются на заклепку путем нажима соответствующего листа на боковую полуцилиндрическую поверхность стержня. Силы  $P_1$  стремятся перерезать заклепку по плоскости  $mk$  раздела обоих листов.



**Рис.2.** Силы, действующие на заклепочное соединение.

Для вычисления напряжений, действующих по этой плоскости, разделим мысленно заклепочный стержень сечением  $mk$  и отбросим нижнюю часть (Рис.2). Внутренние усилия, передающиеся по этому сечению от нижней части на верхнюю, будут уравновешивать силу  $P_1$  т. е. будут действовать параллельно ей в плоскости сечения, и в сумме дадут равнодействующую, равную  $P_1$ . Следовательно, напряжения, возникающие в этом сечении и действующие касательно к плоскости сечения, это — касательные напряжения  $\tau$ . Обычно принимают равномерное распределение этих напряжений по сечению. Тогда при диаметре заклепки  $d$  на единицу площади сечения будет приходить напряжение:

$$\tau = \frac{P_1}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}}$$

Величина допускаемого касательного напряжения  $[\tau]$ , или, как говорят, допускаемого напряжения на срез, принято определять в виде:  $[\tau] = (0,7 \div 0,8)[\sigma]$  Зная  $[\tau]$ , мы напишем условие прочности заклепки на перерезывание в таком виде:

$$\tau = \frac{P}{F} = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

т. е. действительное касательное напряжение  $\tau$  в материале заклепки должно быть равно допускаемому  $[\tau]$  или меньше его.

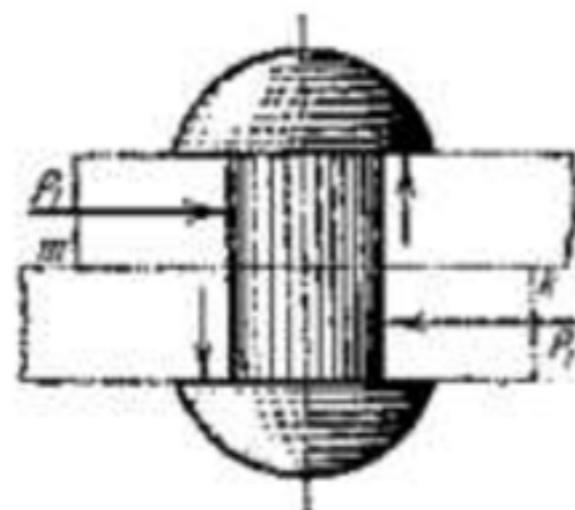
Из этого условия можно определить необходимый диаметр заклепок, если задаться их числом, и наоборот. Обычно задаются диаметром заклепочных стержней  $d$  в соответствии с толщиной  $t$  склеиваемых частей (обычно  $d \approx 2t$ ) и определяют необходимое число заклепок  $n$ :

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]}$$

Знаменатель этой формулы представляет собой ту силу, которую безопасно может взять на себя каждая заклепка.

Пусть  $P = 720\text{KN}$   $d = 2\text{cm}$ ,  $[\tau]_s = 100\text{MPa}$ ; тогда

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]_s} = \frac{720000}{\frac{3.14 \cdot 4 \cdot 10^2}{4} \cdot 100} \approx 24$$



**Рис.3.** Расчетная модель действия нормальных напряжений

При выводе формулы расчета заклепки на перерезывание, помимо оговоренных, допущена еще одна неточность. Дело в том, что силы  $P$  действующие на заклепку, не направлены по одной прямой, а образуют пару. Эта пара уравновешивается другой парой, образующейся из реакций соединенных листов на головку заклепки (Рис.3) и ведет к появлению нормальных напряжений, действующих по сечению  $mk$ .

Кроме этих нормальных напряжений, по сечению  $mk$  действуют еще нормальные напряжения, вызванные тем, что при охлаждении заклепочный стержень стремится сократить свою длину, чему мешает упор головок заклепки в листы. Это обстоятельство, с одной стороны, обеспечивает стягивание заклепками листов и возникновение между ними сил трения, с другой — вызывает значительные нормальные напряжения по сечениям стержня заклепки. Особых неприятностей эти напряжения принести не могут. На заклепки идет сталь, обладающая значительной пластичностью; поэтому даже если бы нормальные напряжения достигли предела текучести, можно ожидать некоторого пластического удлинения стержня заклепки, что вызовет лишь уменьшение сил трения между листами и осуществление в действительности той схемы работы заклепки на перерезывание, на которую она и рассчитывается. Поэтому эти нормальные напряжения расчетом не учитываются.

#### **Вопросы и задания:**

1. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
2. Как по уравнениям движения плоской фигуры найти скорость полюса и угловую скорость вращения вокруг полюса?
3. Как определить скорость любой точки плоской фигуры?
4. Что называется мгновенным центром скоростей плоской фигуры и как найти положение МСС в различных случаях?
5. Сформулируйте теорему об ускорениях точек плоской фигуры.

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
Владелец: Царухова Елена Александровна

## Лабораторное занятие 16

### Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

Фермы с простой решеткой.

Цель: научить определять скорости и ускорения точек плоской фигуры

Знать: дифференциальные уравнения движения точки;

кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движении

---

Актуальность темы объясняется определением скоростей и ускорений точек фигуры в плоскости.

Теоретическая часть:

Скорости точек при плоском движении

Для определения скоростей при плоскопараллельном движении используются:  
**формула распределения скоростей, теорема о проекциях и понятие мгновенного центра скоростей (МЦС).**

a) Формула распределения скоростей

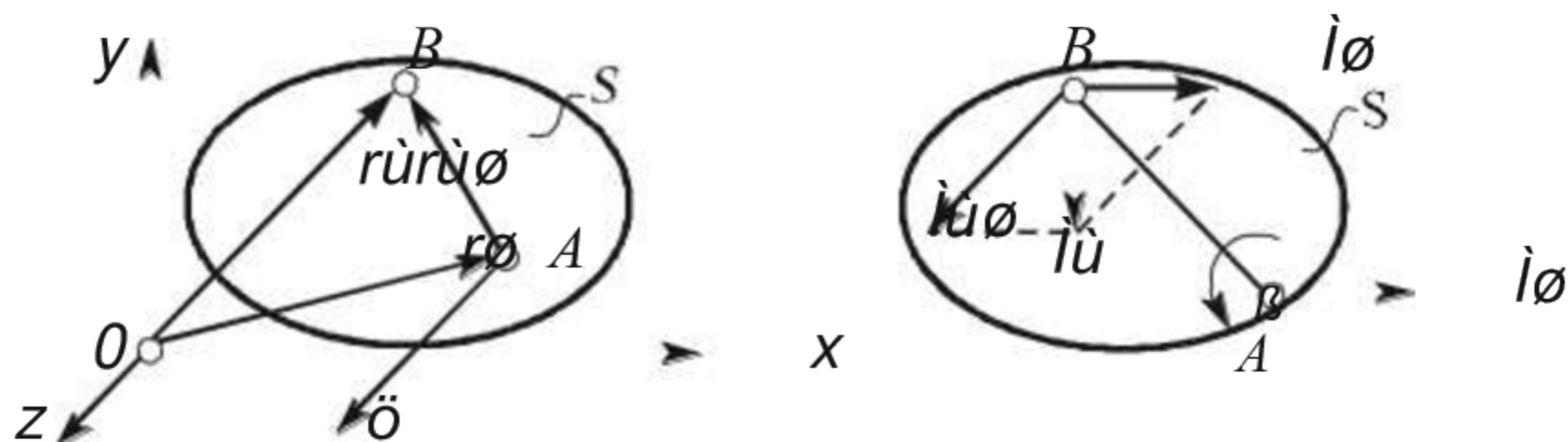


Рис. 2.25. К выводу формулы распределения скоростей

Из рис. 2.25 видно, что положение произвольной точки **B** плоской фигуры *S* в каждый момент времени определяется следующим векторным равенством:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{BA}$$

Продифференцируем данное выражение по времени

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt},$$

согласно формуле Эйлера (2.38)

$$d\vec{r}$$

$$\frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = \omega \times \vec{r}_{BA},$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Обозначая  $\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA} = \vec{V}_{BA}$  получаем формулу распределение скоростей:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad V_{BA} = \omega AB, \quad \vec{V}_{BA} \perp AB. \quad (2.41)$$

Согласно (41), *скорость произвольной точки В плоской фигуры равна геометрической сумме скорости полюса  $\vec{V}_A$  и скорости вращения точки В вокруг полюса -  $\vec{V}_{BA}$ .*

*б) Теорема о проекциях:* при любом движении твердого тела проекции скоростей любых двух его точек на прямую, соединяющую эти точки, равны между собой (рис. 2.26).

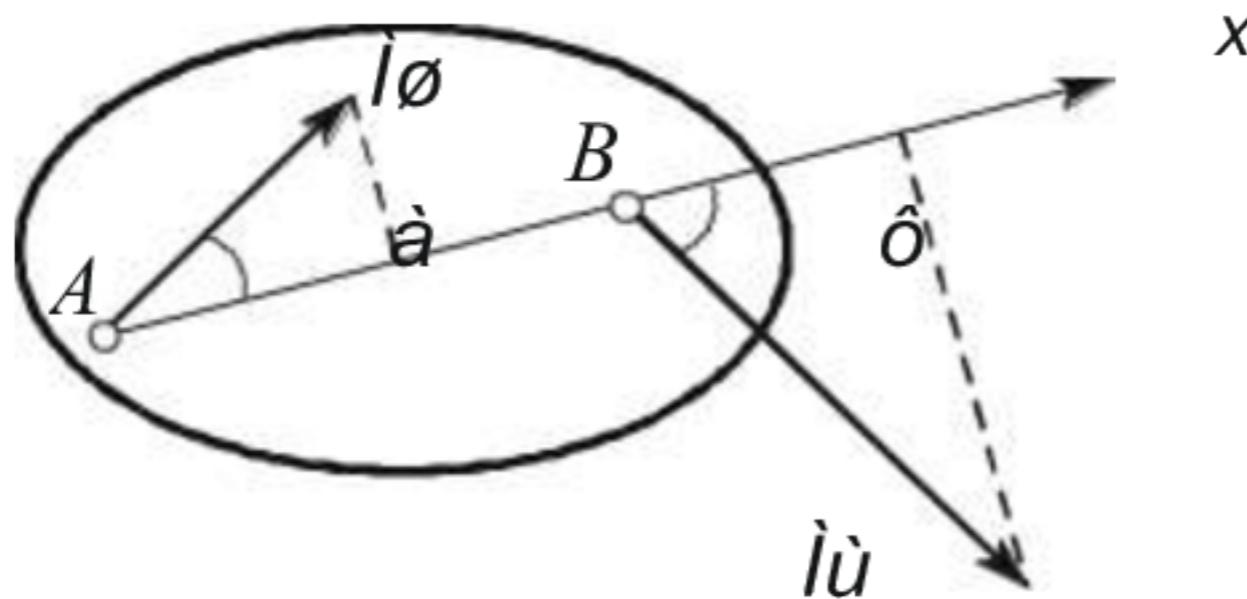


Рис. 2.26. К теореме о проекциях

Спроецируем на ось  $x$ , проходящую через точки  $A$  и  $B$  формулу (2.41). Так как  $\vec{V}_{BA} \perp AB$ , получаем

$$V_A \cos\alpha = V_B \cos\varphi,$$

что и требовалось доказать.

*в) Использование понятия мгновенного центра скоростей.*

*Определение:* мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. МЦС принято обозначать буквой  $P$ .

Покажем, что если плоская фигура не движется поступательно, то такая точка существует в каждый момент времени. Для этого восстановим перпендикуляры к скоростям двух произвольных точек  $A$  и  $B$  и найдем точку их пересечения (рис. 2.27).

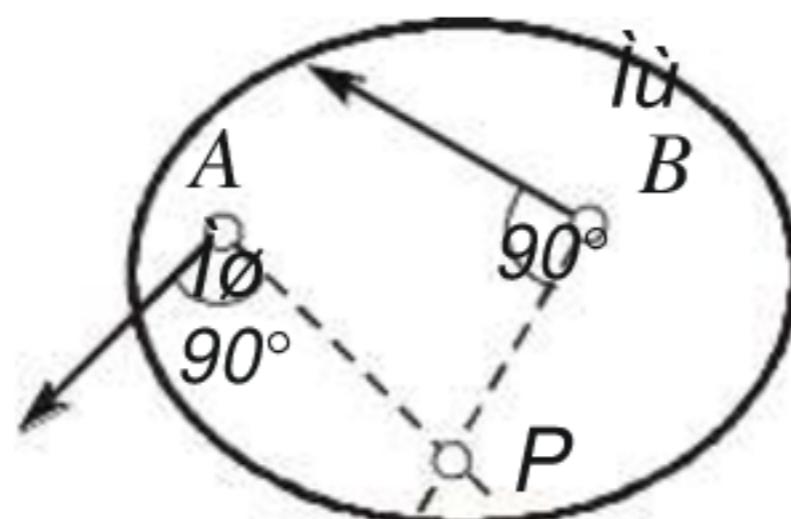


Рис. 2.28. Основной случай определения положения М.И.С.

Покажем, что скорость точки  $P$  равна нулю и, следовательно, эта точка по определению является мгновенным центром скоростей. Согласно (2.41) имеем

Сертификат: 2C000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

$$V_P = V_A + V_{PA}, \quad V_P = V_B + V_{PB}.$$

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

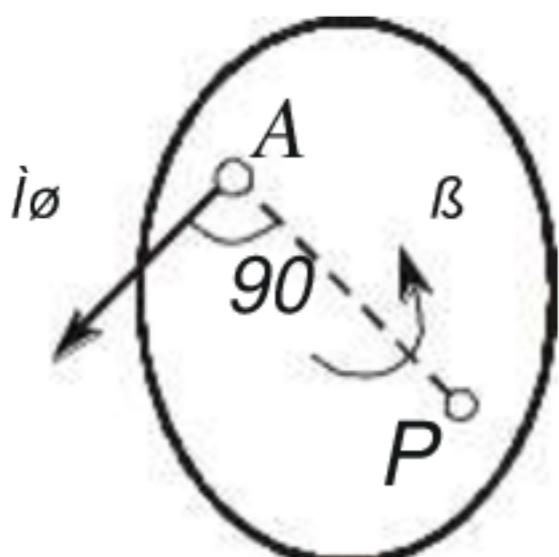
Поскольку векторы  $\vec{V}_A$  и  $\vec{V}_B$  перпендикулярны отрезкам  $AP$  и  $BP$  по построению, а векторы  $\vec{V}_{PA}$  и  $\vec{V}_{PB}$  перпендикулярны этим отрезкам по определению, вектор  $\vec{V}_A$  должен быть одновременно перпендикулярен обоим отрезкам, что невозможно, если только он не равен нулю.

Если теперь взять за полюс точку  $P$ , то для точек  $A$  и  $B$  формула (2.41) запишется в виде:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_P + \vec{V}_{AP}, \quad \vec{V}_B = \vec{V}_P + \vec{V}_{BP}.$$

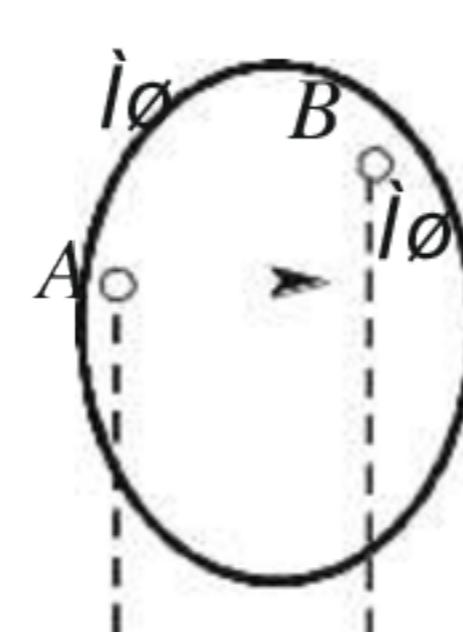
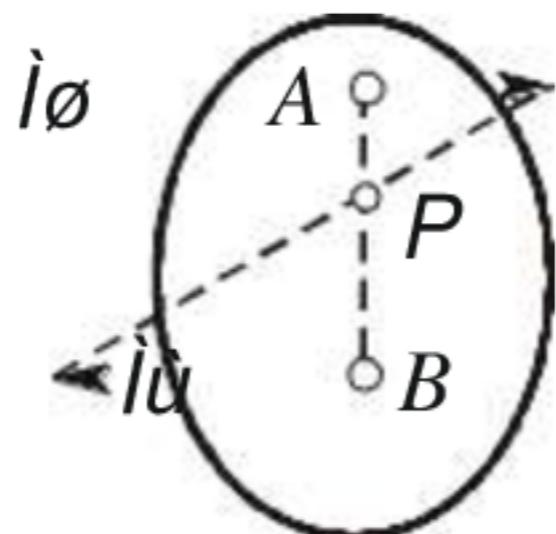
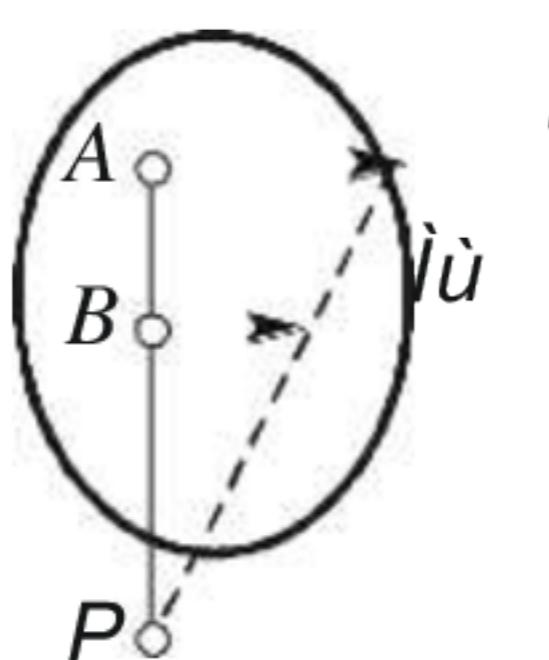
Учитывая, что  $\vec{V}_P = 0$ , получаем:  $V_A = \omega \cdot AP$ ,  $V_B = \omega \cdot BP$  или  $V_A / AP = V_B / BP = \omega$ . (2.42)

