

произвольную точку O за центр приведения и, воспользовавшись теоремой о параллельном переносе силы, перенесем все силы системы в данную точку, не забывая при переносе каждой силы добавлять присоединенную пару сил.

Полученную таким образом систему сходящихся сил заменим одной силой R , равной главному вектору исходной системы сил. Образовавшуюся при переносе систему

пар сил заменим одной парой с моментом M_O , равным геометрической сумме моментов всех пар сил (т.е. геометрической суммой моментов исходной системы сил относительно центра O).

Такой момент называется **главным моментом системы сил относительно центра O** (рис. 1.30).

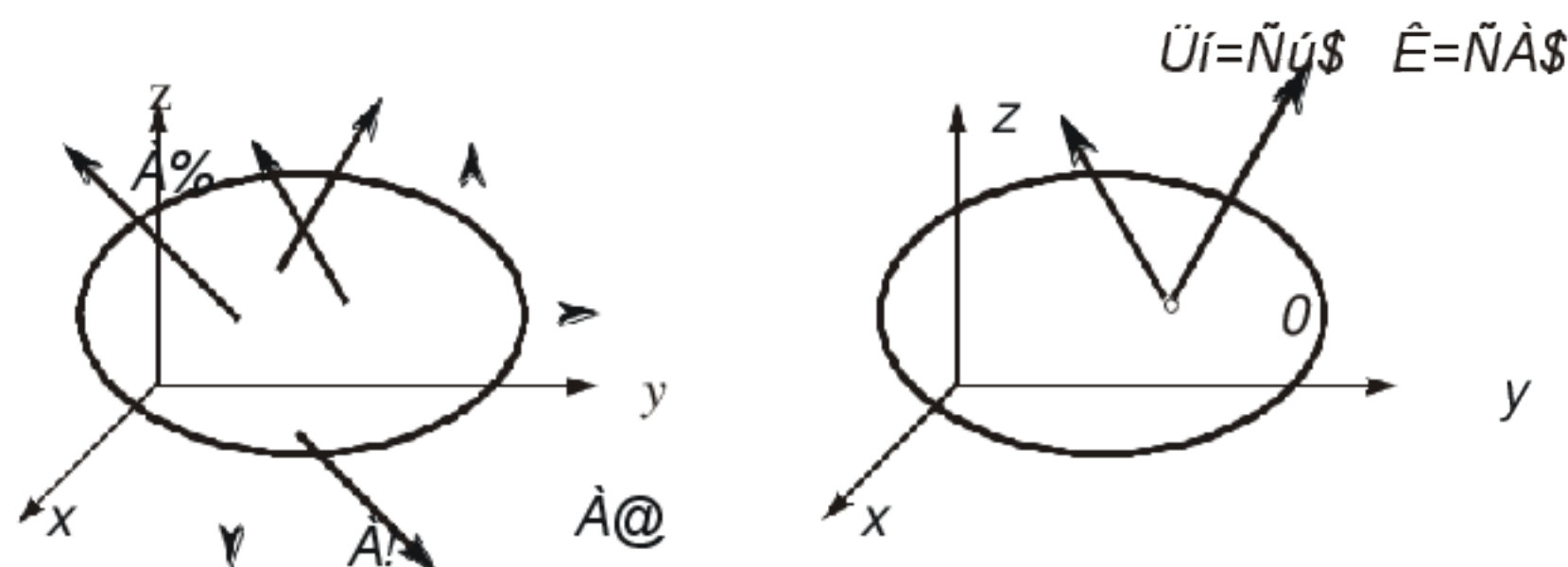


Рис. 1.30. Приведение системы сил к центру

Итак, любую систему сил всегда можно заменить всего двумя силовыми факторами - **главным вектором и главным моментом относительно произвольно выбранного центра приведения**. Очевидно, что главный вектор системы сил не зависит от выбора центра приведения (говорят, что главный вектор инвариантен по отношению к выбору центра приведения). Очевидно также, что главный момент таким свойством не обладает, поэтому необходимо всегда указывать, относительно какого центра определяется главный момент.

Вопросы и задания:

1. Что такое главный вектор?
2. Что такое главный момент системы?
3. Приведение системы к заданному центру.
4. Параллельный перенос сил это...?

Лабораторное занятие 3

Тема 1. Общие понятия и определения.

Кинематический анализ сооружений.

Цель: научиться решать задачи на растяжение - сжатие

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов возникающих в задачах на растяжение – сжатие..

Теоретическая часть:

2. природе различают упругое, упругопластичное и вязкопластичное твердые тела. Упругое тело после снятия внешней нагрузки восстанавливает свои первоначальные размеры и форму. В этом случае деформация тела называется упругой. Упругопластичное тело восстанавливает свои первоначальные размеры и форму неполностью, т. е. имеет место остаточная деформация. В инженерных сооружениях и механических машинах не допустимо появление остаточных деформаций.

От действия внешних нагрузок в поперечных сечениях возникают внутренние силовые факторы, которые определяют, используя метод сечений. Твердое тело, находящееся под действием внешних нагрузок мысленно рассекают на две части и рассматривают равновесие одной из частей. Действие отброшенной части на оставшуюся заменяют внутренними нагрузками, приложенными в рассматриваемом сечении. Составляя уравнения равновесия оставшейся части от действия внешних и внутренних силовых факторов, находят последние.

Важнейшими понятиями являются напряжения и деформации.

При нагружении тела растягивающими или сжимающими силами определяются напряжения, деформации и удлинения. Внутренняя сила взаимодействия, отнесенная к единице площади, выделенной в окрестности какой-либо точки поперечного сечения тела, называется напряжением в этой точке. Таким образом величина напряжений в каждой точке сечения является мерой внутренних сил, которые возникают в материале в результате воздействия внешних нагрузок. Нормальные напряжения σ при растяжении-сжатии в поперечных сечениях тела определяются из соотношения $\sigma = N/S$, где N - действующее в сечении внутренняя продольная (нормальная) сила; S - площадь поперечного сечения. Напряжения и деформации в пределах упругой деформации связаны между собой законом Гука, т. е. $\sigma = \varepsilon E$, где E - модуль упругости материала (модуль Юнга), ε – относительная продольная деформация.

Расчетные значения напряжений сравнивают с допускаемыми $[\sigma]$, которые определяют путем деления некоторых предельных значений на коэффициент запаса прочности $s([\sigma] = \sigma_{np}/s)$. За предельные значения напряжений принимают предел прочности (для хрупких материалов) или предел текучести (для пластичных материалов), которые

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

получают при испытаниях стандартных образцов на разрывных машинах. При этом строят 3. координатах напряжение-деформация условную диаграмму растяжения. Условной диаграмму называют потому, что напряжения и деформации вычисляют соответственно по отношению к первоначальной площади сечений и длине образца. Используя условную диаграмму растяжения, необходимо уметь определять механические характеристики материала: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести и предел прочности и относительное остаточное удлинение при разрыве.

Иногда для изучения значительных пластических деформаций необходимо знать истинную диаграмму растяжения, получаемую путем деления растягивающей силы на истинную площадь поперечного сечения образца (с учетом уменьшения поперечных размеров сечения при растяжении).

Необходимо обратить внимание, что закон Гука, связывающий напряжения и деформации через модуль упругости материала, справедлив только до предела пропорциональности. Продольные деформации при растяжении связаны с поперечными деформациями с помощью коэффициента Пуассона.

При определении напряжений и деформаций в статически неопределимых системах необходимо учитывать, что возникающие при этом в стержнях силы зависят от жесткости стержня, т.е. от площадей поперечных сечений и модулей упругости материала.

Вопросы и задания:

Какие твердые тела встречаются в природе?

Какие внутренние силовые факторы возникают в стержнях?

В чем заключается метод сечений?

Сформулируйте закон Гука.

, Что такое истинная диаграмма растяжения?

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 4

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Нагрузки и внутренние силовые факторы,

Цель: научиться определять внутренние усилия

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов возникающих в задачах на растяжение – сжатие..

Теоретическая часть:

Пример решения задачи на тему «растяжение и сжатие»

Построить по длине бруса, согласно схеме нагружения (рис. 1.1), эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и перемещений поперечных сечений. Сделать вывод о прочности бруса, сравнив значения нормальных напряжений в опасном сечении с допустимым, если материал бруса — сталь 3 ($E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $[\sigma] = 240 \text{ МПа}$).

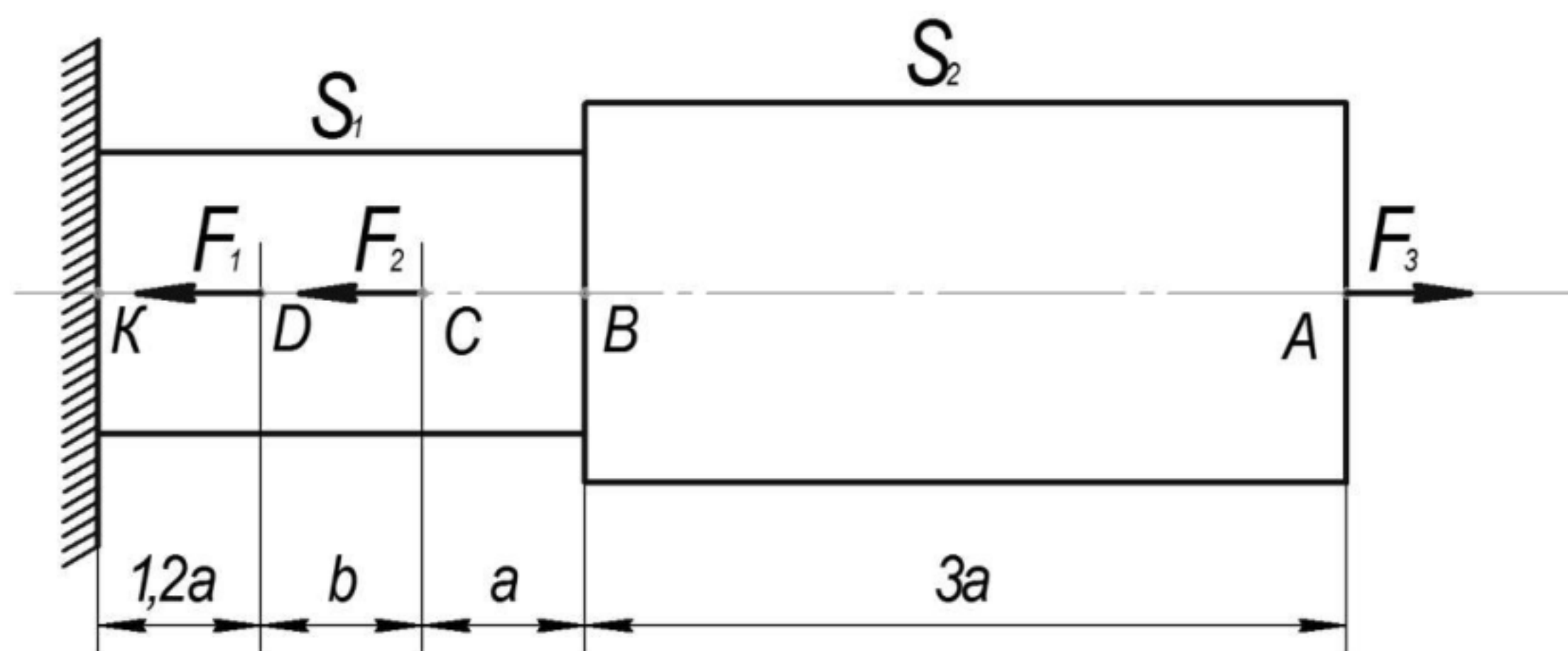


Рисунок 1.1

Дано: $F_1 = 10 \text{ кН}$; $F_2 = 12 \text{ кН}$; $F_3 = 30 \text{ кН}$; $S_1 = 200 \text{ мм}^2$; $S_2 = 300 \text{ мм}^2$;
- $a = 0,3 \text{ м}$, $b = 0,4 \text{ м}$.

Решение:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Имеем четыре участка нагружения (AB , BC , CD , DK), в пределах которых напряжения будут иметь постоянные значения.

Участок 1 (AB). Рассечём, мысленно, стержень в местах, где необходимо определить значения внутренних усилий и внутренних напряжений. Одну из частей (левую) отбросим (рис. 1.2), а для оставшейся составим уравнение равновесия $\sum F_i = N_1 - F_3 = 0$, заменив при этом действие отброшенной части на оставшуюся неизвестной внутренней силой N_1 .

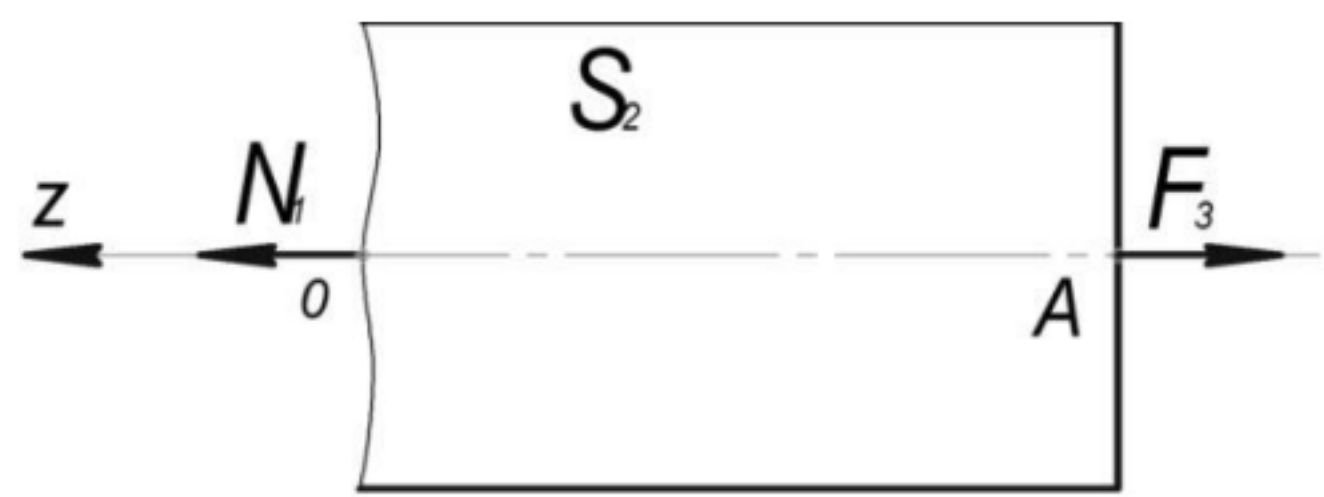


Рисунок 1.2

Тогда, $N_1 = F_3 = 30 \text{ кН}$.

Значение напряжений на участке: $\sigma_1 = \frac{N_1}{S_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{300} = 100 \text{ МПа}$.

Абсолютная деформация участка (относительные перемещения концов участка):
 $\Delta l_{AB} = \frac{\sigma_1 \cdot l_{AB}}{E} = \frac{100 \cdot 900}{2,0 \cdot 10^5} = 0,45 \text{ мм}$.

Участок 2 (BC).

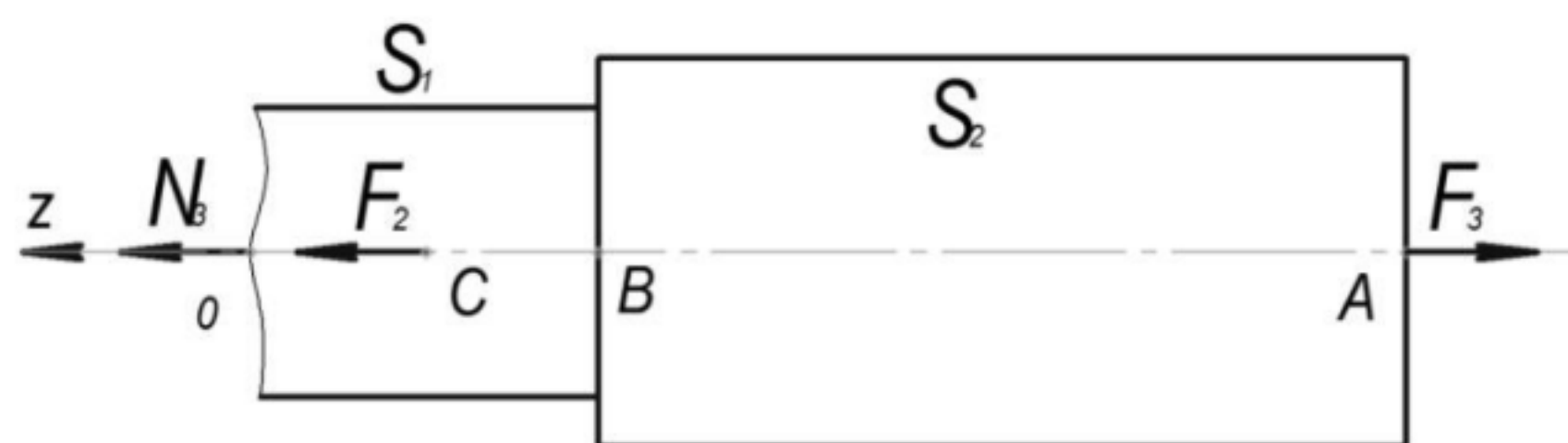


$$N_2 - F_3 = 0,$$

$$N_2 - F_3 = 30 \text{ кН}.$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{S_1} = \frac{30 \cdot 10^3}{200} = 150 \text{ МПа}.$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{\sigma_2 \cdot l_{BC}}{E} = \frac{150 \cdot 300}{2,0 \cdot 10^5} = 0,22 \text{ мм}.$$



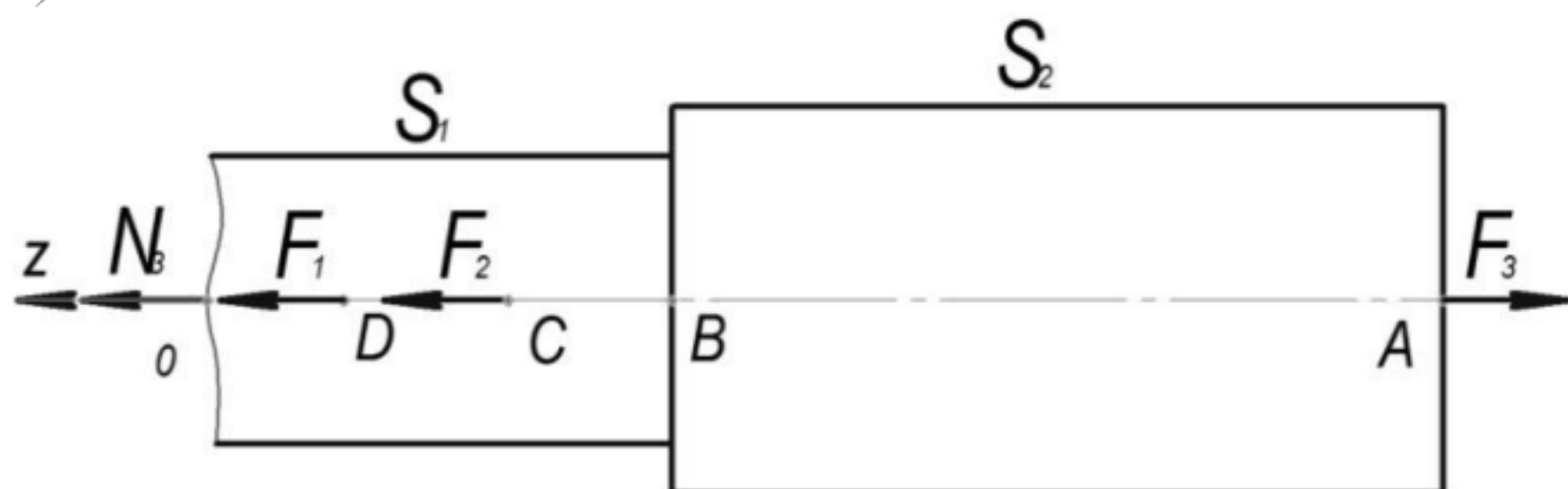
$$N_3 - F_3 + F_2 = 0,$$

$$N_3 = 30 - 12 = 18 \text{ кН.}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{S_1} = \frac{18 \cdot 10^3}{200} = 90 \text{ МПа.}$$

$$\Delta l_{DC} = \frac{\sigma_3 \cdot l_{DC}}{E} = \frac{90 \cdot 400}{2,0 \cdot 10^5} = 0,18 \text{ мм.}$$

Участок 4 (KD).



$$N_4 - F_3 + F_2 + F_1 = 0,$$

$$N_4 = 30 - 12 - 10 = 8 \text{ кН.}$$

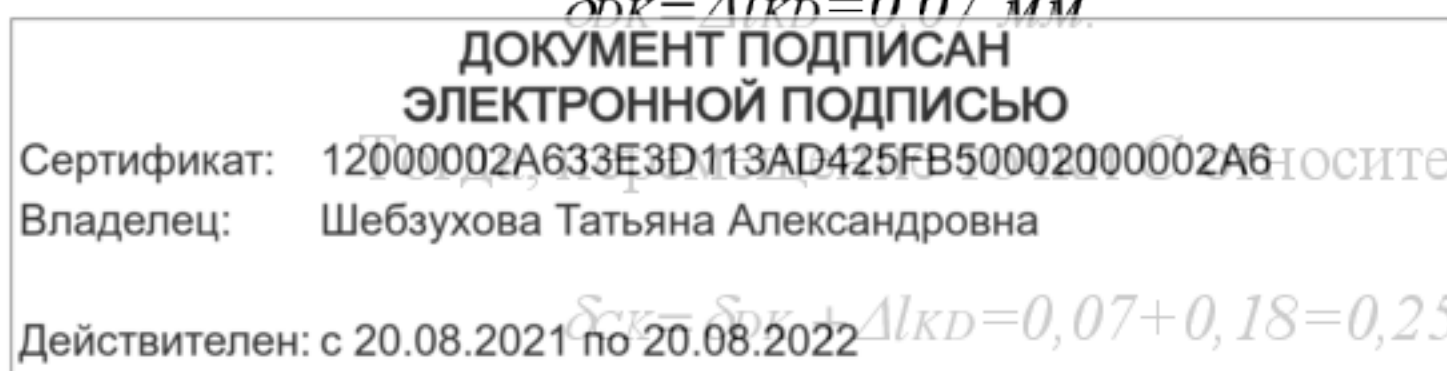
$$\sigma_4 = \frac{N_4}{S_1} = \frac{8 \cdot 10^3}{200} = 40 \text{ МПа.}$$

$$\Delta l_{KD} = \frac{\sigma_4 \cdot l_{KD}}{E} = \frac{40 \cdot 360}{2,0 \cdot 10^5} = 0,07 \text{ мм.}$$

Для построения эпюры перемещений поперечных сечений, определим расстояния, на которые переместятся концы участков нагружения относительно жестко заделанного левого конца стержня (точки K).

Перемещение точки D относительно точки K:

$$\delta_{DK} = \Delta l_{KD} = 0,07 \text{ мм.}$$



Перемещение точки A относительно точки K составит:

$$\delta_{AK} = \delta_{DK} + \Delta l_{KD} = 0,07 + 0,18 = 0,25 \text{ мм.}$$

Аналогично определим перемещения остальных концов участков:

$$\delta_{BK} = \delta_{CK} + \Delta l_{BC} = 0,25 + 0,22 = 0,47 \text{ мм},$$

$$\delta_{AK} = \delta_{BK} + \Delta l_{AB} = 0,47 + 0,45 = 0,92 \text{ мм}.$$

Построив и проанализировав эпюры продольных сил N , нормальных напряжений

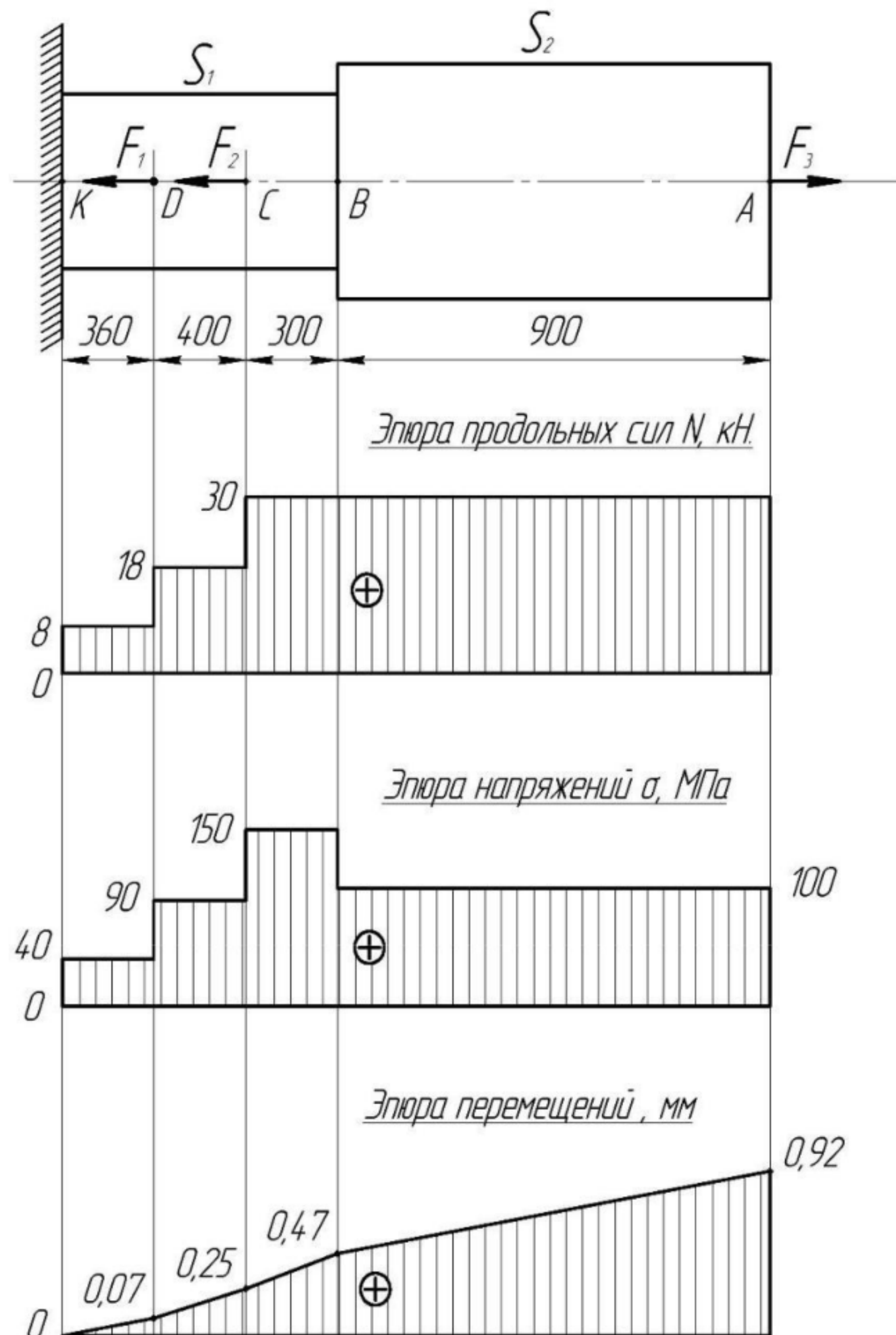
$\mathcal{R}$ и перемещений поперечных сечений (рис. 1.3), делаем вывод, что опасным участком вала является участок BC с $\sigma_{\max} = 150 \text{ МПа}$.

Т.к. $\sigma_{\max} < [\sigma]$, то условие прочности выполняется.

Определим степень загруженности стержня:

$$\frac{\sigma_{\max}}{[\sigma]} = \frac{150}{240} = 0,625.$$

Стержень нагружен на 62,5 %.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Рисунок 1.3

Вопросы и задания:

- 5) Какие твердые тела встречаются в природе?
Как определяются внутренние силовые факторы?
В чем заключается метод сечений?
Сформулируйте закон Гука.
- в Что такое истинная диаграмма растяжения?

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 5

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Линии влияния в статически определимых балках,

Цель: научиться решать задачи на сдвиг и кручение

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при сдвиге и кручении.

Теоретическая часть:

Сдвигом называют такой вид напряженного состояния, когда на гранях элемента действуют только касательные напряжения. При этом на двух взаимно перпендикулярных площадках действуют равные по величине и обратные по знаку касательные напряжения. Этот закон называется законом парности или взаимности касательных напряжений и имеет силу как для одноосного, так и для объемного напряженного состояний. Деформации, возникающие при сдвиге, называют угловыми деформациями или углом сдвига. Опыты показывают, что между напряжениями и деформациями при сдвиге существует линейная зависимость, аналогичная закону Гука при растяжении. Поэтому закон Гука при сдвиге имеет вид $\tau = \gamma G$, где γ - угловая деформация, а G - модуль сдвига.

Следует обратить внимание на то, что модуль продольной упругости, или модуль упругости первого рода E и модуль упругости при сдвиге, или модуль упругости второго рода G для одного и того же материала связан через коэффициент Пуассона μ зависимостью $G = E/[2(1 + \mu)]$. При расчетах на срез обычно принимают, что касательные напряжения распределены равномерно в поперечном сечении стержня и условие прочности на срез имеет вид $\tau = F/S \leq [\tau]$, где F – внешняя поперечная сила.

Допускаемые напряжения $[\tau]$ на сдвиг (срез) составляют некоторую часть от допускаемых напряжений на растяжение. Рассчитывают на срез соединения заклепочные, болтовые, сварные, шпоночные и некоторые другие типы соединений.

При проведении прочностных расчетов на сдвиг (срез) необходимо научиться правильно определять площади среза для односрезных и многосрезных заклепок, а также для углового сварного шва, в котором срез происходит по биссекторной плоскости прямого угла поперечного сечения шва.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Если в поперечном сечении стержня действует крутящий момент M_K , то стержень испытывает кручение. Необходимо, используя метод сечений, научиться строить эпюры крутящих моментов по длине стержня и определять возникающие касательные напряжения, которые определяются из соотношения $\tau = M_K / W_P$, где W_P - полярный момент сопротивления сечения кручению.

В поперечном сечении стержня касательные напряжения распределены неравномерно. Так, для стержня с круглым поперечным сечением касательные напряжения изменяются по линейному закону - от нуля на оси до максимального значения

6. поверхности. Так как сечения, расположенные у оси стержня, нагружены незначительно, то с целью экономии материала при кручении целесообразно использовать пустотелые профили. Крутящий момент в сечении скручиваемого стержня (вала) численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, действующих по одну сторону от сечения.

Вопросы и задания:

1. Что такое сдвиг?
Что такое кручение?
3. Закон Гука при сдвиге .
4. Определение крутящего момента.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 6

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Нахождение усилий по линиям влияния.

Общие сведения,

Цель: научиться решать задачи на сдвиг и кручение

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при сдвиге и кручении.

Теоретическая часть:

Пример Решения Задачи На Тему «Кручение»

С стальному ступенчатому валу, имеющему сплошное круглое сечение, приложены четыре внешних закручивающих момента (T_1 , T_2 , T_3 и T_4), левый конец вала жестко закреплен в опоре, а правый конец – свободен и его торец имеет угловые перемещения относительно левого конца.

Требуется:

6. построить эпюру крутящих моментов;
7. определить диаметры d_1 и d_2 вала из расчета на прочность, при заданном значении $[\tau]$, округлить величину найденных диаметров до ближайшего большего значения из ряда;
- 3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине вала;
- 4) построить эпюру абсолютных углов закручивания φ , приняв $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

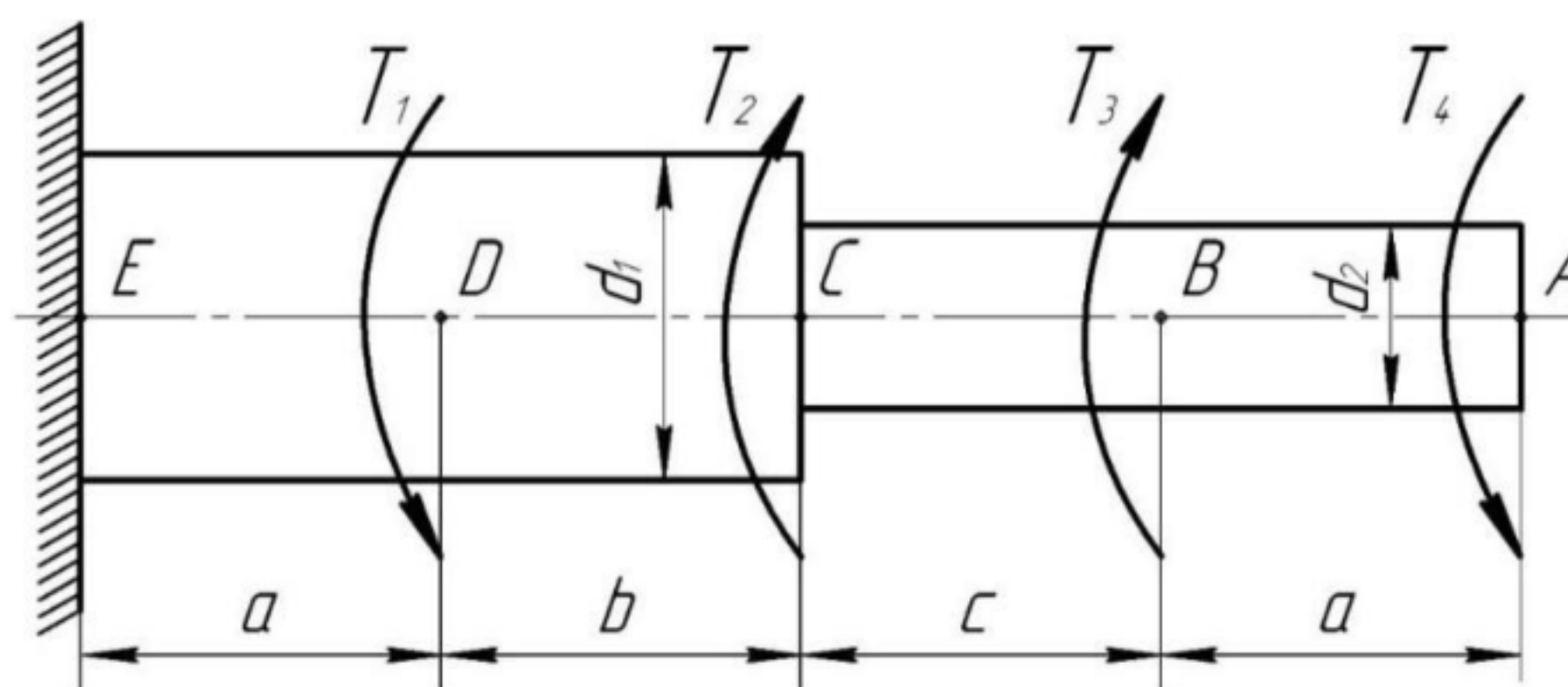


Рисунок 3.1

Исходные данные: $a = b = c \ 1,6 \text{ м}$; $T_1 = 5,7 \text{ кНм}$; $T_2 = 2,7 \text{ кНм}$; $T_3 = 1,7 \text{ кНм}$;

$T_4 = 0,7 \text{ кНм}$; $[\tau] = 45 \text{ МПа}$.

Решение:

1. Определим крутящие моменты (рис. 3.2):

Участок AB:

$$M_{\kappa 1} = T_4 = 0,7 \text{ кНм};$$

Участок BC:

$$M_{\kappa 2} = T_4 - T_3 = 0,7 - 1,7 = -1,0 \text{ кНм};$$

Участок CD:

$$M_{\kappa 3} = T_4 - T_3 - T_2 = 0,7 - 1,7 - 2,7 = -3,7 \text{ кНм};$$

Участок DE:

$$M_{\kappa 4} = T_4 - T_3 - T_2 + T_1 = 0,7 - 1,7 - 2,7 + 5,7 = 2 \text{ кНм}.$$

2. Определим значения диаметров ступеней из условия прочности на опасных участках BC и DC.

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{M_{\kappa 3}}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{3,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 45}} = 74,4 \text{ мм},$$

Принимаем $d_1 = 80 \text{ мм}$.

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{M_{\kappa 2}}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 45}} = 48,1 \text{ мм},$$

Принимаем $d_2 = 50 \text{ мм}$.