Из (2.42) следует, что скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям от мгновенного центра скоростей и движение плоской фигуры можно рассматривать как вращение вокруг меняющего свое положение мгновенного центра скоростей. Мгновенную угловую скорость этого вращения можно найти, поделив скорость любой точки на ее расстояние от мгновенного центра скоростей. Кроме основного случая нахождения положения МЦС, рассмотренного выше, при решении задач встречаются следующие варианты:



*Если известны скорость какой-либо точки  $A$  и мгновенная угловая скорость  $\dot{\theta}$ , то расстояние от этой точки до мгновенного центра скоростей  $P$  равно  $AP = V\dot{\theta}/\beta$*

*При построении прямой угол откладывается от вектора  $V\dot{\theta}$  в сторону вращения плоской фигуры.*

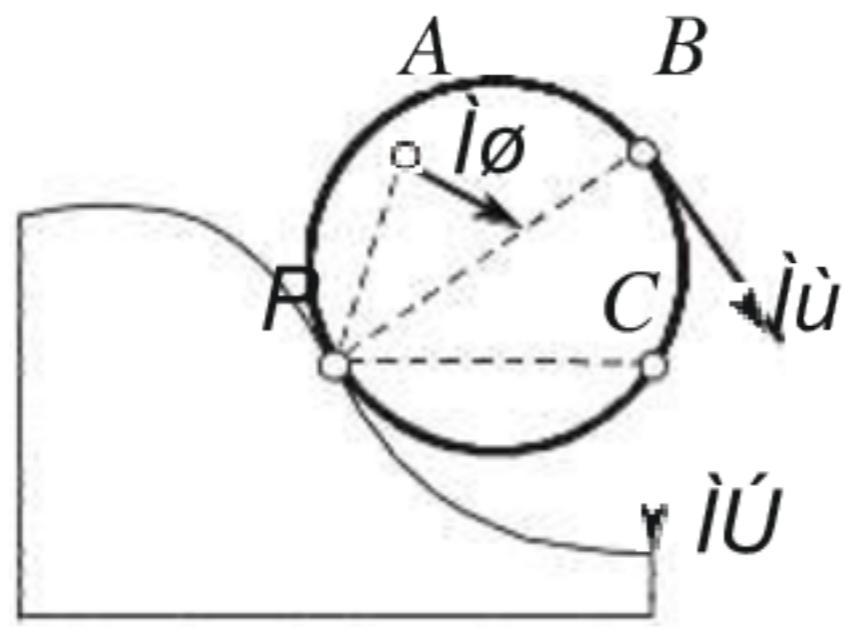


*Sluchay mgnovenno-pustupatelnogo dvizheniya. Skorosti vsekh tock tela ravnny po velichine i po napravleniu,  $\beta=0$ , MZC nachoditsya v beskonечnosti.*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023



При качении тела по неподвижной поверхности, мгновенный центр скоростей  $P$  находится в точке касания этого тела с неподвижной поверхностью, т.к. отсутствие проскальзывания означает равенство скоростей соприкасающихся точек.

Рис. 2.28. Частные случаи определения положения МЦС

### 3. Ускорения точек в плоском движении. Формула распределения ускорений.

Для вывода данной формулы распределения ускорений запишем выражение (2.41) в виде:

$$\frac{\ddot{V}}{B} = \frac{\ddot{V}}{A} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}$$

и, продифференцировав его по времени, получим:

$$\frac{\ddot{W}}{B} = \frac{\ddot{W}}{A} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt}.$$

Учитывая, что  $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon}$ , а по формуле Эйлера  $\frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}$ , имеем:

$$\frac{\ddot{W}}{B} = \frac{\ddot{W}}{A} + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA})$$

Введем следующие обозначения:

$$\ddot{W}_{BA}^{ep} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{BA}, \quad \ddot{W}_{BA}^u = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}).$$

Векторы  $\ddot{W}_{BA}^{ep}$  и  $\ddot{W}_{BA}^u$  называют вращательным и центростремительным ускорением точки  $B$  в ее относительном вращении вокруг полюса  $A$ .

По определению векторного произведения вектор  $\ddot{W}_{BA}^{ep}$  перпендикулярен отрезку  $AB$ , лежит в плоскости движения, а его модуль равен  $\varepsilon \cdot AB$ , так как  $r_{BA} = AB$ . По формуле для двойного векторного произведения

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}),$$

получаем  $\ddot{W}_{BA}^u = \vec{\omega}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}_{BA}) - \vec{r}_{BA}(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) = -\omega^2 r = -\omega^2 \overrightarrow{AB}$ ,

поскольку  $(\vec{\omega} \cdot \vec{r}_{BA}) = \omega AB \cos 90^\circ = 0$ . Таким образом, вектор  $\ddot{W}_{BA}^u$  направлен

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ  
 Сертификат: 2C0006043E9AB8B952205E7VA500060000043E  
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

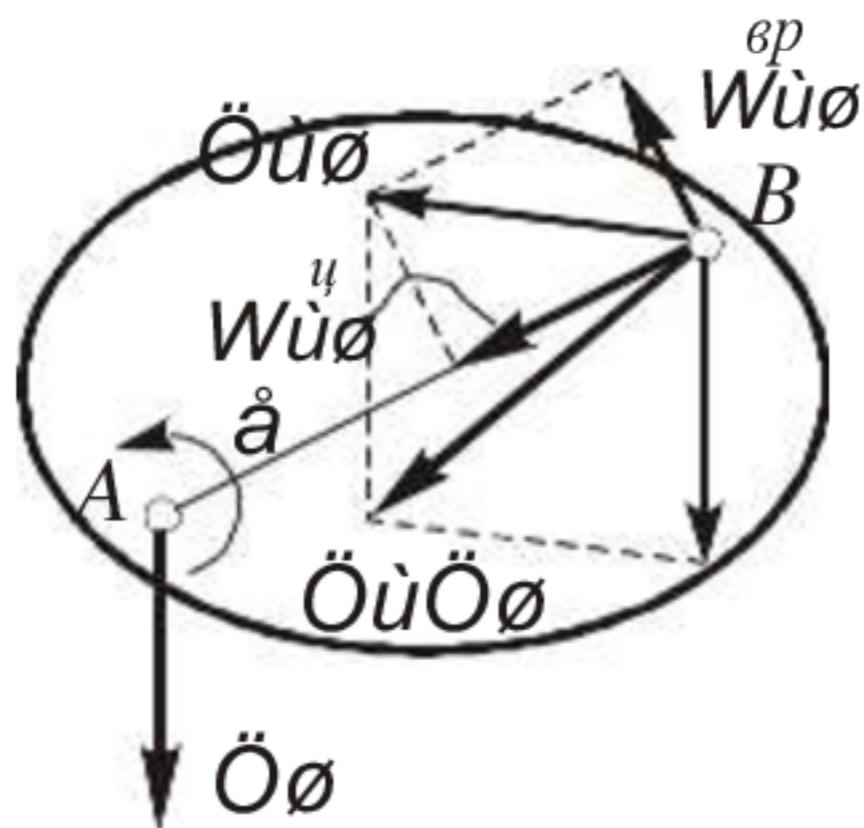


Рис. 2.29. Иллюстрация формулы распределения ускорений

Окончательно формулу распределения ускорений можно записать в виде:

$$\ddot{W}_B = \ddot{W}_A + \ddot{W}_{BA}^u + \ddot{W}_{BA}^{sp}, \quad (2.43)$$

в которой  $\ddot{W}_{BA}^u = -\omega^2 AB, \ddot{W}_{BA}^{sp} = \varepsilon AB.$

$$\text{Формулу (2.43) иногда используют в виде } \ddot{W}_B = \ddot{W}_A + \ddot{W}_{BA} \quad (2.43^*)$$

где вектор  $\ddot{W}_{BA} = \ddot{W}_{BA}^u + \ddot{W}_{BA}^{sp}$  направлен под углом  $\gamma = \arctg\left(\frac{\varepsilon}{\omega^2}\right)$  к отрезку  $AB$  и равен по модулю  $\ddot{W}_{BA} = AB\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$

**Пример 1.** Найти ускорение точки  $B$ , угловое ускорение шатуна  $AB$  и угловое ускорение кривошипа  $BC$  четырехзвенного механизма в положении, указанном на рис. 2.29. Кривошип  $OA$  вращается равномерно с угловой скоростью  $\omega = 5 \text{ c}^{-1}$ , длина шатуна  $AB$  равна 0,8 м.

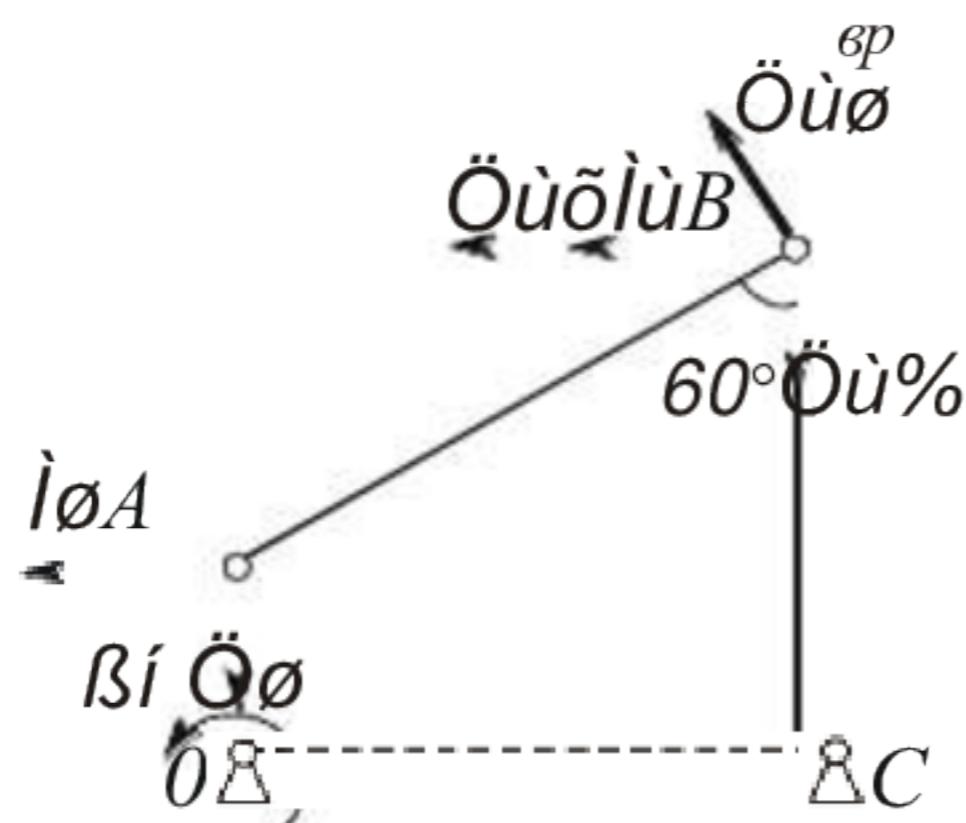


Рис. 2.29. Пример использования формулы распределения ускорений

**Решение.** Определим скорость и ускорение точки  $A$ , которую затем выберем в качестве полюса:

Сертификат: 2C000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

$$V_A = \omega \cdot OA = 2 \text{ м/с}, \quad W_A = \omega^2 \cdot OA = 10 \text{ м/сек}^2.$$

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

Так как *M.I.C.* звена  $AB$  находится в бесконечности (МЩ параллелен МШ),  $\omega_{AB} = 0$ . Ускорение точки  $B$ , как точки, принадлежащей звену  $AB$ , по формуле распределения ускорений равно:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^u + \vec{W}_{BA}^{ep} = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^{ep}, \text{ так как } \vec{W}_{BA}^u = \omega_{AB}^2 AB = 0.$$

С другой стороны, ускорение точки  $B$ , как точки принадлежащей звену  $BC$  и вращающейся вокруг точки  $C$ , можно представить в виде сумму ее касательного и нормального ускорений:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_{B\tau} + \vec{W}_{Bn}, \text{ где } \vec{W}_{Bn} = \frac{\vec{V}_B^2}{BC} = 5 \frac{M}{c^2}, \quad \vec{W}_{B\tau} = \varepsilon_{BC} BC.$$

Приравнивая правые части выражений для  $\vec{W}_B$ , получаем:

$$\vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^{ad} = \vec{W}_{B\tau} + \vec{W}_{Bn}. \quad (*)$$

Проектируя (\*) на направления отрезков  $BC$  и  $AB$  имеем:

$$W_{Bn} = W_A - W_{BA} \cos 30^\circ, \quad -W_{Bn} \cos 60^\circ - W_{B\tau} \cos 30^\circ = -W_A \cos 30^\circ$$

$$\text{откуда } W_{BA}^{ep} = \frac{W_A - W_{Bn}}{\cos 30^\circ} = 5,78 \frac{M}{c^2}, \quad \varepsilon_{AB} = \frac{W_{BA}^{ep}}{AB} = 7,22 \frac{rad}{c^2},$$

$$W_{B\tau} = (W_A - W_{Bn}) \operatorname{tg} 30^\circ = 2,89 \frac{M}{c^2}, \quad \varepsilon_{BC} = \frac{W_{B\tau}}{BC} = 3,61 \frac{rad}{c^2}.$$

$$W_B = \sqrt{W_{Bn}^2 + W_{B\tau}^2} = 5,77 \frac{M}{c^2}.$$

#### 4. Мгновенный центр ускорений (*M.I.U*)

Мгновенным центром ускорений называется точка плоской фигуры, ускорение которой в данный момент времени равно нулю. *M.I.U* принято обозначать буквой  $Q$ .

Покажем, что если плоская фигура (рис. 2.30) не движется поступательно, то такая точка существует в каждый момент времени и ее положение легко определить (зная

ускорение какой-либо точки  $W_A$  и величины  $\omega$  и  $\varepsilon$ ) следующим образом:

из выражения  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$  определим угол  $\gamma$ ,

$$\omega^2$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

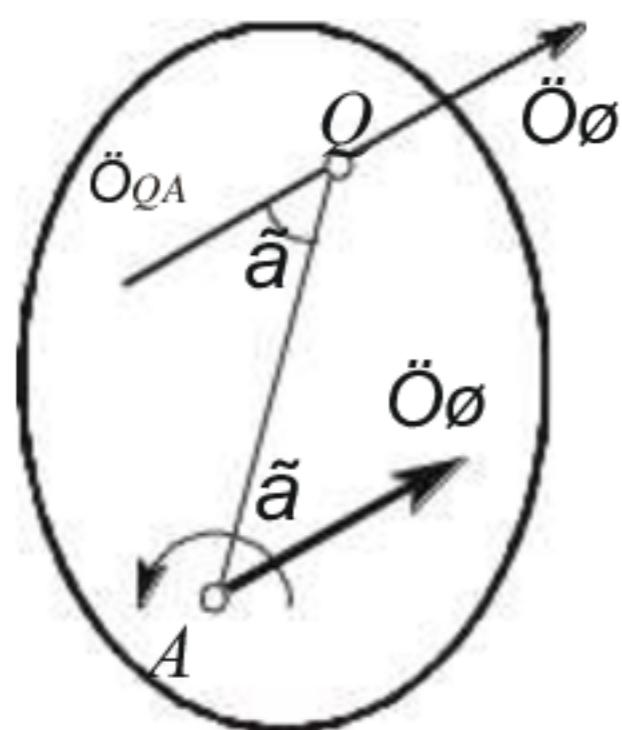


Рис. 2.30. К определению положения мгновенного центра ускорений

от точки  $A$  под углом  $\gamma$  к вектору  $\vec{W}_A$  проведем отрезок  $AQ$ . При этом отрезок  $AQ$  должен быть отклонен от вектора ускорения в сторону направления углового ускорения  $\varepsilon$ . Длина отрезка  $AQ$  определяется равенством:

$$AQ = W_A \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (2.44)$$

Найденная таким образом точка  $Q$  будет являться мгновенным центром ускорений. Действительно, по формуле распределения ускорений, имеем

$$\vec{W}_Q = \vec{W}_A + \vec{W}_{QA}, \text{ где } W_{QA} = AQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Подставляя сюда  $AQ$  из (2.44), находим, что  $W_{QA} = W_A$ . Кроме того, вектор  $\vec{W}_{QA}$  должен образовывать с линией  $AQ$  угол  $\gamma$  и, следовательно, вектор  $\vec{W}_{QA}$  параллелен  $\vec{W}_A$ , но направлен в противоположную сторону. Поэтому

$W_{QA} = -W_A$  и  $W_Q = 0$ . Если теперь за полюс выбрать точку  $Q$ , то ускорение произвольной точки  $M$ , согласно (2.43) будет равно:

$$\vec{W}_M = \vec{W}_Q + \vec{W}_{MQ} = \vec{W}_{MQ}, \quad W_M = MQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4},$$

Следовательно, ускорения точек плоской фигуры определяются в каждый данный момент времени так, как если бы движение плоской фигуры было вращением вокруг мгновенного центра ускорений  $Q$  (рис. 2.31). При этом ускорения точек плоской фигуры будут пропорциональны их расстояниям от М.Ц.У.

$$\frac{W_M}{MQ} = \frac{W_A}{AQ} = \frac{W_B}{BQ} = \frac{W_C}{CQ} = \dots = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$



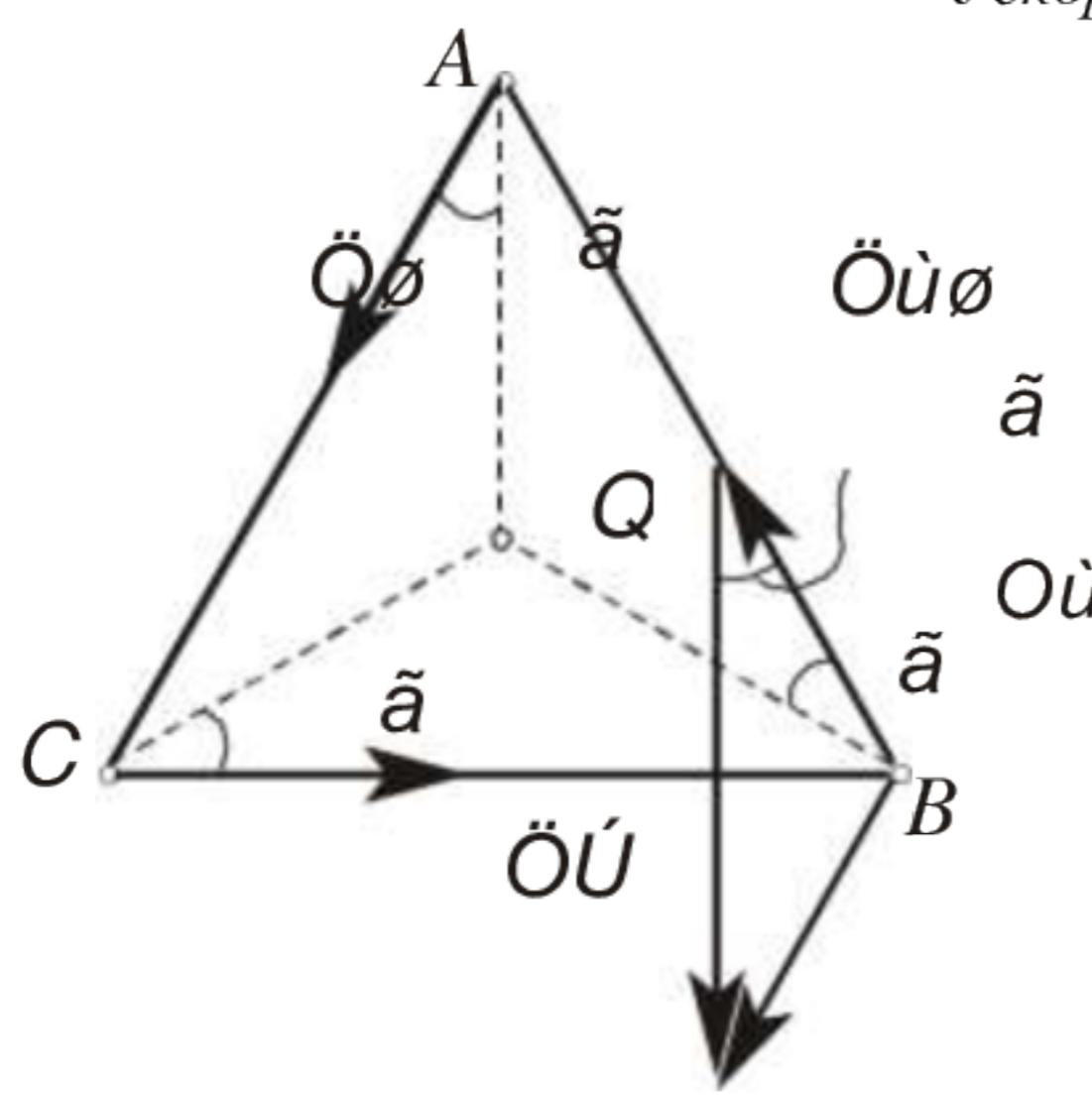
**Рис. 2.31. Определение ускорений с помощью М.Ц.У.**

Пример 2. Равносторонний треугольник  $ABC$  движется в плоскости чертежа.