3. Для построения эпюр напряжений найдем значения напряжений кручения, действующих на участках.

$$\tau_1 = \frac{M_{\kappa 1}}{W_{p1}} = \frac{0,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50^3} = 28 \text{ МПа},$$

$$\tau_2 = \frac{M_{\kappa 2}}{W_{p1}} = \frac{1,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50^3} = -40 \text{ МПа},$$

$$\tau_3 = \frac{M_3}{W_4} = \frac{5 \cdot 10^6}{\frac{3,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 80^3}} = -36,1 \text{ МПа},$$

$$\tau_4 = \frac{M_{\kappa 4}}{W_{p2}} = \frac{2,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 80^3} = 19 \text{ МПа}.$$

4. Относительные угловые перемещения концов участков.

$$\varphi_{BA} = \frac{M_{\kappa 1} \cdot l_{AB}}{G \cdot J_{p1}} = \frac{0,7 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 50^4} = 0,0224 \text{ рад},$$

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{\kappa 2} \cdot l}{G \cdot J_{p1}} = \frac{-1,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 50^4} = -0,0320 \text{ рад},$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{\kappa 3} \cdot l}{G \cdot J_{p2}} = \frac{-3,7 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 80^4} = -0,0181 \text{ рад},$$

$$\varphi_{DE} = \frac{M_{\kappa 4} \cdot l}{G \cdot J_{p2}} = \frac{2,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 80^4} = 0,0098 \text{ рад}.$$

Абсолютные углы закручивания, относительно жестко заделанного левого конца вала (сечение E).

$$\varphi_{CE} = \varphi_{DE} + \varphi_{CD} = 0,0098 - 0,0181 = -0,0083 \text{ рад},$$

$$\varphi_{BE} = \varphi_{CE} + \varphi_{BC} = -0,0083 - 0,0320 = -0,0403 \text{ рад},$$

$$\varphi_{AE} = \varphi_{BE} + \varphi_{AB} = -0,0403 + 0,0224 = -0,0179 \text{ рад}.$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

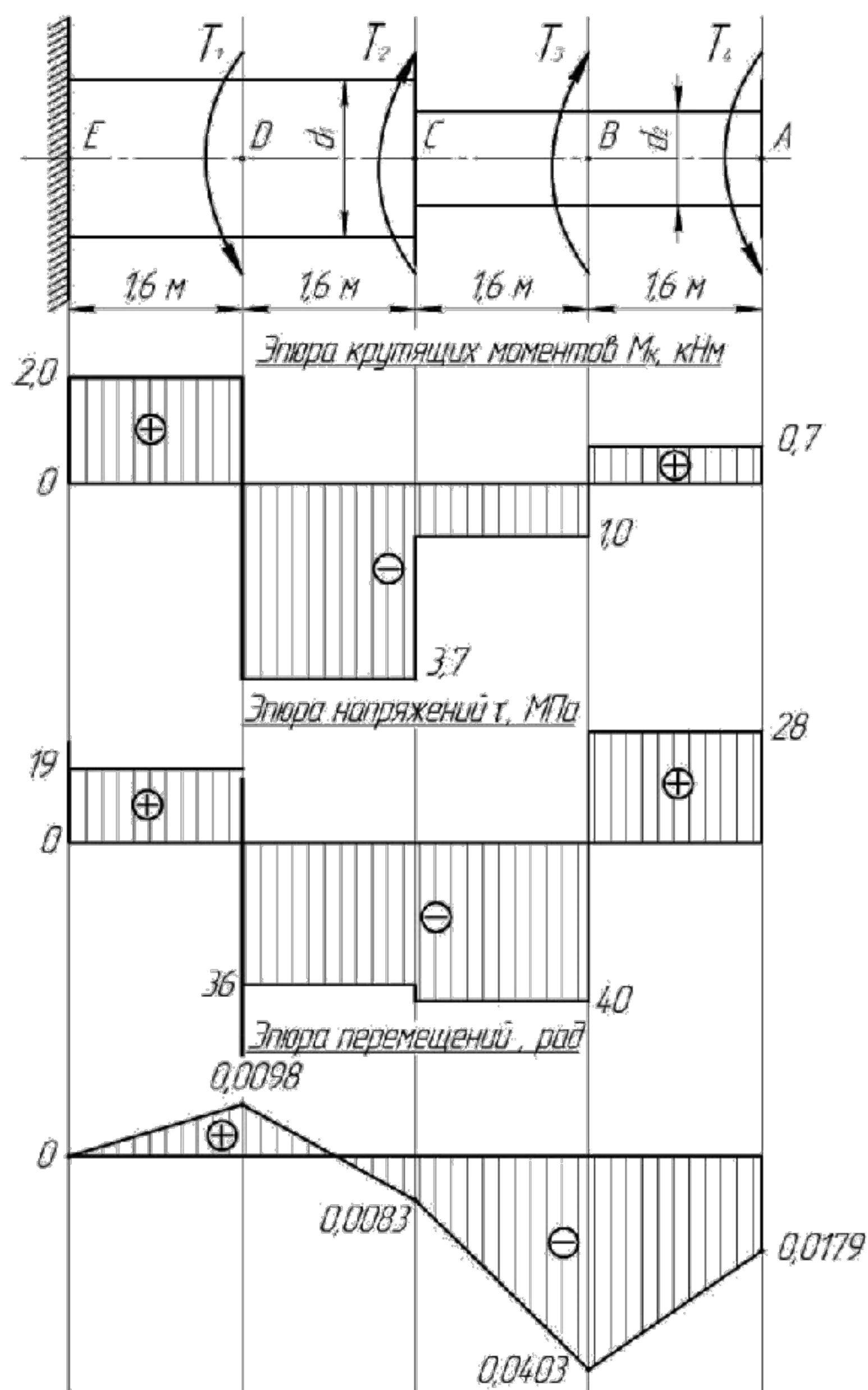


Рисунок 3.2

Вопросы и задания:

1. Что такое сдвиг?
2. Что такое кручение?
3. Закон Гука при сдвиге.
4. Определение крутящего момента.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 7

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Общие сведения,.

Цель: научиться определять геометрические характеристики поперечных сечений

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения Геометрических характеристик поперечного сечения.

Теоретическая часть:

При расчетах на прочность, жесткость и устойчивость используются геометрические характеристики поперечного сечения бруса: *площадь, осевые и полярный моменты инерции, осевые и полярный моменты сопротивления*. Кроме того, при их определении вспомогательную роль играют *статические моменты и центробежные моменты инерции сечения*.

Напомним определения, свойства и методы вычисления перечисленных характеристик (рис. 2.1).

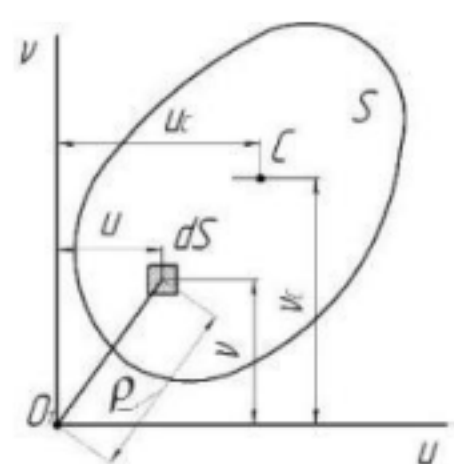


Рисунок 2.1

Площадь сечения . $S = \int_S dS$, где dS – площадь элементарной площадки.

Статический момент площади сечения – сумма произведений площадей элементарных площадок на их расстояния до данной оси, взятая по всей площади сечения. Статический момент сечения измеряется в единицах длины третьей степени (мм^3 , см^3 , м^3).

Статические моменты сечения относительно осей Ou и Ov :

$$S_u = \int_S v dS = S v_c ,$$

$$S_v = \int_S u dS = S u_c .$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

где u_c и v_c – расстояния от центра тяжести сечения соответственно до осей Ov и Ou .

Статический момент сечения может быть как положительным, так и отрицательным. Относительно любой оси, проходящей через центр тяжести сечения, он равен нулю.

Осевой момент инерции сечения – сумма произведений площадей элементарных площадок на квадраты их расстояний до данной оси, взятая по всей площади сечения.

$$J_u = \int_S v^2 dS ;$$

$$J_v = \int_S u^2 dS .$$

Полярный момент инерции – сумма произведений площадей элементарных площадок на квадраты их расстояний до точки (полюса), взятая по всей площади сечения.

$$J_p = \int_S \rho^2 dS .$$

Осевые и полярный моменты инерции – величины существенно положительные. Осевые и полярные моменты инерции сечения измеряются в единицах длины четвертой степени (мм^4 , см^4 , м^4).

Центробежный момент инерции – сумма произведений площадей элементарных площадок на их координаты, взятая по всей площади сечения.

$$J_{uv} = \int_S uv dS .$$

Центробежный момент инерции измеряется в единицах длины четвертой степени (мм^4 , см^4 , м^4), может быть положительным, отрицательным и равным нулю.

Через любую точку, взятую в плоскости сечения, можно провести две взаимно перпендикулярные оси, относительно которых центробежный момент инерции сечения равен нулю. Эти оси называются *главными осями* (иногда их называют *главными осями инерции*). Практический интерес представляют лишь главные оси, проходящие через центр тяжести сечения, они называются *главными центральными осями* (для краткости в дальнейшем будем в большинстве случаев называть их просто *главными осями*).

Осевые моменты инерции относительно главных осей (*главные моменты инерции*) экстремальны – относительно одной из них момент инерции максимален, а относительно другой – минимален. Для расчетов на прочность и жесткость при изгибе, сочетании изгиба с растяжением и в ряде других случаев нужно знать положение главных центральных осей и величины соответствующих моментов инерции.

В случае, если сечение имеет хотя бы одну ось симметрии, то эта ось и ось к ней перпендикулярная, проходящая через центр тяжести сечения, являются главными центральными осями.

При вычислении главных моментов инерции сечений, составленных из простейших геометрических фигур или стандартных прокатных профилей, широко применяются формулы перехода от центральных к параллельным им нецентральных осям (рис. 2.2).

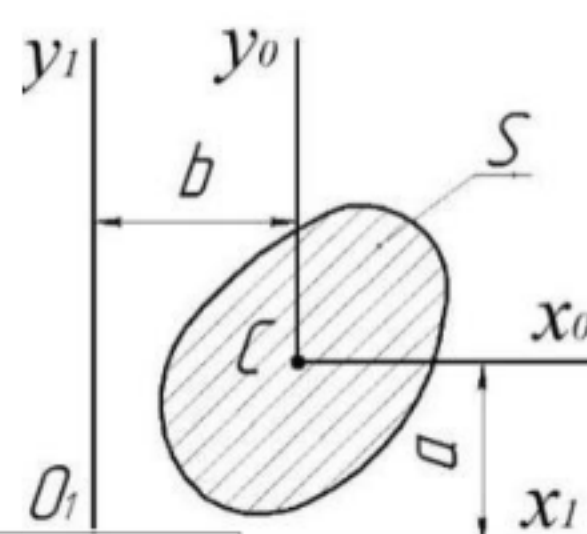


Рисунок 2.2

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Эти формулы имеют следующий вид: для осевого момента инерции

$$J_{x_1} = J_{x_0} + a^2 S;$$

для центробежного момента инерции

$$J_{x_1, y_1} = J_{x_0, y_0} + abS.$$

Координаты a и b должны быть подставлены со своими знаками (a и b — координаты начала новой системы координат в старых осях). В частном случае, если исходные оси Ox_0 и Oy_0 главные, $J_{x_0, y_0} = 0$ тогда имеем:

$$J_{x_1, y_1} = abS.$$

Приведем формулы для вычисления моментов инерции прямоугольника, треугольника, круга и кольца.

А. *Прямоугольник* (рис. 2.3): $J_x = \frac{bh^3}{12}$, где b — сторона, параллельная оси, относительно которой вычисляется момент инерции.

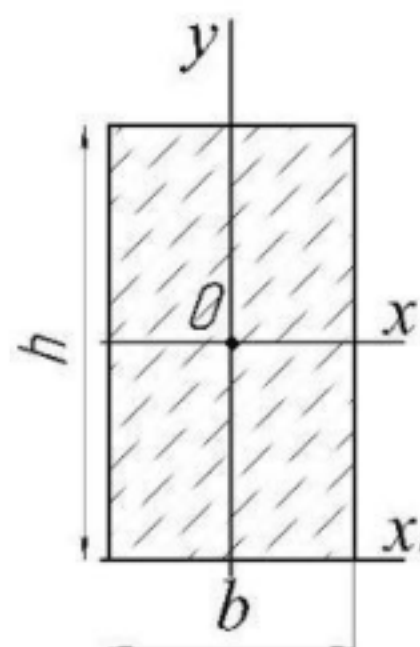


Рисунок 2.3

Для оси, совпадающей с одной из сторон прямоугольника (не главный момент инерции): $J_{x_1} = \frac{bh^3}{3}$.

Б. *Равнобедренный треугольник* (рис. 2.4).

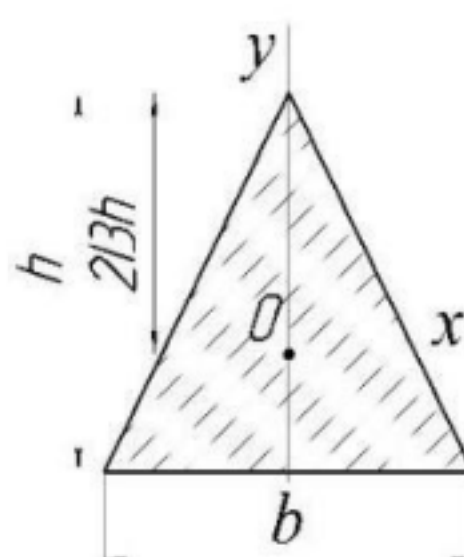


Рисунок 2.4

Главные моменты инерции: $J_x = \frac{bh^3}{36}$; $J_y = \frac{b^3 h}{48}$.

Заметим, что формула J_x дает величину момента инерции любого треугольника относительно его основания, но, если треугольник неравнобедренный,

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{4}$$

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

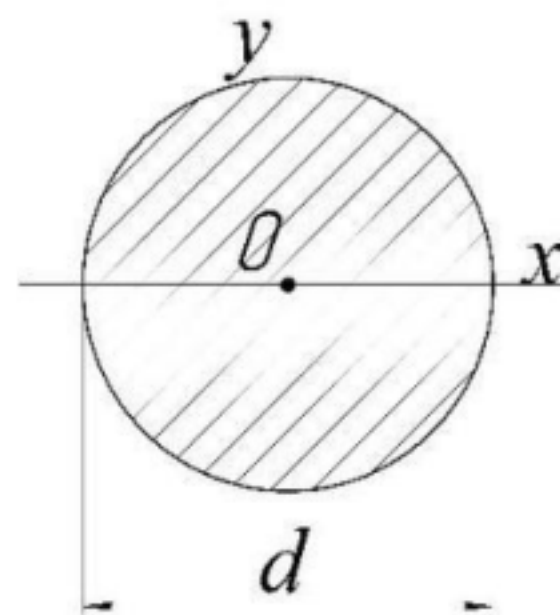


Рисунок 2.5

Г. Кольцо (рис. 2.6): $J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4)$, где: $c = \frac{d_0}{d}$, коэффициент трубы.

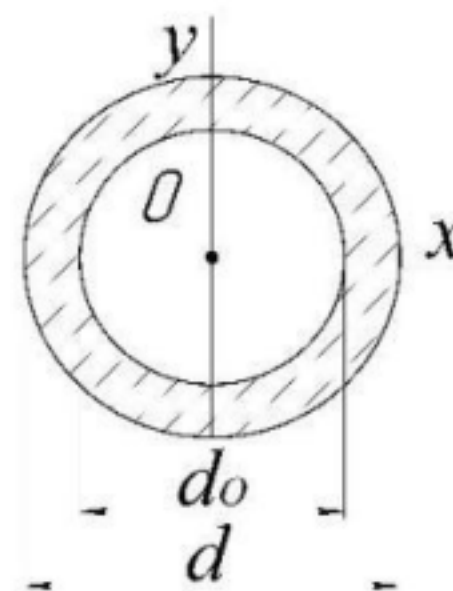


Рисунок 2.6.

Заметим, что для круга и кольца все центральные оси главные и моменты инерции относительно этих осей равны между собой. Этим же свойством обладает любое сечение, у которого два главных центральных момента инерции одинаковы.

При вычислении моментов инерции сложных сечений (составленных из простейших фигур или прокатных профилей) координаты их центра тяжести определяют по формулам:

$$u_c = \frac{S_y}{S} = \frac{\sum S_i u_i}{\sum S_i};$$

$$v_c = \frac{S_x}{S} = \frac{\sum S_i v_i}{\sum S_i},$$

где: $S_i; u_i; v_i$ – соответственно площадь и координаты центра тяжести каждой из составляющих фигур; $S; S_y; S_x$ – площадь и статические моменты всего сечения.

Моменты инерции (осевые и центробежные) сложных сечений относительно данных осей определяют путем суммирования соответствующих моментов инерции составляющих фигур относительно тех же осей.

При этом используются формулы перехода от центральных к параллельным им нецентральному осям.

В тех случаях, когда сечение не имеет ни одной оси симметрии, сначала вычисляют моменты инерции относительно некоторых целесообразно выбранных центральных осей Ox_0 и Oy_0 (исходные оси), затем определяют угол наклона главных осей по отношению к исходным и величины главных моментов инерции.

Связь между моментами инерции относительно исходных осей (Ox_0, Oy_0) и осей, повернутых на угол α (рис. 2.7), имеет вид:

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$J_{x_1} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} + \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \cos 2\alpha - J_{x_0 y_0} \sin 2\alpha;$$

$$J_{x_1 y_1} = J_{x_0 y_0} \cos 2\alpha + \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \sin 2\alpha.$$

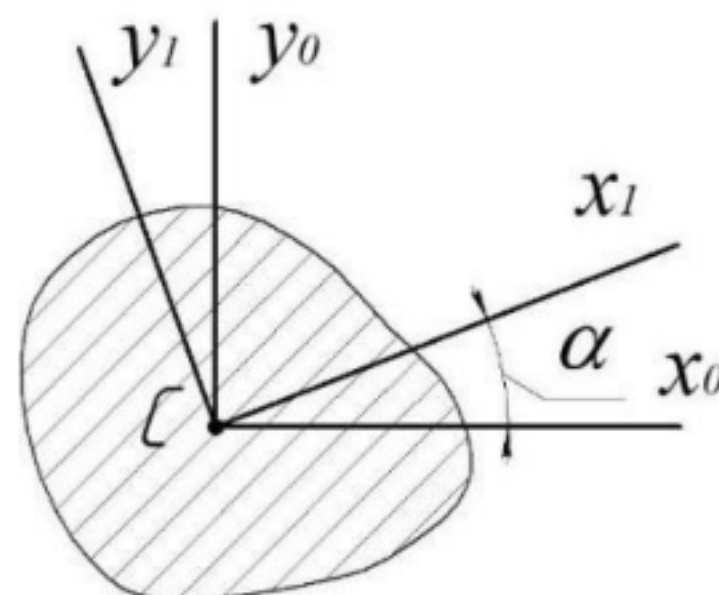


Рисунок 2.7

Угол поворота главных осей по отношению к исходным определяется из зависимости

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = - \frac{2J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}}.$$

Эта формула дает два значения угла α_0 : α'_0 и $\alpha''_0 = \alpha'_0 + 90^\circ$. При $J_{x_0} > J_{y_0}$, угол α'_0 дает положение главной оси, относительно которой момент инерции максимален.

Положительный угол α'_0 следует откладывать от оси x_0 против хода часовой стрелки.

Для определения положения (угла наклона) главных осей можно применять формулы:

$$\operatorname{tg} \alpha_{0x} = \frac{2J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{0y} = \frac{2J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}},$$

где: α_{0x} , и α_{0y} , – углы, образуемые главными осями x и y соответственно с осью x_0 ; J_{x_0} и J_{y_0} – главные моменты инерции.

Главные моменты инерции можно вычислить, подставляя в нее последовательно $\alpha_0 = \alpha'_0$ и $\alpha_0 = \alpha''_0$, но практически удобнее пользоваться формулами, не содержащими тригонометрических функций. Эти формулы имеют вид:

$$J_{x_1} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x_0} - J_{y_0})^2 + 4J_{x_0 y_0}^2};$$

$$J_{y_1} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x_0} - J_{y_0})^2 + 4J_{x_0 y_0}^2}.$$

Вопросы и задания:

1. Определение геометрических характеристик простых сечений?
2. Определение геометрических характеристик сложных сечений?
3. Определение моментов инерции.
4. Что такое сортамент.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 8

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Расчет трехшарнирных арок и рам

Цель: научиться решать задачи на прямой поперечный изгиб

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при изгибе.

Теоретическая часть:

При изгибе стержни подвергаются воздействию поперечной силы или изгибающего момента. Изгиб называется чистым, если действует только изгибающий момент, и поперечным, если действует нагрузка, перпендикулярная оси стержня. Брус (стержень), работающий на изгиб, обычно называют балкой. Балки являются наиболее часто встречающимися элементами сооружений и машин, воспринимающими нагрузки от других элементов конструкций и, передающими их тем частям, которые поддерживают балку (чаще всего опорам).

В строительных сооружениях и машиностроительных конструкциях чаще всего можно встретить следующие случаи крепления балок: консольные - с одним заделанным концом (с жесткой заделкой), двухопорные - с одной шарнирно-неподвижной опорой и с одной шарнирно-подвижной опорой и многоопорные балки. Если опорные реакции могут быть найдены из одних уравнений статики, то балки называют статически определимыми. Если же число неизвестных опорных реакций больше, чем число уравнений статики, то такие балки называют статически неопределимыми. Для определения реакций в таких балках приходится составлять дополнительные уравнения - уравнения перемещений. При плоском поперечном изгибе все внешние нагрузки перпендикулярны к оси балки.

Определение внутренних силовых факторов, действующих в поперечных сечениях балки, следует начинать с определения опорных реакций. После этого используем метод сечений, мысленно рассекаем, балку на две части и рассматриваем равновесие одной части. Взаимодействие частей балки заменяем внутренними факторами: изгибающим моментом и поперечной силой.

Поперечная сила в сечении равна алгебраической сумме проекций всех сил, а изгибающий момент равен алгебраической сумме моментов всех сил, расположенных по одну сторону от сечения. Знаки действующих сил и моментов следует определять в соответствии с принятыми правилами. Необходимо научиться правильно определять

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

равнодействующую силу и изгибающий момент от равномерно распределенной по длине балки нагрузки.

Следует иметь в виду, что при определении напряжений, возникающих при изгибе, принимают следующие допущения: сечения плоские до изгиба остаются плоскими и после изгиба (гипотеза плоских сечений); продольные соседние волокна не давят одно на другое; зависимость между напряжениями и деформациями линейная.

При изучении изгиба следует обратить внимание на неравномерность распределения нормальных напряжений в поперечном сечении балки. Нормальные напряжения изменяются по высоте поперечного сечения пропорционально расстоянию от нейтральной оси. Следует уметь определять напряжения изгиба, которые зависят от величины действующего изгибающего момента $M_{из}$ и момента сопротивления сечения при изгибе $W_{из}$ (осевой момент сопротивления сечения).

Условие прочности при изгибе: $\sigma = M_{из} / W_{из} \leq [\sigma]$. Значение $W_{из}$ зависит от размеров, формы и расположения поперечного сечения относительно оси.

Наличие поперечной силы, действующей на балку, связано с возникновением касательных напряжений в поперечных сечениях, а по закону парности касательных напряжений - и в продольных сечениях. Касательные напряжения определяют по формуле Д. И. Журавского.

Поперечная сила сдвигает рассматриваемое сечение относительно смежного. Изгибающий момент, складывающийся из элементарных нормальных усилий, возникающих в поперечном сечении балки, поворачивает сечение относительно смежного, чем и обусловлено искривление оси балки, т. е. ее изгиб.

Когда балка испытывает чистый изгиб, то по всей длине балки или на отдельном ее участке в каждом сечении действует изгибающий момент постоянной величины, а поперечная сила в любом сечении данного участка равна нулю. При этом в поперечных сечениях балки возникают только нормальные напряжения.

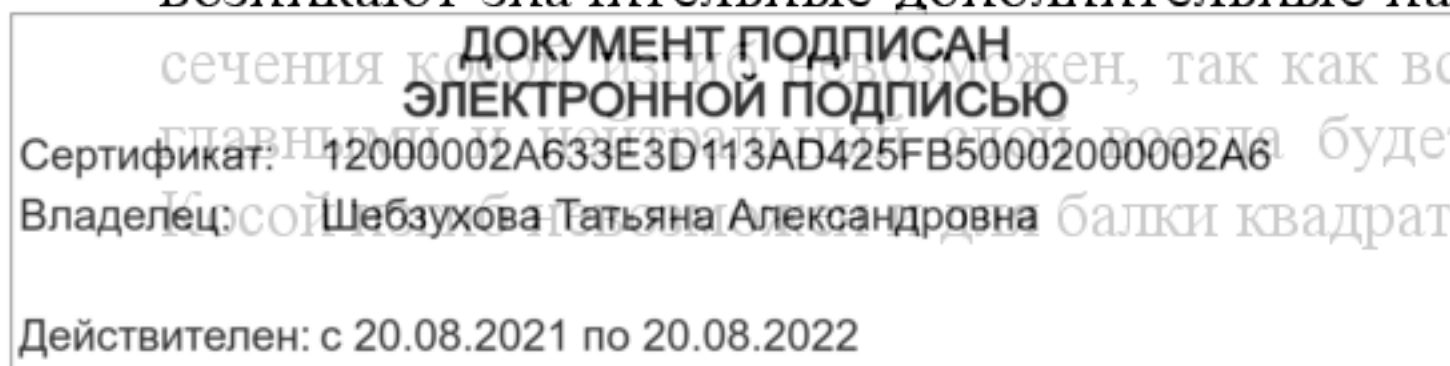
Для того чтобы глубже разобраться в физических явлениях изгиба и в методике решения задач при расчете на прочность и жесткость, необходимо хорошо усвоить геометрические характеристики плоских сечений, а именно: статические моменты сечений, моменты инерции сечений простейшей формы и сложных сечений, определение центра тяжести фигур, главные моменты инерции сечений и главные оси инерции, центробежный момент инерции, изменение моментов инерции при повороте осей, теоремы о переносе осей.

При изучении этого раздела следует научиться правильно строить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил, определять опасные сечения и действующие в них напряжения. Помимо определения напряжений следует научиться определять перемещения (прогибы балки) при изгибе. Для этого используется дифференциальное уравнение изогнутой оси балки (упругой линии), записанное в общем виде.

Для определения прогибов проводится интегрирование уравнения упругой линии. При этом следует правильно определять постоянные интегрирования C и D исходя из условий опирания балки (граничных условий). Зная величины C и D , можно определить угол поворота и прогиб любого сечения балки. Изучение сложного сопротивления обычно начинают с косоугольного изгиба.

Явление косоугольного изгиба особенно опасно для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции; балки с таким сечением хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, но даже при небольших углах наклона плоскости внешних сил к плоскости наибольшей жесткости в балках возникают значительные дополнительные напряжения и деформации. Для балки круглого сечения косоугольный изгиб невозможен, так как все центральные оси такого сечения являются

главными осями инерции, поэтому всегда будет перпендикулярен плоскости внешних сил. Изучение сложного сопротивления балки квадратного сечения.



При определении напряжений в случае внецентренного растяжения или сжатия необходимо знать положение главных центральных осей сечения; именно от этих осей отсчитывают расстояния точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения.

Приложенная эксцентрично сжимающая сила может вызвать в поперечном сечении стержня растягивающие напряжения. В связи с этим внецентренное сжатие является особенно опасным для стержней из хрупких материалов, которые слабо сопротивляются растягивающим усилиям.

В заключение следует изучить случай сложного сопротивления, когда тело испытывает одновременно несколько деформаций: например, изгиб совместно с кручением, растяжение-сжатие совместно с изгибом и т. д. При этом следует иметь в виду, что изгибающие моменты, действующие в различных плоскостях, могут складываться как векторы.

Пример решения задачи на тему «прямой поперечный изгиб»

Для заданной схемы балки (рис. 4.1) требуется написать выражения внутренних поперечных сил Q и изгибающих моментов M_u для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и M_u , найти $M_u^{\max}$ и подобрать стальную двутавровую балку с указанием её номера. Допускаемое напряжение на изгиб принять $[\sigma] = 150$ МПа. Значения моментов сопротивления сечения при изгибе W_x для балок двутаврового сечения (ГОСТ 8239–89).

Исходные данные: $a = 3,2$ м, $b = 4,4$ м, $c = 2,4$ м, $l = 13$ м,
 $M = 10$ кНм, $F = 13$ кН, $q = 16$ кН/м.

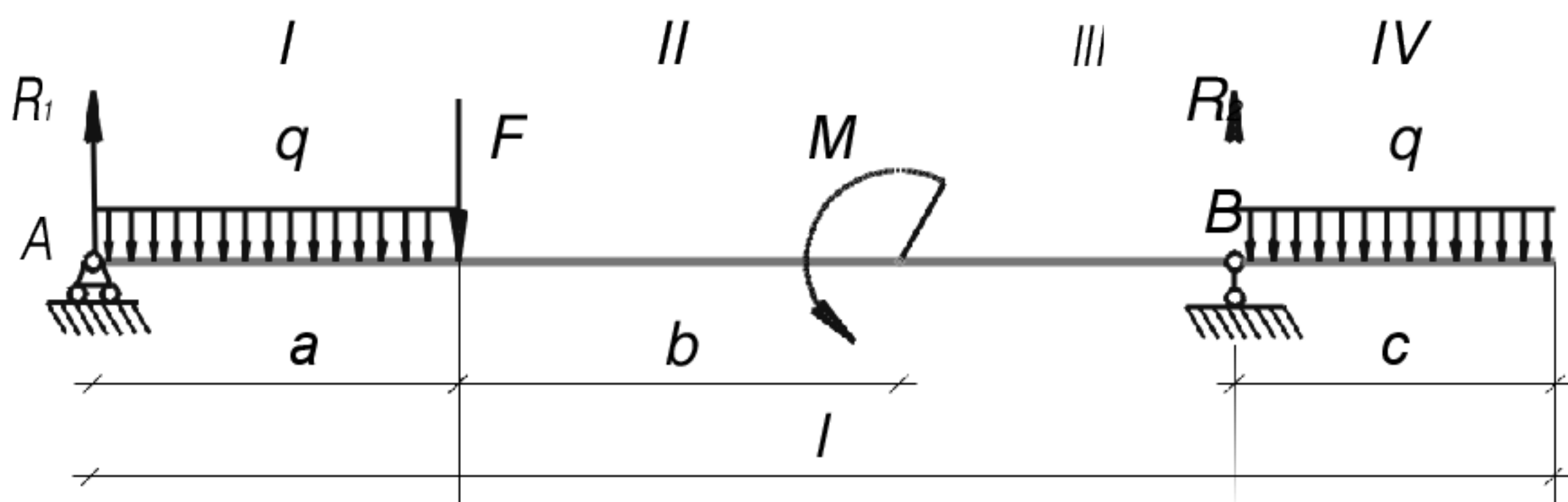


Рисунок 4.1

Решение:

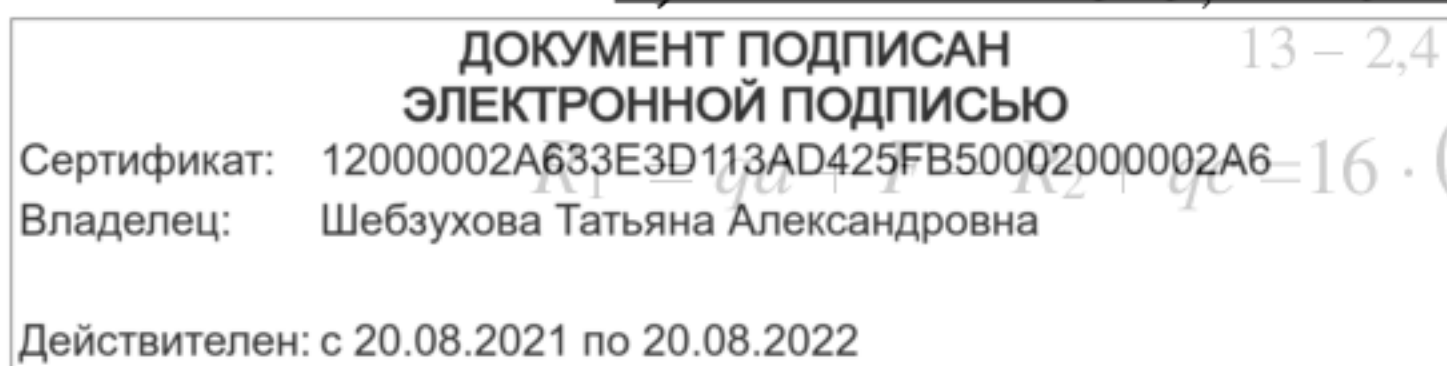
1. Определим опорные реакции R_1 и R_2 :

$$\sum Y_i = 0, R_1 - q \cdot a - F + R_2 - q \cdot c = 0 ;$$

$$\sum m_A (F_i) = 0;$$

$$R_2 = \frac{0,5qa^2 + Fa - M + qc(l - 0,5c)}{l - c} =$$

$$= 0,5 \cdot 16 \cdot 3,2^2 + 13 \cdot 3,2 - 10 + 16 \cdot 2,4(13 - 0,5 \cdot 2,4) = 53,5 \text{ кН.}$$



$$R_1 = q \cdot a + F - R_2 - q \cdot c = 16 \cdot (3,2 + 2,4) + 13 - 53,5 = 49,1 \text{ кН.}$$

Проверка: $\sum m_B (F_i) = 0$,
 $-R_1(l-c) + qa(l-c-0,5a) + F(l-c-a) + M - 0,5qc^2 =$
 $= -49,1(13-2,4) + 16 \cdot 3,2(13-2,4-0,5 \cdot 3,2) + 16(13-2,4-3,2) + 10 - 0,5 \cdot 16 \cdot 2,4^2 = 0$
 Опорные реакции найдены верно.

2. Найдем значения изгибающих моментов M_u и поперечных сил Q на концах участков нагружения методом сечения.

I Участок (рис. 4.2): $0 \leq z_1 \leq a$,

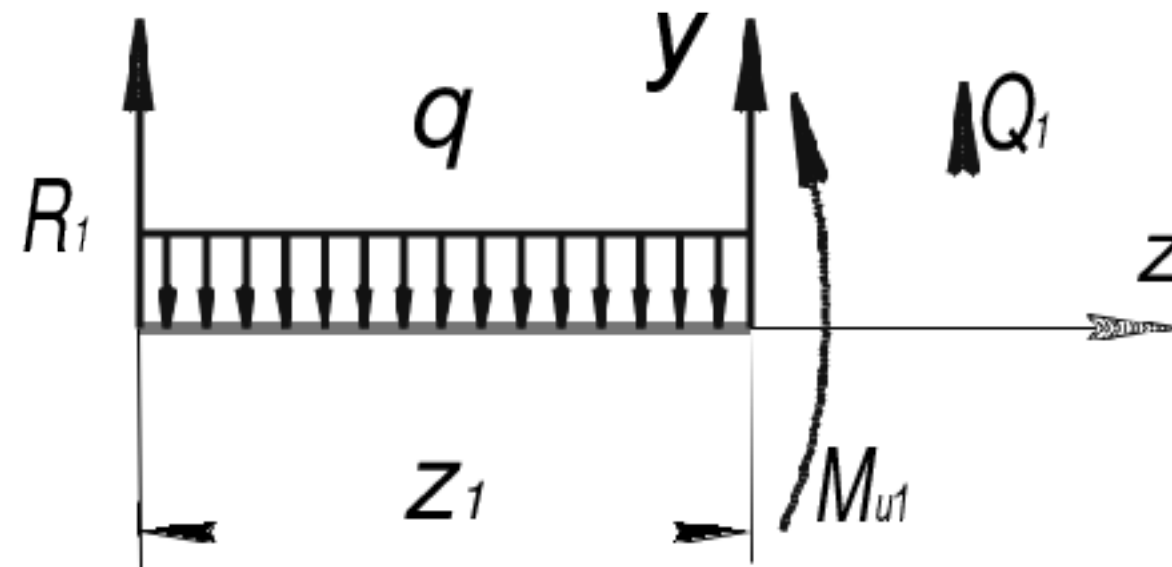


Рисунок 4.2

$$Q_1 = R_1 - qz_1,$$

$$M_{u1} = R_1 z_1 - 0,5 q z_1^2,$$

при $z_1 = 0$, $Q_1 = R_1 = 49,1 \text{ кН}$; $M_{u1} = 0$

при $z_1 = a = 3,2 \text{ м}$, $Q_1 = R_1 - qa = 49,1 - 16 \cdot 3,2 = -2,1 \text{ кН}$;

$M_{u1} = R_1 \cdot a - 0,5 qa^2 = 49,1 \cdot 3,2 - 0,5 \cdot 16 \cdot 3,2^2 = 75,2 \text{ кНм}$.

II Участок (рис. 4.3): $0 \leq z_2 \leq a + b$,

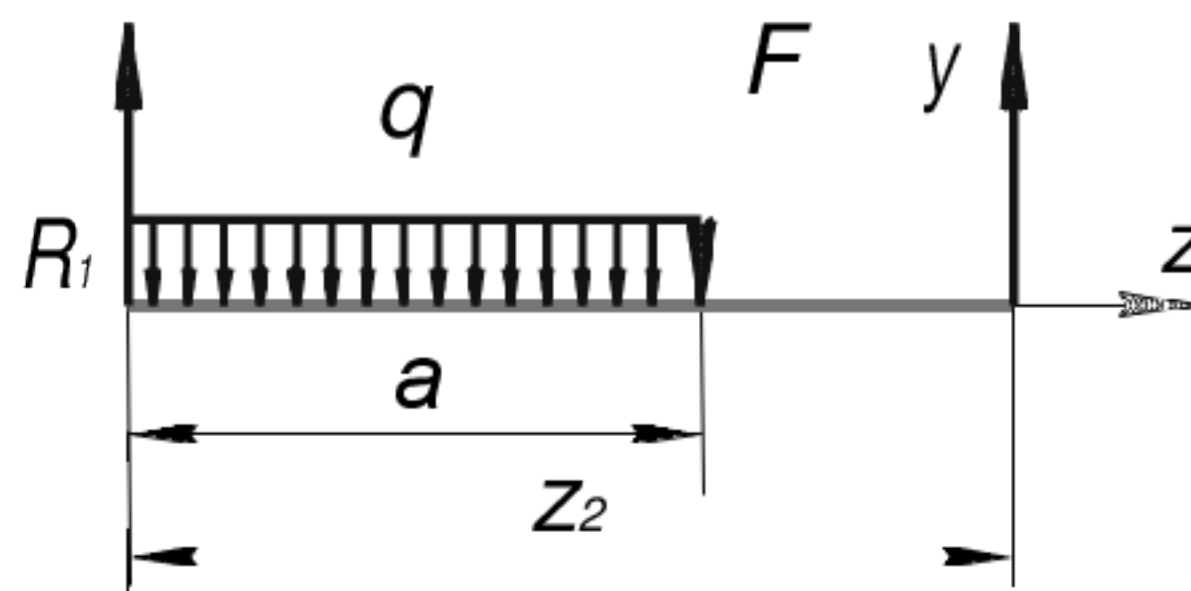


Рисунок 4.3

$$Q_2 = R_1 - qa - F = 49,1 - 16 \cdot 3,2 - 13 = -15,1 \text{ кН};$$

$$M_{u2} = R_1 \cdot z_2 - qa(z_2 - 0,5a) - F(z_2 - a)$$

при $z_2 = 3,2 \text{ м}$,

$$M_{u2} = R_1 \cdot a - qa(a - 0,5a) - F(a - a) = 49,1 \cdot 3,2 - 16 \cdot 3,2(3,2 - 0,5 \cdot 3,2) = 75,2 \text{ кНм},$$

при $z_2 = 7,6 \text{ м}$,

$$M_{u2} = 49,1 \cdot 7,6 - 16 \cdot 3,2(7,6 - 0,5 \cdot 3,2) - 13(7,6 - 3,2) = 8,76 \text{ кНм}.$$

IV Участок (рис. 4.4): $0 \leq z_3 \leq c$

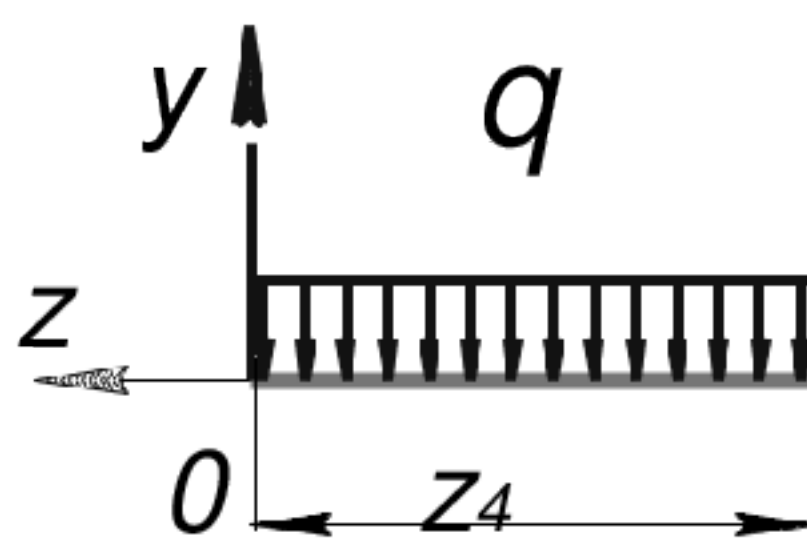


Рисунок 4.4

$$Q_4 = qz_4,$$

$$M_{u4} = -0,5qz_4^2,$$

$$\text{при } z_4 = 0, \quad Q_4 = 0, \quad M_{u4} = 0,$$

$$\text{при } z_4 = 2,4 \text{ м}, \quad Q_4 = 16 \cdot 2,4 = 38,4 \text{ кН};$$

$$M_{u4} = -0,5 \cdot 16 \cdot 2,4^2 = -46,08 \text{ кНм}.$$

III Участок (рис. 4.5) : $c \leq z_3 \leq l - a - b$ ($2,4 \leq z_3 \leq 5,4$)

$$2,4 \leq z_3$$

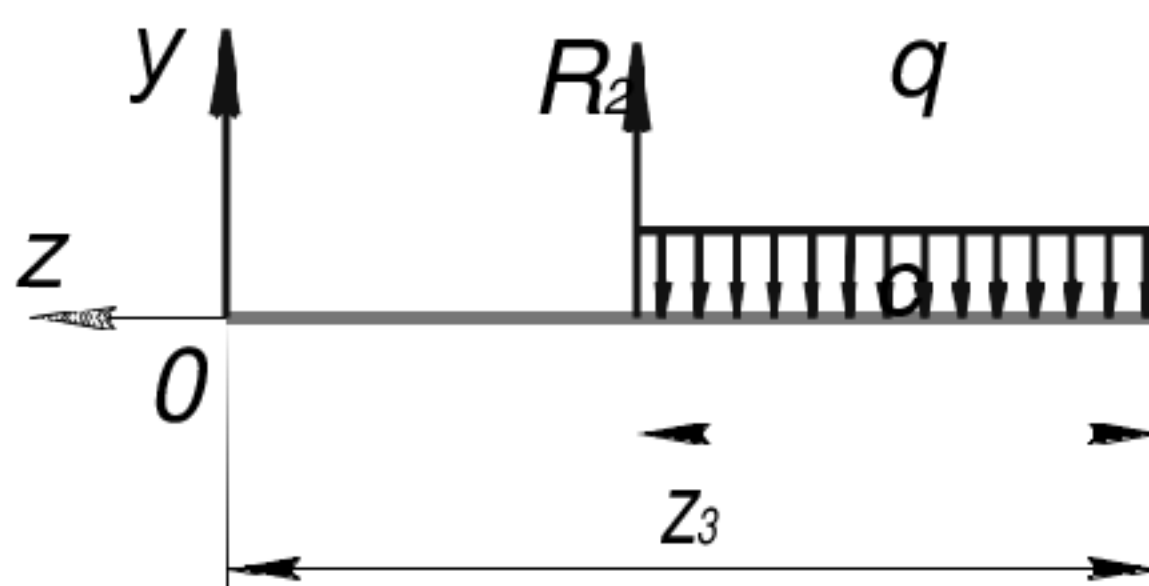


Рисунок 4.5

$$Q_3 = qc - R_2 = 16 \cdot 2,4 - 53,5 = -15,1 \text{ кН},$$

$$M_{u3} = -qc(z_3 - 0,5c) + R_2(z_3 - c).$$

$$\text{при } z_3 = 2,4, \quad M_{u3} = -16 \cdot 2,4(2,4 - 0,5 \cdot 2,4) + 53,5 \cdot 0 = -46,08 \text{ кНм}.$$

$$\text{при } z_3 = 5,4 \text{ м}, \quad M_{u3} = -16 \cdot 2,4(5,4 - 0,5 \cdot 2,4) + 53,5(5,4 - 2,4) = -0,78 \text{ кНм}.$$

Определим координату сечения $z_1^{\max}$, при которой $Q_1 = 0$ и $M_{u1} = \max$.

$$R_1 - qz_1^{\max} = 0$$

$$z_1^{\max} = \frac{R_1}{q} = \frac{49,1}{16} = 3,07 \text{ м}.$$

$$M_{u1}^{\max} = R_1 \cdot z_1^{\max} - 0,5q(z_1^{\max})^2 = 49,1 \cdot 3,07 - 0,5 \cdot 16 \cdot 3,07^2 = 75,3 \text{ кНм}.$$

Из построенных эпюр (рис. 4.6) видно, что опасным является сечение, расположенное на 3,07 м от левого конца балки с $M_{u1}^{\max} = 75,3 \text{ кНм}$.

Определим минимально необходимый момент сопротивления сечения балки при изгибе $W_x^{\min}$, из условия прочности по нормальным напряжениям.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$W_x^{\min} = \frac{M_{u1}^{\max}}{[\sigma]} = \frac{75,3 \cdot 10^6}{150} = 502252 \text{ мм}^3.$$

Назначаем двутавр №33 (ГОСТ 8239-89) с осевым моментом сопротивления сечения $W_x = 597 \text{ см}^3$.

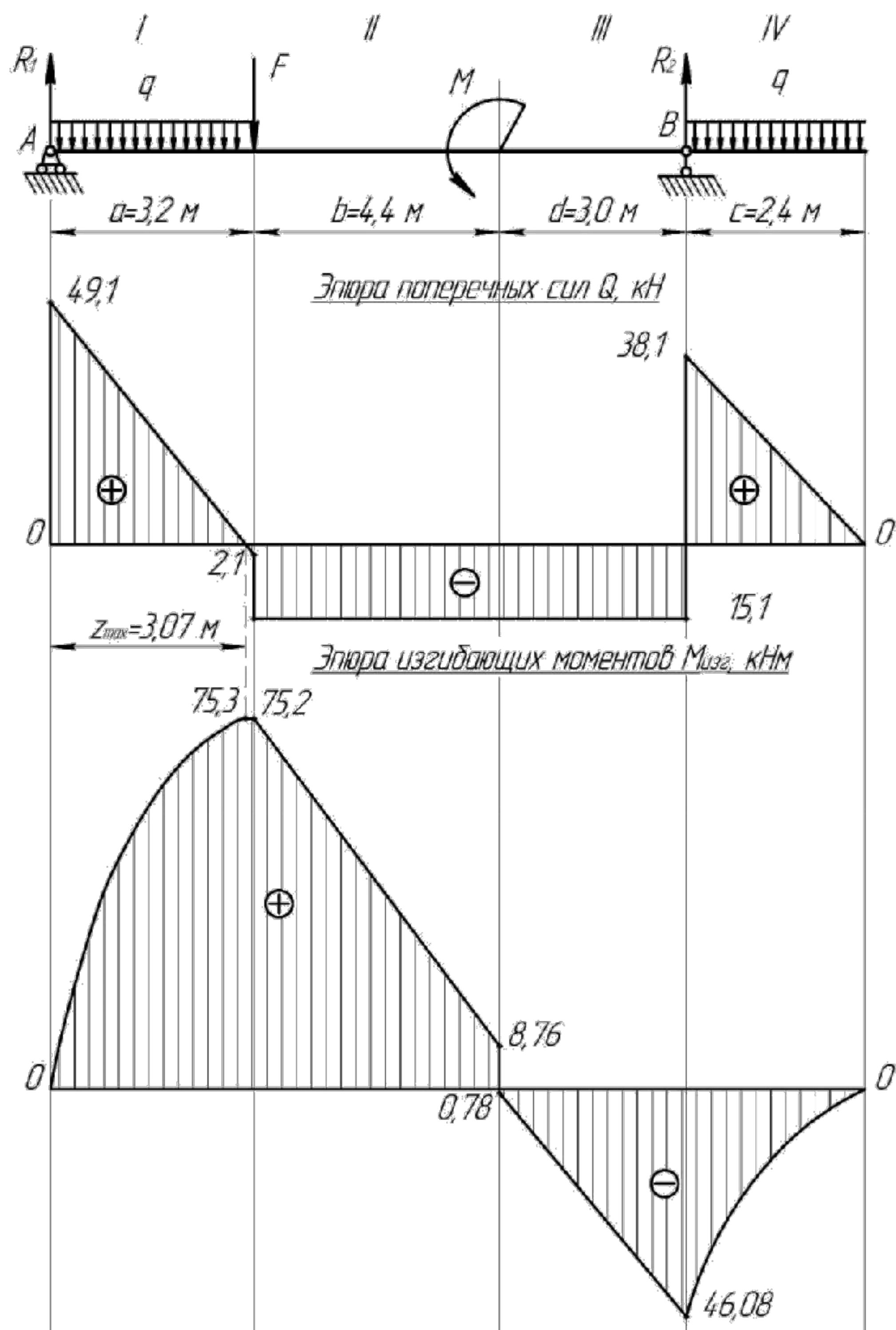


Рисунок 4.6

Вопросы и задания:

1. Что такое изгиб?
2. Построение эпюр при изгибе.
3. Внутренние силовые факторы .
4. Определение изгибающего момента.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 9

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Расчет трехшарнирных арок на подвижную нагрузку,

Цель: научиться решать задачи на изгиб с кручением

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при изгибе с кручением.

Теоретическая часть:

Для решения задач необходимо усвоить тему «Гипотезы прочности и их применение», так как в них рассматривается совместное действие изгиба и кручения и расчет производится с применением гипотез прочности.

Условие прочности в этом случае имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma],$$

где: $M_{\text{экв}}$ - так называемый эквивалентный момент.

При гипотезе наибольших касательных напряжений (иначе - третья гипотеза):

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_u^2 + M_k^2}.$$

При гипотезе потенциальной энергии формоизменения (иначе - пятая гипотеза):

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_u^2 + 0,75M_k^2}.$$

В обеих формулах M_k и M_u - соответственно крутящий и суммарный изгибающий моменты в рассматриваемом сечении вала. Числовое значение суммарного изгибающего момента равно геометрической сумме изгибающих моментов, возникающих в данном сечении от вертикально и горизонтально действующих внешних сил, т.е.:

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Последовательность решения задачи:

1. Привести действующие на вал нагрузки к его оси, освободить вал от опор, заменив их действие реакциями в вертикальной и горизонтальной плоскостях.
2. По заданной мощности P и угловой скорости ω определить вращающие моменты, действующие на вал.
3. Вычислить нагрузки F_1, F_{r1}, F_2, F_{r2} , приложенные к валу.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

4. Составить уравнения равновесия всех сил, действующих на вал, отдельно в вертикальной плоскости и отдельно в горизонтальной плоскости и определить реакции опор в обеих плоскостях
5. Построить эпюру крутящих моментов,
6. Построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях (эпюры M_x и M_y).
7. Определить наибольшее значение эквивалентного момента:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

или

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}$$

8. Считая, что $\sigma_{\text{экв}} = [\sigma]$, определить требуемый осевой момент сопротивления:

$$W_x = M_{\text{экв}} / [\sigma].$$

Учитывая, что для сплошного круглого сечения:

$$W_u = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3,$$

определяем d по следующей формуле:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{экв}}}{\pi [\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1 [\sigma]}}.$$

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ НА ТЕМУ «ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ»

Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами (рис. 5.1, а), передающего мощность $P = 15 \text{ кВт}$ при угловой скорости $\omega = 30 \text{ рад/с}$, определить диаметр вала по двум вариантам: а) используя третью гипотезу прочности; б) используя пятую гипотезу прочности. Принять: $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$; $F_{r1} = 0,4 F_1$; $F_{r2} = 0,4 F_2$.

Решение:

1. Составляем расчетную схему вала, приводя действующие на вал нагрузки к оси (рис. 5.1, б). При равномерном вращении вала $M_1 = M_2$, где M_1 и M_2 - скручивающие пары, которые добавляются при переносе сил F_1 и F_2 на ось вала.

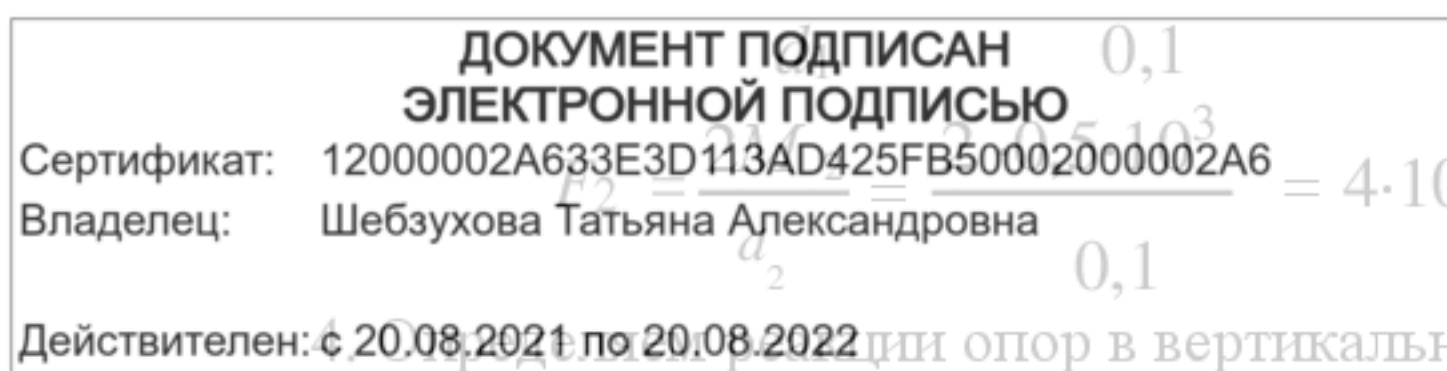
2. Определяем вращающий момент, действующий на вал:

$$M_1 = M_2 = \frac{P}{\omega} = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 0,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. Вычислим нагрузки, приложенные к валу:

$$F_1 = \frac{2 M_1}{r_1} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН}; \quad F_{r1} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ кН};$$

$$F_2 = \frac{2 M_2}{r_2} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН}; \quad F_{r2} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ кН}.$$



4. Составляем уравнения равновесия сил и моментов относительно опор в вертикальной плоскости (рис. 5.1, б):

$$\sum M_A = F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD - R_B \cdot AB = 0 ;$$

$$R_{By} = \frac{F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD}{AB} = \frac{4 \cdot 0,05 + 1,6 \cdot 0,25}{0,3} = 2 \text{ кН} ;$$

$$\sum M_B = R_{Ay} \cdot AB - F_{r1} \cdot BC - F_{r2} \cdot DB = 0 ;$$

$$R_{Ay} = \frac{F_{r1} \cdot BC + F_{r2} \cdot DB}{AB} = \frac{4 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,05}{0,3} = 3,6 \text{ кН} ;$$

$$\sum Y = R_{Ay} - F_{r1} - F_{r2} + R_{By} = 2 - 4 - 1,6 + 3,6 = 0 .$$

$\sum Y = 0$, следовательно, R_{Ay} , и R_{By} найдены правильно.

Определяем реакции опор в горизонтальной плоскости (рис. 5.1, б):

$$\sum M_A = \frac{F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD}{AB \cdot 0,3} = \frac{10 \cdot 0,05 - 4 \cdot 0,25}{0,3} = -1,66 \text{ кН} .$$

Знак минус указывает, на то, что истинное направление реакции противоположно выбранному:

$$\sum M_B = R_{Ax} \cdot AB - F_1 \cdot CB + F_2 \cdot DB = 0$$

$\sum X = 0$, следовательно, R_{Ax} и R_{Bx} найдены верно.

5. Строим эпюру крутящих моментов M_z (рис. 5.1, в).

6. Определяем в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости и M_y в горизонтальной плоскости и строим эпюры (рис. 5.1, г, д):

$$M_{Cx} = R_{Ay} \cdot AC = 3,6 \cdot 0,05 = 0,18 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{Dx} = R_{Ay} \cdot AD - F_{r1} \cdot CD = 3,6 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,2 = 0,1 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{Cy} = R_{Ax} \cdot AC = 7,66 \cdot 0,05 = 0,383 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{Dy} = R_{Ax} \cdot AD - F_1 \cdot CD = 7,66 \cdot 0,25 - 10 \cdot 0,2 = -0,085 \text{ кН} \cdot \text{м} .$$

7. Вычисляем наибольшее значение эквивалентного момента по заданным гипотезам прочности. Так как в данном примере значение суммарного изгибающего момента в сечении C больше, чем в сечении D ,

$$M_{uC} = \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2} = 0,423 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{uD} = \sqrt{M_{Dx}^2 + M_{Dy}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,085^2} = 0,13 \text{ кН} \cdot \text{м} ,$$

то сечение C и является опасным. Определяем эквивалентный момент в сечении C .

Вариант а):

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022		$M_{uC} = \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2 + M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,5^2} = \sqrt{0,429} = 0,655 \text{ кН} \cdot \text{м} .$
		$M_{uD} = \sqrt{M_{Dx}^2 + M_{Dy}^2 + 0,75M_z^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,383^2 + 0,75 \cdot 0,5^2} = \sqrt{0,366} = 0,605 \text{ кН} \cdot \text{м} .$

8. Определяем требуемые размеры вала по вариантам а и б. По варианту а

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{экв.III}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,655 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 34,5 \text{ мм}.$$

По варианту б

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{экв.V}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,605 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 33,6 \text{ мм}$$

Принимаем $d_{вала} = 34 \text{ мм}.$

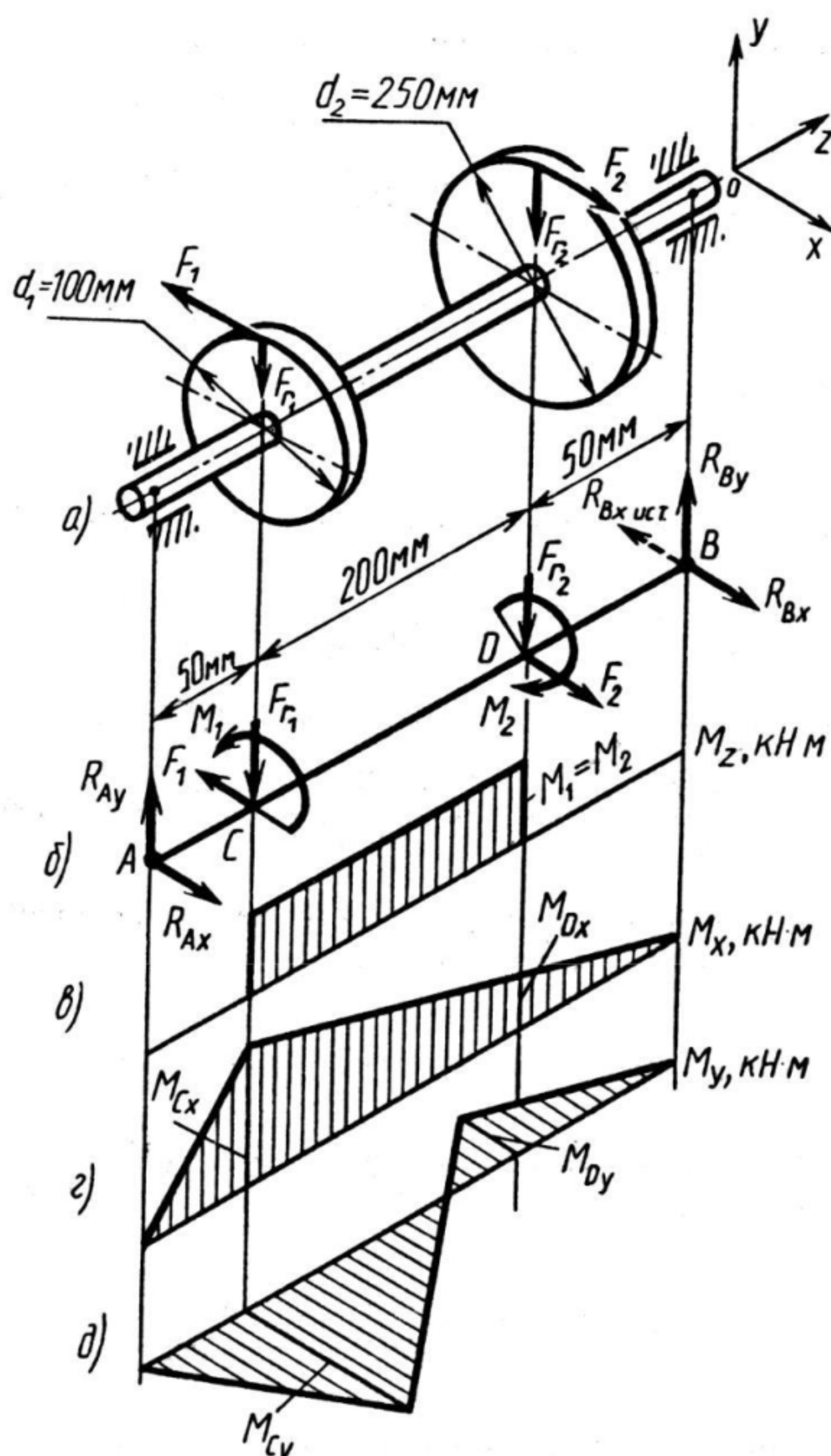


Рисунок 5.1

3. Внутренние силовые факторы .
4. Определение изгибающего момента при изгибе с кручением.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 10

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Классификация ферм, Аналитические методы расчета ферм.

Цель: дать студенту понятие о центре параллельных сил.

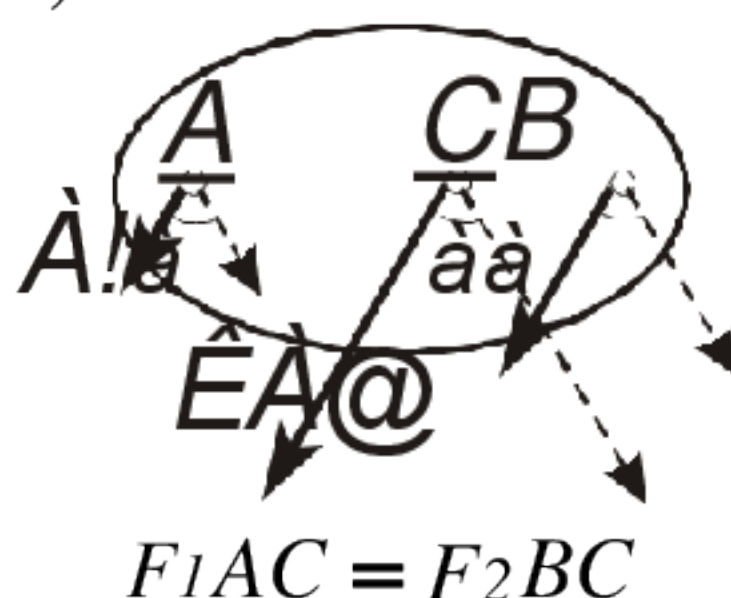
Знать: условий равновесия плоской и пространственной систем сил,

Уметь: приводить систему сил к простейшему виду, составлять и решать уравнения равновесия;

Актуальность темы объясняется нахождением центра параллельных сил, тем самым упрощается расчетная схема.

Теоретическая часть:

Система двух параллельных и одинаково направленных сил $A!$ и $A@$ имеют равнодействующую $K=A!+A@$, линия действия которой проходит через точку C , определяемую соотношением (1.5):



Очевидно, что если повернуть силы $A!$ и $A@$ на один и тот же угол α в одну и ту же сторону, то на этот же угол повернется и их равнодействующая, причем ее линия действия будет проходить через ту же точку C , так как в определяющее положение точки C выражение (1.5) входят только модули сил F_1 и F_2 .

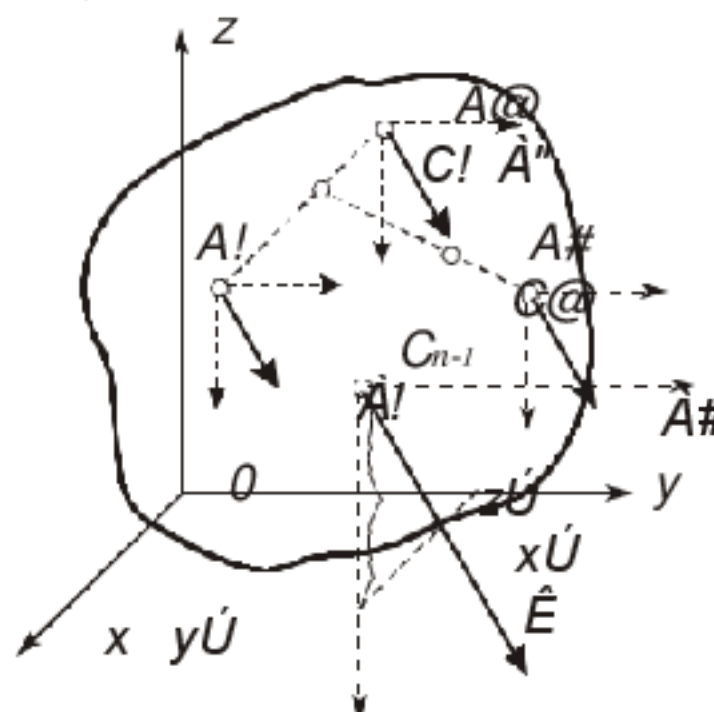


Рис. 1.37 Определение положения центра параллельных сил

Рассмотрим теперь систему параллельных и одинаково направленных сил ($A!$, $A@$, $A\#$, ..., $A\%$), приложенных в точках $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, ..., $A_n(x_n, y_n, z_n)$ твердого тела (рис.1.34). Эта система сил имеет равнодействующую $K=CA\$,$ а ее линия действия проходит через точку C_{n-1} , положение которой найдем, определяя последовательно положения точек $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}$ с помощью выражений

$$\left(\sum_{m=1}^k F_m \right) \cdot A_k C_k = F_{k+1} \cdot A_{k+1} C_k, \text{ записанных для } k=1,2,3, \dots, n-1 \quad (1.18)$$

Так как в равенства (1.18) входят только модули рассматриваемых сил, положение точки C_{n-1} относительно точек $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ не изменится при любых одинаковых изменениях ориентации сил системы.

Определение: точка, через которую проходит линия действия равнодействующей системы параллельных сил при любых поворотах этих сил на один и тот же угол в одну и ту же сторону, называется центром параллельных сил.

Найдем координаты этого центра в произвольной декартовой системе координат. Воспользуемся тем, что его положение не зависит от направления сил и направим все силы системы параллельно оси z (рис. 1.34). Тогда по теореме Вариньона

$$M_y(\vec{R}) = \sum M_y(\vec{F}_k) \quad M_y(\vec{R}) = R x_{C_{n-1}}, \quad \sum F_k x_k$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n, \text{ получаем } x_{C_{n-1}} = \frac{\sum F_k x_k}{R}.$$

Применяя теорему Вариньона относительно оси x и относительно оси z (в последнем случае направив все силы параллельно оси y) получаем аналогичные формулы для

$$y_{C_{n-1}} \text{ и } z_{C_{n-1}}:$$

$$x_{C_{n-1}} = \frac{\sum F_k x_k}{R}, \quad y_{C_{n-1}} = \frac{\sum F_k y_k}{R}, \quad z_{C_{n-1}} = \frac{\sum F_k z_k}{R}. \quad (1.19)$$

Полученные формулы используем для определения положения центров тяжести тел, находящихся в однородном гравитационном поле земного тяготения. Действительно, силы тяжести отдельных частиц тела, размеры которого малы по сравнению с радиусом Земли, образуют систему параллельных сил, аналогичную рассмотренной выше. Назовем равнодействующую сил тяжести отдельных частиц тела весом этого тела и будем обозначать его буквой P . Центром тяжести будем называть центр параллельных сил

тяжести P_k отдельных частиц тела и обозначать его буквой P . В новых обозначениях формулы (1.19) переписутся в виде:

$$x_P = \frac{\sum P_k x_k}{P}, \quad y_P = \frac{\sum P_k y_k}{P}, \quad z_P = \frac{\sum P_k z_k}{P} \quad (1.20)$$

Для однородных тел вес P_k отдельных частиц тела пропорционален объемам этих частиц: $P_k = \gamma V_k$, а вес тела пропорционален объему тела $P = \gamma V$ (γ — вес единицы объема).

Подставляя данные выражения в (1.20), после сокращения на γ , получаем формулы для определения центра тяжести объема:

$$x_P = \frac{\sum V_k x_k}{V}, \quad y_P = \frac{\sum V_k y_k}{V}, \quad z_P = \frac{\sum V_k z_k}{V} \quad (1.21)$$

Для однородных плоских пластин и изделий из однородных линейных элементов (например из однородной проволоки постоянного сечения), вводя вес единицы площади и вес единицы длины соответственно, получаем формулы для определения центра

$$x_P = \frac{\sum S_k x_k}{S}, \quad y_P = \frac{\sum S_k y_k}{S}, \quad z_P = \frac{\sum S_k z_k}{S},$$

(1.22)

где S - площадь всей пластины, s_k - площади ее частей.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$x_P = \frac{\sum l_k x_k}{L}, \quad y_P = \frac{\sum l_k y_k}{L}, \quad z_P = \frac{\sum l_k z_k}{L}, \quad (1.23)$$

где L - длина всей линии, l_k - длина ее частей.

Вопросы и задания:

1. Определение центра параллельных сил.
2. Определение координат центра параллельных сил.
3. Определение центра параллельных сил с помощью теоремы Вариньона..

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 11

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Метод двух или нескольких сечений

Цель: дать студенту понятия о коэффициенте трения и его определении.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

общие теоремы динамики

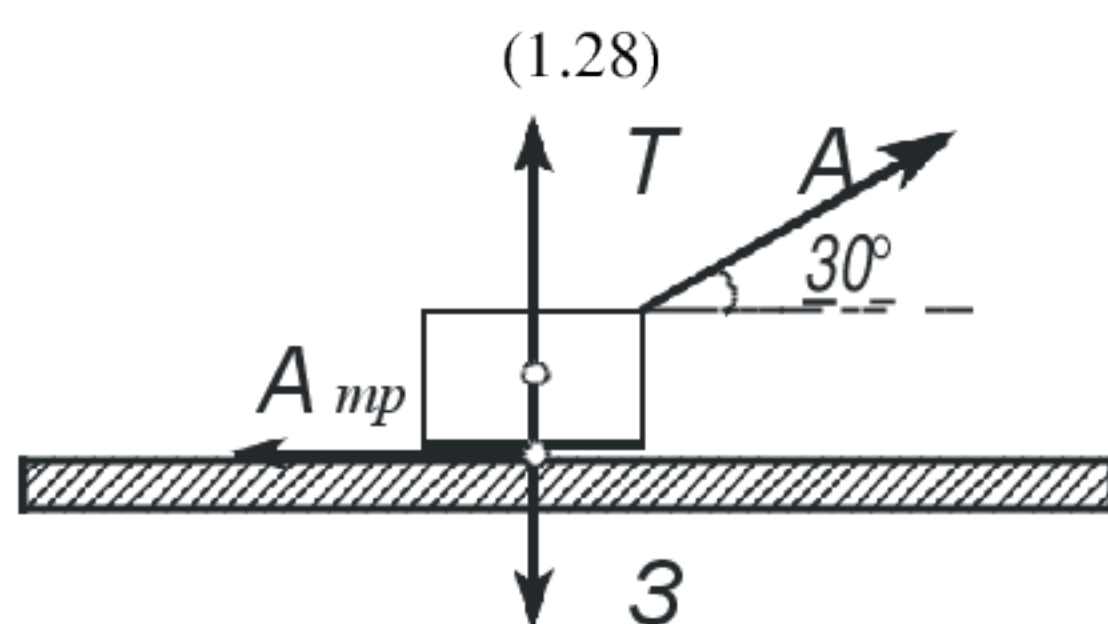
Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением коэффициента трения различных материалов и сплавов.

Теоретическая часть:

Сила трения скольжения. Как показывает опыт, при стремлении двигать одно тело по поверхности другого в плоскости соприкосновения этих тел возникает сила трения, которая может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения, определяемого законом Кулона $F_{тр} = fN$, где f - безразмерный коэффициент трения скольжения, N - нормальная реакция. Коэффициент трения скольжения определяется опытным путем и зависит от материала соприкасающихся тел и состояния их поверхностей (характер обработки, смазки, температуры и т.п.). опыты показывают, что сила трения скольжения в широких пределах не зависит от размеров трущихся поверхностей тел. Так для того, чтобы сдвинуть обычный кирпич, нужно приложить одинаковую силу независимо от того лежит ли он плашмя или на ребре. При решении задач с учетом сил трения скольжения необходимо четко различать обычное и предельное равновесие тела. В первом случае величина силы трения неизвестна и должна определяться из решения соответствующих уравнений равновесия. Если же в задаче речь идет о предельном равновесии, то сила трения определяется законом Кулона:

$$F_{тр} = fN$$



Простейший пример: пусть на тело, находящееся в равновесии на горизонтальной шероховатой поверхности, действует сила $F=10$ Н. Определить, чему равна сила трения скольжения.