Ускорения вершин  $A$  и  $B$  равны в данный момент времени  $16 \text{ см}/\text{с}^2$  и направлены по сторонам треугольника. Определить ускорение третьей вершины  $C$  треугольника.

Решение. Определим ускорение точки  $C$  используя понятие мгновенного центра ускорений. Для определения его положения необходимо знать угол  $\hat{\alpha}$  между вектором  $\vec{CQ}$  и отрезком  $AB$ . (см. рис 2.30).

Очевидно, что в нашем случае этот угол равен  $30^\circ$ . Положение мгновенного центра ускорений  $Q$  определим как точку пересечения двух прямых, проведенных под углом  $30^\circ$  к векторам  $\vec{CA}$  и  $\vec{CB}$ . Так как расстояния вершин треугольника от точки  $Q$  одинаковы,  $|CQ| = 16 \text{ см}/\text{с}^2$ . Направление этого вектора показано на рисунке.



**Вопросы и задания:**

1. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
2. Как по уравнениям движения плоской фигуры найти скорость полюса и угловую скорость вращения вокруг полюса?
3. Как определить скорость любой точки плоской фигуры?
4. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.
5. Сформулируйте теорему об ускорениях точек плоской фигуры.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## Лабораторное занятие 17

### Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

#### Шпренгельные фермы.

Цель: научиться определять ядро сечения при внецентренном сжатии.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движении

---

Актуальность темы заключается в применении знаний в области кинематики на практике.

#### Теоретическая часть:

При конструировании стержней из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению (бетон), весьма желательно добиться того, чтобы все сечение работало лишь на сжатие. Этого можно достигнуть, не давая точке приложения силы Р слишком далеко отходить от центра тяжести сечения, ограничивая величину эксцентриситета.

Конструктору желательно заранее знать, какой эксцентриситет при выбранном типе сечения можно допустить, не рискуя вызвать в сечениях стержня напряжений разных знаков. Здесь вводится понятие о так называемом ядре сечения. Этим термином обозначается некоторая область вокруг центра тяжести сечения, внутри которой можно располагать точку приложения силы Р, не вызывая в сечении напряжений разного знака.

Пока точка А располагается внутри ядра, нейтральная ось не пересекает контура сечения, все оно лежит по одну сторону от нейтральной оси и, стало быть, работает лишь на сжатие. При удалении точки А от центра тяжести сечения нейтральная ось будет приближаться к контуру; граница ядра определится тем, что при расположении точки А на этой границе нейтральная ось подойдет вплотную к сечению, коснется его.

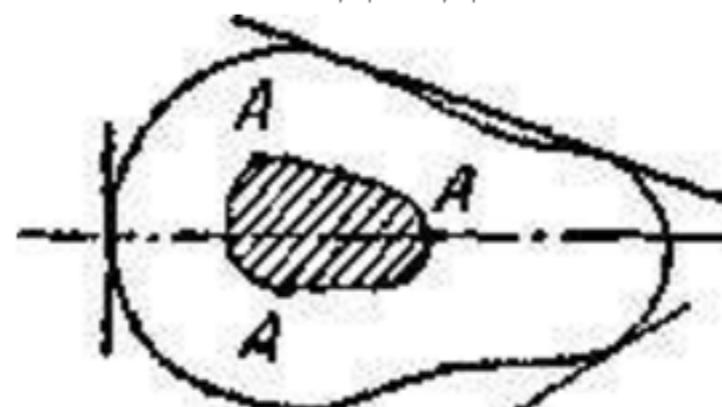


Рис.1. Комбинации положения сжимающей силы и нейтральной линии

Таким образом, если мы будем перемещать точку А так, чтобы нейтральная ось катилась по контуру сечения, не пересекая его, то точка А обойдет по границе ядра сечения. Если контур сечения имеет «впадины», то нейтральная ось будет катиться по огибающей контура.

Чтобы получить очертание ядра, необходимо дать нейтральной оси несколько положений, касательных к контуру сечения, определить для этих положений отрезки  $a_y$  и  $a_z$  и вычислить координаты  $y_P$  и  $z_P$  точки приложения силы по формулам, вытекающим из известных зависимостей:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

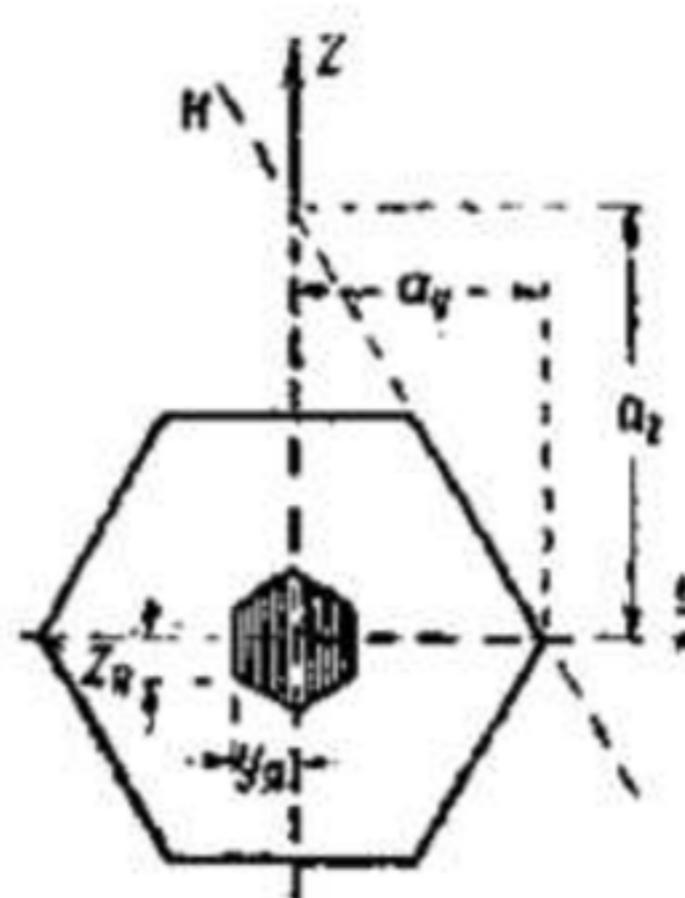
$$y_p = -\frac{i_x^2}{a_y}; z_p = -\frac{i_y^2}{a_z}$$

это и будут координаты точек контура ядра  $y_{\text{я}}$  и  $z_{\text{я}}$ .

При многоугольной форме контура сечения (Рис.2), совмещая последовательно нейтральную ось с каждой из сторон многоугольника, мы по отрезкам  $a_y$  и  $a_z$  определим координаты  $y_{\text{я}}$  и  $z_{\text{я}}$  точек границы ядра, соответствующих этим сторонам.

При переходе от одной стороны контура сечения к другой нейтральная ось будет вращаться вокруг вершины, разделяющей эти стороны; точка приложения силы будет перемещаться по границе ядра между полученными уже точками. Установим, как должна перемещаться сила Р, чтобы нейтральная ось проходила все время через одну и ту же точку В ( $y_B, z_B$ ) — вращалась бы около нее. Подставляя координаты этой точки нейтральной оси в известное уравнение нейтральной оси (линии), получим:

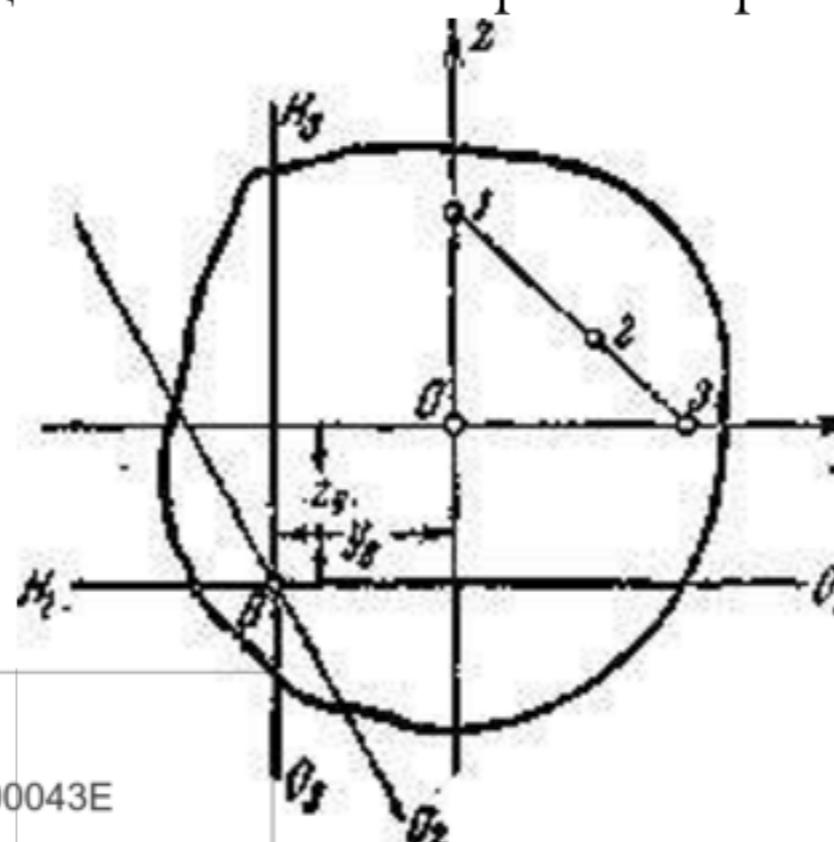
$$1 + \frac{y_p y_B}{i_x^2} + \frac{z_p z_B}{i_y^2} = 0$$



**Рис.2.** Ядро сечения для многоугольной формы поперечного сечения

Таким образом координаты  $y_p$  и  $z_p$  точки А приложения силы Р связаны линейно. При вращении нейтральной оси около постоянной точки В точка А приложения силы движется по прямой. Обратно, перемещение силы Р по прямой связано с вращением нейтральной оси около постоянной точки.

На Рис.3 изображены три положения точки приложения силы на этой прямой и соответственно три положения нейтральной оси. Таким образом, при многоугольной форме контура сечения очертание ядра между точками, соответствующими сторонам многоугольника, будет состоять из отрезков прямых линий.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E	
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна	
Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023	

**Рис.3.** Динамика построения ядра сечения

Если контур сечения целиком или частично ограничен кривыми линиями, то построение границы ядра можно вести по точкам. Рассмотрим несколько простых примеров построения ядра сечения.

При выполнении этого построения для прямоугольного поперечного сечения воспользуемся полученными формулами.

Для определения границ ядра сечения при движении точки А по оси Оу найдем то значение  $e = e_0$ , при котором нейтральная ось займет положение  $H_1O_1$ . Имеем:

$$a_y = -\frac{b}{2} = -\frac{b^2}{12e_0},$$

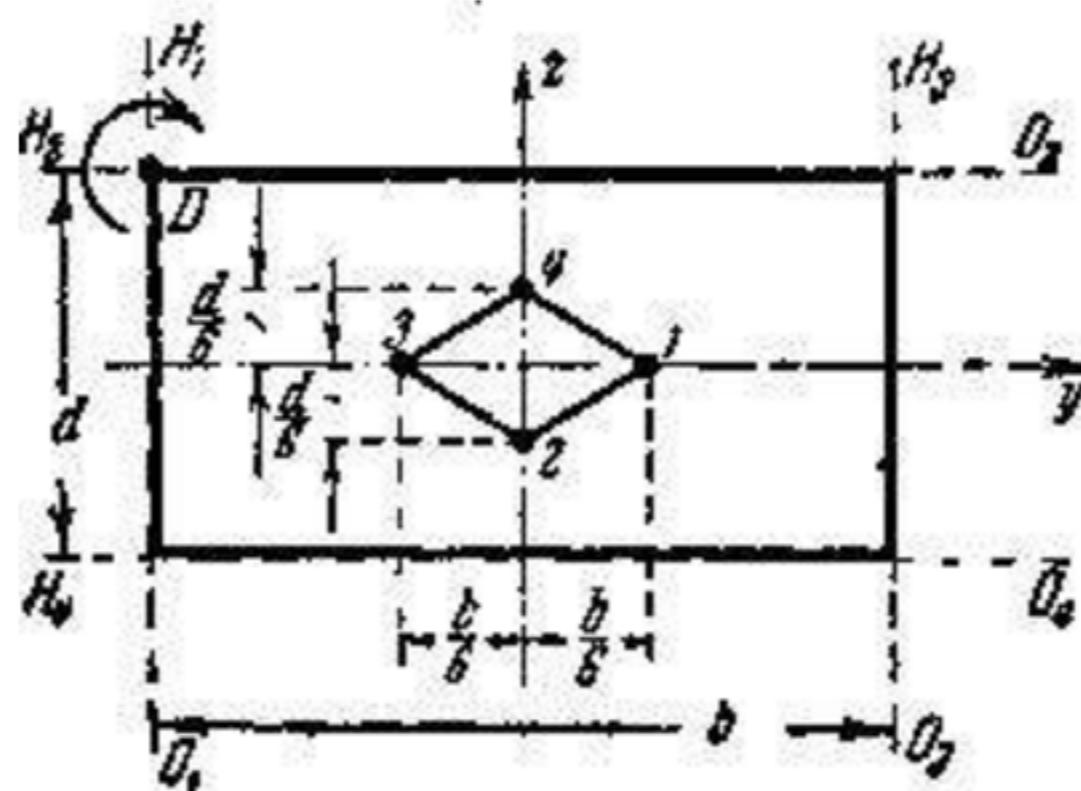
откуда

$$e_0 = \frac{b}{6}$$

Таким образом, границы ядра по оси Оу будут отстоять от центра сечения на  $1/6$  величины  $b$  (Рис.4, точки 1 и 3); по оси Oz границы ядра определяются расстояниями  $\frac{d}{6}$  (точки 2 и 4).

Для получения очертания ядра целиком изобразим положения нейтральной оси  $H_1O_1$  и  $H_2O_2$ , соответствующие граничным точкам 1 и 2.

При перемещении силы из точки 1 в точку 2 по границе ядра нейтральная ось должна перейти из положения  $H_1O_1$  в положение  $H_2O_2$ , все время касаясь сечения, т. е. поворачиваясь вокруг точки D.



**Рис.4.** построение ядра для прямоугольного сечения.

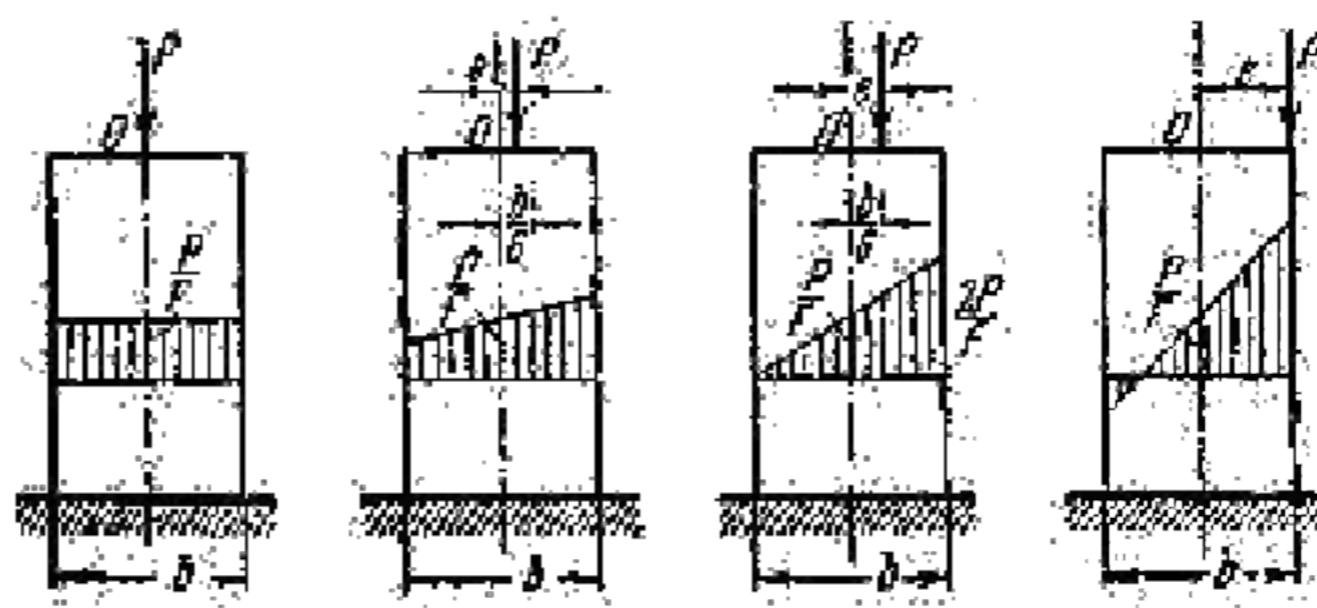
Для этого сила должна двигаться по прямой 1 — 2. Точно так же можно доказать, что остальными границами ядра будут линии 2—3, 3—4 и 4—1.