Решение: в данном случае тело заведомо находится в равновесии и сила трения определится из уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = F \cos \alpha - F_{тр} = 0, \quad \text{откуда} \quad F_{тр} = F \cos 30^\circ = 8,66 \text{ Н.}$$

Изменим теперь условие задачи: определим минимальную силу F , способную сдвинуть тело с места, если его вес P равен 10 Н, а коэффициент трения скольжения $f=0,1$.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Решение: так как речь идет о предельном состоянии равновесия,

$$F_{\text{тр}} = fN, \quad N = P, \quad F_{\text{тр}} = fP = 1H, \quad \sum F_{kx} = F \cos 30^\circ - Pf = 0, \\ F = fP / \cos 30^\circ = 1,15H.$$

Как известно полную реакцию шероховатой поверхности принято представлять суммой двух составляющих: нормальной реакции T и силы трения $A_{\text{тр}}$ (рис. 1.38)

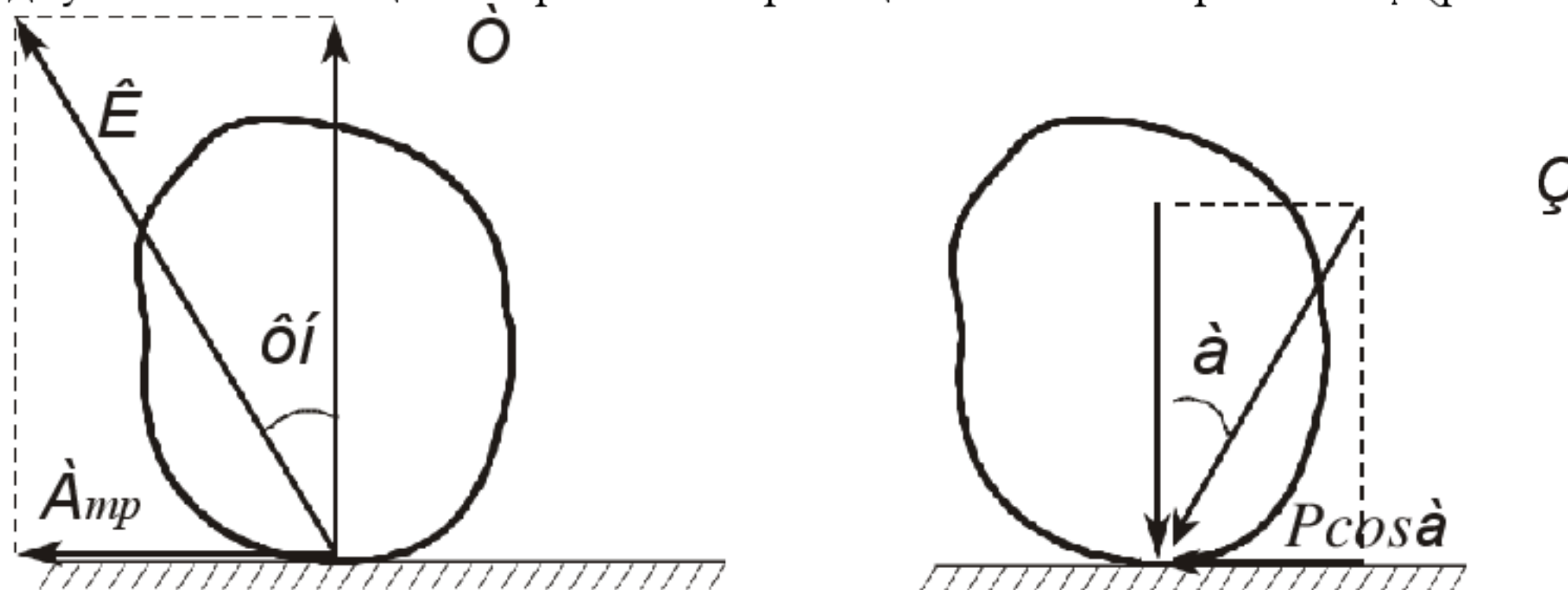
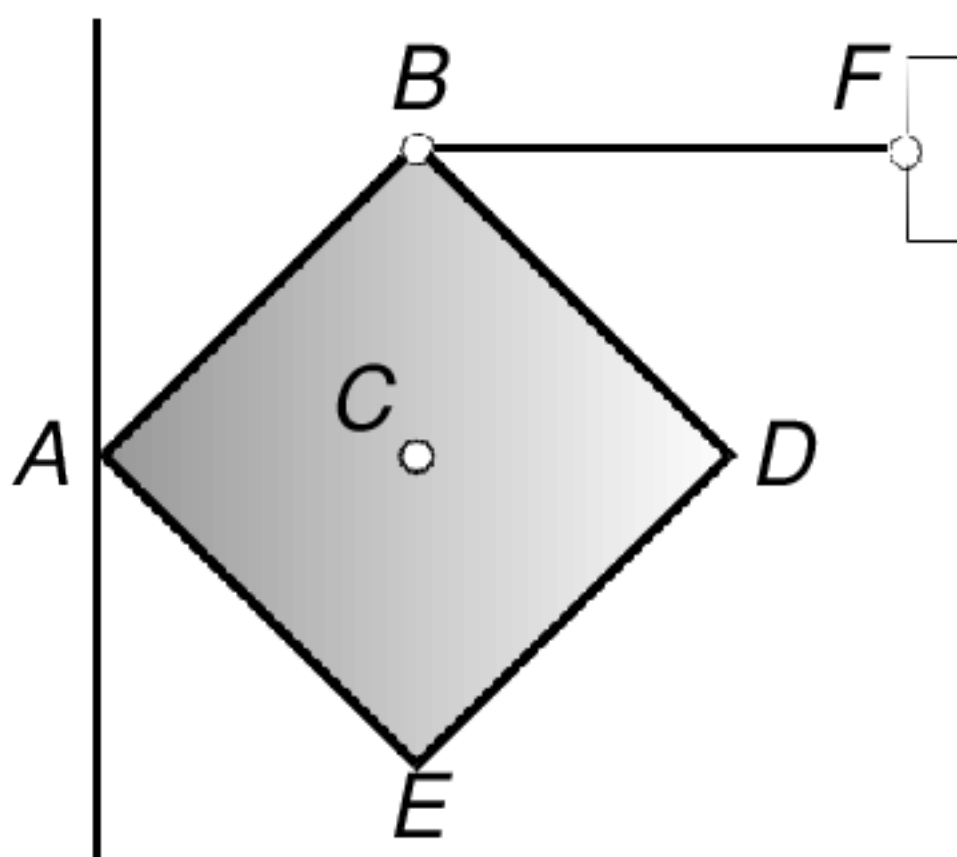


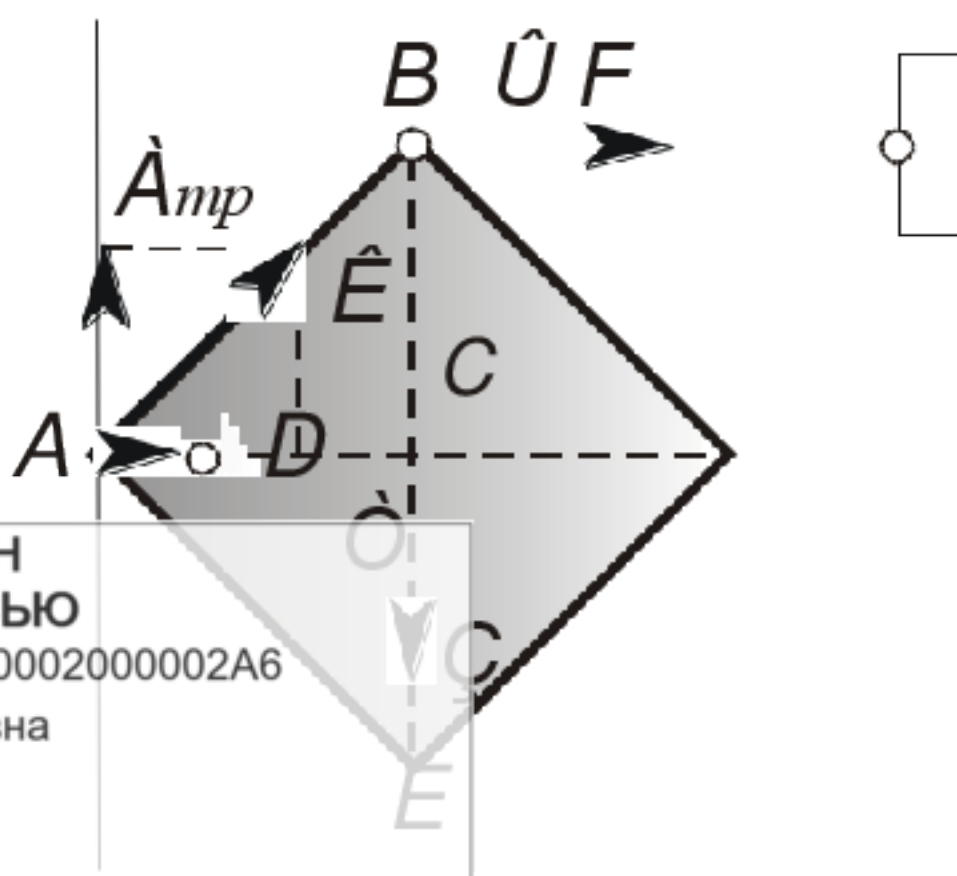
Рис. 1.38. Реакция шероховатой поверхности

Следовательно, полная реакция K будет отклонена от нормали к поверхности на некоторый угол. При изменении силы трения от нуля до ее предельного значения, сила K изменяется от T до своего максимального значения, а ее угол с нормалью растет от нуля до некоторого предельного значения ϕ_n , называемого углом трения. Из рисунка видно, что $\tan \phi_n = F_{\text{тр}} / N$, тогда с учетом того, что $F_{\text{тр}} = fN$, получаем $\tan \phi_n = f$.

Если к телу приложить силу Z под углом α к нормали (рис. 1.34), то тело сдвинется только тогда, когда сдвигающее усилие $P \cos \alpha$ будет больше $F_{\text{тр}} = fN$. Это означает, что никакой силой, образующей с нормалью угол $\alpha < \phi_n$, тело вдоль данной поверхности сдвинуть нельзя.



Пример 1. Каков должен быть минимальный коэффициент трения скольжения f в месте контакта однородной квадратной пластины весом P с вертикальной стенкой, если пластина в заданном положении находится в равновесии. Весом стержня BF пренебречь.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Решение. Так как линия действия полной реакции K вертикальной стенки при равновесии пластины должна пройти через точку B (на основании теоремы о трех силах), то $F_{тр} = N$ или, поскольку речь в условии задачи идет о предельном равновесии, $F_{тр} = fN$, $fN = N$, $f = 1$. Тот же результат можно получить и из уравнения равновесия пластины:

$$\sum M_B(\vec{F}_k) = N \cdot BC - F_{тр} \cdot AC = 0, F_{тр} = N, fN = N, f = 1.$$

Вопросы и задания:

1. Что называют трением?
2. Что называют трением скольжения?
3. Что такое трение качения?
4. Определение коэффициента трения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 12

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Метод замкнутых сечений, Метод замены стержней.

Цель: дать студенту знания в области сопротивления при качении.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением сопротивления при качении возникающих при взаимодействии деформации тел.

Теоретическая часть:

Трение качение. Трением качения называют сопротивление, возникающее при качении одного тела по поверхности другого.

Причины возникновения этого сопротивления невозможно объяснить без учета деформаций тел, возникающих при их взаимодействии. Рассмотрим круглый цилиндрический каток радиусом R весом G , лежащий на горизонтальной шероховатой плоскости, которая под тяжестью катка слегка деформировалась, так что касание катка с поверхностью теперь происходит не в одной точке, а по некоторой площадке AB (рис.1.39). Под действием силы $\vec{Y}$, приложенной к центру катка, давление у края A убывает и возрастает у края B . В результате нормальная реакция T

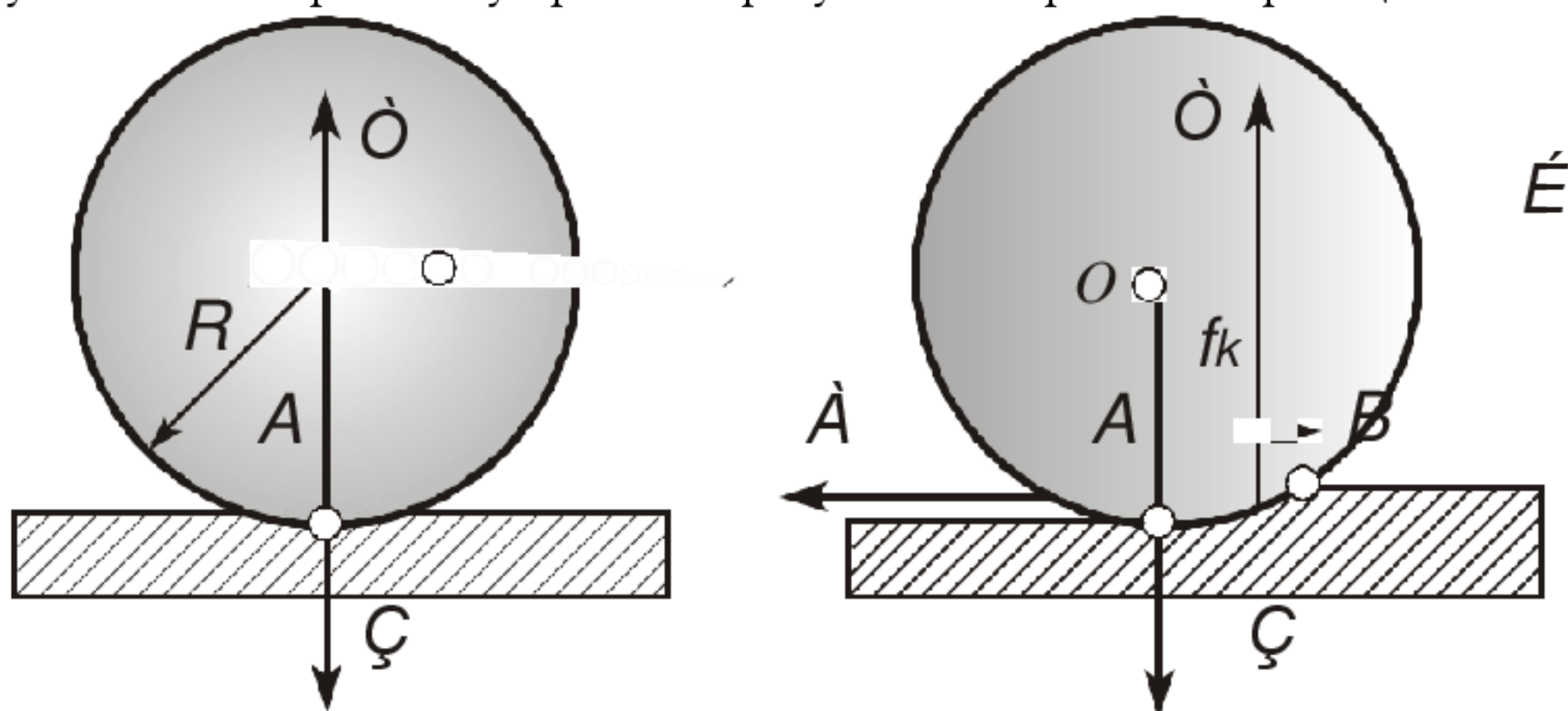


Рис. 1.39 Момент сопротивления при качении

являющаяся равнодействующей распределенных на площадке AB сил, смещается в сторону действия силы $\vec{Y}$. С увеличением Q до некоторого предельного значения Q_{np} это смещение растет до некоторой предельной величины f_k . В этот момент на каток будут действовать две уравновешивающие друг друга пары сил $(\vec{Y}_{np}, A_{np})$ и (T, G) с моментами $M_{np} = Q_{np}R$ и $M_T = Nf_k$ соответственно. Пока $Q < Q_{np}$ каток будет находиться в покое, при $Q > Q_{np}$ начнется качение. Входящая в формулу $M_c = Nf_k$ (1.29)

линейная величина f_k называется коэффициентом трения качения. Для большинства материалов, входящее в выражение для предельного значения Q :

$$Q_{np} = (f_k/R)N \quad (1.30)$$

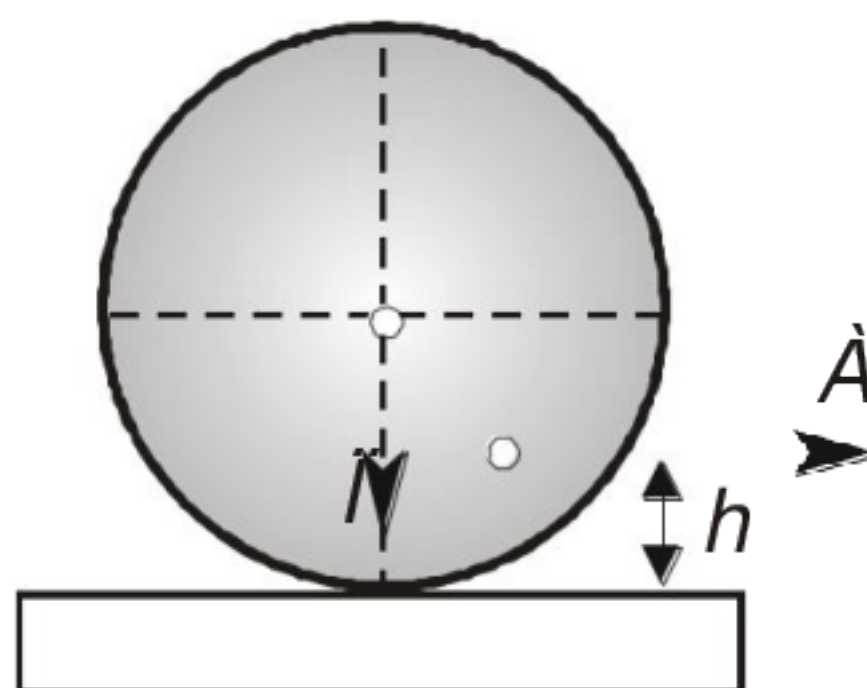
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

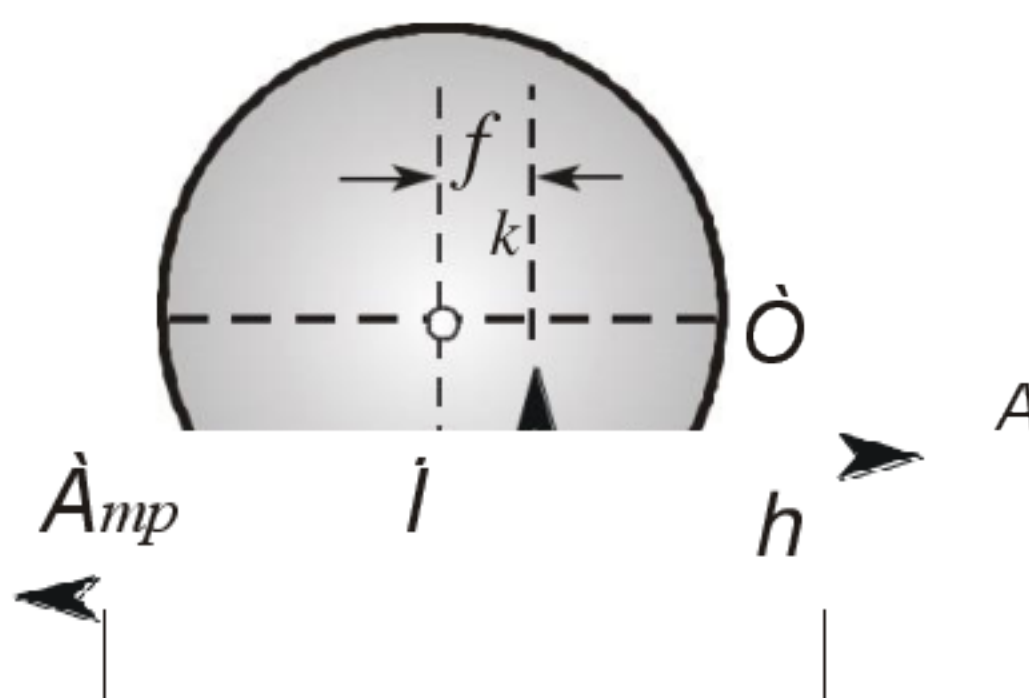
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

отношение f_k/R значительно меньше коэффициента трения скольжения f из формулы (1.28). Этим объясняется то, что в технике, везде где это возможно, стремятся заменить скольжение качением.



Пример. На какой высоте h и какую горизонтальную силу F нужно приложить, чтобы каток, сила тяжести которого $G=1000$ Н, равномерно скользи по горизонтальной плоскости без качения. Коэффициент трения качения $f_k = 0,01$ м, коэффициент трения скольжения $f = 0,1$.



Решение. Для того чтобы каток двигался равномерно вправо, сила F должна быть равна максимальному значению силы трения скольжения:

$F = F_{тр} = fN = 100$ Н. Каток не будет вращаться, если момент, создаваемый парой сил ($A, A_{тр}$) не будет превышать максимального значения момента сопротивления $M_c = f_k N = kG = 10$ Нм, т.е. максимальное значение $h = M_c/F = 0,1$ м.

Вопросы и задания:

1. Что называют качением?
2. Причины возникновения качения?
3. Почему в технике, везде где это возможно, стремятся заменить скольжение качением?

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 13

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Понятие грузового пояса,.

Цель: научиться определять ядро сечения при внецентренном сжатии.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы заключается в применении знаний в области кинематики на практике.

Теоретическая часть:

При конструировании стержней из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению (бетон), весьма желательно добиться того, чтобы все сечение работало лишь на сжатие. Этого можно достигнуть, не давая точке приложения силы P слишком далеко отходить от центра тяжести сечения, ограничивая величину эксцентриситета.

Конструктору желательно заранее знать, какой эксцентриситет при выбранном типе сечения можно допустить, не рискуя вызвать в сечениях стержня напряжений разных знаков. Здесь вводится понятие о так называемом ядре сечения. Этим термином обозначается некоторая область вокруг центра тяжести сечения, внутри которой можно располагать точку приложения силы P , не вызывая в сечении напряжений разного знака.

Пока точка A располагается внутри ядра, нейтральная ось не пересекает контура сечения, все оно лежит по одну сторону от нейтральной оси и, стало быть, работает лишь на сжатие. При удалении точки A от центра тяжести сечения нейтральная ось будет приближаться к контуру; граница ядра определится тем, что при расположении точки A на этой границе нейтральная ось подойдет вплотную к сечению, коснется его.

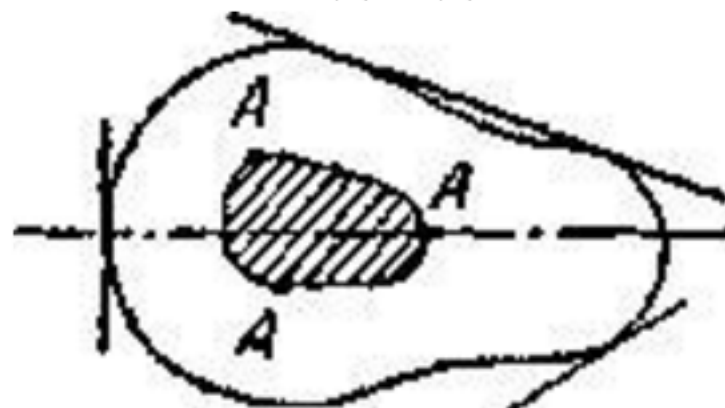


Рис.1. Комбинации положения сжимающей силы и нейтральной линии

Таким образом, если мы будем перемещать точку A так, чтобы нейтральная ось катилась по контуру сечения, не пересекая его, то точка A обойдет по границе ядра сечения. Если контур сечения имеет «впадины», то нейтральная ось будет катиться по огибающей контура.

Чтобы получить очертание ядра, необходимо дать нейтральной оси несколько

положений, касательных к контуру сечения, определить для этих положений отрезки a_y и a_z и вычислить координаты y_P и z_P точки приложения силы по формулам, вытекающим из известных зависимостей:

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$y_p = -\frac{i_x^2}{a_y}; z_p = -\frac{i_y^2}{a_z}$$

это и будут координаты точек контура ядра y_A и z_A .

При многоугольной форме контура сечения (Рис.2), совмещая последовательно нейтральную ось с каждой из сторон многоугольника, мы по отрезкам a_y и a_z определим координаты y_A и z_A точек границы ядра, соответствующих этим сторонам.

При переходе от одной стороны контура сечения к другой нейтральная ось будет вращаться вокруг вершины, разделяющей эти стороны, точка приложения силы будет перемещаться по границе ядра между полученными уже точками. Установим, как должна перемещаться сила Р, чтобы нейтральная ось проходила все время через одну и ту же точку В (y_B, z_B) — вращалась бы около нее. Подставляя координаты этой точки нейтральной оси в известное уравнение нейтральной оси (линии), получим:

$$1 + \frac{y_p y_B}{i_x^2} + \frac{z_p z_B}{i_y^2} = 0$$

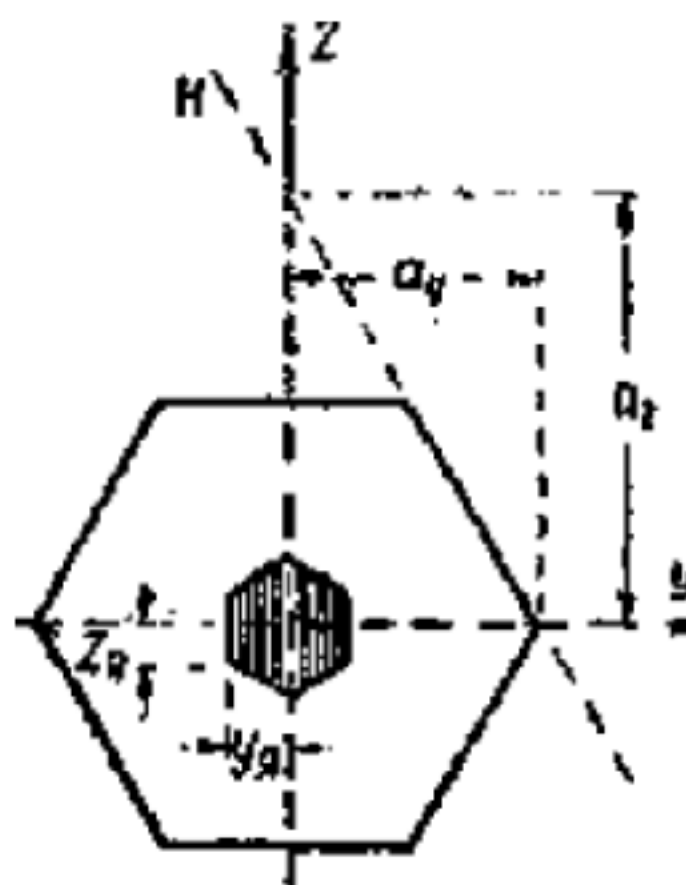


Рис.2. Ядро сечения для многоугольной формы поперечного сечения

Таким образом координаты y_p и z_p точки А приложения силы Р связаны линейно. При вращении нейтральной оси около постоянной точки В точка А приложения силы движется по прямой. Обратно, перемещение силы Р по прямой связано с вращением нейтральной оси около постоянной точки.

На Рис.3 изображены три положения точки приложения силы на этой прямой и соответственно три положения нейтральной оси. Таким образом, при многоугольной форме контура сечения очертание ядра между точками, соответствующими сторонам многоугольника, будет состоять из отрезков прямых линий.

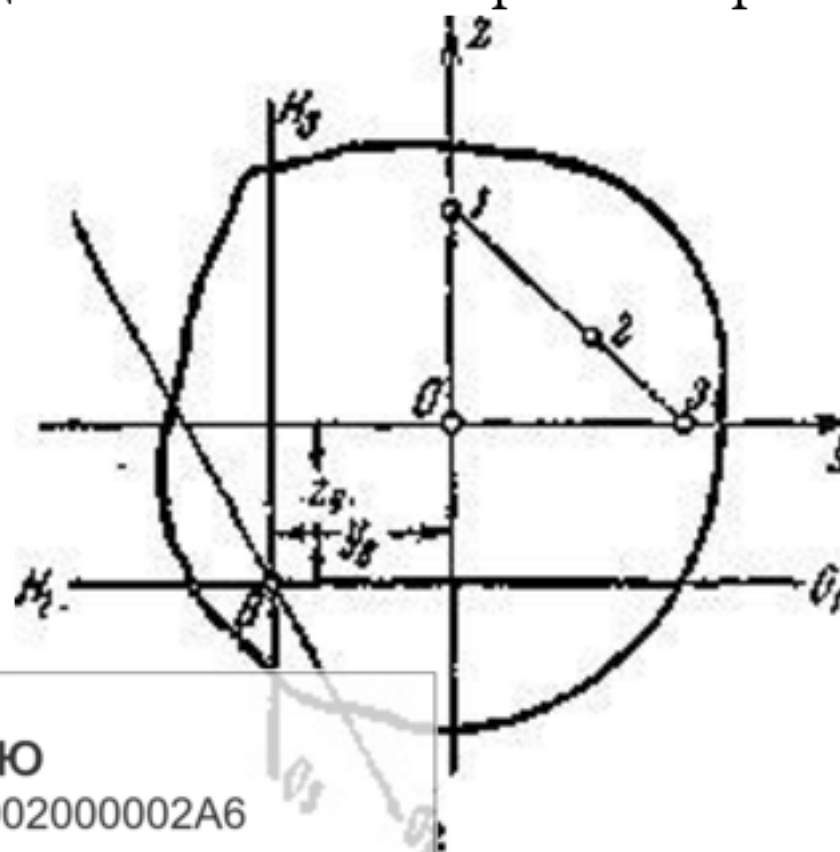


Рис.3. Динамика построения ядра сечения

Если контур сечения целиком или частично ограничен кривыми линиями, то построение границы ядра можно вести по точкам. Рассмотрим несколько простых примеров построения ядра сечения.

При выполнении этого построения для прямоугольного поперечного сечения воспользуемся полученными формулами.

Для определения границ ядра сечения при движении точки А по оси Оу найдем то значение $e = e_0$, при котором нейтральная ось займет положение H_1O_1 . Имеем:

$$a_y = -\frac{b}{2} = -\frac{b^2}{12e_0},$$

откуда

$$e_0 = \frac{b}{6}$$

Таким образом, границы ядра по оси Оу будут отстоять от центра сечения на $1/6$ величины b (Рис.4, точки 1 и 3); по оси Oz границы ядра определятся расстояниями $\frac{d}{6}$ (точки 2 и 4).

Для получения очертания ядра целиком изобразим положения нейтральной оси H_1O_1 и H_2O_2 , соответствующие граничным точкам 1 и 2.

При перемещении силы из точки 1 в точку 2 по границе ядра нейтральная ось должна перейти из положения H_1O_1 в положение H_2O_2 , все время касаясь сечения, т. е. поворачиваясь вокруг точки D.

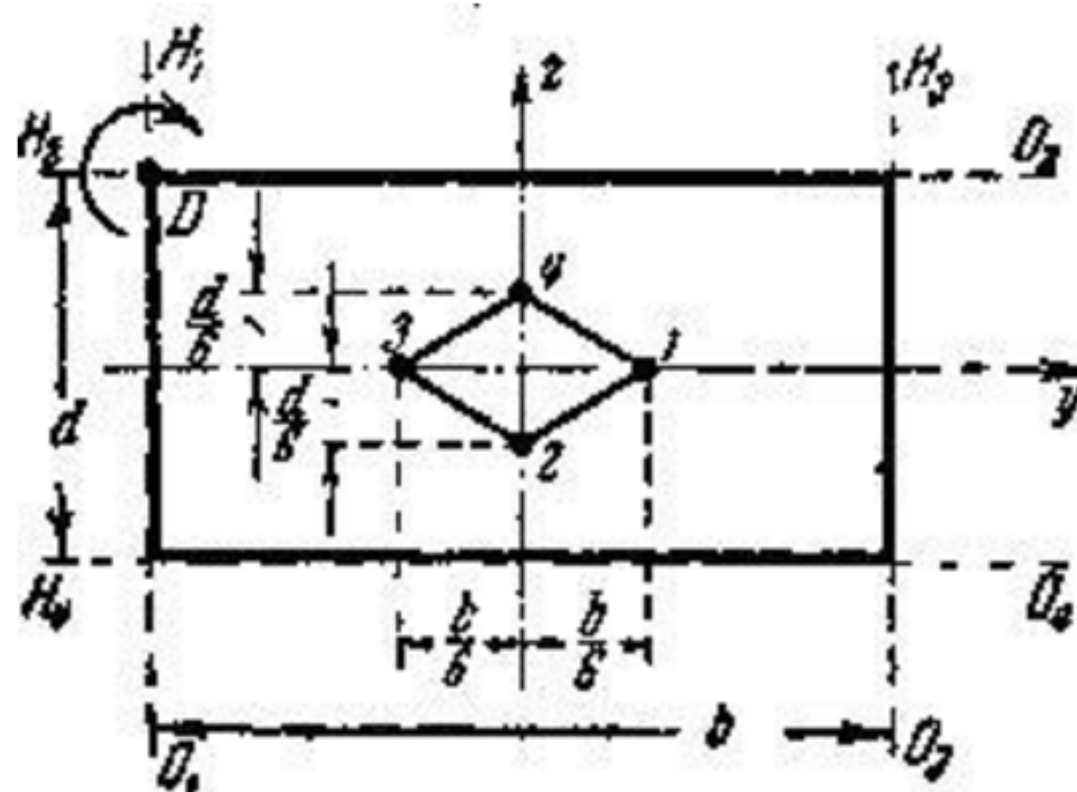


Рис.4. построение ядра для прямоугольного сечения.

Для этого сила должна двигаться по прямой 1 — 2. Точно так же можно доказать, что остальными границами ядра будут линии 2—3, 3—4 и 4—1.

Таким образом, для прямоугольного сечения ядро будет ромбом с диагоналями, равными одной трети соответствующей стороны сечения. Поэтому прямоугольное сечение при расположении силы по главной оси работает на напряжения одного знака, если точка приложения силы не выходит за пределы средней трети стороны сечения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

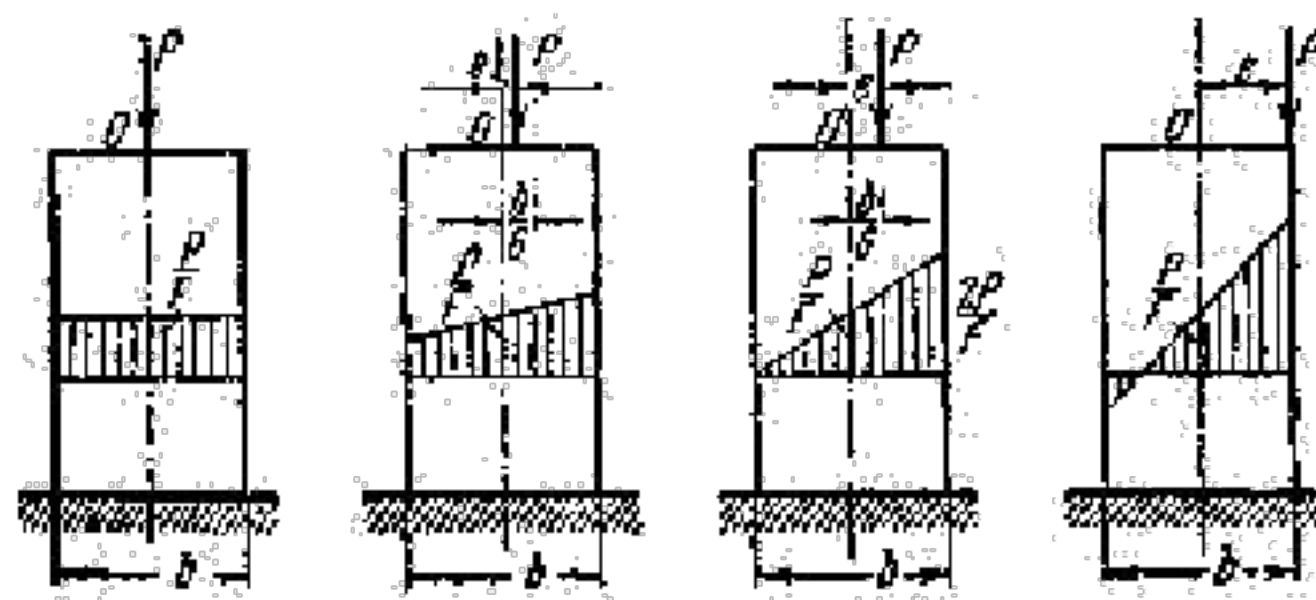


Рис.5. Динамика изменения напряжений при изменении эксцентриситета.

Эпюры распределения нормальных напряжений по прямоугольному сечению при эксцентриситете, равном нулю, меньшему, равному и большему одной шестой ширины сечения, изображены на Рис.5.

Отметим, что при всех положениях силы P напряжение в центре тяжести сечения (точка O) одинаково и равно $\frac{P}{F}$ и что сила P не имеет эксцентриситета по второй главной оси.

Для круглого сечения радиуса r очертание ядра будет по симметрии кругом радиуса r_0 . Возьмем какое-либо положение нейтральной оси, касательное к контуру. Ось Oy расположим перпендикулярно к этой касательной. Тогда

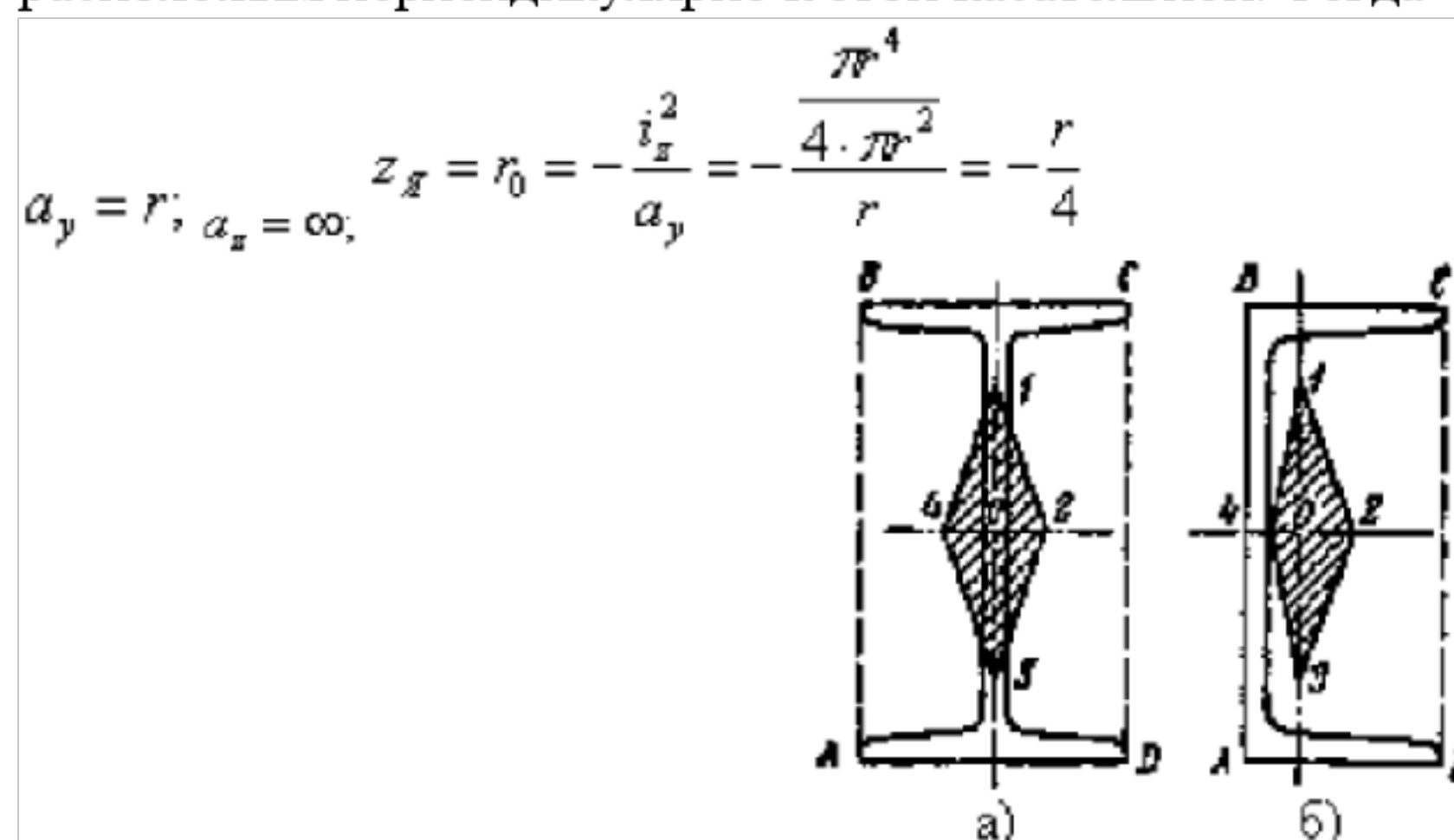


Рис.6. Ядро сечения для двутавра — а) и швеллера — б)

Таким образом, ядро представляет собой круг с радиусом, вчетверо меньшим, чем радиус сечения.

Для двутавра нейтральная ось при обходе контура не будет пересекать площади поперечного сечения, если будет касаться прямоугольного контура $ABCD$, описанного около двутавра (Рис.6а). Следовательно, очертание ядра для двутавра имеет форму ромба, как и для прямоугольника, но с другими размерами.

Для швеллера, как и для двутавра, точки 1, 2, 3, 4 контура ядра (Рис.6 б) соответствуют совпадению нейтральной оси со сторонами прямоугольника $ABCD$.

Вопросы и задания:

1. Что такое ядро сечения?

2. Как определить форму ядра сечения для двутавра и швеллера?

3. Запишите формулу определения полного ускорения точки, движущейся вращательно.

4. Запишите формулу определения мгновенного центра ускорения.

Лабораторное занятие 14

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Построение линии влияния усилия.

Цель: научиться рассчитывать балки на упругом основании

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем; кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения.

Теоретическая часть:

К числу статически неопределимых балок может быть отнесена балка на упругом основании. Так называется балка, опирающаяся по всей своей длине (Рис.1) на упругое основание, оказывающее в каждой точке на балку реакцию, пропорциональную y — прогибу балки в этой точке. Коэффициент пропорциональности обозначается буквой k .

Введение предположения о пропорциональности реакций прогибу является приближением, хотя и достаточно близким к действительным условиям.

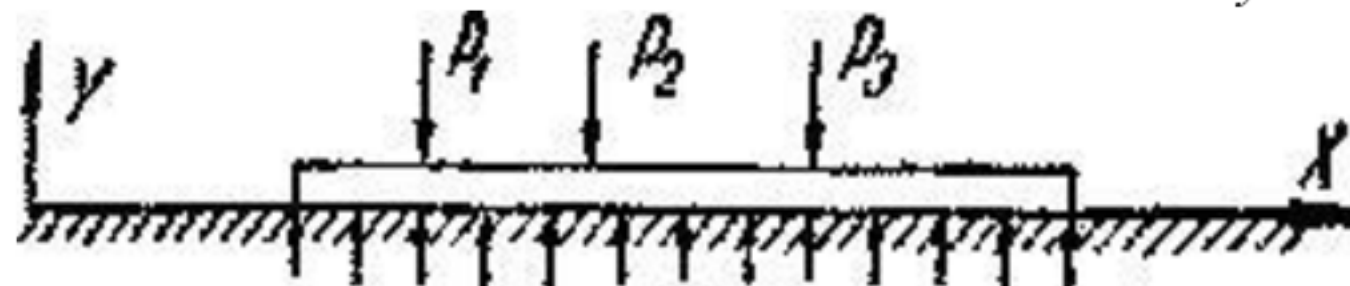


Рис.1. Расчетная схема балки на упругом основании.

Предложение ввести в расчет коэффициент пропорциональности k , именуемый «коэффициентом постели», было впервые сделано русским академиком Николаем Ивановичем Фуссом в 1801 году. Принимая это предположение, получаем, что интенсивность реакции основания в каждой точке сила равна ky и измеряется в единицах силы и длины; размерность коэффициента k при этом будет сила и квадрат длины. Будем считать, что основание оказывает реакцию при прогибах балки как вниз, так и вверх.

На практике задачи о расчете балки на упругом основании встречаются в железнодорожном деле (рельс, шпала), в строительстве — фундаменты различных сооружений, передающие нагрузку на грунт.

Статически неопределимой такая балка будет потому, что условие статики — сумма нагрузок равна всей реакции основания — не дает возможности установить распределение этой реакции по длине балки, а значит, вычислить изгибающие моменты и поперечные силы.

Интенсивность реакции в каждой точке связана с прогибами балки. Поэтому для решения задачи необходимо найти сначала уравнение изогнутой оси $y = f(x)$, а уже

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

затем формулы для вычисления изгибающего момента и поперечной силы. Ход решения оказывается обратным обычному.

Найдем уравнение изогнутой оси для балки постоянного сечения, лежащей на упругом основании и нагруженной сосредоточенными силами $P_1, P_2, \dots$ (Рис.1). Начало координат возьмем в любой точке, ось x направим вправо, ось y вертикально вверх. Направление нагрузок вверх будем считать положительным. Напишем обычное дифференциальное уравнение изгиба

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x)$$

Так как $M(x)$ нам неизвестен, то постараемся связать прогибы непосредственно с нагрузкой, для этого дифференцируем дважды предыдущее уравнение:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x) \quad (1)$$

где $q(x)$ —интенсивность сплошной нагрузки, действующей на балку в сечении с абсциссой x .

Сплошной нагрузкой для нашей балки является лишь реакция упругого основания. Интенсивность ей пропорциональна прогибам; эта нагрузка направлена вверх, т. е. положительна, когда прогибы идут вниз, т. е. отрицательны, и наоборот. Таким образом, эта нагрузка имеет знак, обратный знаку прогибов:

$$q(x) = -ky$$

Тогда

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = -ky \quad (2)$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EJ} y = 0 \quad (3)$$

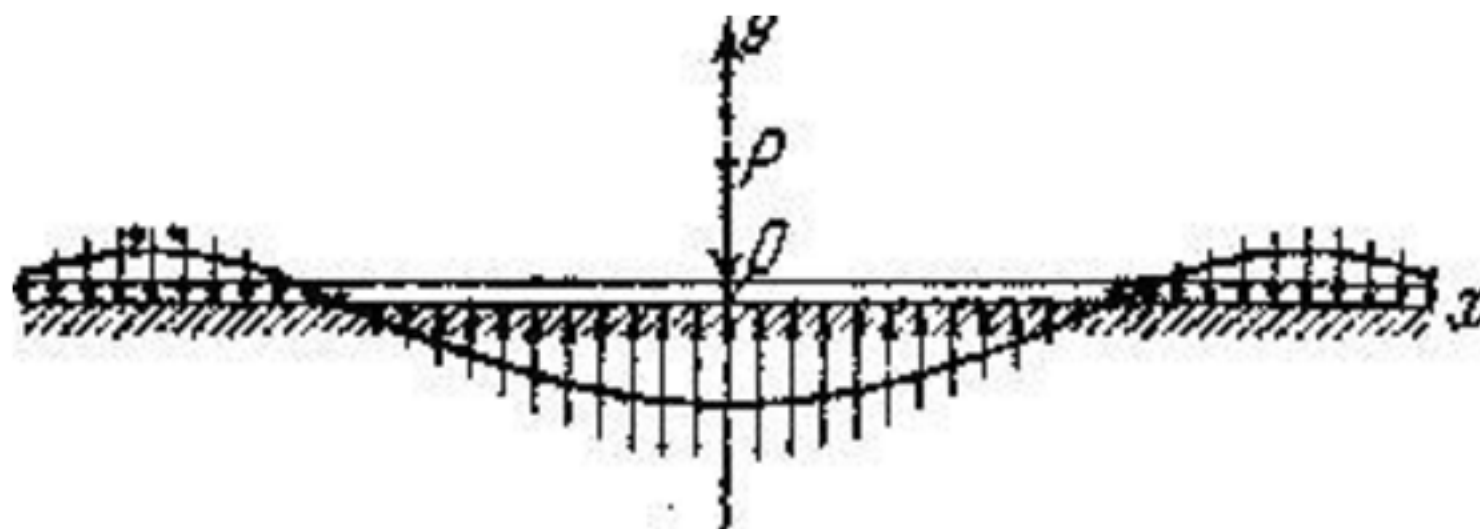
Если обозначить $\sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}} = \beta$, то общий интеграл уравнения (25.3) имеет вид:

$$y = e^{+\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (25.4)$$

Постоянные A, B, C, D должны быть определены в каждом частном случае нагрузки и длины балки. Величина β имеет измерение обратное длине.

Расчет бесконечно длинной балки на упругом основании, загруженной одной силой P .

Наиболее просто решается задача об изгибе бесконечно длинной балки, нагруженной одной сосредоточенной силой (Рис.2). Помимо непосредственного практического значения решение этой задачи позволит путем последовательных приближений рассчитывать и балки конечной длины.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен с 20.08.2021 по 20.08.2022

Рис.2. Расчетная схема балки бесконечной длины.

Начало координат расположим в точке приложения силы P . Определим постоянные A, B, C, D . Реакция основания, равная силе P должна быть конечной величиной,

то прогибы балки в точках, бесконечно удаленных от точки приложения силы, должны обращаться в нуль:

$$y_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (5)$$

При бесконечно больших значениях x два вторых слагаемых в правой части формулы (4) обращаются в нуль благодаря множителю $e^{-\beta x}$, два же первых могут обратиться в нуль лишь при

$$A = 0 \text{ и } B = 0;$$

таким образом,

$$y = e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (6)$$

Далее, по симметрии нагрузки и реакции основания, касательная к изогнутой оси в точке приложения силы должна идти параллельно оси абсцисс:

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0$$

Дифференцируя (6), получаем:

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -\beta e^{-\beta x} [\sin \beta x (C + D) + \cos \beta x (D - C)]$$

Подставляя в это выражение $x = 0$ и приравнявая результат нулю, находим:

$$D - C = 0 \text{ и } C = D;$$

таким образом, уравнения будут:

$$y = e^{-\beta x} C (\sin \beta x + \cos \beta x) \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -2e^{-\beta x} C \beta \sin \beta x \quad (8)$$

Для определения последней постоянной C имеем еще одно уравнение: нам известна величина поперечной силы в начале координат.

Разрезав балку сечением в точке O справа от силы P и рассматривая правую часть балки, видим, что поперечная сила в этом сечении равна реакции основания, действующей на правую половину балки со знаком минус; так как реакция направлена вверх (для правой половины) и вся реакция основания равна P , значит, поперечная сила в сечении при $x = 0$ равна

$$Q(x)_{x=0} = -\frac{P}{2}$$

Но, с другой стороны

$$EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = Q(x) \quad (9)$$

Таким образом,

$$EJ \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} = -\frac{P}{2} \quad (10)$$

Вычисляем, пользуясь (8), $\frac{d^2 y}{dx^2}$ и $\frac{d^3 y}{dx^3}$:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -2C\beta^2 e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] \quad (11)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = +4C\beta^3 e^{-\beta x} [\sin \beta x + \cos \beta x] \quad (12)$$

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$4EJC\beta^3 = -\frac{P}{2} \quad C = -\frac{P}{8EJ\beta^3}$$

Теперь значения y и ее производных получают вид

$$y = -\frac{P}{8EJ\beta^3} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x) = -\frac{P}{8EJ\beta^3} \cdot \eta$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = +\frac{P}{4EJ\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x = +\frac{P}{4EJ\beta^2} \cdot \eta_3$$

$$M(x) = EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = +\frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] = \frac{P}{4\beta} \cdot \eta_1$$

$$Q(x) = EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x = -\frac{P}{2} \cdot \eta_2$$

Таким образом, напряженное состояние и деформации балки на упругом основании всецело определяются нагрузкой и коэффициентом β , зависящим от соотношения жесткостей балки и упругого основания.

Вопросы и задания:

1. Какими уравнениями задается плоскопараллельное движение?
2. Сформулируйте теорему о проекциях скоростей двух точек плоской фигуры.
3. Какие существуют способы задания движения точки?
4. Назвать случаи, когда кориолисово ускорение точки равно нулю.
5. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 15

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Построение линии влияния опорных реакций.

Цель: научить студента рассчитывать заклепки на перерезывание.

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем; кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением скорости и ускорения точек звеньев механизма с помощью МЦС

Теоретическая часть:

Мы изучали, что при простом растяжении или простом сжатии две части стержня, разделенные наклонным сечением, стремятся не только оторваться друг от друга, но и сдвинуться одна относительно другой. Растяжению сопротивляются нормальные, а сдвигу — касательные напряжения.

На практике целый ряд деталей и элементов конструкций работает в таких условиях, что внешние силы стремятся их разрушить именно путем сдвига.

В соответствии с этим при проверке прочности таких элементов на первый план выступают касательные напряжения. Простейшими примерами подобных деталей являются болтовые и заклепочные соединения. Заклепки во многих случаях уже вытеснены сваркой; однако они имеют еще очень большое применение для соединения частей всякого рода металлических конструкций: стропил, ферм мостов, кранов, для соединения листов в котлах, судах, резервуарах и т. п. Для образования заклепочного соединения в обоих листах просверливают или продавливают отверстия. В них закладывается нагретый до красного каления стержень — заклепки с одной головкой; другой конец заклепки расклепывается ударами специального молотка или давлением гидравлического пресса (клепальной машины) для образования второй головки. Мелкие заклепки (малого диаметра — меньше 8 мм) ставятся в холодном состоянии (авиационные конструкции).

Для изучения работы заклепок рассмотрим простейший пример заклепочного соединения (Рис.1). Шесть заклепок, расположенных в два ряда, соединяют два листа внахлестку. Под действием сил P эти листы стремятся сдвинуться один по другому, чему препятствуют заклепки, на которые и будет передаваться действие сил P).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

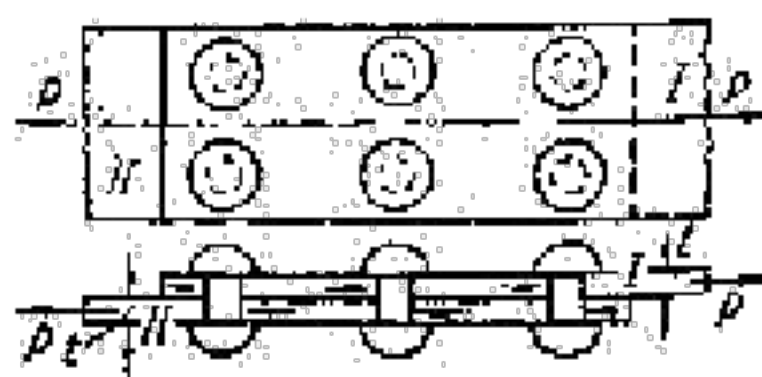


Рис.1. Расчетная схема заклепочного соединения

Для проверки прочности заклепок применим общий порядок решения задач сопротивления материалов.

На каждую заклепку передаются по две равные и прямо противоположные силы: одна — от первого листа, другая — от второго. Опытные исследования показывают, что одни из заклепок ряда нагружаются больше, другие — меньше. Однако к моменту разрушения усилия, передающиеся на различные заклепки, более или менее выравниваются за счет пластических деформаций. Поэтому принято считать, что все заклепки работают одинаково. Таким образом, при n заклепках в соединении, изображенном на фиг. 1, на

$$P_1 = \frac{P}{n}$$

каждую из них действуют по две равные и противоположные силы (Рис.2); эти силы передаются на заклепку путем нажима соответствующего листа на боковую полуцилиндрическую поверхность стержня. Силы P_1 стремятся перерезать заклепку по плоскости mk раздела обоих листов.

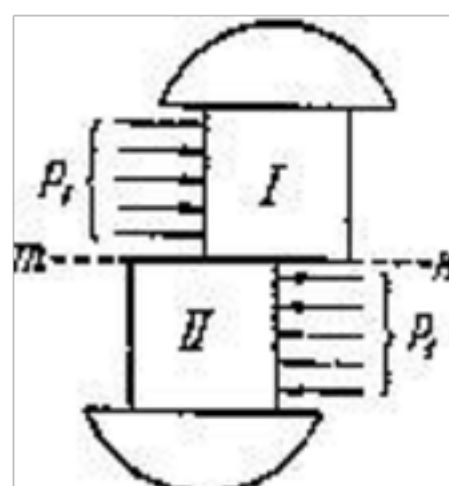


Рис.2. Силы, действующие на заклепочное соединение.

Для вычисления напряжений, действующих по этой плоскости, разделим мысленно заклепочный стержень сечением mk и отбросим нижнюю часть (Рис.2). Внутренние усилия, передающиеся по этому сечению от нижней части на верхнюю, будут уравнивать силу P_1 , т. е. будут действовать параллельно ей в плоскости сечения, и в сумме дадут равнодействующую, равную P_1 . Следовательно, напряжения, возникающие в этом сечении и действующие касательно к плоскости сечения, это — касательные напряжения τ . Обычно принимают равномерное распределение этих напряжений по сечению. Тогда при диаметре заклепки d на единицу площади сечения будет приходиться напряжение:

$$\tau = \frac{P_1}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}}$$

Величина допускаемого касательного напряжения $[\tau]$, или, как говорят, допускаемого напряжения на срез, принято определять в виде: $[\tau] = (0,7 + 0,8) [\sigma]$. Зная $[\tau]$, мы напишем условие прочности заклепки на перерезывание в таком виде:

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$\tau = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]$$

т. е. действительное касательное напряжение τ в материале заклепки должно быть равно допускаемому $[\tau]$ или меньше его.

Из этого условия можно определить необходимый диаметр заклепок, если задаться их числом, и наоборот. Обычно задаются диаметром заклепочных стержней d в соответствии с толщиной t склепываемых частей (обычно $d \approx 2t$) и определяют необходимое число заклепок n :

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]}$$

Знаменатель этой формулы представляет собой ту силу, которую безопасно может взять на себя каждая заклепка.

Пусть $P = 720 \text{ кН}$, $d = 2 \text{ см}$, $[\tau] = 100 \text{ МПа}$; тогда

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]} = \frac{720000}{\frac{3,14 \cdot 4 \cdot 10^2}{4} \cdot 100} \approx 24$$

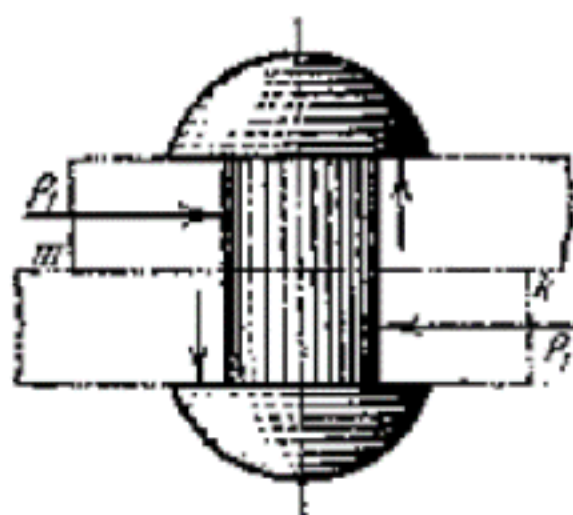


Рис.3. Расчетная модель действия нормальных напряжений

При выводе формулы расчета заклепки на перерезывание, помимо оговоренных, допущена еще одна неточность. Дело в том, что силы P_1 действующие на заклепку, не направлены по одной прямой, а образуют пару. Эта пара уравнивается другой парой, образующейся из реакций соединенных листов на головку заклепки (Рис.3) и ведет к появлению нормальных напряжений, действующих по сечению mk .

Кроме этих нормальных напряжений, по сечению mk действуют еще нормальные напряжения, вызванные тем, что при охлаждении заклепочный стержень стремится сократить свою длину, чему мешает упор головок заклепки в листы. Это обстоятельство, с одной стороны, обеспечивает стягивание заклепками листов и возникновение между ними сил трения, с другой — вызывает значительные нормальные напряжения по сечениям стержня заклепки. Особых неприятностей эти напряжения принести не могут. На заклепки идет сталь, обладающая значительной пластичностью; поэтому даже если бы нормальные напряжения достигли предела текучести, можно ожидать некоторого пластического удлинения стержня заклепки, что вызовет лишь уменьшение сил трения между листами и осуществление в действительности той схемы работы заклепки на перерезывание, на которую она и рассчитывается. Поэтому эти нормальные напряжения расчетом не учитываются.

Вопросы и задания:

1. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
2. Как по уравнениям движения плоской фигуры найти скорость полюса и угловую скорость вращения вокруг полюса?
3. Как определить скорость любой точки плоской фигуры?
4. Что называется центром скоростей плоской фигуры и как найти положение центра скоростей плоской фигуры в различных случаях?
5. Сформулируйте теорему об ускорениях точек плоской фигуры.

Лабораторное занятие 16

Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

Фермы с простой решеткой.

Цель: научить определять скорости и ускорения точек плоской фигуры

Знать: дифференциальных уравнений движения точки;

кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением скоростей и ускорений точек фигуры в плоскости.

Теоретическая часть:

Скорости точек при плоском движении

Для определения скоростей при плоскопараллельном движении используются: **формула распределения скоростей, теорема о проекциях и понятие мгновенного центра скоростей (МЦС).**

а) Формула распределения скоростей

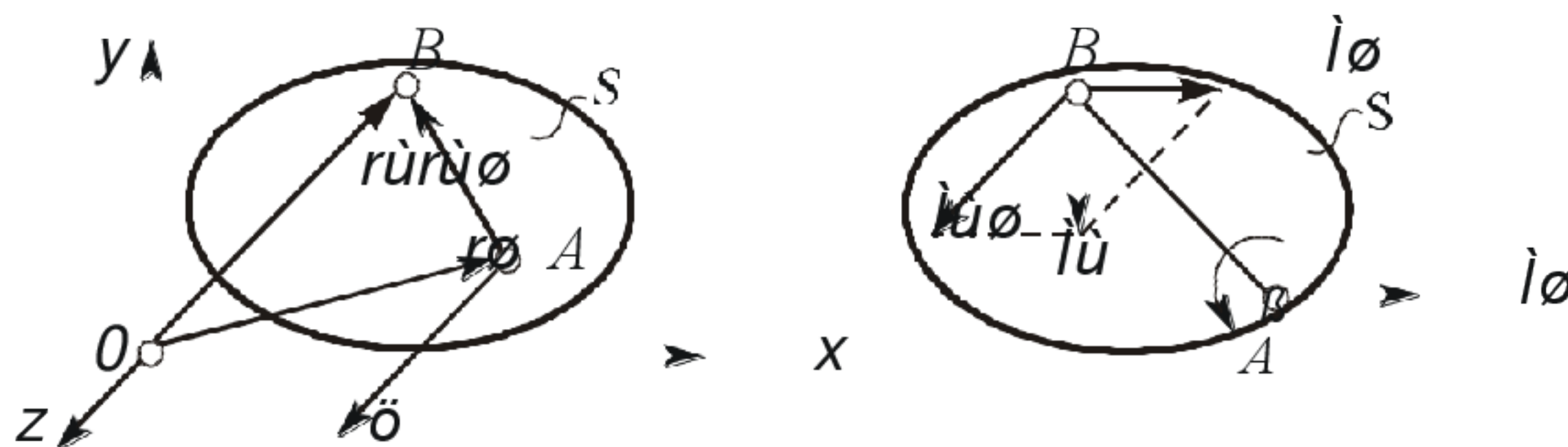


Рис. 2.25. К выводу формулы распределения скоростей

Из рис. 2.25 видно, что положение произвольной точки B плоской фигуры S в каждый момент времени определяется следующим векторным равенством:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{BA}$$

Продифференцируем данное выражение по времени

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt},$$

согласно формуле Эйлера (2.38)

$$\frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA},$$

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Обозначая $\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA} = \vec{V}_{BA}$ получаем формулу распределение скоростей:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad V_{BA} = \omega AB, \quad \vec{V}_{BA} \perp AB. \quad (2.41)$$

Согласно (41), скорость произвольной точки B плоской фигуры равна геометрической сумме скорости полюса $\vec{V}_A$ и скорости вращения точки B вокруг полюса - $\vec{V}_{BA}$.

б) Теорема о проекциях: при любом движении твердого тела проекции скоростей любых двух его точек на прямую, соединяющую эти точки, равны между собой (рис. 2.26).

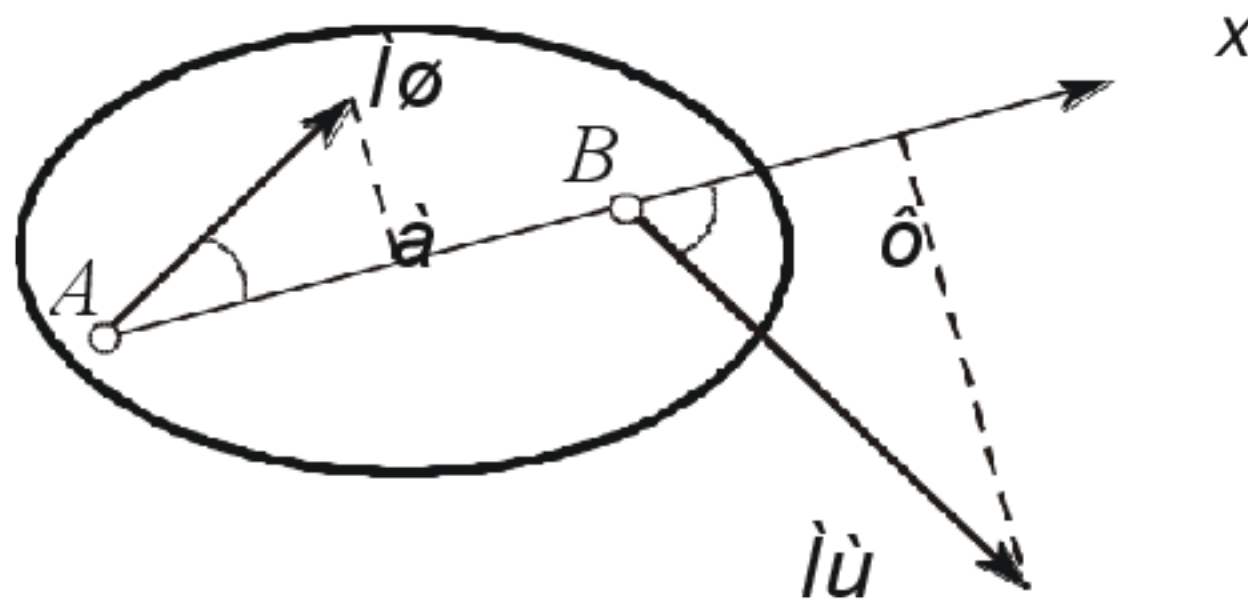


Рис. 2.26. К теореме о проекциях

Спроецируем на ось x , проходящую через точки A и B формулу (2.41). Так как $\vec{V}_{BA} \perp AB$, получаем

$$V_A \cos \alpha = V_B \cos \varphi,$$

что и требовалось доказать.

в) Использование понятия мгновенного центра скоростей.

Определение: мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. МЦС принято обозначать буквой P .

Покажем, что если плоская фигура не движется поступательно, то такая точка существует в каждый момент времени. Для этого восстановим перпендикуляры к скоростям двух произвольных точек A и B и найдем точку их пересечения (рис. 2.27).

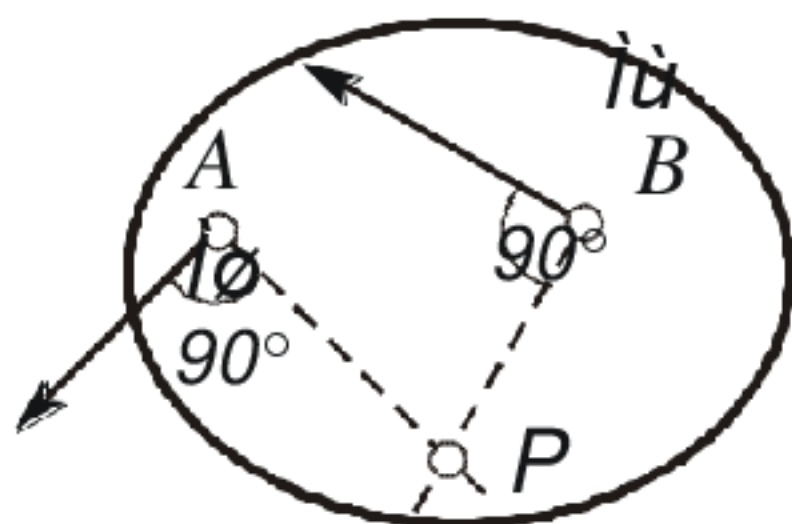


Рис. 2.28. Основной случай определения положения М.Ц.С.

Покажем, что скорости точки P равна нулю и, следовательно, эта точка по определению является мгновенным центром скоростей. Согласно (2.41) имеем

$$\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{PA}, \quad \vec{V}_P = \vec{V}_B + \vec{V}_{PB}.$$

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

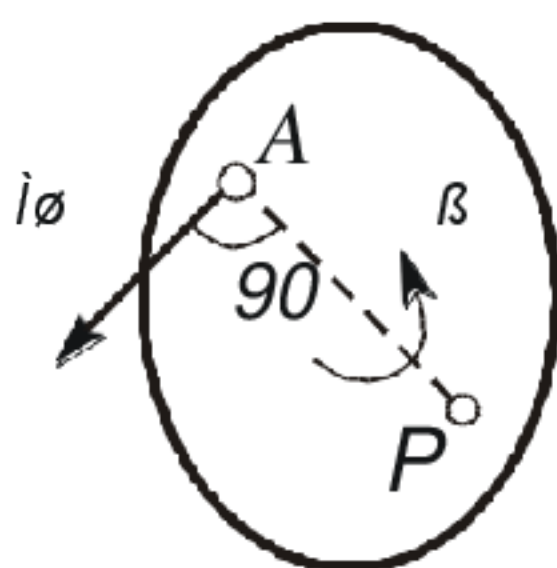
Поскольку векторы $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ перпендикулярны отрезкам AP и BP по построению, а векторы $\vec{V}_{PA}$ и $\vec{V}_{PB}$ перпендикулярны этим отрезкам по определению, вектор $\vec{V}_A$ должен быть одновременно перпендикулярен обоим отрезкам, что невозможно, если только он не равен нулю.

Если теперь взять за полюс точку P , то для точек A и B формула (2.41) запишется в виде:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_P + \vec{V}_{AP}, \quad \vec{V}_B = \vec{V}_P + \vec{V}_{BP}.$$

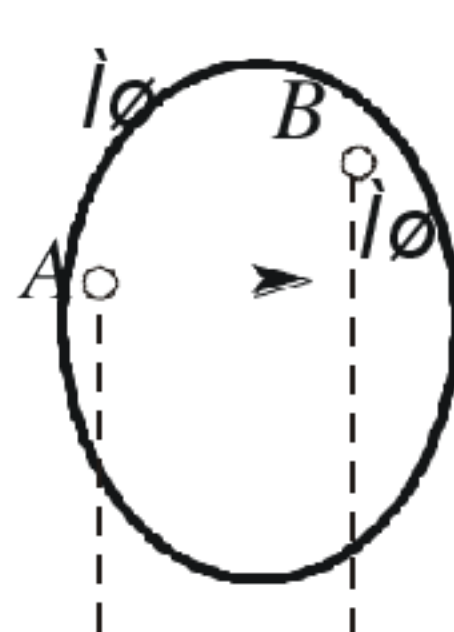
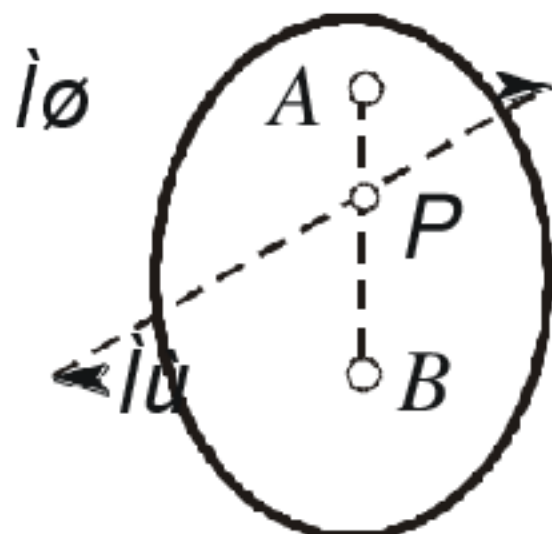
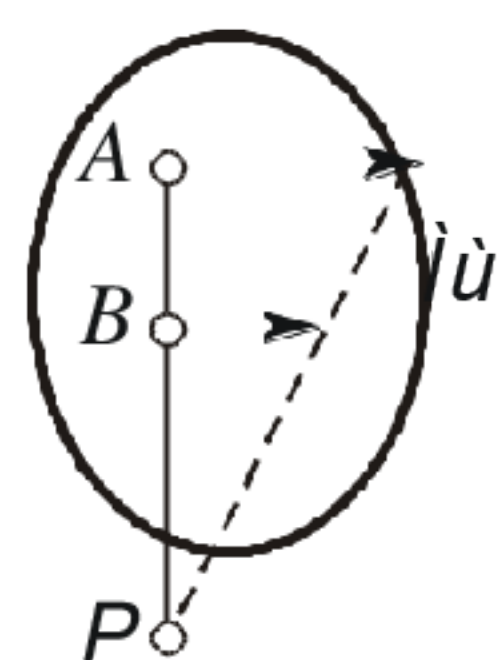
Учитывая, что $\vec{V}_P = 0$, получаем: $V_A = \omega AP, V_B = \omega BP$ или $V_A / AP = V_B / BP = \omega$. (2.42)

Из (2.42) следует, что скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям от мгновенного центра скоростей и движение плоской фигуры можно рассматривать как вращение вокруг меняющего свое положение мгновенного центра скоростей. Мгновенную угловую скорость этого вращения можно найти, поделив скорость любой точки на ее расстояние от мгновенного центра скоростей. Кроме основного случая нахождения положения МЦС, рассмотренного выше, при решении задач встречаются следующие варианты:



Если известны скорость какой-либо точки A и мгновенная угловая скорость ω то расстояние от этой точки до мгновенного центра скоростей P равно $AP = V_A / \omega$

При построении прямой угол откладывается от вектора V_A в сторону вращения плоской фигуры.