Таким образом, для прямоугольного сечения ядро будет ромбом с диагоналями, равными одной трети соответствующей стороны сечения. Поэтому прямоугольное сечение при расположении силы по главной оси работает на напряжения одного знака, если точка приложения силы не выходит за пределы средней трети стороны сечения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

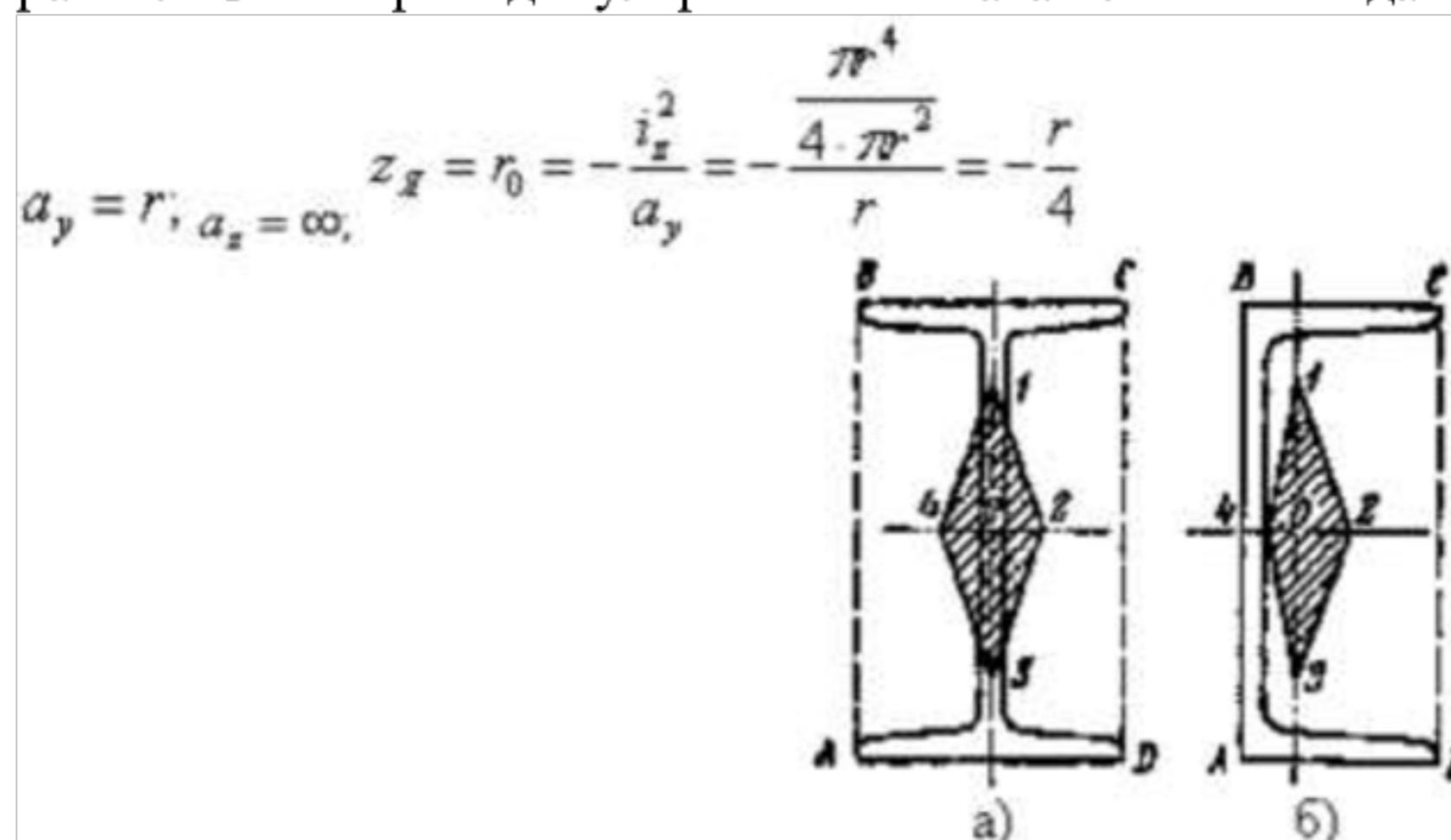


**Рис.5.** Динамика изменения напряжений при изменении эксцентрикитета.

Эпюры распределения нормальных напряжений по прямоугольному сечению при эксцентриките, равном нулю, меньшем, равном и большем одной шестой ширины сечения, изображены на Рис.5.

Отметим, что при всех положениях силы  $P$  напряжение в центре тяжести сечения (точка  $O$ ) одинаково и равно  $\frac{P}{F}$  и что сила  $P$  не имеет эксцентрикитета по второй главной оси.

Для круглого сечения радиуса  $r$  очертание ядра будет по симметрии кругом радиуса  $r_0$ . Возьмем какое-либо положение нейтральной оси, касательное к контуру. Ось  $Oy$  расположим перпендикулярно к этой касательной. Тогда



**Рис.6.** Ядро сечения для двутавра — а) и швеллера — б)

Таким образом, ядро представляет собой круг с радиусом, вчетверо меньшим, чем радиус сечения.

Для двутавра нейтральная ось при обходе контура не будет пересекать площади поперечного сечения, если будет касаться прямоугольного контура ABCD, описанного около двутавра (Рис.6а). Следовательно, очертание ядра для двутавра имеет форму ромба, как и для прямоугольника, но с другими размерами.

Для швеллера, как и для двутавра, точки 1, 2, 3, 4 контура ядра (Рис.6 б) соответствуют совпадению нейтральной оси со сторонами прямоугольника ABCD.

### Вопросы и задания:

5. Что такое ядро сечения?

6. Какие бывают эпюры распределения нормальных напряжений.

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзукова Татьяна Александровна

вращательно.

8. Дайте определение мгновенного центра ускорения.

Действителен с 19.08.2022 по 19.08.2023

## Лабораторное занятие 18

### Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

#### Фермы со сложной решеткой

Цель: научиться расчитывать балки на упругом основании

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем; кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движении

---

Актуальность темы объясняется определением скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения.

#### Теоретическая часть:

К числу статически неопределеных балок может быть отнесена балка на упругом основании. Так называется балка, опирающаяся по всей своей длине (Рис.1) на упругое основание, оказывающее в каждой точке на балку реакцию, пропорциональную у — прогибу балки в этой точке. Коэффициент пропорциональности обозначается буквой  $k$ .

Введение предположения о пропорциональности реакций прогибу является приближением, хотя и достаточно близким к действительным условиям.

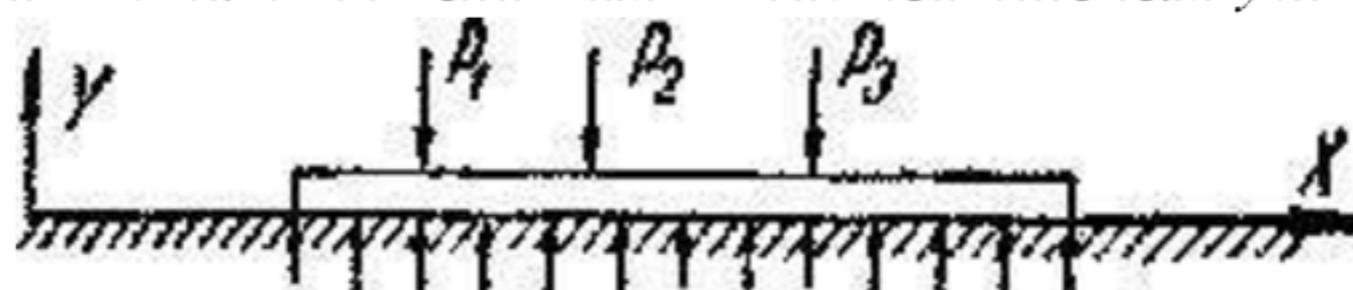


Рис.1. Расчетная схема балки на упругом основании.

Предложение ввести в расчет коэффициент пропорциональности  $k$ , именуемый «коэффициентом постели», было впервые сделано русским академиком Николаем Ивановичем Фуссом в 1801 году. Принимая это предположение, получаем, что интенсивность реакции основания в каждой точке сила равна  $ku$  и измеряется в единицах силы и длины; размерность коэффициента  $k$  при этом будет сила и квадрат длины. Будем считать, что основание оказывает реакцию при прогибах балки как вниз, так и вверх.

На практике задачи о расчете балки на упругом основании встречаются в железнодорожном деле (рельс, шпала), в строительстве — фундаменты различных сооружений, передающие нагрузку на грунт.

Статически неопределенной такая балка будет потому, что условие статики — сумма нагрузок равна всей реакции основания — не дает возможности установить распределение этой реакции по длине балки, а значит, вычислить изгибающие моменты и поперечные силы.

Интенсивность реакции в каждой точке связана с прогибами балки. Поэтому для решения задачи необходимо найти сначала уравнение изогнутой оси  $y = f(x)$ , а уже

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

затем формулы для вычисления изгибающего момента и поперечной силы. Ход решения оказывается обратным обычному.

Найдем уравнение изогнутой оси для балки постоянного сечения, лежащей на упругом основании и нагруженной сосредоточенными силами  $P_1, P_2, \dots$  (Рис.1). Начало координат возьмем в любой точке, ось  $x$  направим вправо, ось  $y$  вертикально вверх. Направление нагрузок вверх будем считать положительным. Напишем обычное дифференциальное уравнение изгиба

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x)$$

Так как  $M(x)$  нам неизвестен, то постараемся связать прогибы непосредственно с нагрузкой, для этого дифференцируем дважды предыдущее уравнение:

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = q(x) \quad (1)$$

где  $q(x)$ —интенсивность сплошной нагрузки, действующей на балку в сечении с абсциссой  $x$ .

Сплошной нагрузкой для нашей балки является лишь реакция упругого основания. Интенсивность ей пропорциональна прогибам; эта нагрузка направлена вверх, т. е. положительна, когда прогибы идут вниз, т. е. отрицательны, и наоборот. Таким образом, эта нагрузка имеет знак, обратный знаку прогибов:

$$q(x) = -ky$$

Тогда

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = -ky \quad (2)$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{k}{EI} y = 0 \quad (3)$$

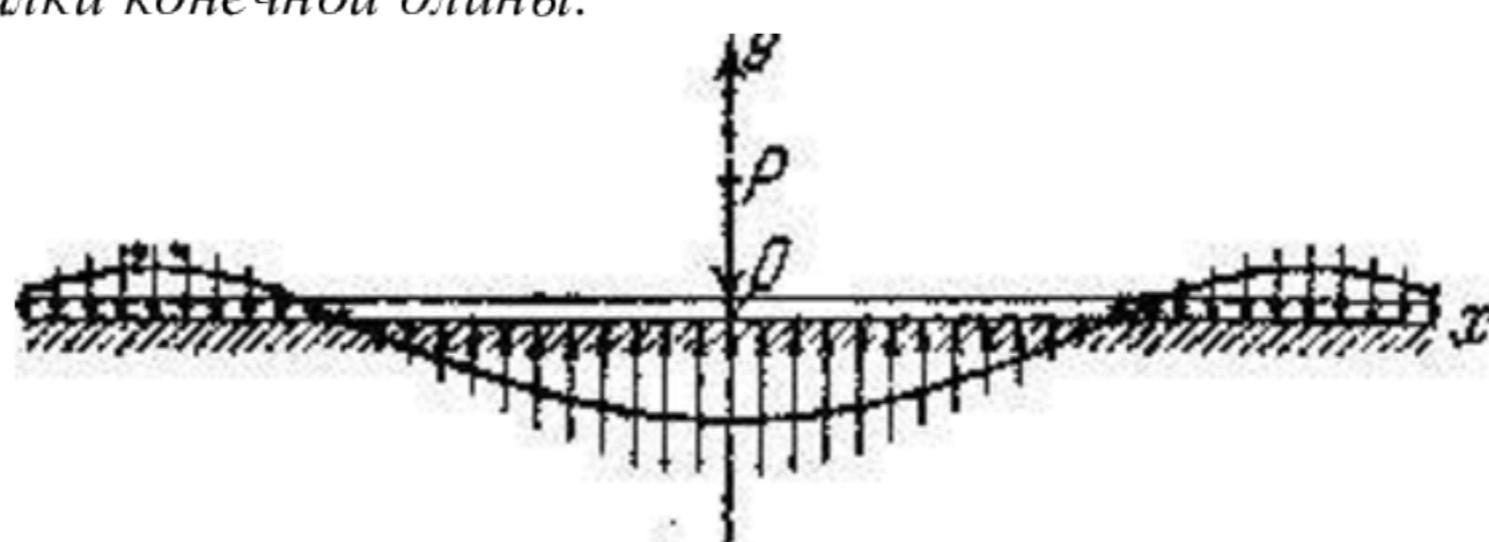
Если обозначить  $\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} = \beta$ , то общий интеграл уравнения (25.3) имеет вид:

$$y = e^{+\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (25.4)$$

Постоянные  $A, B, C, D$  должны быть определены в каждом частном случае нагрузки и длины балки. Величина  $\beta$  имеет измерение обратное длине.

### Расчет бесконечно длинной балки на упругом основании, загруженной одной силой $P$ .

Наиболее просто решается задача об изгибе бесконечно длинной балки, загруженной одной сосредоточенной силой (Рис.2). Помимо непосредственного практического значения решение этой задачи позволит путем последовательных приближений рассчитывать и балки конечной длины.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

**Рис.2. Расчетная схема балки бесконечной длины.**

Начало координат расположим в точке приложения силы  $P$ . Определим постоянные  $A, B, C$  и  $D$ . Так как вся реакция основания, равная силе  $P$  должна быть конечной величиной,

то прогибы балки в точках, бесконечно удаленных от точки приложения силы, должны обращаться в нуль:

$$y_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (5)$$

При бесконечно больших значениях  $x$  два вторых слагаемых в правой части формулы (4) обращаются в нуль благодаря множителю  $e^{-\beta x}$ , два же первых могут обратиться в нуль лишь при

$$A = 0 \text{ и } B = 0;$$

таким образом,

$$y = e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (6)$$

Далее, по симметрии нагрузки и реакции основания, касательная к изогнутой оси в точке приложения силы должна идти параллельно оси абсцисс:

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0$$

Дифференцируя (6), получаем:

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -\beta e^{-\beta x} [\sin \beta x (C + D) + \cos \beta x (D - C)]$$

Подставляя в это выражение  $x = 0$  и приравнивая результат нулю, находим:

$$D - C = 0 \text{ и } C = D;$$

таким образом, уравнения будут:

$$y = e^{-\beta x} (C \sin \beta x + \cos \beta x) \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -2e^{-\beta x} C \beta \sin \beta x \quad (8)$$

Для определения последней постоянной  $C$  имеем еще одно уравнение: нам известна величина поперечной силы в начале координат.

Разрезав балку сечением в точке  $O$  справа от силы  $P$  и рассматривая правую часть балки, видим, что поперечная сила в этом сечении равна реакции основания, действующей на правую половину балки со знаком минус; так как реакция направлена вверх (для правой половины) и вся реакция основания равна  $P$ , значит, поперечная сила в сечении при  $x = 0$  равна

$$Q(x)_{x=0} = -\frac{P}{2}$$

Но, с другой стороны

$$EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = Q(x) \quad (9)$$

Таким образом,

$$EJ \left( \frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} = -\frac{P}{2} \quad (10)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} \quad \frac{d^3 y}{dx^3}$$

Вычисляем, пользуясь (8),  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  и  $\frac{d^3 y}{dx^3}$ :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -2C\beta^2 e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] \quad (11)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = +4C\beta^3 e^{-\beta x} [\sin \beta x - \cos \beta x] \quad (12)$$

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Подставляя (12) в (10) и приравнивая  $x$  нулю, получаем:

$$4EJC\beta^3 = -\frac{P}{2} u \quad C = -\frac{P}{8EJ\beta^3}$$

Теперь значения  $u$  и ее производных получают вид

$$\begin{aligned} y &= -\frac{P}{8EJ\beta^3} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x) = -\frac{P}{8EJ\beta^3} \cdot \eta \\ \frac{dy}{dx} &= \theta = +\frac{P}{4EJ\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x = +\frac{P}{4EJ\beta^2} \cdot \eta_3 \\ M(x) &= EJ \frac{d^2y}{dx^2} = +\frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] = \frac{P}{4\beta} \cdot \eta_1 \\ Q(x) &= EJ \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x = -\frac{P}{2} \cdot \eta_2 \end{aligned}$$

Таким образом, напряженное состояние и деформации балки на упругом основании всецело определяются нагрузкой и коэффициентом  $\beta$ , зависящим от соотношения жесткостей балки и упругого основания.

#### **Вопросы и задания:**

6. Какими уравнениями задается плоскопараллельное движение?
7. Сформулируйте теорему о проекциях скоростей двух точек плоской фигуры.
8. Какие существуют способы задания движения точки?
9. Назвать случаи, когда кориолисово ускорение точки равно нулю.
10. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## **СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

### **Основная литература:**

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатюгин. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940 (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827 (30.10.2016).
3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ; То же [Электронный ресурс]. URL://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650 (30.10.2016).

### **Дополнительная литература:**

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783 (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т.II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. -URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149 (30.10.2016).