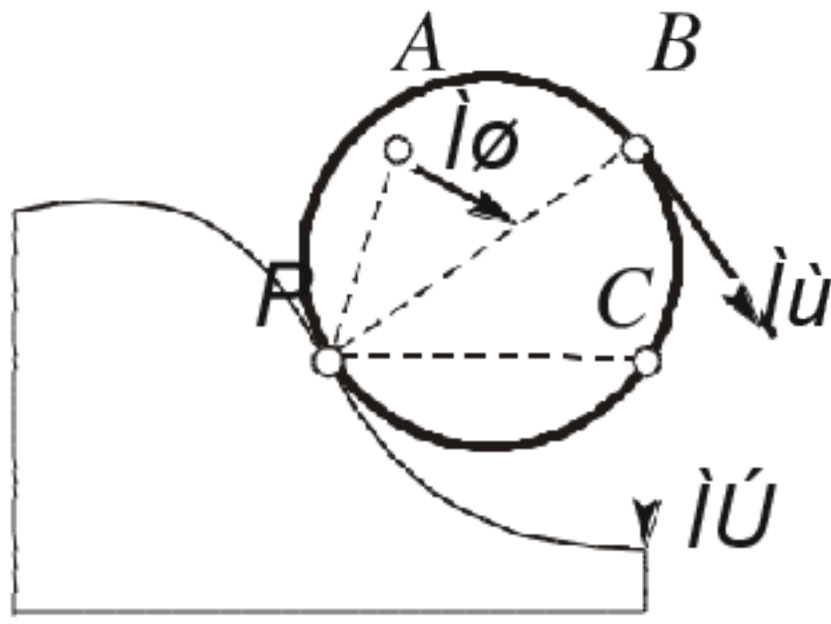
Случай мгновенно- $\rightarrow$ поступательного движения. Скорости всех точек тела равны по величине и по направлению, $\omega = 0$, МЦС находится в бесконечности.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022



При качении тела по неподвижной поверхности, мгновенный центр скоростей P находится в точке касания это тела с неподвижной поверхностью, т.к. отсутствие проскальзывания означает равенство скоростей соприкасающихся точек.

Рис. 2.28. Частные случаи определения положения МЦС

3. Ускорения точек в плоском движении. Формула распределения ускорений.

Для вывода данной формулы распределения ускорений запишем выражение (2.41) в виде:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}$$

и, продифференцировав его по времени, получим:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt}.$$

Учитывая, что $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon}$, а по формуле Эйлера $\frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}$, имеем:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA})$$

Введем следующие обозначения:

$$\vec{W}_{BA}^{ep} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{BA}, \quad \vec{W}_{BA}^u = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}).$$

Векторы $\vec{W}_{BA}^{ep}$ и $\vec{W}_{BA}^u$ называют вращательным и центростремительным ускорением точки B в ее относительном вращении вокруг полюса A .

По определению векторного произведения вектор $\vec{W}_{BA}^{ep}$ перпендикулярен отрезку AB , лежит в плоскости движения, а его модуль равен $\varepsilon \cdot AB$, так как $r_{BA} = AB$. По формуле для двойного векторного произведения

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}),$$

получаем
$$\vec{W}_{BA}^u = \vec{\omega}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}_{BA}) - \vec{r}_{BA}(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) = -\omega^2 \vec{r}_{BA} = -\omega^2 \vec{AB},$$

поскольку $(\vec{\omega} \cdot \vec{r}_{BA}) = \omega AB \cos 90^\circ = 0$. Таким образом, вектор $\vec{W}_{BA}^u$ направлен

вдоль отрезка AB к точке A (см. рис. 2.29), а его модуль равен $\omega^2 AB$.

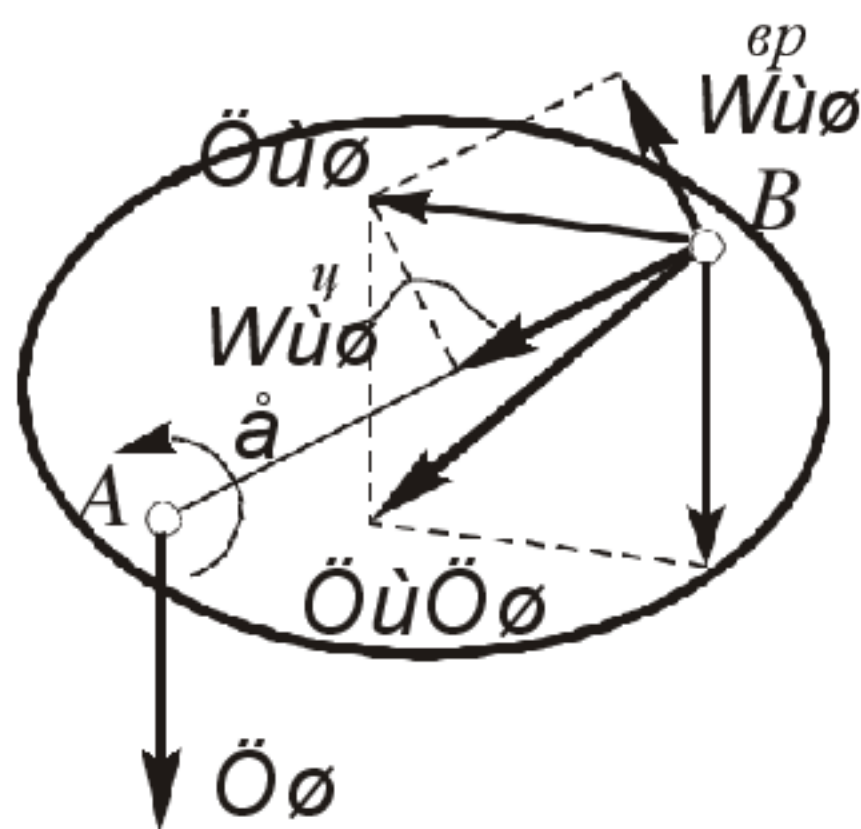


Рис. 2.29. Иллюстрация формулы распределения ускорений

Окончательно формулу распределения ускорений можно записать в виде:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^n + \vec{W}_{BA}^{\tau}, \quad (2.43)$$

в которой $W_{BA}^n = -\omega^2 AB$, $W_{BA}^{\tau} = \epsilon AB$.

Формулу (2.43) иногда используют в виде $\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}$ (2.43*)

где вектор $\vec{W}_{BA} = \vec{W}_{BA}^n + \vec{W}_{BA}^{\tau}$ направлен под углом $\gamma = \arctg\left(\frac{\epsilon}{\omega^2}\right)$ к отрезку

AB и равен по модулю $W_{BA} = AB\sqrt{\epsilon^2 + \omega^4}$.

Пример 1. Найти ускорение точки B , угловое ускорение шатуна AB и угловое ускорение кривошипа BC четырехзвенного механизма в положении, указанном на рис. 2.29. Кривошип OA вращается равномерно с угловой скоростью $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$, длина шатуна AB равна 0,8 м.

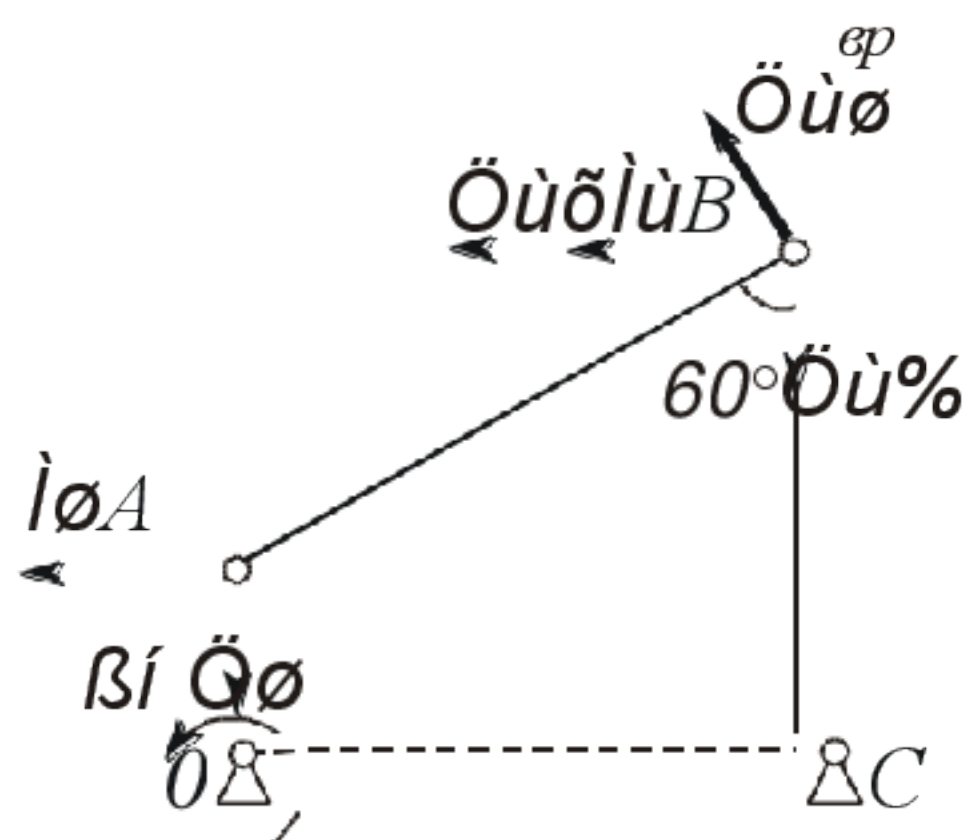


Рис. 2.29. Пример использования формулы распределения ускорений

Решение. Определим скорость и ускорение точки A , которую затем выберем в качестве

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ПОЛНОСТЬЮ: ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 $V_A = \omega OA = 2 \text{ м/с}$, $W_A = \omega^2 OA = 10 \text{ м/сек}^2$.
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Так как МЦС звена AB находится в бесконечности ($M_{ш}$ параллелен $M_{ш}$), $\omega_{AB} = 0$. Ускорение точки B , как точки, принадлежащей звену AB , по формуле распределения ускорений равно:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^u + \vec{W}_{BA}^{ep} = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^{ep}, \text{ так как } W_{BA}^u = \omega_{AB}^2 AB = 0.$$

С другой стороны, ускорение точки B , как точки принадлежащей звену BC и вращающейся вокруг точки C , можно представить в виде сумму ее касательного и нормального ускорений:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_{B\tau} + \vec{W}_{Bn}, \text{ где } W_{Bn} = \frac{V_B^2}{BC} = 5 \frac{M}{c^2}, W_{B\tau} = \varepsilon_{BC} BC.$$

Приравнивая правые части выражений для $\vec{W}_B$, получаем:

$$\vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^{ep} = \vec{W}_{B\tau} + \vec{W}_{Bn}. \quad (*)$$

Проектируя (*) на направления отрезков BC и AB имеем:

$$W_{Bn} = W_A - W_{BA} \cos 30^\circ, -W_{Bn} \cos 60^\circ - W_{B\tau} \cos 30^\circ = -W_A \cos 30^\circ$$

$$\text{откуда } W_{BA}^{ep} = \frac{W_A - W_{Bn}}{\cos 30^\circ} = 5,78 \frac{M}{c^2}, \varepsilon_{AB} = \frac{W_{BA}^{ep}}{AB} = 7,22 \frac{rad}{c^2},$$

$$W_{B\tau} = (W_A - W_{Bn}) \operatorname{tg} 30^\circ = 2,89 \frac{M}{c^2}, \varepsilon_{BC} = \frac{W_{B\tau}}{BC} = 3,61 \frac{rad}{c^2}.$$

$$W_B = \sqrt{W_{Bn}^2 + W_{B\tau}^2} = 5,77 \frac{M}{c^2}.$$

4. Мгновенный центр ускорений (МЦУ)

Мгновенным центром ускорений называется точка плоской фигуры, ускорение которой в данный момент времени равно нулю. МЦУ принято обозначать буквой Q .

Покажем, что если плоская фигура (рис. 2.30) не движется поступательно, то такая точка существует в каждый момент времени и ее положение легко определить (зная

ускорение какой-либо точки W_A и величины ω и ε) следующим образом:

из выражения $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$ определим угол γ ,

$$\omega^2$$

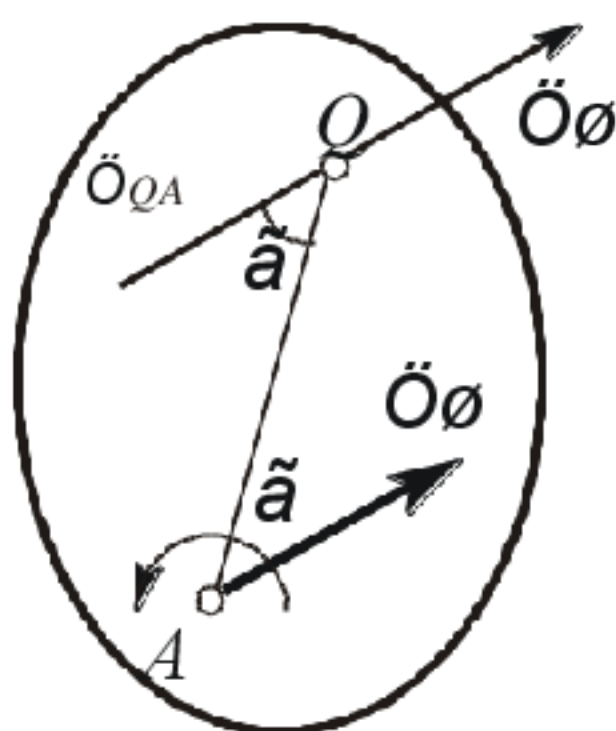


Рис. 2.30. К определению положения мгновенного центра ускорений

от точки A под углом γ к вектору $\vec{W}_A$ проведем отрезок AQ . При этом отрезок AQ должен быть отклонен от вектора ускорения в сторону направления углового ускорения ε . Длина отрезка AQ определяется равенством:

$$AQ = W_A \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (2.44)$$

Найденная таким образом точка Q и будет являться мгновенным центром ускорений. Действительно, по формуле распределения ускорений, имеем

$$\vec{W}_Q = \vec{W}_A + \vec{W}_{QA}, \text{ где } W_{QA} = AQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Подставляя сюда AQ из (2.44), находим, что $W_{QA} = W_A$. Кроме того, вектор $\vec{W}_Q$ должен образовывать с линией AQ угол γ и, следовательно, вектор $\vec{W}_{QA}$ параллелен $\vec{W}_A$, но направлен в противоположную сторону. Поэтому

$W_{QA} = -W_A$ и $W_Q = 0$. Если теперь за полюс выбрать точку Q , то ускорение произвольной точки M , согласно (2.43) будет равно:

$$W_M = W_Q + W_{MQ} = W_{MQ}, \quad W_M = MQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4},$$

Следовательно, ускорения точек плоской фигуры определяются в каждый данный момент времени так, как если бы движение плоской фигуры было вращением вокруг мгновенного центра ускорений Q (рис. 2.31). При этом ускорения точек плоской фигуры будут пропорциональны их расстояниям от М.Ц.У.

$$\frac{W_M}{MQ} = \frac{W_A}{AQ} = \frac{W_B}{BQ} = \frac{W_C}{CQ} = \dots = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

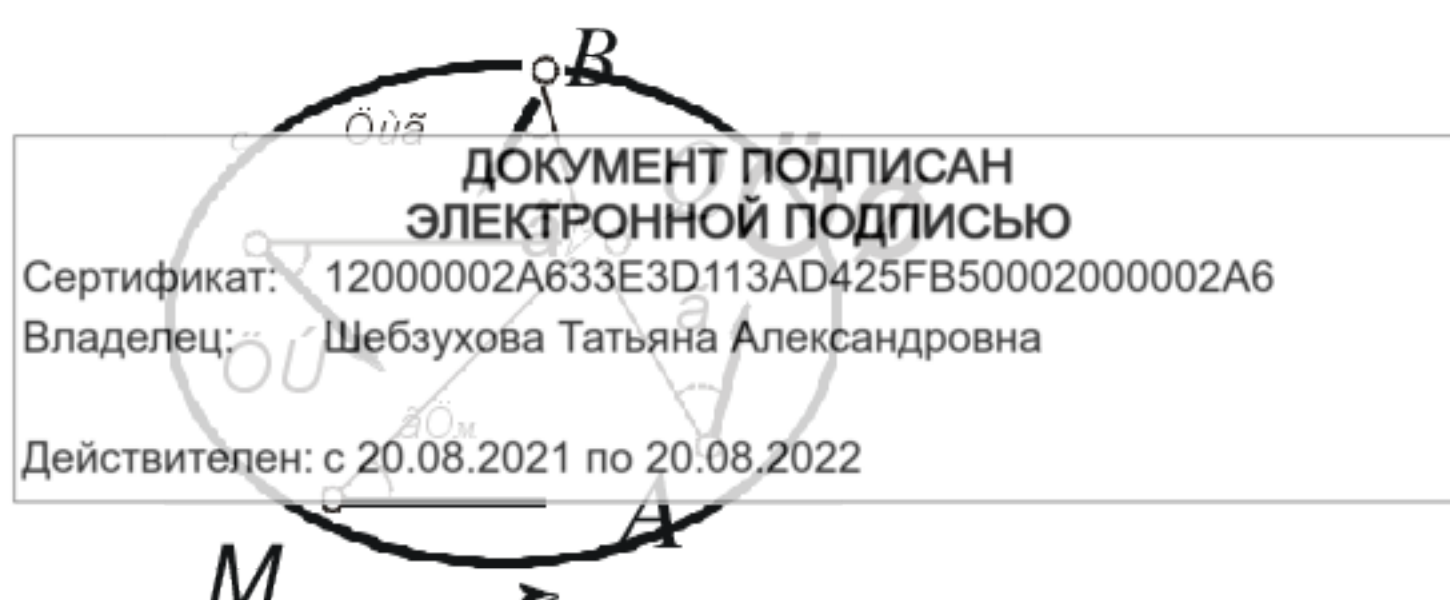


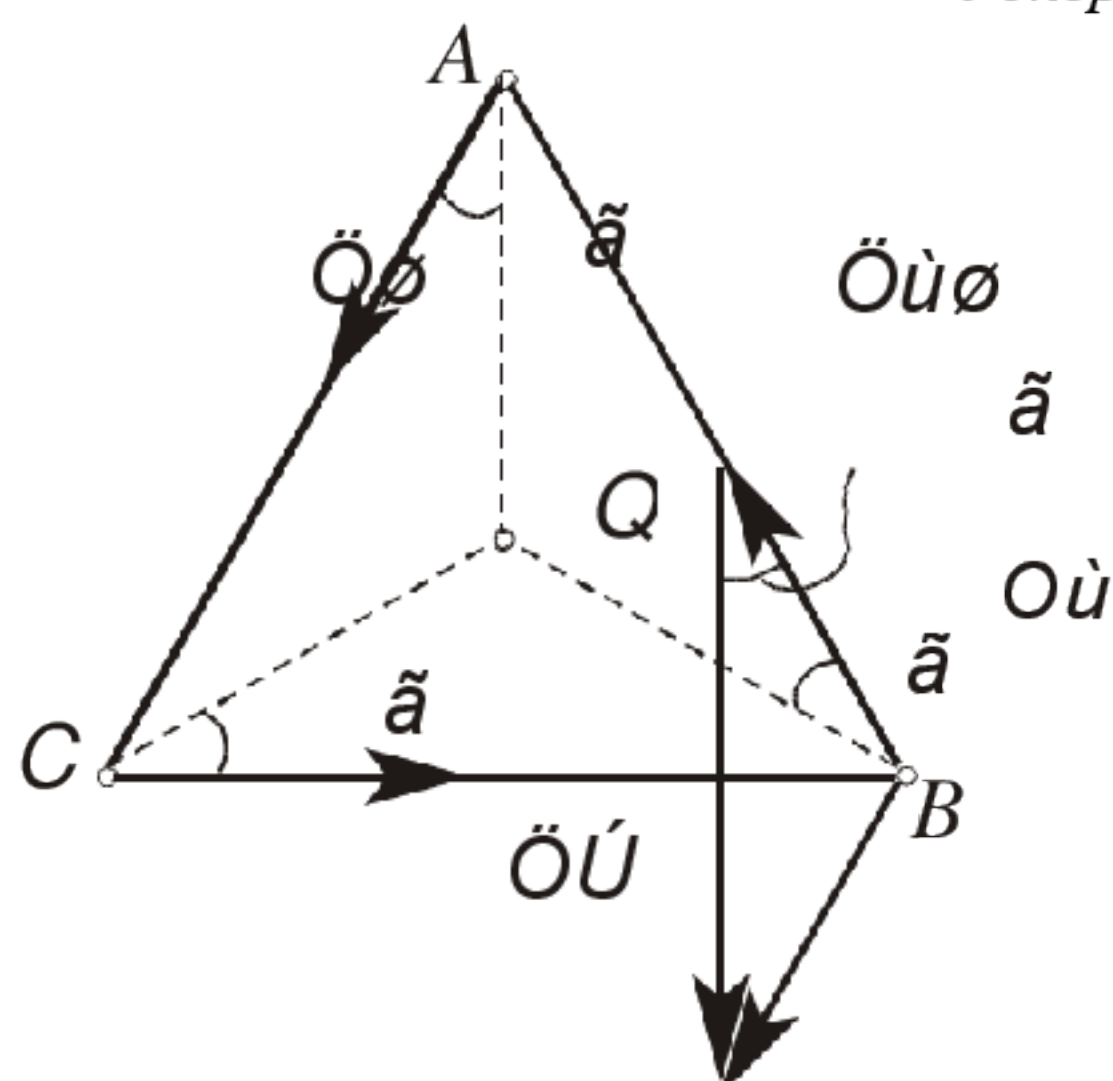
Рис. 2.31. Определение ускорений с помощью М.Ц.У.

Пример 2. Равносторонний треугольник ABC движется в плоскости чертежа. Ускорения вершин A и B равны в данный момент времени 16 см/с^2 и направлены по сторонам треугольника.

Определить ускорение третьей вершины C треугольника.

Решение. Определим ускорение точки C используя понятие мгновенного центра ускорений. Для определения его положения необходимо знать угол γ между вектором $\vec{a}_C$ и отрезком AB . (см. рис 2.30). Очевидно, что в нашем случае этот угол равен 30° .

Положение мгновенного центра ускорений Q определим как точку пересечения двух прямых, проведенных под углом γ к векторам $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_B$. Так как расстояния вершин треугольника от точки Q одинаковы, $QC = 16 \text{ см/с}^2$. Направление этого вектора показано на рисунке.



Вопросы и задания:

1. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
2. Как по уравнениям движения плоской фигуры найти скорость полюса и угловую скорость вращения вокруг полюса?
3. Как определить скорость любой точки плоской фигуры?
4. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.
5. Сформулируйте теорему об ускорениях точек плоской фигуры.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 17

Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

Шпренгельные фермы.

Цель: научиться определять ядро сечения при внецентренном сжатии.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы заключается в применении знаний в области кинематики на практике.

Теоретическая часть:

При конструировании стержней из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению (бетон), весьма желательно добиться того, чтобы все сечение работало лишь на сжатие. Этого можно достигнуть, не давая точке приложения силы P слишком далеко отходить от центра тяжести сечения, ограничивая величину эксцентриситета.

Конструктору желательно заранее знать, какой эксцентриситет при выбранном типе сечения можно допустить, не рискуя вызвать в сечениях стержня напряжений разных знаков. Здесь вводится понятие о так называемом ядре сечения. Этим термином обозначается некоторая область вокруг центра тяжести сечения, внутри которой можно располагать точку приложения силы P , не вызывая в сечении напряжений разного знака.

Пока точка A располагается внутри ядра, нейтральная ось не пересекает контура сечения, все оно лежит по одну сторону от нейтральной оси и, стало быть, работает лишь на сжатие. При удалении точки A от центра тяжести сечения нейтральная ось будет приближаться к контуру; граница ядра определится тем, что при расположении точки A на этой границе нейтральная ось подойдет вплотную к сечению, коснется его.

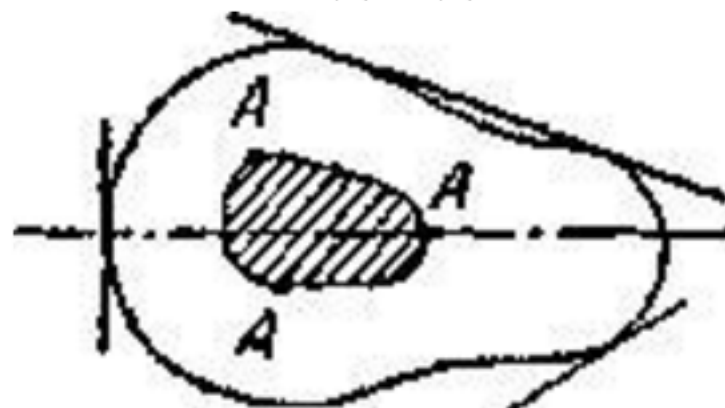


Рис.1. Комбинации положения сжимающей силы и нейтральной линии

Таким образом, если мы будем перемещать точку A так, чтобы нейтральная ось катилась по контуру сечения, не пересекая его, то точка A обойдет по границе ядра сечения. Если контур сечения имеет «впадины», то нейтральная ось будет катиться по огибающей контура.

Чтобы получить очертание ядра, необходимо дать нейтральной оси несколько

положений, касательных к контуру сечения, определить для этих положений отрезки a_y и a_z и вычислить координаты y_P и z_P точки приложения силы по формулам, вытекающим из известных зависимостей:

$$y_P = -\frac{i_x^2}{a_y}; z_P = -\frac{i_y^2}{a_z}$$

это и будут координаты точек контура ядра y_A и z_A .

При многоугольной форме контура сечения (Рис.2), совмещая последовательно нейтральную ось с каждой из сторон многоугольника, мы по отрезкам a_y и a_z определим координаты y_A и z_A точек границы ядра, соответствующих этим сторонам.

При переходе от одной стороны контура сечения к другой нейтральная ось будет вращаться вокруг вершины, разделяющей эти стороны, точка приложения силы будет перемещаться по границе ядра между полученными уже точками. Установим, как должна перемещаться сила Р, чтобы нейтральная ось проходила все время через одну и ту же точку В (y_B, z_B) — вращалась бы около нее. Подставляя координаты этой точки нейтральной оси в известное уравнение нейтральной оси (линии), получим:

$$1 + \frac{y_P y_B}{i_x^2} + \frac{z_P z_B}{i_y^2} = 0$$

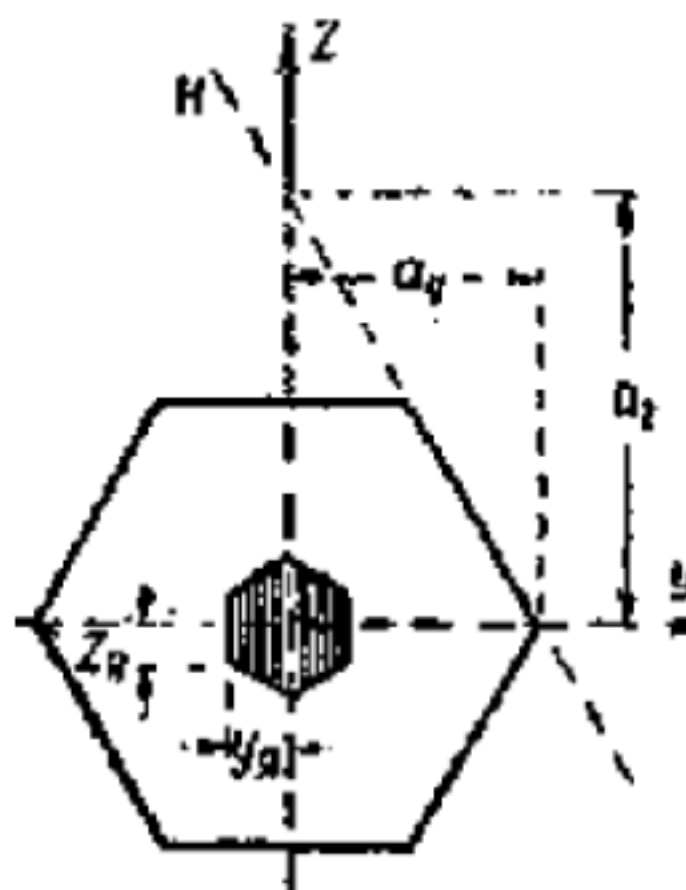


Рис.2. Ядро сечения для многоугольной формы поперечного сечения

Таким образом координаты y_P и z_P точки А приложения силы Р связаны линейно. При вращении нейтральной оси около постоянной точки В точка А приложения силы движется по прямой. Обратно, перемещение силы Р по прямой связано с вращением нейтральной оси около постоянной точки.

На Рис.3 изображены три положения точки приложения силы на этой прямой и соответственно три положения нейтральной оси. Таким образом, при многоугольной форме контура сечения очертание ядра между точками, соответствующими сторонам многоугольника, будет состоять из отрезков прямых линий.

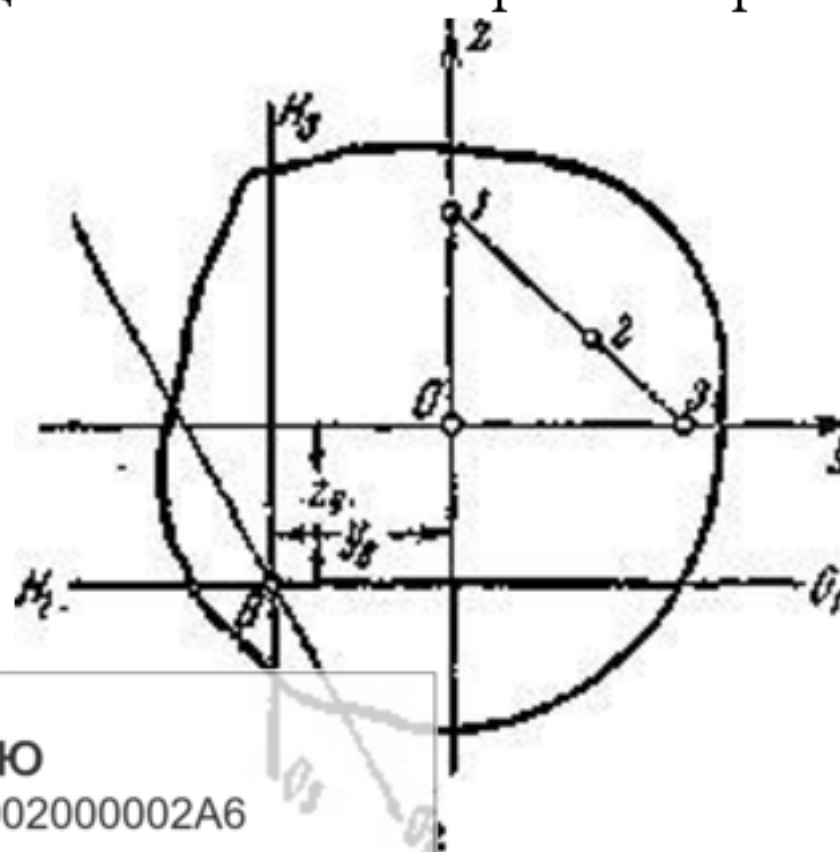


Рис.3. Динамика построения ядра сечения

Если контур сечения целиком или частично ограничен кривыми линиями, то построение границы ядра можно вести по точкам. Рассмотрим несколько простых примеров построения ядра сечения.

При выполнении этого построения для прямоугольного поперечного сечения воспользуемся полученными формулами.

Для определения границ ядра сечения при движении точки А по оси Оу найдем то значение $e = e_0$, при котором нейтральная ось займет положение H_1O_1 . Имеем:

$$a_y = -\frac{b}{2} = -\frac{b^2}{12e_0},$$

откуда

$$e_0 = \frac{b}{6}$$

Таким образом, границы ядра по оси Оу будут отстоять от центра сечения на $1/6$ величины b (Рис.4, точки 1 и 3); по оси Oz границы ядра определяются расстояниями $\frac{d}{6}$ (точки 2 и 4).

Для получения очертания ядра целиком изобразим положения нейтральной оси H_1O_1 и H_2O_2 , соответствующие граничным точкам 1 и 2.

При перемещении силы из точки 1 в точку 2 по границе ядра нейтральная ось должна перейти из положения H_1O_1 в положение H_2O_2 , все время касаясь сечения, т. е. поворачиваясь вокруг точки D.

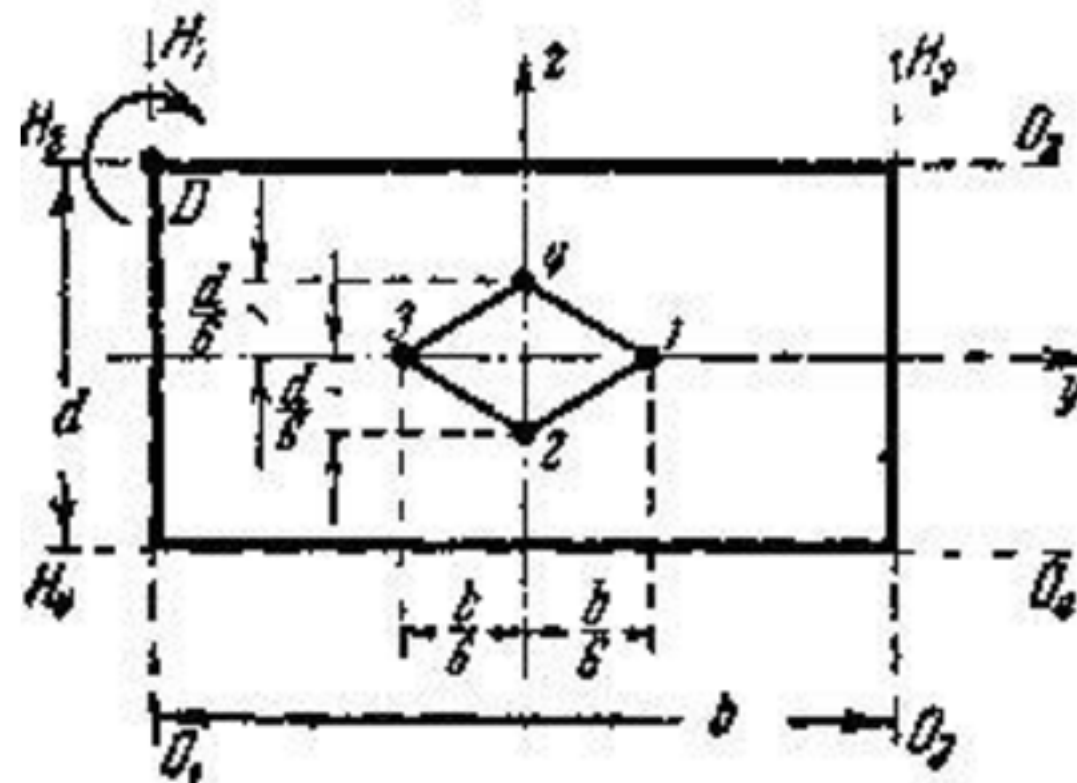


Рис.4. построение ядра для прямоугольного сечения.

Для этого сила должна двигаться по прямой 1 — 2. Точно так же можно доказать, что остальными границами ядра будут линии 2—3, 3—4 и 4—1.

Таким образом, для прямоугольного сечения ядро будет ромбом с диагоналями, равными одной трети соответствующей стороны сечения. Поэтому прямоугольное сечение при расположении силы по главной оси работает на напряжения одного знака, если точка приложения силы не выходит за пределы средней трети стороны сечения.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

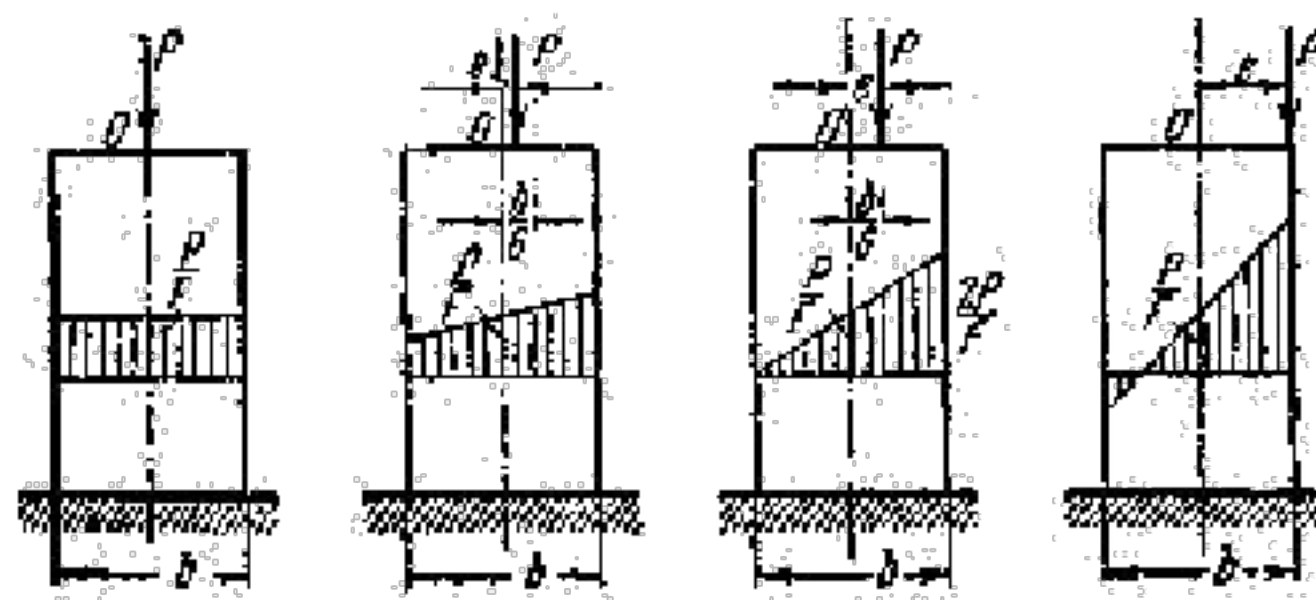


Рис.5. Динамика изменения напряжений при изменении эксцентриситета.