### **Интернет-ресурсы:**

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks
2. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека on-line»
3. Электронно-библиотечная система Лань

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

## **Методические указания**

по организации и проведению самостоятельной работы  
по дисциплине «Строительная механика»  
для студентов направления подготовки

**08.03.01 Строительство**

Пятигорск, 2023

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## **Содержание**

Введение .....	.....
1. Общая характеристика самостоятельной работы студента.....	
2. План - график выполнения самостоятельной работы .....	
3. Методические рекомендации по изучению теоретического материала .....	
3.1. Вид самостоятельной работы: самостоятельное изучение литературы .....	
3.2. Вид самостоятельной работы: подготовка к практическим работам .....	
4. Методические указания .....	
5. Методические указания к экзамену .....	
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## **Введение**

Методические указания и задания для выполнения самостоятельной работы студентами по дисциплине «Строительная механика» по направлению подготовки бакалавров: 08.03.01 Строительство .

Методическое пособие содержит весь необходимый материал для выполнения самостоятельной работы по дисциплине «Строительная механика»

В данном методическом пособии приведены темы и вопросы для самостоятельного изучения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## 1. Общая характеристика самостоятельной работы студента

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, выполняемый учащимся без непосредственного контакта с преподавателем или управляемый преподавателем опосредовано через специальные учебные материалы; неотъемлемое обязательное звено процесса обучения, предусматривающее прежде всего индивидуальную работу учащихся в соответствии с установкой преподавателя или учебника, программы обучения.

На современном этапе самостоятельную работу студента следует разделить на работу с бумажными источниками информации, т.е. учебниками, методическими пособиями, монографиями, журналами и т.д. и электронными источниками информации, т.е. доступ к электронным ресурсам через Интернет.

Сегодня самостоятельную работу студента невозможно представить без использования информационной сети – Интернет. Необходимость использования Интернета возникает не только при подготовке к практическим и семинарским занятиям, но, в большей степени, при написании различных исследовательских и творческих работ. Многие современные монографии, периодические журналы изданы только в электронном виде и с ними можно познакомиться только в Интернете.

**Цели и задачи самостоятельной работы:** формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

### Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Уровни сформированности компетенции (ий), индикатора (ов)	Дескрипторы				
	Минимальный уровень не достигнут (Неудовлетворительно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла	Средний уровень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов	

*Компетенция: ПК-3 Способен проводить расчетное обоснование и конструирование строительных конструкций зданий и сооружений промышленного и гражданского назначения*

Результаты обучения по дисциплине: <i>Индикатор:</i> <i>ИД-1</i> <i>ИД-2</i> <i>ИД-3</i> <i>ИД-4</i> <i>ИД-5</i> <i>ИД-6</i> <i>ИД-7</i> <i>ИД-8</i>	Не способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимостью и надежностью, прочность	Частично способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность
<b>ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна</b>				

	конструкций, зданий и инженерных сооружений.	строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.	прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.	прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.
	Не способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Частично способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.

## 2. План - график выполнения самостоятельной работы

Коды реализуемых компетенций, индикатор а(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
5 семестр					
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Самостоятельное изучение литературы по темам № 1-6	Собеседование	26,73	2,97	29,7
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Подготовка к практическим занятиям	Отчёт (устный)	2,43	0,27	2,7
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Подготовка к лабораторным занятиям	Отчёт (устный)	7,29	0,81	8,1
Итого за 5 семестр			36,45	4,05	40,5
Итого			36,45	4,05	40,5

## 3. Методические рекомендации по изучению теоретического материала

### 3.1. Вид самостоятельной работы: самостоятельное изучение литературы

Изучать учебную дисциплину «Строительная механика» рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них в программе дисциплины. При теоретическом изучении дисциплины студент должен пользоваться соответствующей литературой. Примерный перечень литературы приведен в рабочей программе

Для более глубокого освоения учебного материала студентам читаются лекции по важнейшим разделам и темам учебной дисциплины. На лекциях излагаются и детально рассматриваются наиболее важные вопросы, составляющие теоретический и практический фундамент дисциплины.

### **Итоговый продукт: конспект лекций**

**Средства и технологии оценки: Собеседование**

**Критерии оценивания:** Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине.

### **Темы для самостоятельного изучения:**

1. Общие понятия и определения.
2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.
3. Трехшарнирные арки и рамы.
4. Плоские статически определимые фермы.
5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.
6. Расчет шпренгельных ферм.

### **3.2. Вид самостоятельной работы: подготовка к практическим работам**

**Итоговый продукт:** отчет по практическому занятию

**Средства и технологии оценки:** защита отчета

**Критерии оценивания:** Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно, если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине

### **3.3. Вид самостоятельной работы: подготовка к лабораторным работам**

**Итоговый продукт:** отчет по лабораторному занятию

**Средства и технологии оценки:** защита отчета

**Критерии оценивания:** Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно, если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине

## **4. Методические указания**

1. Методические указания для проведения практических работ по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.
2. Методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.
3. Методические указания для выполнения расчетно-графической работы по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.

Сертификат: 2E0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

## **5. Методические указания к экзамену**

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

- На левой опоре *вверх* откладывают отрезок равный единице (рис.0.11)
- На правой опоре *вниз* откладывают отрезок равный единице.
- Соединяют концы отрезков с противоположными опорами.
- На полученный параллелограмм сносят сечение.
- Если у балки есть консольные участки, то правую ветвь л.в. продолжают по прямой до конца правой консоли, а левую ветвь – до конца левой консоли

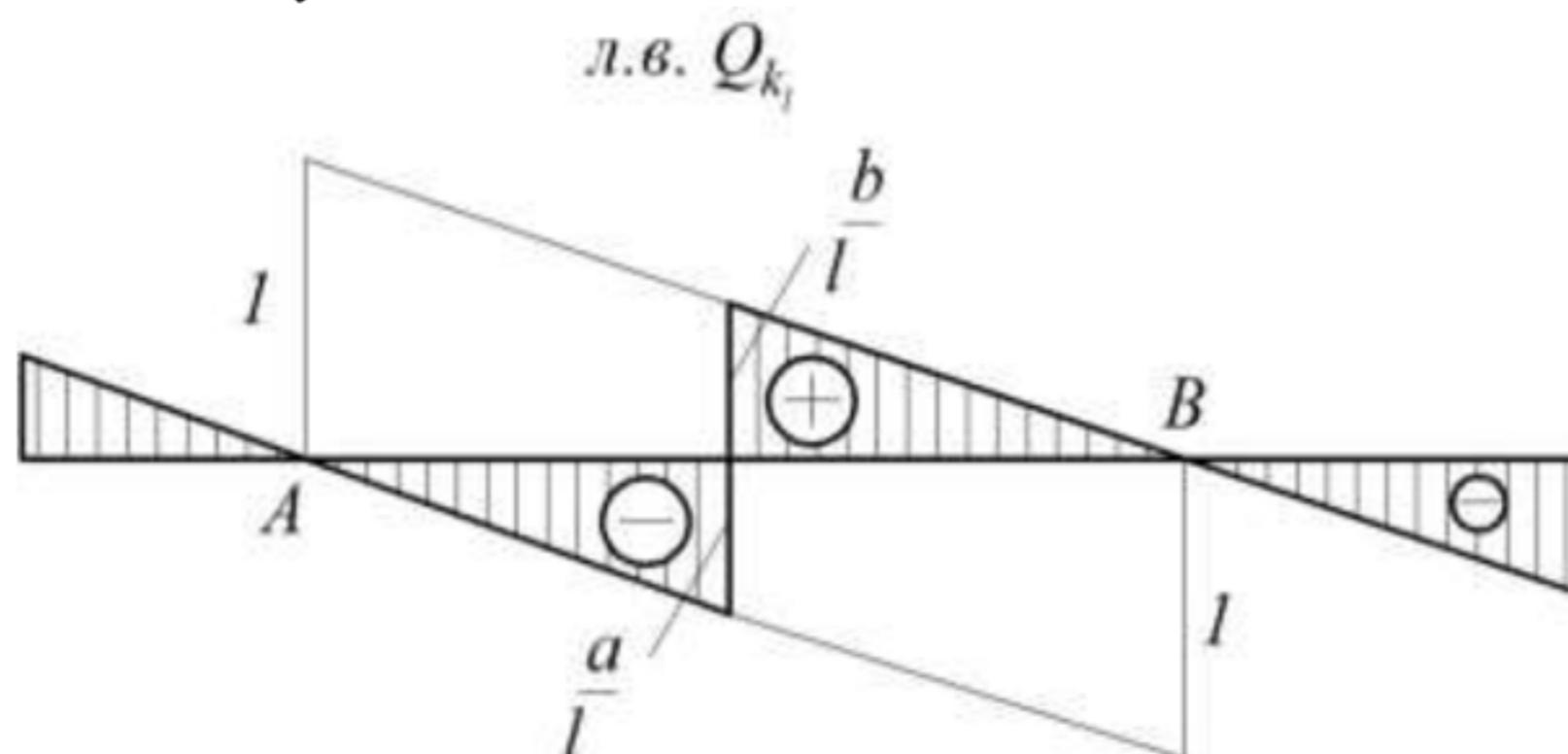


Рисунок 0.11

**Линии влияния момента и поперечной силы для сечения  $k_2$** , расположенного на консольной части балки (рис.0.12), легче всего строить, опираясь лишь на определения изгибающего момента и поперечной силы в балке.

Рассмотрим, например, сечение  $k_1$  на правой консоли.

Будем задавать положение груза  $P = 1$  координатой  $x$  с началом отсчета в сечении  $k_2$  направляя ось вправо (см. рис.0.9)

Линия влияния  $M_{k_2}$ .

1. Груз  $P = 1$  левее сечения  $k_2$ . (Рассматривая правую ненагруженную часть консоли устанавливаем на основании определения момента, что  $M_{k_2} = 0$ )

2. Груз  $P = 1$  правее сечения  $k_2$ :  $M_{k_2} = -1 \cdot x$ .

Линия влияния  $M_{k_2}$  показана на рис.0.12

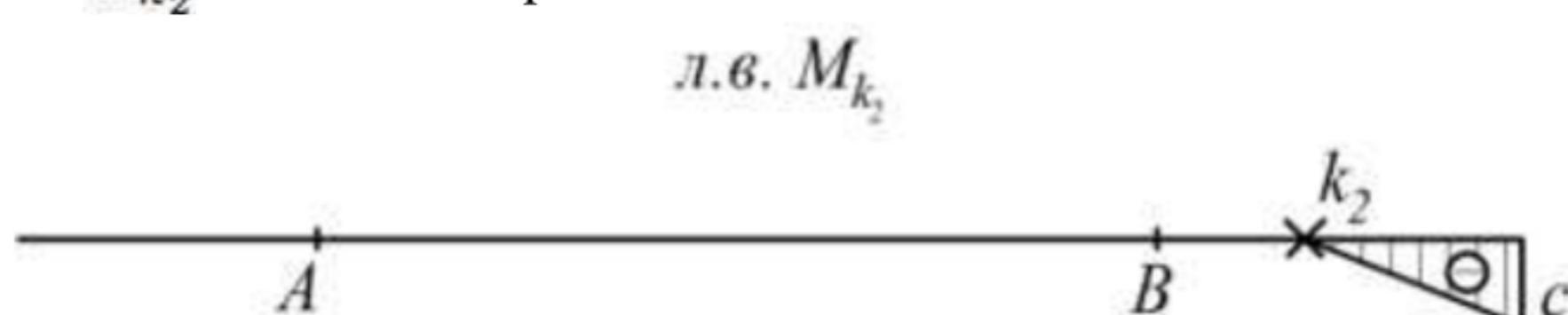


Рисунок 0.12

Линия влияния  $Q_{k_2}$  (рис.0.13)

1. Груз  $P = 1$  левее сечения  $k_2$ :  $Q_{k_2} = 0$ .

2. Груз  $P = 1$  правее сечения  $k_2$ :  $Q_{k_2} = 1$ .

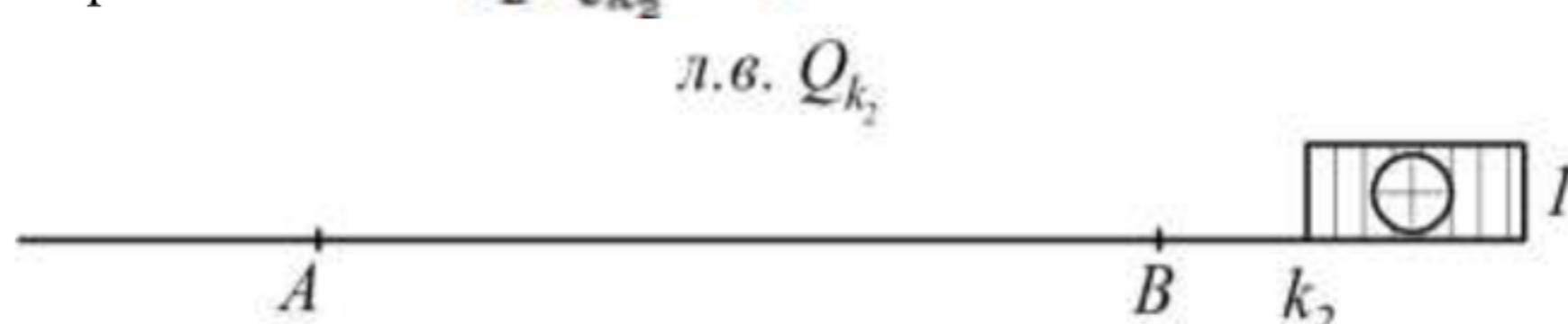


Рисунок 0.13

Сравнивая эпюры изгибающих моментов  $M$  и поперечных сил  $Q$  с линиями влияния  $M$  и  $Q$ , следует отметить, что они принципиально различны.

Однородные эпюры усилий характеризуют напряженное состояние всей системы, в любом сечении от одной конкретной заданной нагрузки. При другом положении нагрузки расчет нужно проводить заново и строить новые эпюры.

40. Цилиндрические оболочки как геометрические формы.
41. Основные положения деформационной теории пластичности.
42. Понятия релаксации.
43. Принцип Вольтера.
44. Определение свойств пластичности и ползучести материалов.
45. Формула Чебышева.
46. Принцип Лагранжа в равновесных системах.
47. Линии влияния опорных реакций в консольной балки.
48. Линии влияния опорных реакций однопролетных балок.
49. Основные группы узлов стержневых систем
50. Виды стержневых систем.
51. Методы исследования устойчивости стержневых систем.
52. Определение усилий однопролетной балки с помощью линий влияния (действие сосредоточенных сил).
53. Определение усилий однопролетной балки с помощью линий влияния (действие равномерно распределенной нагрузки ).
54. Определение опорных реакций в трехшарнирных арках.
55. Определение внутренних усилий в арке при произвольной нагрузке.
56. Определение внутренних усилий в арке при вертикальной нагрузке.
57. Уравнение рациональной оси трехшарнирной арки.
58. Построение линий влияния при узловой передачи нагрузки.
59. Метод допускаемых напряжений.
60. Метод придельного равновесия.
61. Метод двух моментов.
62. Метод статических испытаний
63. Закон Гаусса.
64. Расчет статически неопределеных систем смешанным способом.
65. Расчет статически неопределеных систем комбинированным способом.
66. Расчет конструкций матричным методом.
67. Расчет статически неопределеных систем методом сил.
68. Расчет статически неопределеных систем методом перемещений.
69. Предмет и задачи устойчивости.
70. Критерии определения устойчивости упругих систем.
71. Устойчивость стержней с различными концевыми условиями их закрепления.
72. Выражение изгибающих моментов и поперечных сил в концевых сечениях стержней.
73. Устойчивость рам при действии узловых нагрузок.
74. Определение перемещений в стержневой системе.
75. Уравнение трех моментов.
76. Предмет и задачи динамики сооружений.
77. Поперечные колебания балки с распределенными параметрами.
78. Метод конечных элементов.
79. Определение предельного состояния системы при растяжении – сжатии.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### Основная литература:

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатюгин. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940 (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный

- университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827 (30.10.2016).
3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ;  
To же [Электронный ресурс].  
URL://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650 (30.10.2016).

#### **Дополнительная литература:**

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783 (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т.II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. -URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149 (30.10.2016).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

МИНИСТЕРСТВО НА УКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

**Методические указания**  
по выполнению расчетно-графической работы  
по дисциплине «Строительная механика»  
для студентов направления подготовки

**08.03.01 Строительство**

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Пятигорск, 2023

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## **Содержание**

Введение .....
1. Цель, задачи и реализуемые компетенции .....
2. Формулировка задания и его объем.....
3. Общие требования к написанию и оформлению работы.....
4. Рекомендации по выполнению задания.....
6. Критерии оценивания работы.....
7. Порядок защиты работы.....
<b>СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## **Введение**

Методические указания и задания для выполнения РГР студентами по дисциплине «Строительная механика» по направлению подготовки бакалавров: 08.03.01 Строительство.

Методическое пособие содержит весь необходимый материал для выполнения РГР по дисциплине «Строительная механика».

В данном методическом пособии приведены темы и вопросы для самостоятельного изучения и выполнения РГР.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## **1. Цель, задачи и реализуемые компетенции**

Учебным планом специальности 08.03.01 Строительство, предусматривается написание РГР по дисциплине. Этот вид письменной работы выполняется каждый год, по темам выбранным самостоятельно. Перечень тем разрабатывается преподавателем.

РГР – самостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала.

### **Цель выполняемой работы:**

- получить специальные знания по выбранной теме;

### **Основные задачи выполняемой работы:**

- 1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
  - 2) выработка навыков самостоятельной работы;
  - 3) выяснение подготовленности студента к будущей практической работе;
- Весь процесс написания РГР можно условно разделить на следующие этапы:
- a) выбор темы и составление предварительного плана работы;
  - b) сбор научной информации, изучение литературы;
  - c) анализ составных частей проблемы, изложение темы;
  - d) обработка материала в целом.

Тема РГР выбирается студентом самостоятельно из предложенного списка тем.

Подготовку РГР следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступить к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может ограничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке РГР, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

### **Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

#### **Наименование компетенции**

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-3 Способен проводить расчетное обоснование и конструирование строительных конструкций зданий и сооружений промышленного и гражданского назначения	ИД-1пк-3 Выбирает исходную информацию и нормативно-технические документы для выполнения расчётного обоснования проектных решений здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения. ИД-2пк-3 Выбирает нормативно-технические документы,	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

	устанавливающие требования к расчётному обоснованию проектного решения здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.
	<b>ИД-3пк-з</b> Выполняет сбор нагрузок и воздействий на здание (сооружение) промышленного и гражданского назначения.	
	<b>ИД-4пк-з</b> Выбирает методики расчётного обоснования проектного решения конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	
	<b>ИД-5пк-з</b> Выбирает параметры расчетной схемы здания (сооружения), строительной конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	
	<b>ИД-6пк-з</b> Выполняет расчеты строительной конструкции, здания (сооружения), основания по первой, второй группам предельных состояний.	
	<b>ИД-7пк-з</b> Составляет графическое оформление проектной документации на строительную конструкцию.	
	<b>ИД-8пк-з</b> Обеспечивает представление и защиту результатов работ по расчётному обоснованию и конструированию строительной конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	

## 2. Формулировка задания и его объем

Вариант 1

Задача (задание)1 - Определение многопролетной статически определимой балки.