Эпюры распределения нормальных напряжений по прямоугольному сечению при эксцентриситете, равном нулю, меньшему, равному и большему одной шестой ширины сечения, изображены на Рис.5.

Отметим, что при всех положениях силы P напряжение в центре тяжести сечения (точка O) одинаково и равно $\frac{P}{F}$ и что сила P не имеет эксцентриситета по второй главной оси.

Для круглого сечения радиуса r очертание ядра будет по симметрии кругом радиуса r_0 . Возьмем какое-либо положение нейтральной оси, касательное к контуру. Ось Oy расположим перпендикулярно к этой касательной. Тогда

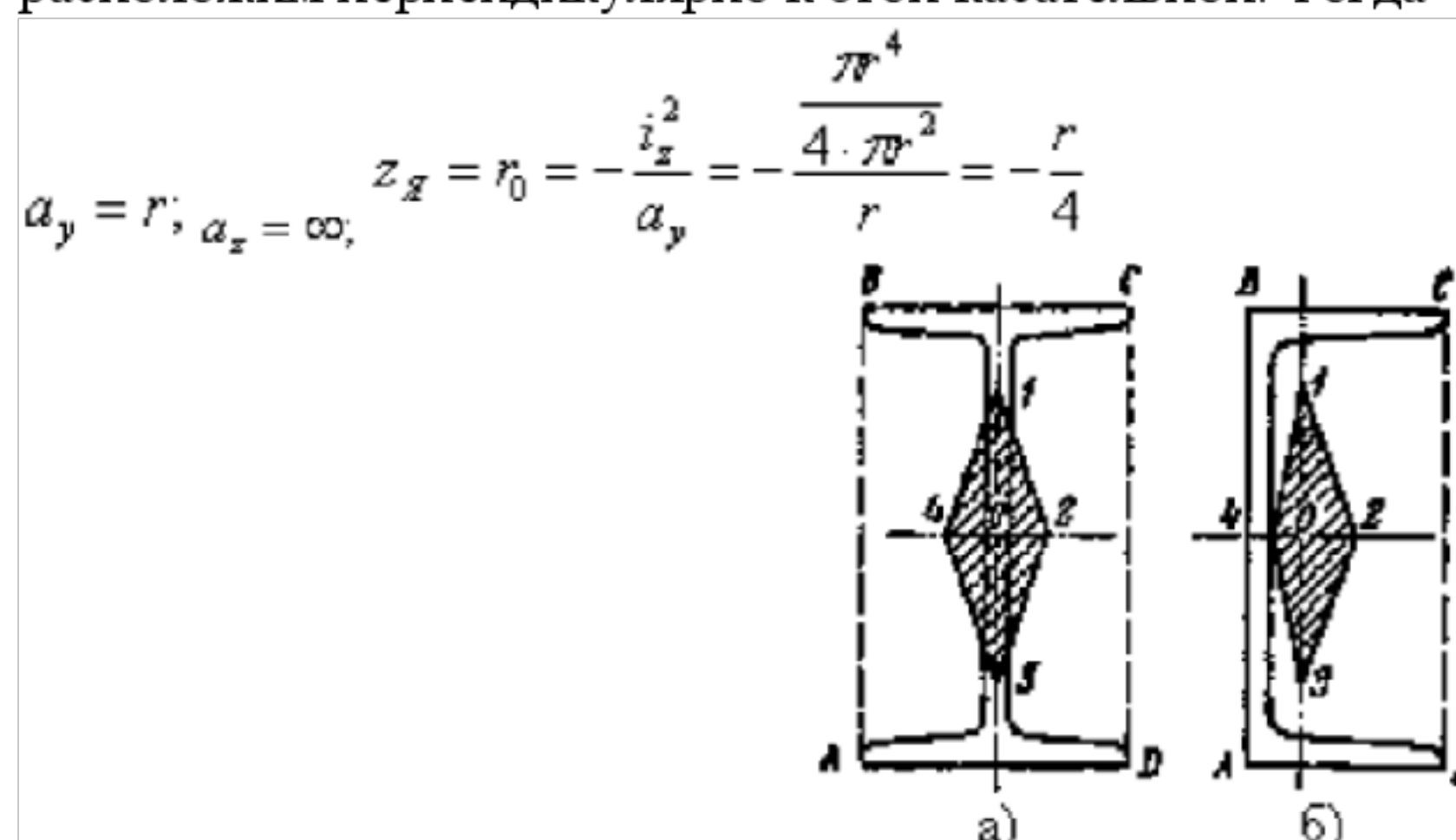


Рис.6. Ядро сечения для двутавра — а) и швеллера — б)

Таким образом, ядро представляет собой круг с радиусом, вчетверо меньшим, чем радиус сечения.

Для двутавра нейтральная ось при обходе контура не будет пересекать площади поперечного сечения, если будет касаться прямоугольного контура $ABCD$, описанного около двутавра (Рис.6а). Следовательно, очертание ядра для двутавра имеет форму ромба, как и для прямоугольника, но с другими размерами.

Для швеллера, как и для двутавра, точки 1, 2, 3, 4 контура ядра (Рис.6 б) соответствуют совпадению нейтральной оси со сторонами прямоугольника $ABCD$.

Вопросы и задания:

5. Что такое ядро сечения?

6. Какое очертание ядра сечения для двутавра и швеллера?

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Лабораторное занятие 18

Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

Фермы со сложной решеткой

Цель: научиться рассчитывать балки на упругом основании

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем; кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения.

Теоретическая часть:

К числу статически неопределимых балок может быть отнесена балка на упругом основании. Так называется балка, опирающаяся по всей своей длине (Рис.1) на упругое основание, оказывающее в каждой точке на балку реакцию, пропорциональную y — прогибу балки в этой точке. Коэффициент пропорциональности обозначается буквой k .

Введение предположения о пропорциональности реакций прогибу является приближением, хотя и достаточно близким к действительным условиям.

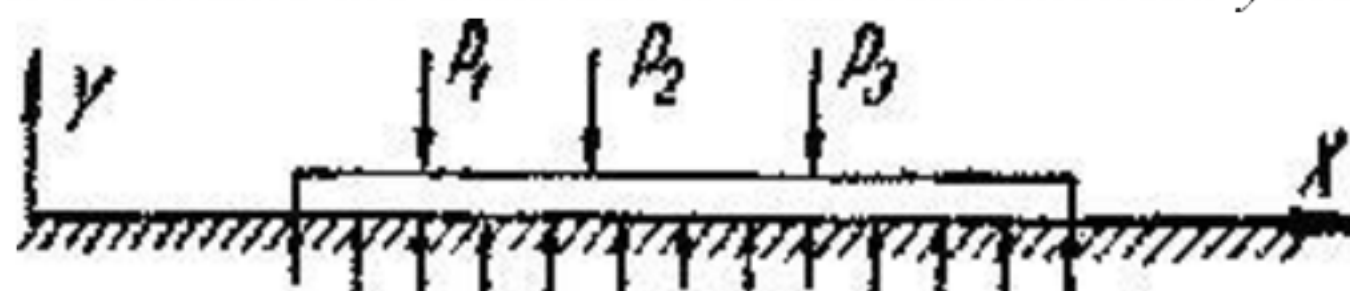


Рис.1. Расчетная схема балки на упругом основании.

Предложение ввести в расчет коэффициент пропорциональности k , именуемый «коэффициентом постели», было впервые сделано русским академиком Николаем Ивановичем Фуссом в 1801 году. Принимая это предположение, получаем, что интенсивность реакции основания в каждой точке сила равна ky и измеряется в единицах силы и длины; размерность коэффициента k при этом будет сила и квадрат длины. Будем считать, что основание оказывает реакцию при прогибах балки как вниз, так и вверх.

На практике задачи о расчете балки на упругом основании встречаются в железнодорожном деле (рельс, шпала), в строительстве — фундаменты различных сооружений, передающие нагрузку на грунт.

Статически неопределимой такая балка будет потому, что условие статики — сумма нагрузок равна всей реакции основания — не дает возможности установить распределение этой реакции по длине балки, а значит, вычислить изгибающие моменты и поперечные силы.

Интенсивность реакции в каждой точке связана с прогибами балки. Поэтому для решения задачи необходимо найти сначала уравнение изогнутой оси $y = f(x)$, а уже

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

затем формулы для вычисления изгибающего момента и поперечной силы. Ход решения оказывается обратным обычному.

Найдем уравнение изогнутой оси для балки постоянного сечения, лежащей на упругом основании и нагруженной сосредоточенными силами $P_1, P_2, \dots$ (Рис.1). Начало координат возьмем в любой точке, ось x направим вправо, ось y вертикально вверх. Направление нагрузок вверх будем считать положительным. Напишем обычное дифференциальное уравнение изгиба

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x)$$

Так как $M(x)$ нам неизвестен, то постараемся связать прогибы непосредственно с нагрузкой, для этого дифференцируем дважды предыдущее уравнение:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x) \quad (1)$$

где $q(x)$ —интенсивность сплошной нагрузки, действующей на балку в сечении с абсциссой x .

Сплошной нагрузкой для нашей балки является лишь реакция упругого основания. Интенсивность ей пропорциональна прогибам; эта нагрузка направлена вверх, т. е. положительна, когда прогибы идут вниз, т. е. отрицательны, и наоборот. Таким образом, эта нагрузка имеет знак, обратный знаку прогибов:

$$q(x) = -ky$$

Тогда

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = -ky \quad (2)$$

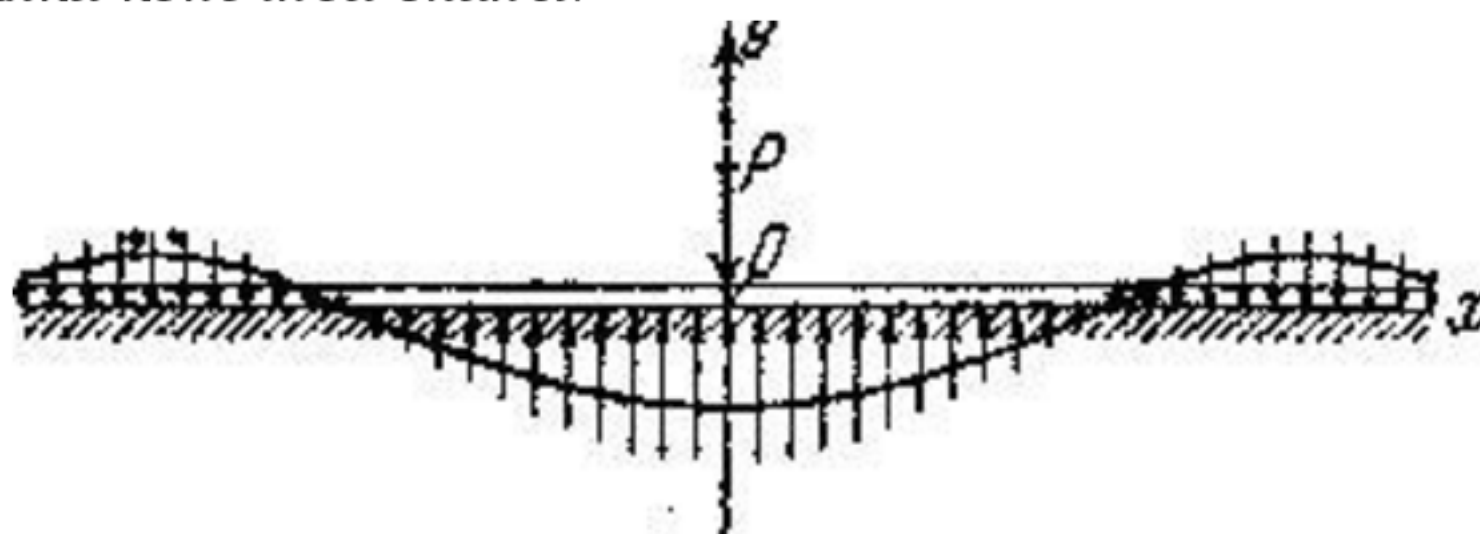
$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EJ} y = 0 \quad (3)$$

Если обозначить $\sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}} = \beta$, то общий интеграл уравнения (25.3) имеет вид:
 $y = e^{+\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (25.4)$

Постоянные A, B, C, D должны быть определены в каждом частном случае нагрузки и длины балки. Величина β имеет измерение обратное длине.

Расчет бесконечно длинной балки на упругом основании, загруженной одной силой P .

Наиболее просто решается задача об изгибе бесконечно длинной балки, нагруженной одной сосредоточенной силой (Рис.2). Помимо непосредственного практического значения решение этой задачи позволит путем последовательных приближений рассчитывать и балки конечной длины.



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
 ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
 Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
 Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Рис.2. Расчетная схема балки бесконечной длины.

Начало координат расположим в точке приложения силы P . Определим постоянные A, B, C, D . Реакция основания, равная силе P должна быть конечной величиной,

то прогибы балки в точках, бесконечно удаленных от точки приложения силы, должны обращаться в нуль:

$$y_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (5)$$

При бесконечно больших значениях x два вторых слагаемых в правой части формулы (4) обращаются в нуль благодаря множителю $e^{-\beta x}$, два же первых могут обратиться в нуль лишь при

$$A = 0 \text{ и } B = 0;$$

таким образом,

$$y = e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (6)$$

Далее, по симметрии нагрузки и реакции основания, касательная к изогнутой оси в точке приложения силы должна идти параллельно оси абсцисс:

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0$$

Дифференцируя (6), получаем:

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -\beta e^{-\beta x} [\sin \beta x (C + D) + \cos \beta x (D - C)]$$

Подставляя в это выражение $x = 0$ и приравнявая результат нулю, находим:

$$D - C = 0 \text{ и } C = D;$$

таким образом, уравнения будут:

$$y = e^{-\beta x} C (\sin \beta x + \cos \beta x) \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -2e^{-\beta x} C \beta \sin \beta x \quad (8)$$

Для определения последней постоянной C имеем еще одно уравнение: нам известна величина поперечной силы в начале координат.

Разрезав балку сечением в точке O справа от силы P и рассматривая правую часть балки, видим, что поперечная сила в этом сечении равна реакции основания, действующей на правую половину балки со знаком минус; так как реакция направлена вверх (для правой половины) и вся реакция основания равна P , значит, поперечная сила в сечении при $x = 0$ равна

$$Q(x)_{x=0} = -\frac{P}{2}$$

Но, с другой стороны

$$EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = Q(x) \quad (9)$$

Таким образом,

$$EJ \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} = -\frac{P}{2} \quad (10)$$

Вычисляем, пользуясь (8), $\frac{d^2 y}{dx^2}$ и $\frac{d^3 y}{dx^3}$:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -2C\beta^2 e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] \quad (11)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = +4C\beta^3 e^{-\beta x} \sin \beta x \quad (12)$$

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

$$4EJC\beta^3 = -\frac{P}{2} \text{ и } C = -\frac{P}{8EJ\beta^3}$$

Теперь значения y и ее производных получают вид

$$y = -\frac{P}{8EJ\beta^3} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x) = -\frac{P}{8EJ\beta^3} \cdot \eta$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = +\frac{P}{4EJ\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x = +\frac{P}{4EJ\beta^2} \cdot \eta_3$$

$$M(x) = EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = +\frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] = \frac{P}{4\beta} \cdot \eta_1$$

$$Q(x) = EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x = -\frac{P}{2} \cdot \eta_2$$

Таким образом, напряженное состояние и деформации балки на упругом основании всецело определяются нагрузкой и коэффициентом β , зависящим от соотношения жесткостей балки и упругого основания.

Вопросы и задания:

6. Какими уравнениями задается плоскопараллельное движение?
7. Сформулируйте теорему о проекциях скоростей двух точек плоской фигуры.
8. Какие существуют способы задания движения точки?
9. Назвать случаи, когда кориолисово ускорение точки равно нулю.
10. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьюгин. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940) (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827) (30.10.2016).
3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ; То же [Электронный ресурс]. URL:[//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650) (30.10.2016).

Дополнительная литература:

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783) (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т. II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. -URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149) (30.10.2016).

Интернет-ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks
2. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека on-line»
3. Электронно-библиотечная система Лань

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по организации и проведению самостоятельных работ по дисциплине
«Строительная механика»
для студентов направления подготовки
08.03.01 Строительство

Пятигорск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ	
Сертификат:	12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец:	Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022	

Содержание

Введение	132
1. Общая характеристика самостоятельной работы студента.....	133
2. План - график выполнения самостоятельной работы	134
3. Методические рекомендации по изучению теоретического материала	134
3.1. Вид самостоятельной работы: самостоятельное изучение литературы	134
3.2. Вид самостоятельной работы: подготовка к практическим работам	135
4. Методические указания	135
5. Методические указания к экзамену	135
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	136

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Введение

Методические указания и задания для выполнения самостоятельной работы студентами по дисциплине «Строительная механика» по направлению подготовки бакалавров: 08.03.01 Строительство .

Методическое пособие содержит весь необходимый материал для выполнения самостоятельной работы по дисциплине «Строительная механика»

В данном методическом пособии приведены темы и вопросы для самостоятельного изучения.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1. Общая характеристика самостоятельной работы студента

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, выполняемый учащимся без непосредственного контакта с преподавателем или управляемый преподавателем опосредованно через специальные учебные материалы; неотъемлемое обязательное звено процесса обучения, предусматривающее прежде всего индивидуальную работу учащихся в соответствии с установкой преподавателя или учебника, программы обучения.

На современном этапе самостоятельную работу студента следует разделить на работу с бумажными источниками информации, т.е. учебниками, методическими пособиями, монографиями, журналами и т.д. и электронными источниками информации, т.е. доступ к электронным ресурсам через Интернет.

Сегодня самостоятельную работу студента невозможно представить без использования информационной сети – Интернет. Необходимость использования Интернета возникает не только при подготовке к практическим и семинарским занятиям, но, в большей степени, при написании различных исследовательских и творческих работ. Многие современные монографии, периодические журналы изданы только в электронном виде и с ними можно познакомиться только в Интернете.

Цели и задачи самостоятельной работы: формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Уровни сформированности компетенции (ий), индикатора (ов)	Дескрипторы			
	Минимальный уровень не достигнут (Неудовлетворительно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла	Средний уровень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов
Компетенция: ПК-3 Способен проводить расчетное обоснование и конструирование строительных конструкций зданий и сооружений промышленного и гражданского назначения				
Результаты обучения по дисциплине: <i>Индикатор:</i> ИД-1 ИД-2 ИД-3 ИД-4 ИД-5 ИД-6 ИД-7 ИД-8	Не способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми	Частично способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6 Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна				
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022				

	конструкций, зданий и инженерных сооружений.	прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.	строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.	строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.
	Не способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Частично способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.

2. План - график выполнения самостоятельной работы

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
5 семестр					
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Самостоятельное изучение литературы по темам № 1-6	Собеседование	26,73	2,97	29,7
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Подготовка к практическим занятиям	Отчёт (устный)	2,43	0,27	2,7
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Подготовка к лабораторным занятиям	Отчёт (устный)	7,29	0,81	8,1
Итого за 5 семестр			36,45	4,05	40,5
Итого			36,45	4,05	40,5

3. Методические рекомендации по изучению теоретического материала

3.1. Вид самостоятельной работы: самостоятельное изучение литературы

Изучать учебную дисциплину «Строительная механика» рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них в программе дисциплины. При теоретическом изучении дисциплины студент должен пользоваться соответствующей литературой. Примерный перечень литературы приведен в рабочей программе

Для более полного освоения учебного материала студентам читаются лекции по важнейшим разделам учебной дисциплины. На лекциях излагаются и детально рассматриваются вопросы, составляющие теоретический и практический фундамент дисциплины.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Итоговый продукт: конспект лекций

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Средства и технологии оценки: Собеседование

Критерии оценивания: Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине.

Темы для самостоятельного изучения:

1. Общие понятия и определения.
2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.
3. Трехшарнирные арки и рамы.
4. Плоские статически определимые фермы.
5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.
6. Расчет шпренгельных ферм.

3.2. Вид самостоятельной работы: подготовка к практическим работам

Итоговый продукт: отчет по практическому занятию

Средства и технологии оценки: защита отчета

Критерии оценивания: Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно, если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине

3.3. Вид самостоятельной работы: подготовка к лабораторным работам

Итоговый продукт: отчет по лабораторному занятию

Средства и технологии оценки: защита отчета

Критерии оценивания: Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно, если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине

4. Методические указания

1. Методические указания для проведения практических работ по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.
2. Методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.
3. Методические указания для выполнения расчетно-графической работы по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН

ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Процедура проведения экзамена осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются три вопроса (один вопрос для проверки знаний и два вопроса для проверки умений и навыков студента).

Для подготовки по билету отводиться 30 минут.

При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования справочными таблицами

При проверке практического задания, оцениваются:

- знание параметра;
- последовательность и рациональность выполнения.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьюгин. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940) (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827) (30.10.2016).
3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ; То же [Электронный ресурс]. URL:[//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650) (30.10.2016).

Дополнительная литература:

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783) (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т. II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. -URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149) (30.10.2016).

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по выполнению расчетно-графической работы
по дисциплине «**Строительная механика**»
для студентов направления подготовки

08.03.01 Строительство

Пятигорск, 2022

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Содержание

Введение	140
1. Цель, задачи и реализуемые компетенции	141
2. Формулировка задания и его объем.....	142
3. Общие требования к написанию и оформлению работы.....	3
4. Рекомендации по выполнению задания.....	3
6. Критерии оценивания работы.....	4
7. Порядок защиты работы.....	5
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	6

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

Введение

Методические указания и задания для выполнения РГР студентами по дисциплине «Строительная механика» по направлению подготовки бакалавров: 08.03.01 Строительство.

Методическое пособие содержит весь необходимый материал для выполнения РГР по дисциплине «Строительная механика».

В данном методическом пособии приведены темы и вопросы для самостоятельного изучения и выполнения РГР.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

1.Цель, задачи и реализуемые компетенции

Учебным планом специальности 08.03.01 Строительство, предусматривается написание РГР по дисциплине. Этот вид письменной работы выполняется каждый год, по темам выбранным самостоятельно. Перечень тем разрабатывается преподавателем.

РГР – самостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала.

Цель выполняемой работы:

- получить специальные знания по выбранной теме;

Основные задачи выполняемой работы:

- 1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
 - 2) выработка навыков самостоятельной работы;
 - 3) выяснение подготовленности студента к будущей практической работе;
- Весь процесс написания РГР можно условно разделить на следующие этапы:
- а) выбор темы и составление предварительного плана работы;
 - б) сбор научной информации, изучение литературы;
 - в) анализ составных частей проблемы, изложение темы;
 - г) обработка материала в целом.

Тема РГР выбирается студентом самостоятельно из предложенного списка тем.

Подготовку РГР следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке РГР, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Наименование компетенции		
Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-3 Способен проводить расчетное обоснование и конструирование строительных конструкций зданий и сооружений промышленного и гражданского назначения	ИД-1 _{ПК-3} Выбирает исходную информацию и нормативно-технические документы для выполнения расчётного обоснования проектных решений здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надёжностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.
	ИД-2 _{ПК-3} Выбирает нормативно-	

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАНИЕ ДОКУМЕНТЫ,
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

	устанавливающие требования к расчётному обоснованию проектного решения здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.
	ИД-3 _{ПК-3} Выполняет сбор нагрузок и воздействий на здание (сооружение) промышленного и гражданского назначения.	
	ИД-4 _{ПК-3} Выбирает методики расчётного обоснования проектного решения конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	
	ИД-5 _{ПК-3} Выбирает параметры расчетной схемы здания (сооружения), строительной конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	
	ИД-6 _{ПК-3} Выполняет расчеты строительной конструкции, здания (сооружения), основания по первой, второй группам предельных состояний.	
	ИД-7 _{ПК-3} Составляет графическое оформление проектной документации на строительную конструкцию.	
	ИД-8 _{ПК-3} Обеспечивает представление и защиту результатов работ по расчетному обоснованию и конструированию строительной конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	

2. Формулировка задания и его объем

Вариант 1

Задача (задание)1 - Определение многопролетной статически определимой балки.

Для многопролетной статически определимой балки требуется:

3. Проверить геометрическую неизменяемость системы;
4. Построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил от заданной нагрузки;
5. Построить линии влияния для заданного сечения I статическим способом;
6. Загрузить эти линии влияния заданной внешней нагрузкой и сравнить полученные результаты со значениями ординат эпюр и в этом же сечении в п.2.

Вариант в документе подписан электронным способом (для очного отделения) или двумя цифрами зачетной книжки (для заочного отделения).

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

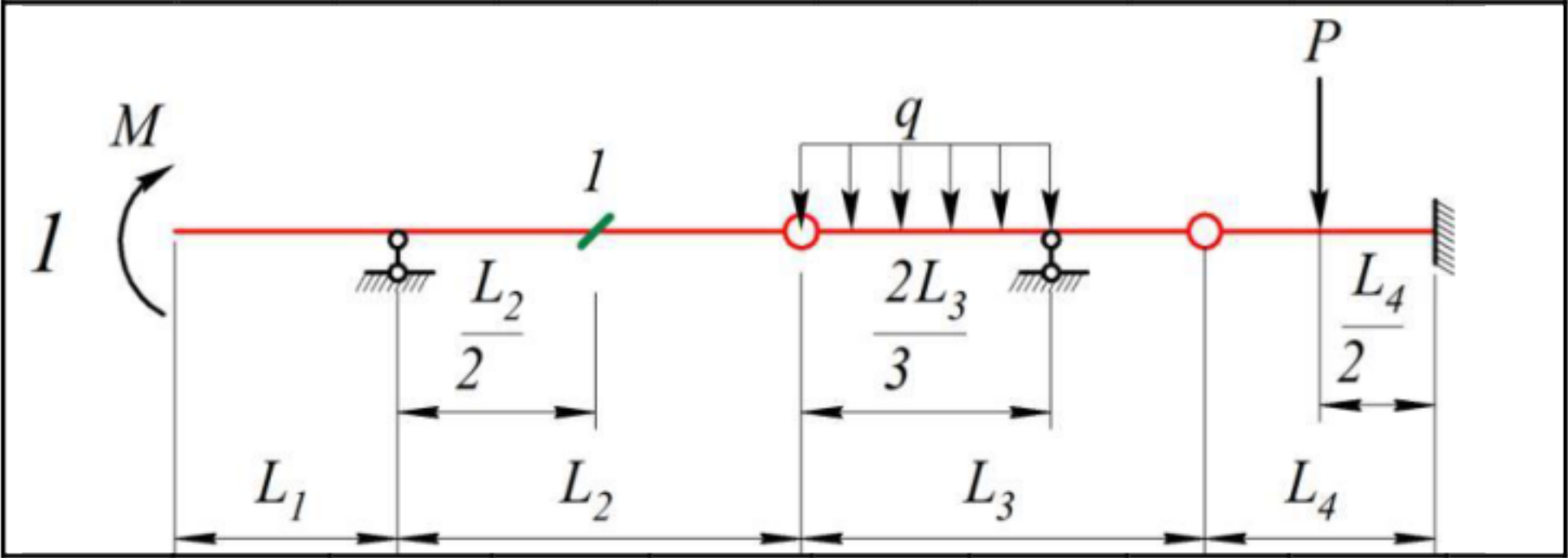
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

По последней цифре выбирается расчетная схема (Рисунок Еггор! No text of specified style in document..1), по предпоследней числовые значения (Таблица 1).

Таблица 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, (m)	15	23	30	17	14	20	24	16	28	19
, (m)	10	25	20	60	45	80	30	65	50	40
, (m)	11	32	26	23	27	34	19	35	29	10
, (m)	0,8	1	1,5	0,7	0,5	0,8	2	1	2	2,1
, (m)	0,6	0,4	1,7	2	1	0,9	1,5	1	1,9	0,5
, (m)	1	1,8	1	1	2	1	1,6	1	1,1	2,4
, (m)	1,5	1,6	0,9	0,5	3	1,5	2	1	2,4	1