Для многопролетной статически определимой балки требуется:

3. Проверить геометрическую неизменяемость системы;

4. Построить эпюры изгибающих моментов поперечных сил от заданной нагрузки;

5. Построить линии влияния для заданного сечения 1 статическим способом;

6. Загрузить эти линии влияния заданной внешней нагрузкой и сравнить полученные результаты со значениями ординат эпюр и в этом же сечении в п.2.

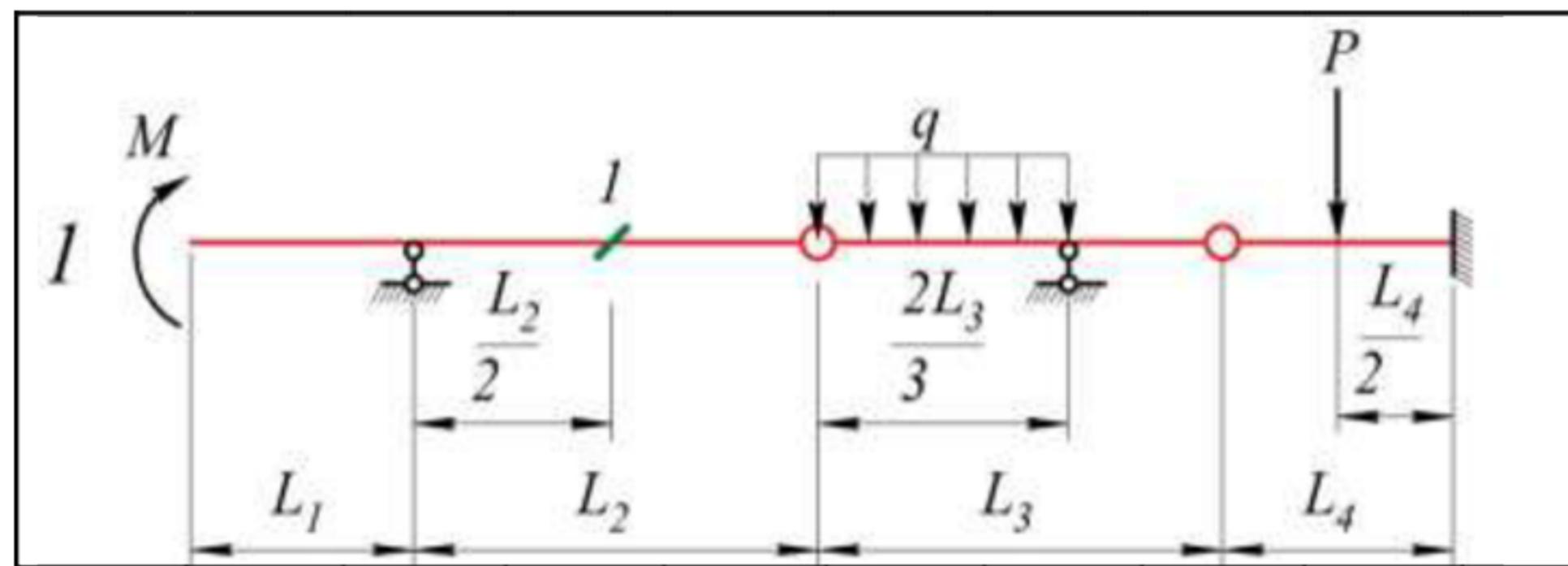
Вариант выдаётся по последним двум цифрам зачетной книжки (для заочного отделения) или выдается преподавателем (для очного отделения).

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

По последней цифре выбирается расчетная схема (Рисунок Error! No text of specified style in document..1), по предпоследней числовые значения (Таблица 1).

Таблица 1

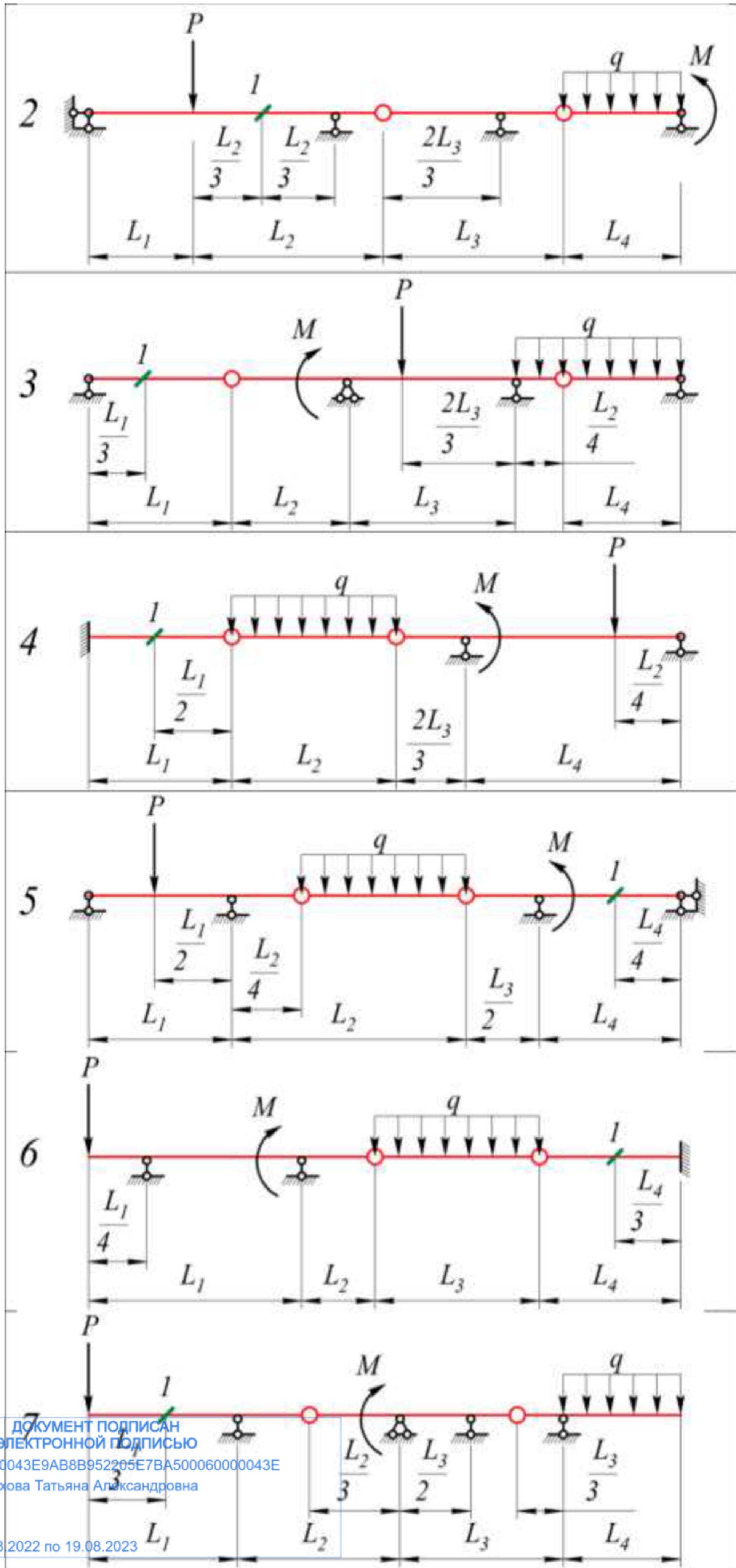
	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
, (Н·м)	15	23	30	17	14	20	24	16	28	19
, (Н·м)	10	25	20	60	45	80	30	65	50	40
, (Н·м/м)	11	32	26	23	27	34	19	35	29	10
, (к)	0,8	1	1,5	0,7	0,5	0,8	2	1	2	2,1
, (к)	0,6	0,4	1,7	2	1	0,9	1,5	1	1,9	0,5
, (к)	1	1,8	1	1	2	1	1,6	1	1,1	2,4
, (к)	1,5	1,6	0,9	0,5	3	1,5	2	1	2,4	1



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023



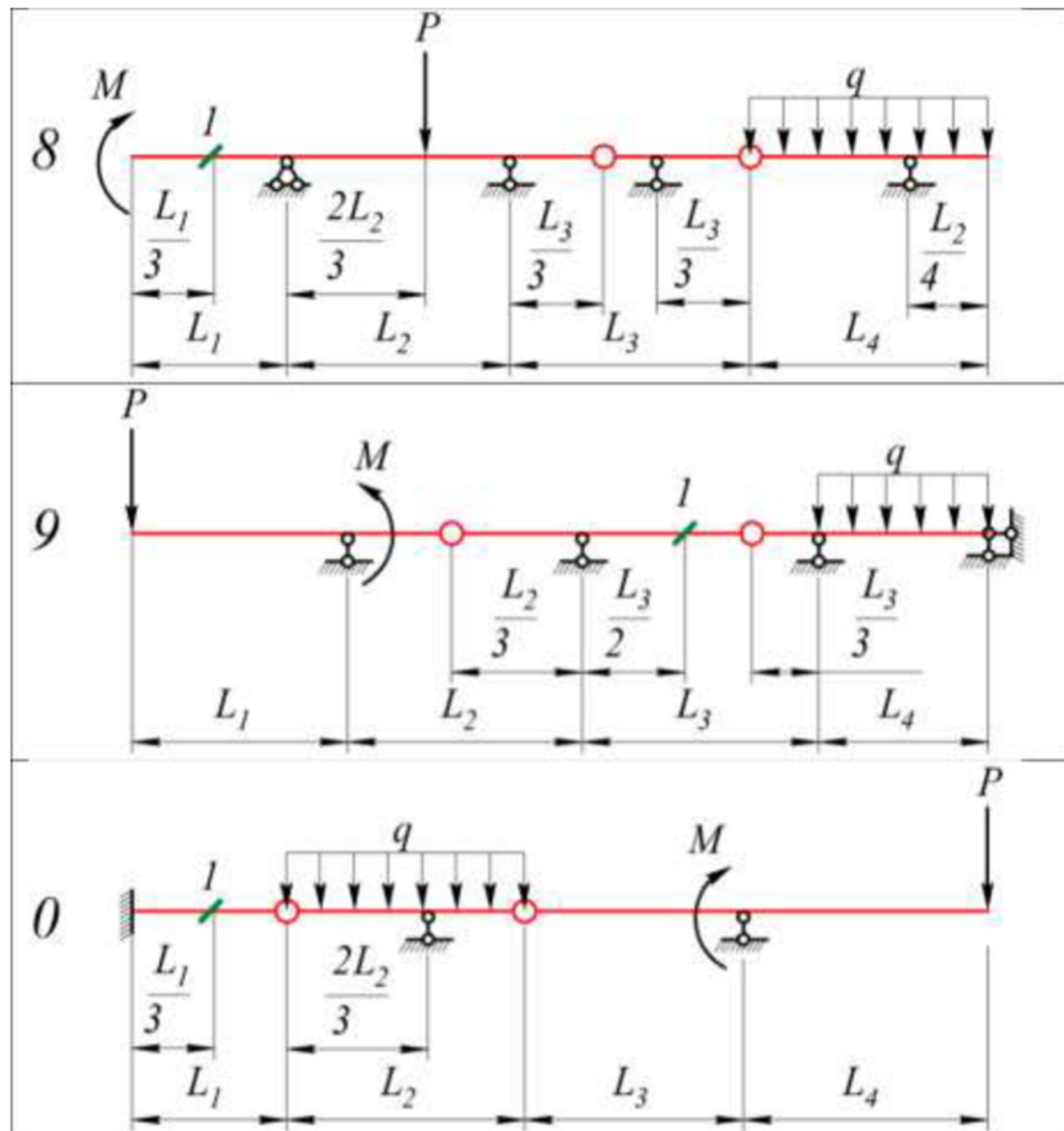


Рисунок Error! No text of specified style in document..1

## Вариант 2

Задача (задание)1 - Расчет трехшарнирной арки.

Требуется определить изгибающий момент  $M$ , поперечную силу  $Q$  и продольную силу  $N$  в сечении  $K$  арки, пролетом .

Задания выбирать по двум последним цифрам студенческого билета (зачетной книжки). По последней цифре выбрать схему задания, по предпоследней числовые значения (таблица). Пример: номер студенческого билета ОП-123456 соответственно вариант задания 56, схема 6, числовые значения 5.

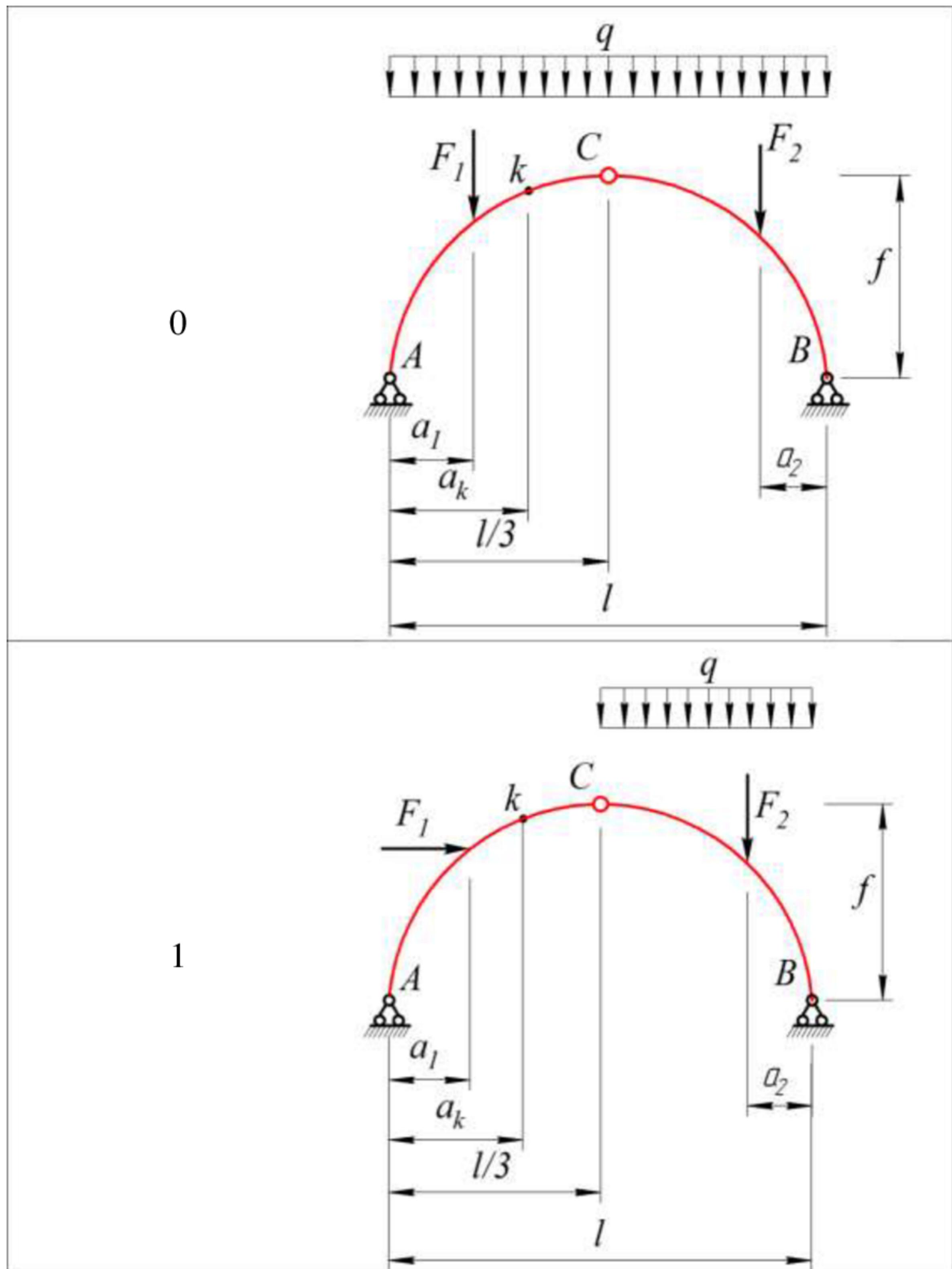
Предпоследняя цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a_1$	15	17	20	14	19	10	16	18	11	20
$a_2$	21	18	10	30	21	17	15	20	19	11
$a_3/m$	5	8	3	10	15	9	18	12	22	32
$f, \text{м}$	0,5	0,63	0,54	0,39	1,1	0,85	1,4	1	1,4	2
$a_4$	0,33	0,427	0,22	0,45	0,25	0,315	0,27	0,427	0,22	0,517
$a_5$	0,495	0,28	0,337	0,3	0,382	0,21	0,405	0,285	0,337	0,34
$a_6$	0,935	0,807	0,637	0,85	0,722	0,59	0,76	0,807	0,637	0,977
$I, \text{м}$	2,2	2,9	1,5	2,0	1,7	1,4	1,8	1,9	1,5	2,3

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Последняя цифра варианта

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

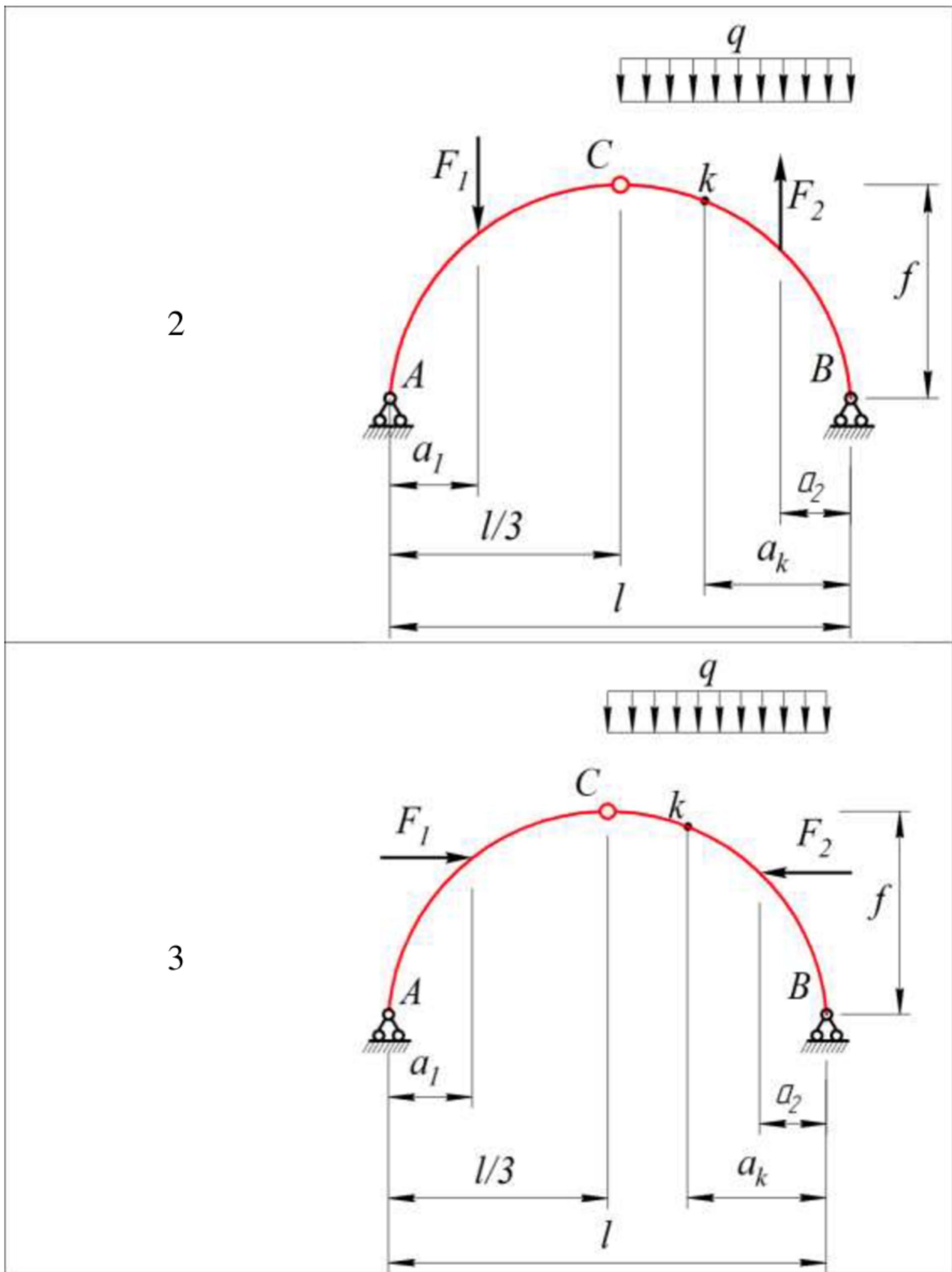


ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023



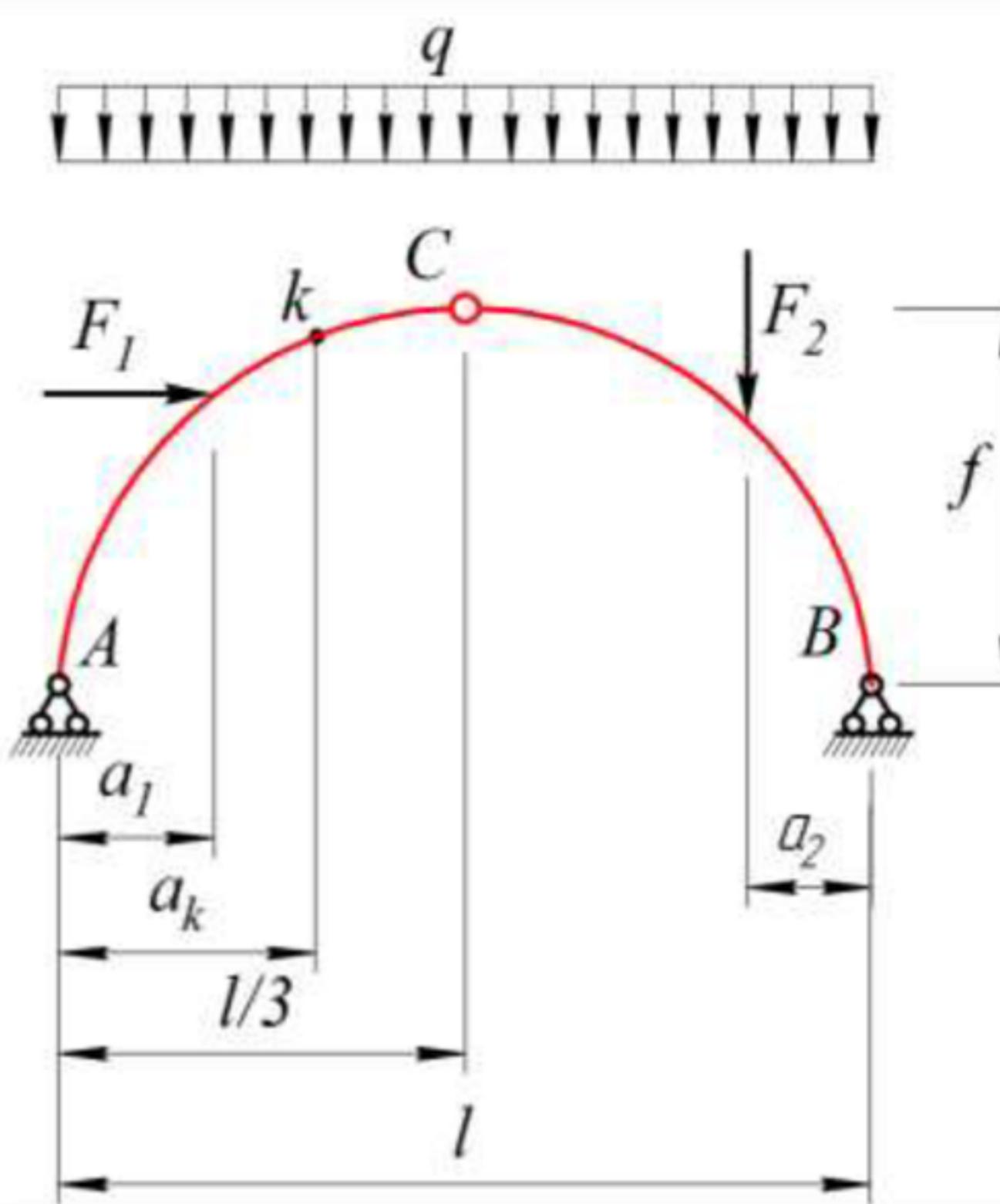
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

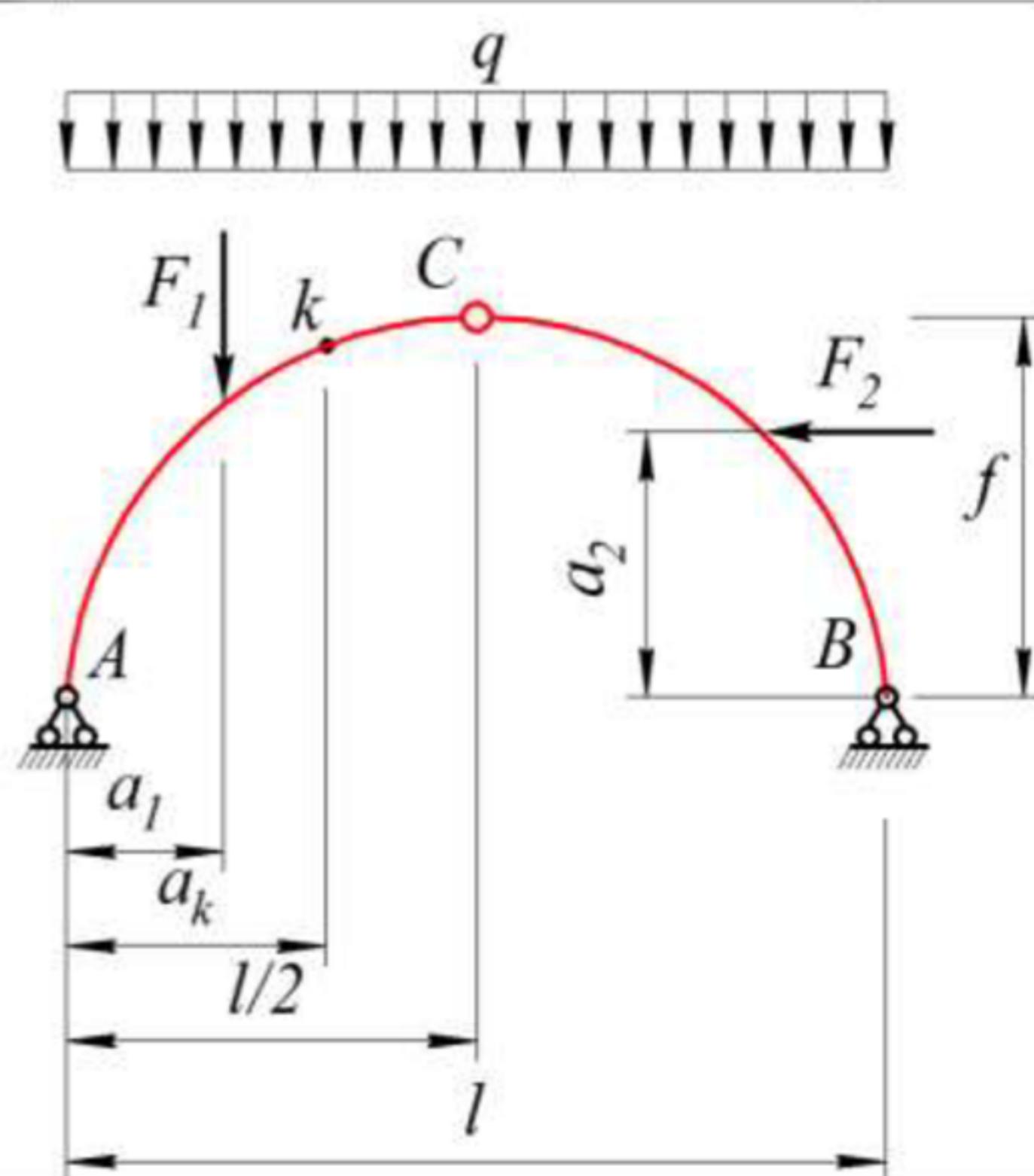
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

4



5



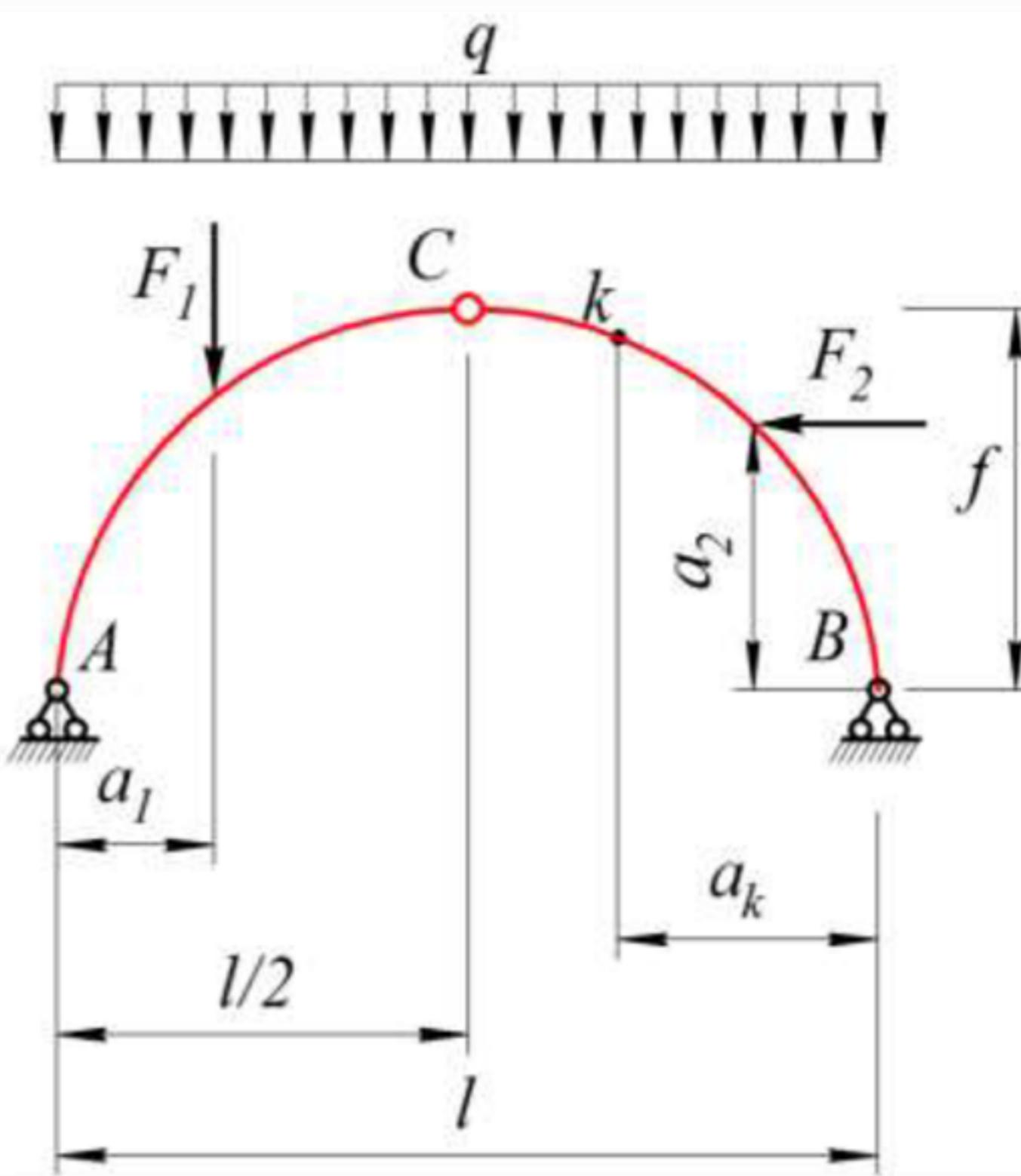
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

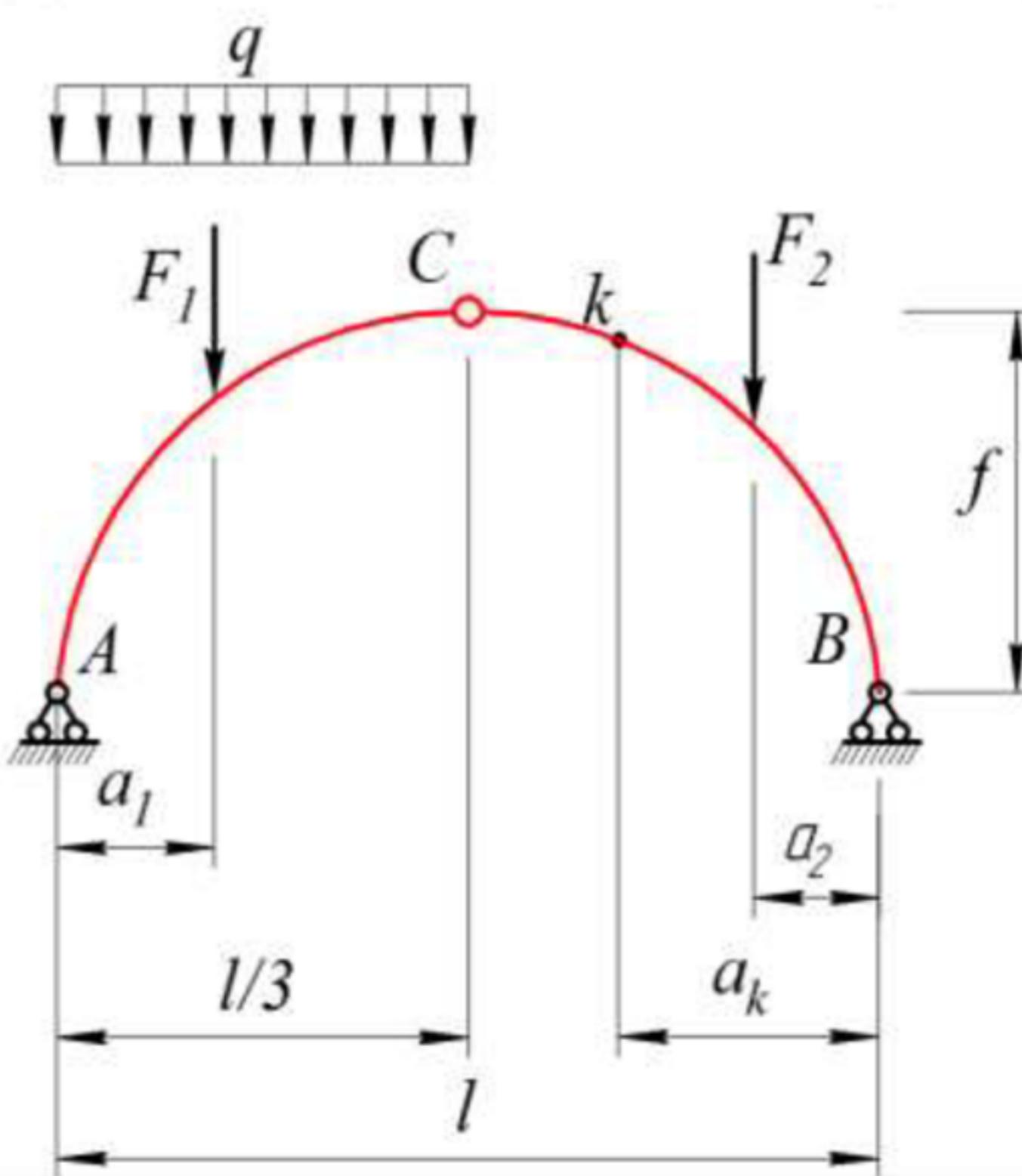
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

6



7



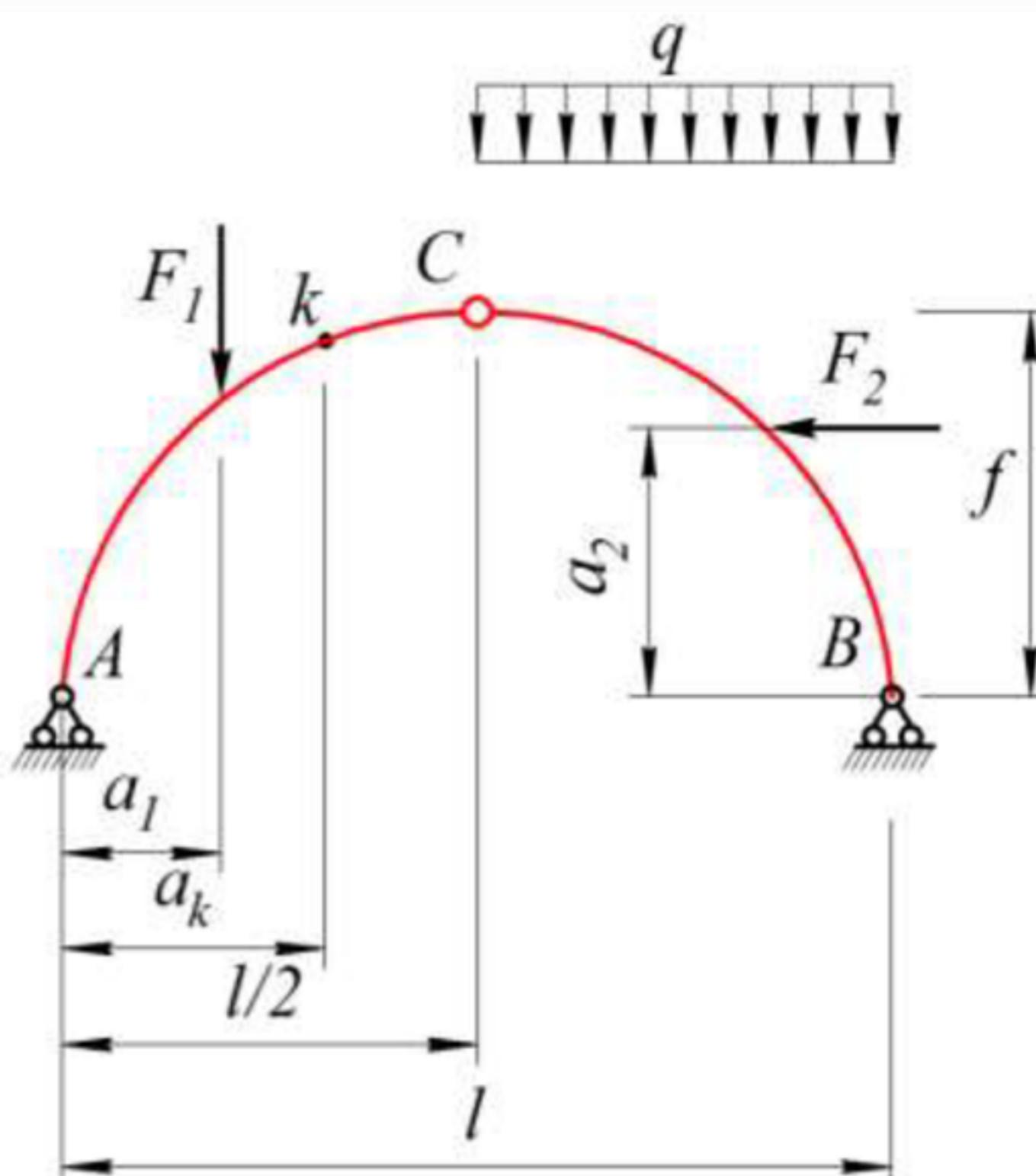
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

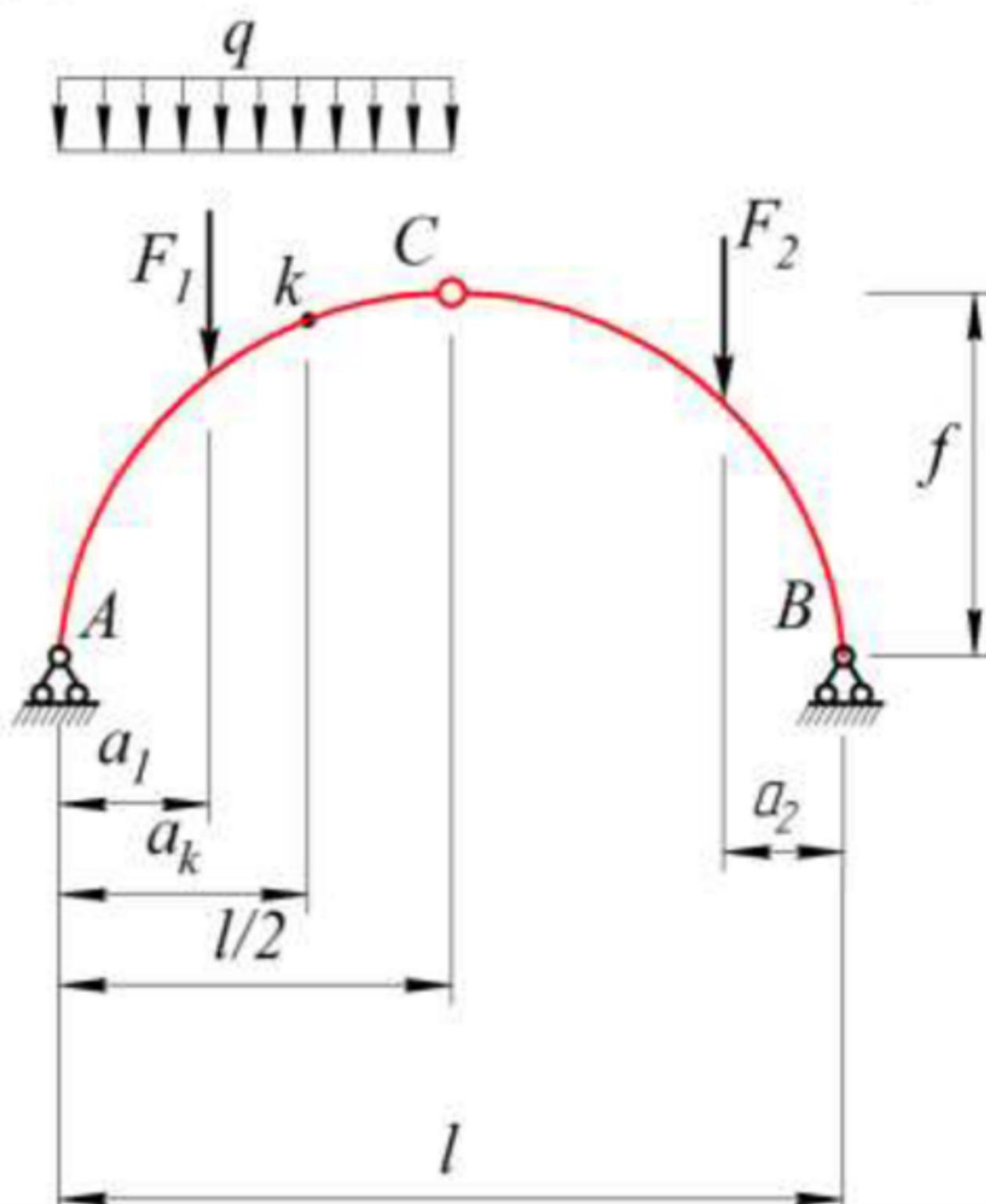
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

8



9



### Вариант 3

Задача (задание) 1- Определение центра тяжести сложных фигур

Задания выбирать по двум последним цифрам студенческого билета (зачетной книжки).

По последней цифре выбрать схему задания, по предпоследней числовые значения (таблица). Пример: номер студенческого билета ОП-123456 соответственно вариант задания 56, схема 6, числовые значения 5.

Для одной из балочных ферм, изображенных на рис. 1.4.1 - 1.4.25 требуется:

документ подписан  
электронной подписью

2. определить аналитически усилия в отмеченных стержнях от неподвижной нагрузки в виде сосредоточенных сил , приложенных в каждом узле прямолинейного пояса фермы;

3. построить линии влияния опорных реакций;

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

2. построить линии влияния усилий для отмеченных стержней при «езде» по прямолинейному поясу фермы;

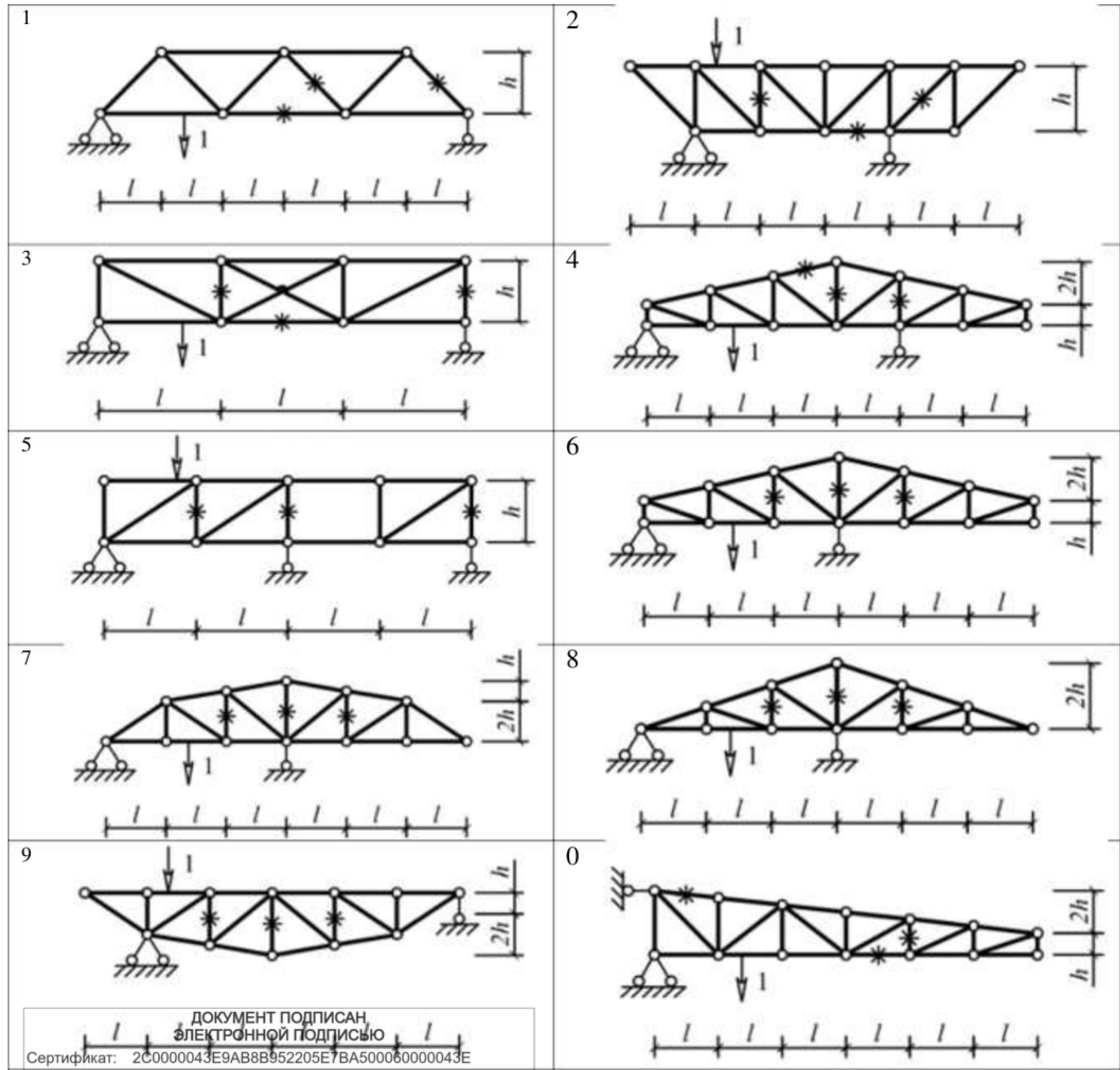
3. вычислить по линиям влияния усилия в отмеченных стержнях от сил и результаты сравнить со значениями усилий, полученными аналитически.

Исходные данные для расчета принять согласно варианту. По предпоследней цифре варианта выбрать числовые значения из табл. 1.4, по последней – схему из таблицы 15.

Таблица 1.4

Номер варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a_{\text{ш}}$	3,5	2	1	1,5	1,5	1	2	2,5	3,5	1,5
$b_{\text{ш}}$	1,5	2	1,5	0,75	1,75	2	3	3	2	1,5
$c_{\text{ш}}$	3	5	7	9	10	8	6	4	7	5

Таблица 15



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

### **3.Общие требования к написанию и оформлению работы**

В содержании РГР необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме, но при этом следует правильно пользоваться первоисточниками, избегать чрезмерного цитирования. При использовании цитат необходимо указывать точные ссылки на используемый источник: указание автора (авторов), название работы, место и год издания, страницы.

В процессе работы над первоисточниками целесообразно делать записи, выписки абзацев, цитат, относящихся к избранной теме. При изучении специальной юридической литературы (монографий, статей, рецензий и т.д.) важно обратить внимание на различные точки зрения авторов по исследуемому вопросу, на его приводимую аргументацию и выводы, которыми опровергаются иные концепции.

Кроме рекомендованной специальной литературы, можно использовать любую дополнительную литературу, которая необходима для раскрытия темы контрольной работы. Если в период написания контрольной работы были приняты новые нормативно-правовые акты, относящиеся к излагаемой теме, их необходимо изучить и использовать при её выполнении.

В конце РГР приводится полный библиографический перечень использованных нормативно-правовых актов и специальной литературы. Данный список условно можно подразделить на следующие части:

1. Нормативно-правовые акты (даются по их юридической силе).
2. Учебники, учебные пособия.
3. Монографии, учебные, учебно-практические пособия.
4. Периодическая печать.

Первоисточники 2,3,4 даются по алфавиту.

Оформление библиографических ссылок осуществляется в следующем порядке:

1. Фамилия и инициалы автора (коллектив авторов) в именительном падеже. При наличии трех и более авторов допускается указывать фамилии и инициалы первых двух и добавить «и др.». Если книга написана авторским коллективом, то ссылка делается на название книги и её редактора. Фамилию и инициалы редактора помещают после названия книги.

2. Полное название первоисточника в именительном падеже.
3. Место издания.
4. Год издания.
5. Общее количество страниц в работе.

Ссылки на журнальную или газетную статью должны содержать кроме указанных выше данных, сведения о названии журнала или газеты.

Ссылки на нормативный акт делаются с указанием Собрания законодательства РФ, исключение могут составлять ссылки на Российскую газету в том случае, если данный нормативный акт еще не опубликован в СЗ РФ.

При использовании цитат, идей, проблем, заимствованных у отдельных авторов, статистических данных необходимо правильно и точно делать внутри текстовые ссылки на первоисточник.

Ссылки на используемые первоисточники можно делать в конце каждой страницы, либо в конце всей работы, нумерация может начинаться на каждой странице.

Структурно РГР состоит только из нескольких вопросов (3-6), без глав. Она обязательно должна содержать теорию и практику рассматриваемой темы.

### **4.Рекомендации по выполнению задания**

РГР излагается логически последовательно, грамотно и разборчиво. Она обязательно должна иметь титульный лист. Он содержит название высшего учебного заведения, название темы, фамилию, инициалы, учёное звание и степень научного руководителя, фамилию, инициалы автора, номер группы.

На следующем листе приводится содержание РГР. Оно включает в себя: введение, название вопросов, заключение, список литературы.

Введение должно быть кратким, не более 1 страницы. В нём необходимо отметить актуальность темы, степень ее научной разработанности, предмет исследования, цель и задачи, которые ставятся в работе. Изложение каждого вопроса необходимо начать с написания заголовка, соответствующему оглавлению, который должен отражать содержание текста. Заголовки от текста следует отделять интервалами. Каждый заголовок обязательно должен предшествовать непосредственно своему тексту. В том случае, когда на очередной странице остаётся место только для заголовка и нет места ни для одной строчки текста, заголовок нужно писать на следующей странице.

Излагая вопрос, каждый новый смысловой абзац необходимо начать с красной строки. Закончить изложение вопроса следует выводом, итогом по содержанию данного раздела.

Изложение содержания всей РГР должно быть завершено заключением, в котором необходимо дать выводы по написанию работы в целом.

Страницы контрольной работы должны иметь нумерацию (сквозной). Номер страницы ставится вверху в правом углу. На титульном листе номер страницы не ставится. Оптимальный объём контрольной работы 10-15 страниц машинописного текста (размер шрифта 12-14) через полуторный интервал на стандартных листах формата А-4, поля: верхнее –15 мм, нижнее –15мм, левое –25мм, правое –10мм.

В тексте контрольной работы не допускается произвольное сокращение слов (кроме общепринятых).

По всем возникшим вопросам студенту следует обращаться за консультацией преподавателю. Срок выполнения контрольной работы определяется преподавателем и она должна быть сдана не позднее, чем за неделю до экзамена. По результатам проверки Контрольная работа оценивается на 2-5 баллов. В случае отрицательной оценки, студент должен ознакомиться с замечаниями и, устранив недостатки, повторно сдать работу на проверку.

## 5. План – график выполнения задания

№	Этап выполнения задания	Объем часов для выполнения задания (астр.)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Выполнение контрольных заданий</b>											
1	Получение задания на установочном занятии, анализ его с преподавателем	+									
2	Изучение литературы для выполнения заданий контрольной работы		+	+	+	+	+	+	+		
3	Выполнение заданий контрольной работы, её оформление									+	+

## 6.Критерии оценивания работы

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно заложен материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено

числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

*Оценка «хорошо»* выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

*Оценка «удовлетворительно»* выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

*Оценка «неудовлетворительно»* выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

## 7. Порядок защиты работы

Получив проверенную работу, студент должен внимательно ознакомиться с рецензией, пометками на полях и выполнить все указания научного руководителя. Если работа не допущена до защиты, необходимо ознакомиться с рецензией, доработать контрольную работу, устранив все недостатки, указанные научным руководителем, и в новом варианте сдать на проверку.

В установленный кафедрой срок исполнитель обязан явиться на защиту контрольной работы, имея с собой последний вариант, рецензию на первый вариант с замечаниями руководителя и зачётную книжку.

При защите студент должен быть готов ответить на вопросы научного руководителя по всей теме контрольной работы.

Оценка работы производится по четырёхбалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». После защиты положительная оценка выставляется в зачётную книжку. Защищённые контрольные работы не возвращаются и хранятся в фонде кафедры.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023

## **СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

### **Основная литература:**

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатюгин. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940 (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827 (30.10.2016).
3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ; То же [Электронный ресурс]. URL://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650 (30.10.2016).

### **Дополнительная литература:**

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783 (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т.II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. -URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149 (30.10.2016).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 2C0000043E9AB8B952205E7BA500060000043E  
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 19.08.2022 по 19.08.2023