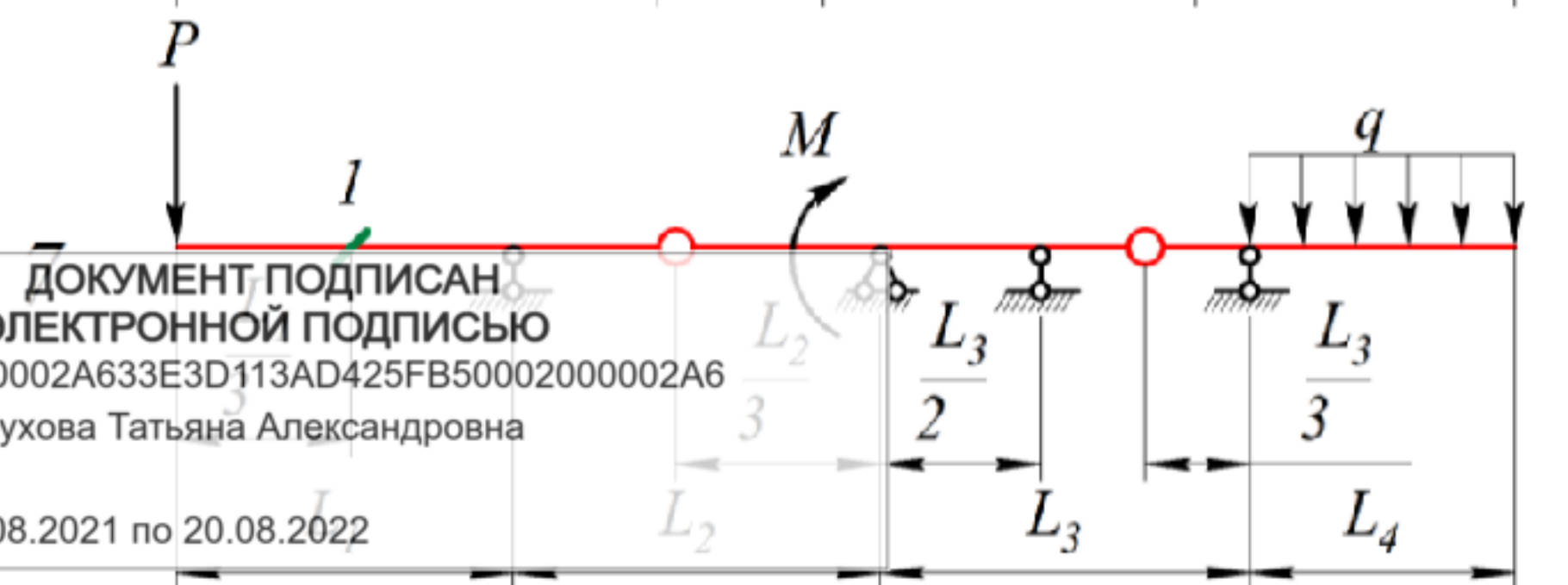
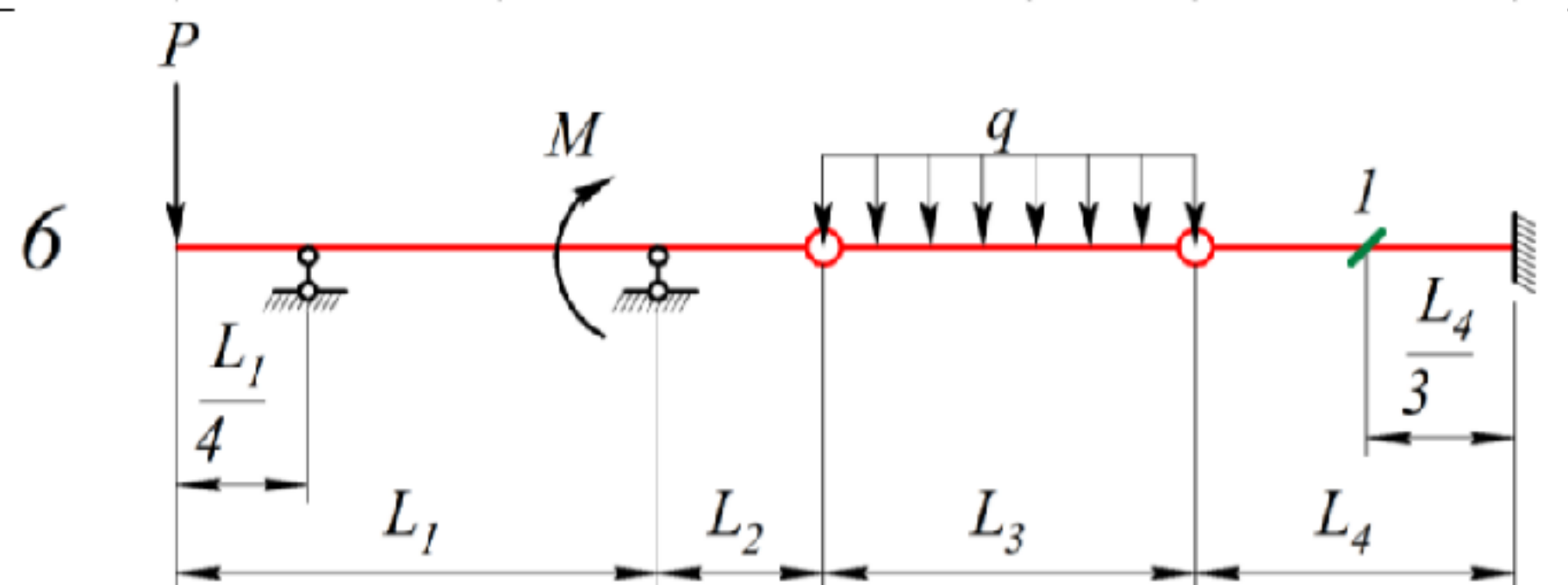
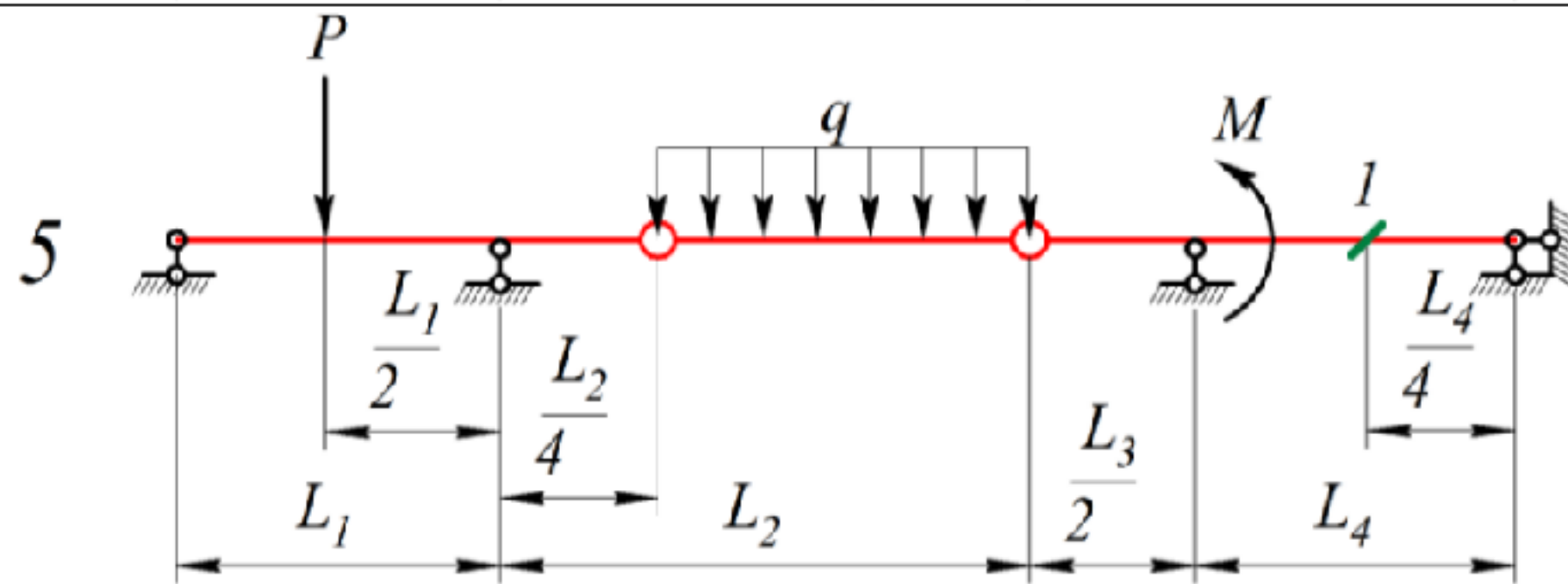
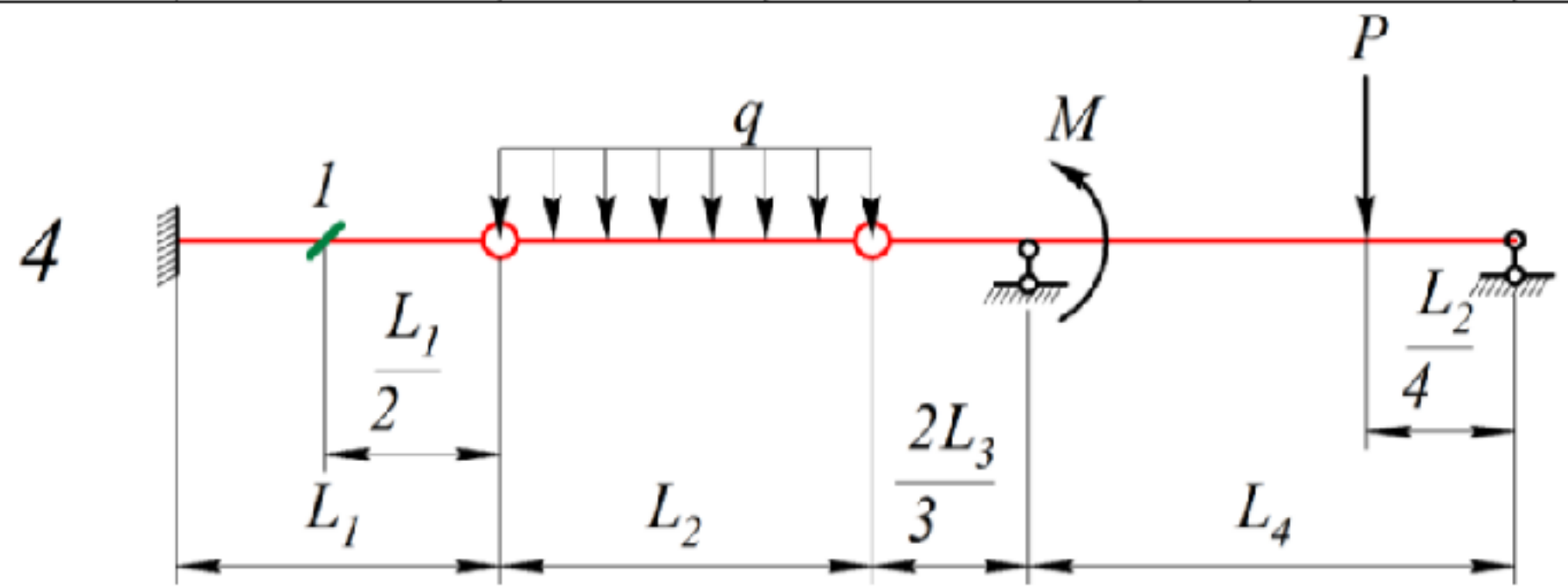
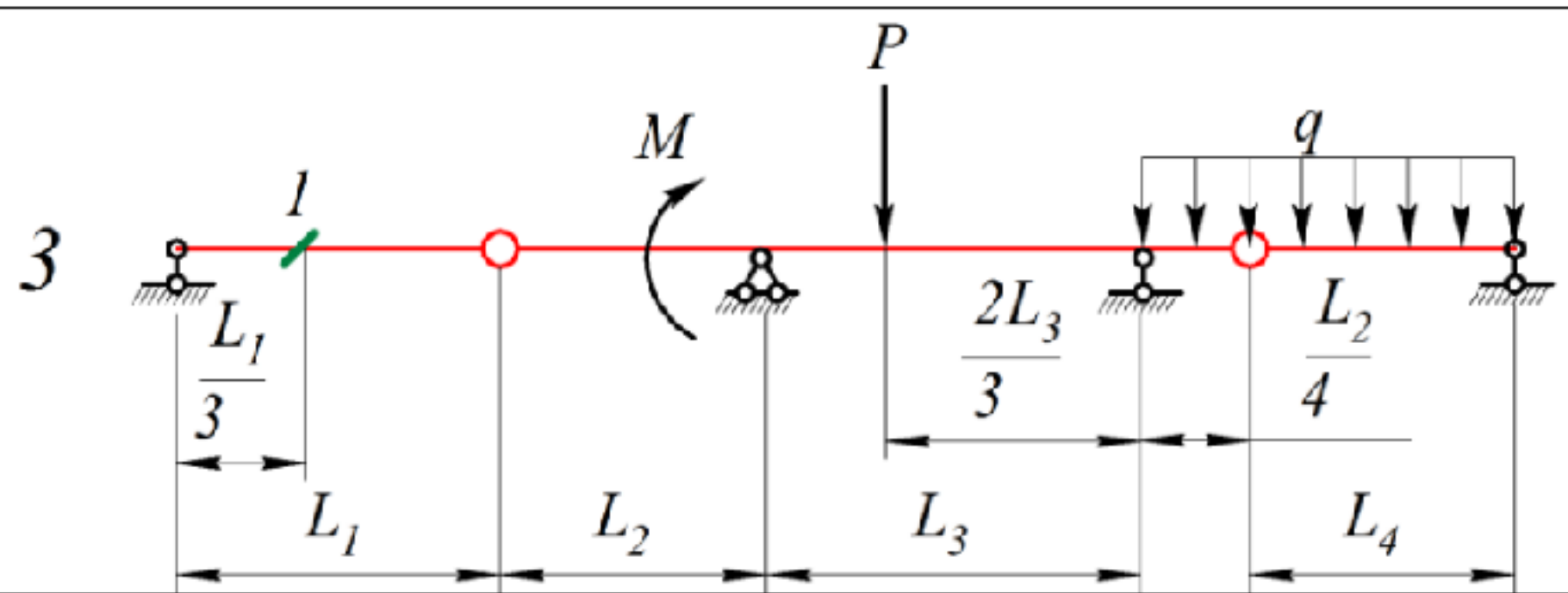
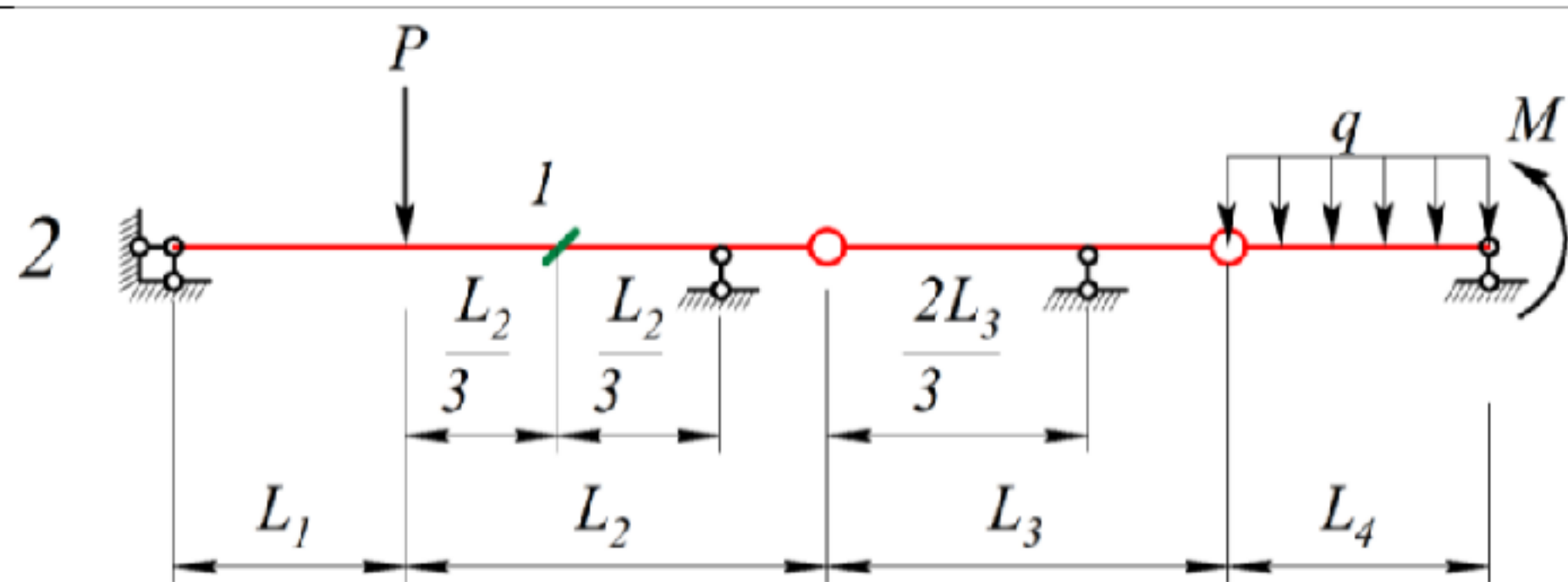


ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022



ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

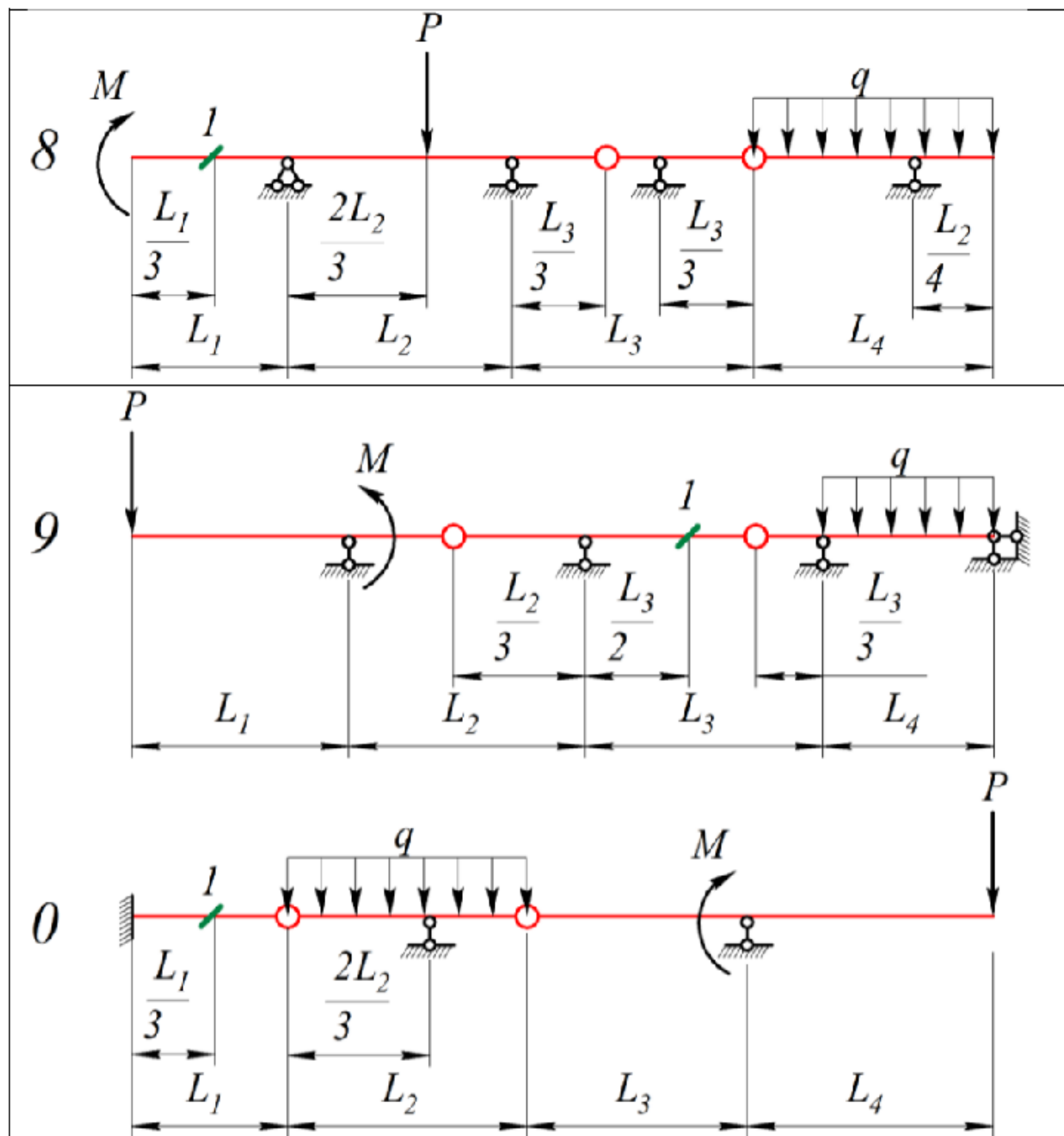


Рисунок Error! No text of specified style in document..1

Вариант 2

Задача (задание)1 - Расчет трехшарнирной арки.

Требуется определить изгибающий момент M , поперечную силу Q и продольную силу N в сечении K арки, пролетом .

Задания выбирать по двум последним цифрам студенческого билета (зачетной книжки). По последней цифре выбрать схему задания, по предпоследней числовые значения (таблица). Пример: номер студенческого билета ОП-123456 соответственно вариант задания 56, схема 6, числовые значения 5.

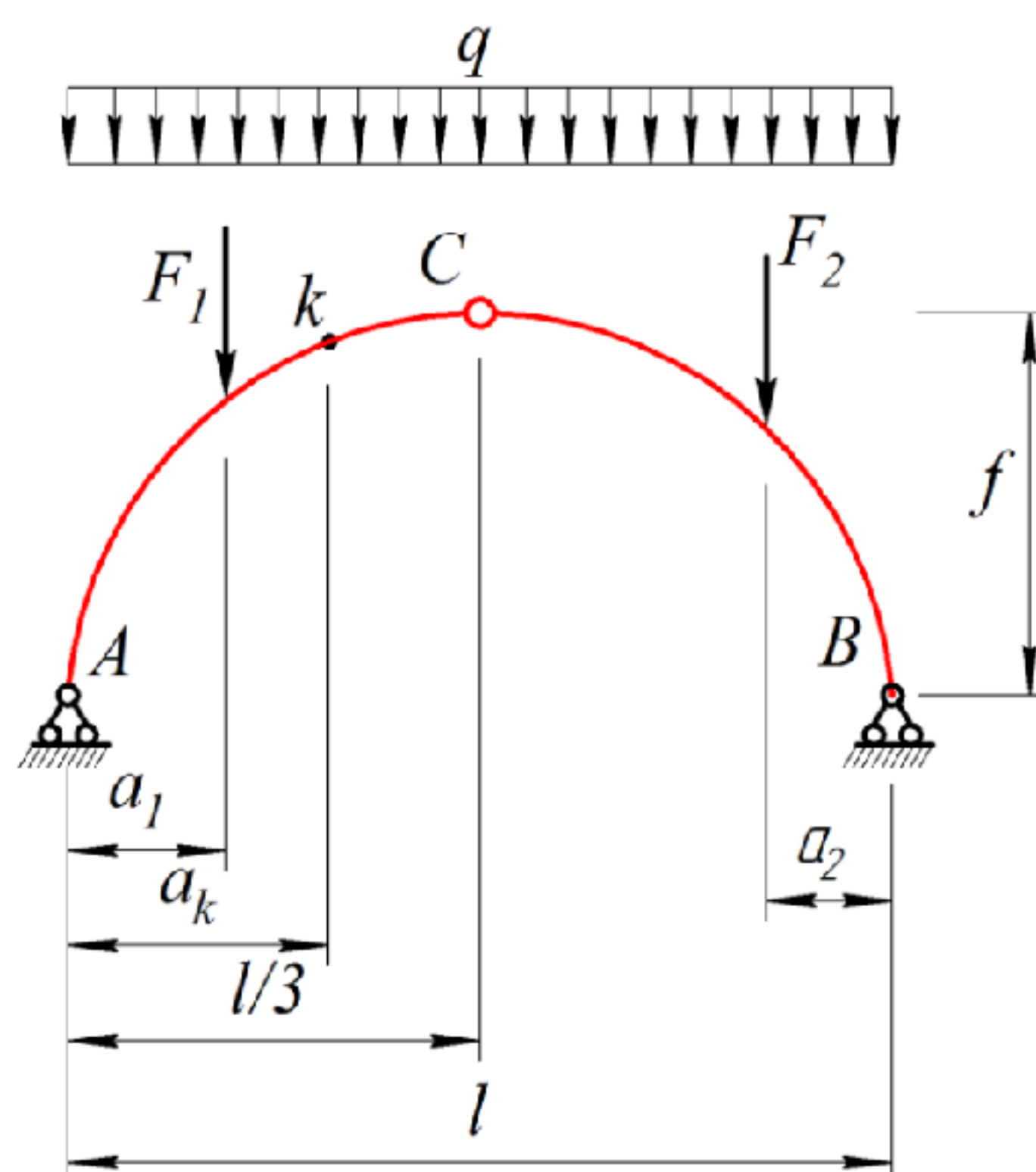
Предпоследняя цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
l , м	15	17	20	14	19	10	16	18	11	20
q , кН/м	21	18	10	30	21	17	15	20	19	11
f , м	5	8	3	10	15	9	18	12	22	32
P , кН	0,5	0,63	0,54	0,39	1,1	0,85	1,4	1	1,4	2
M , кН·м	0,33	0,427	0,22	0,45	0,25	0,315	0,27	0,427	0,22	0,517
Q , кН	0,495	0,28	0,337	0,3	0,382	0,21	0,405	0,285	0,337	0,34
N , кН	0,935	0,807	0,637	0,85	0,722	0,59	0,76	0,807	0,637	0,977
l , м	1,5	2,0	1,7	1,4	1,8	1,9	1,5	2,3		

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

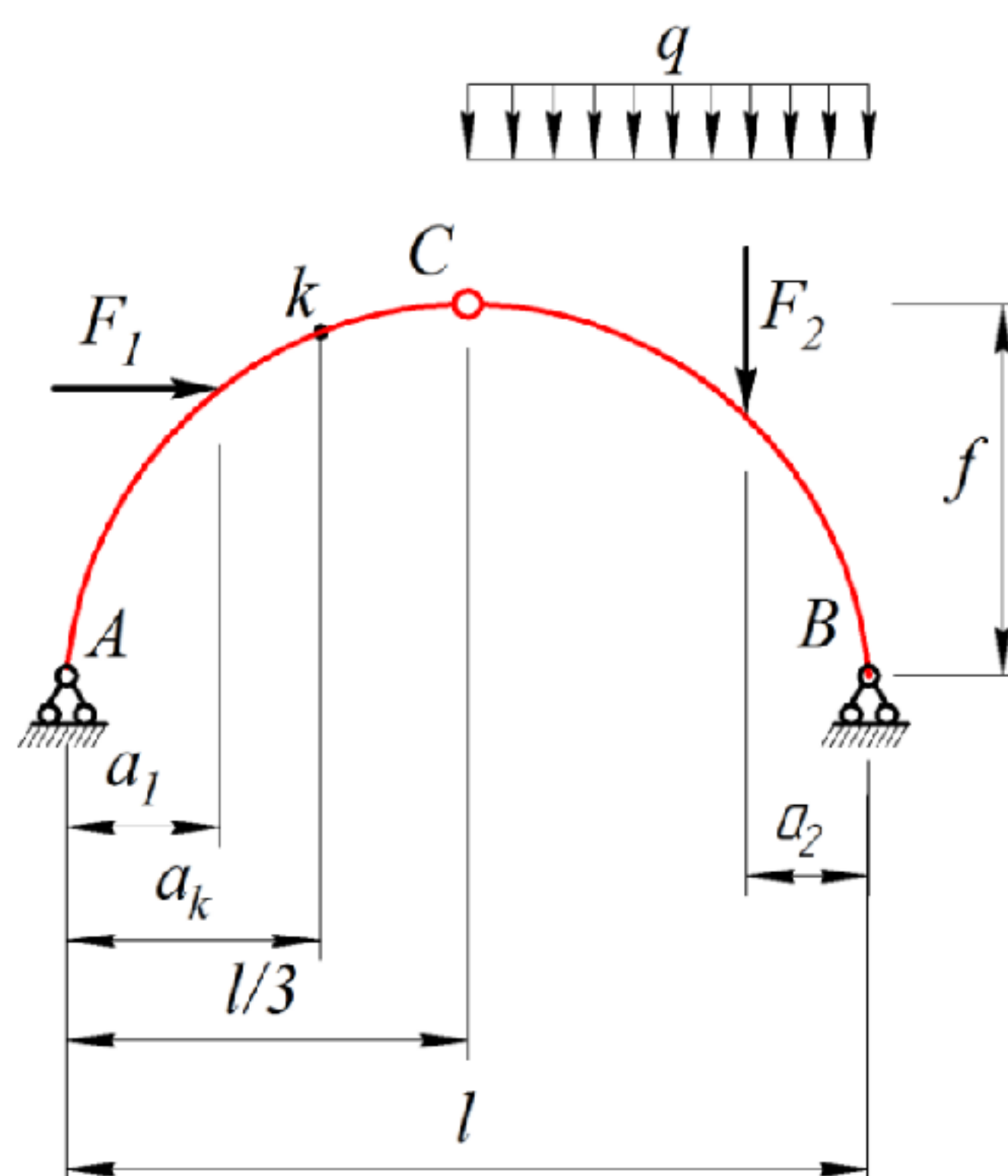
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

0



1



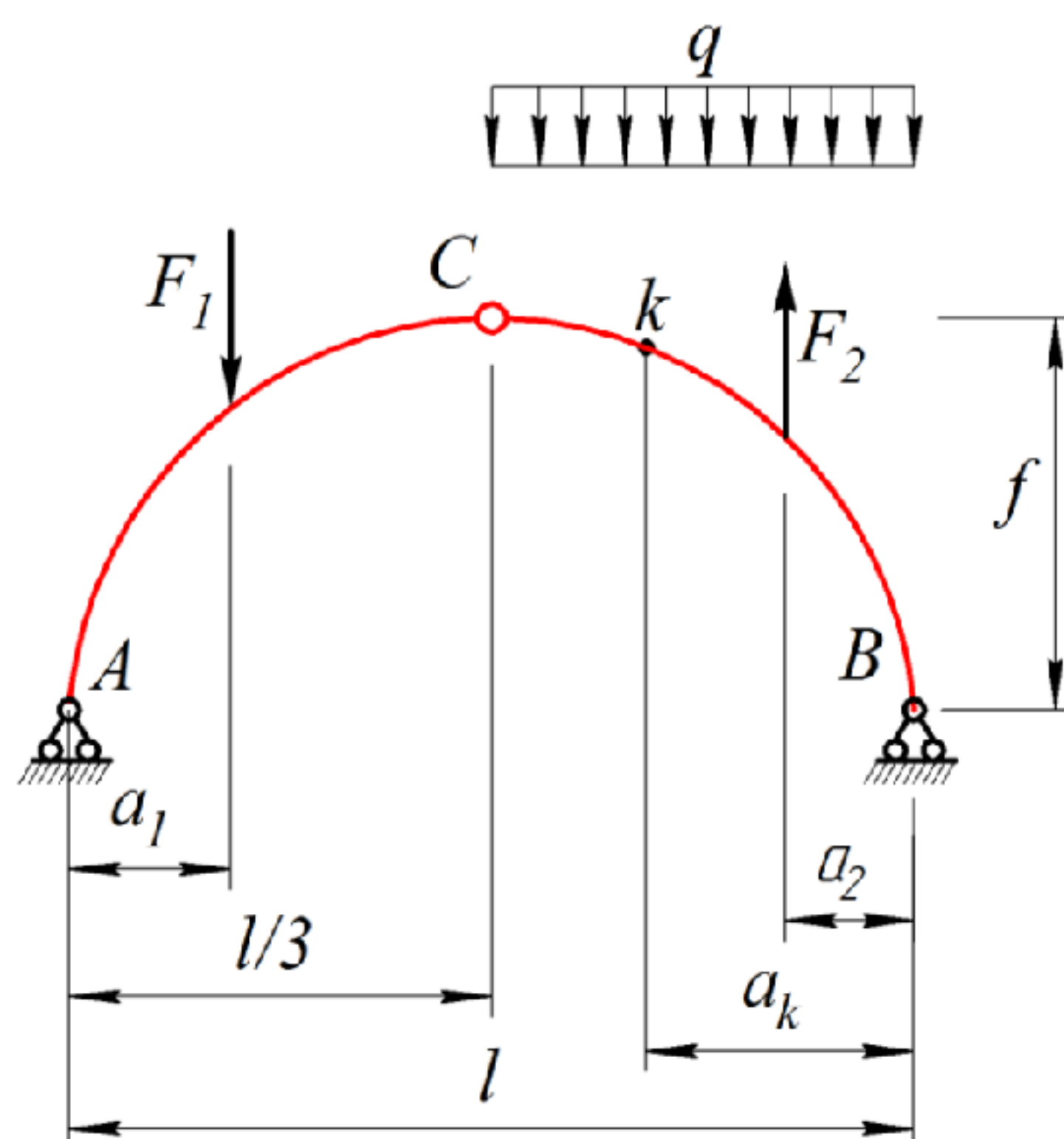
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

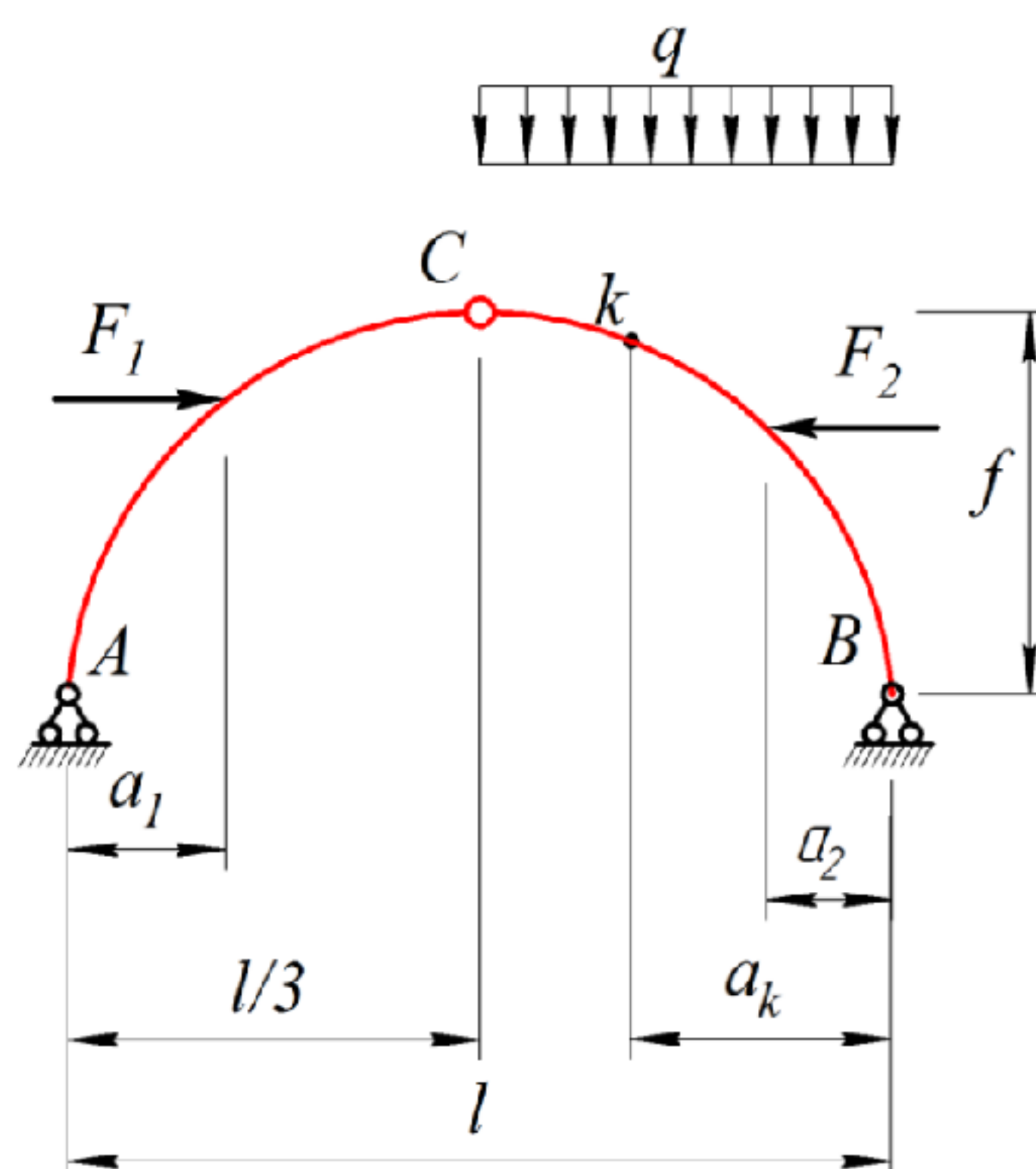
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

2



3



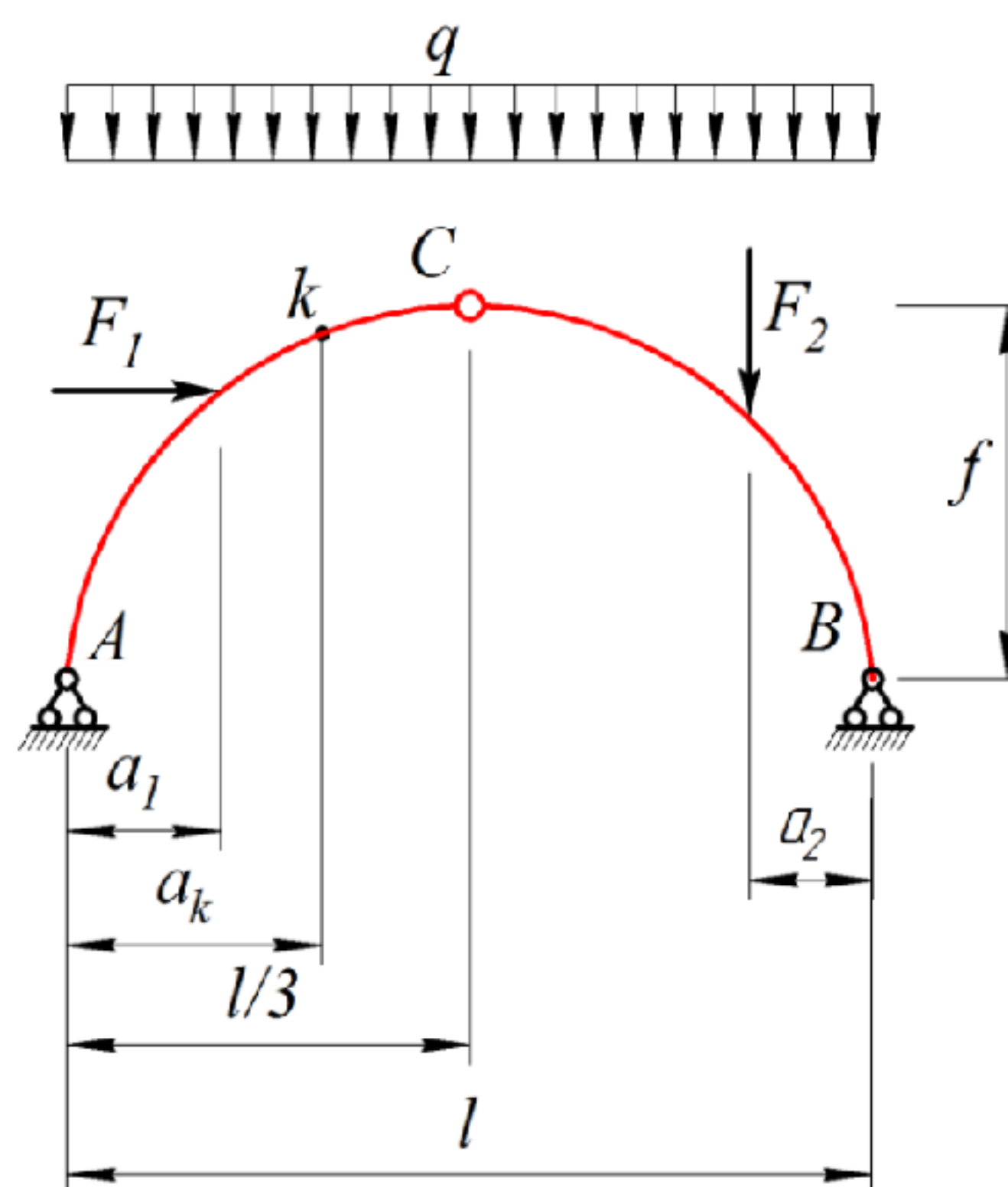
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

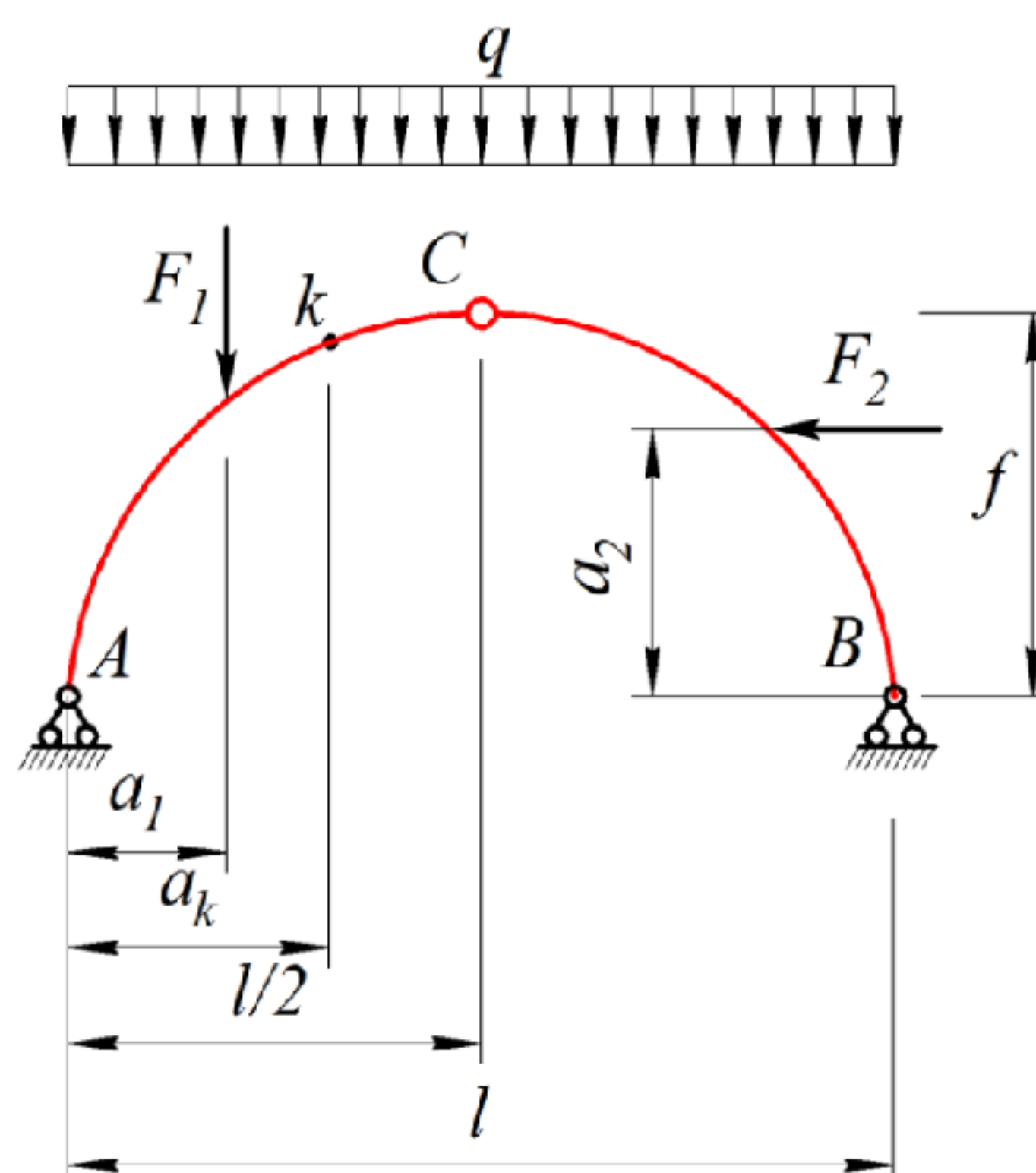
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

4



5



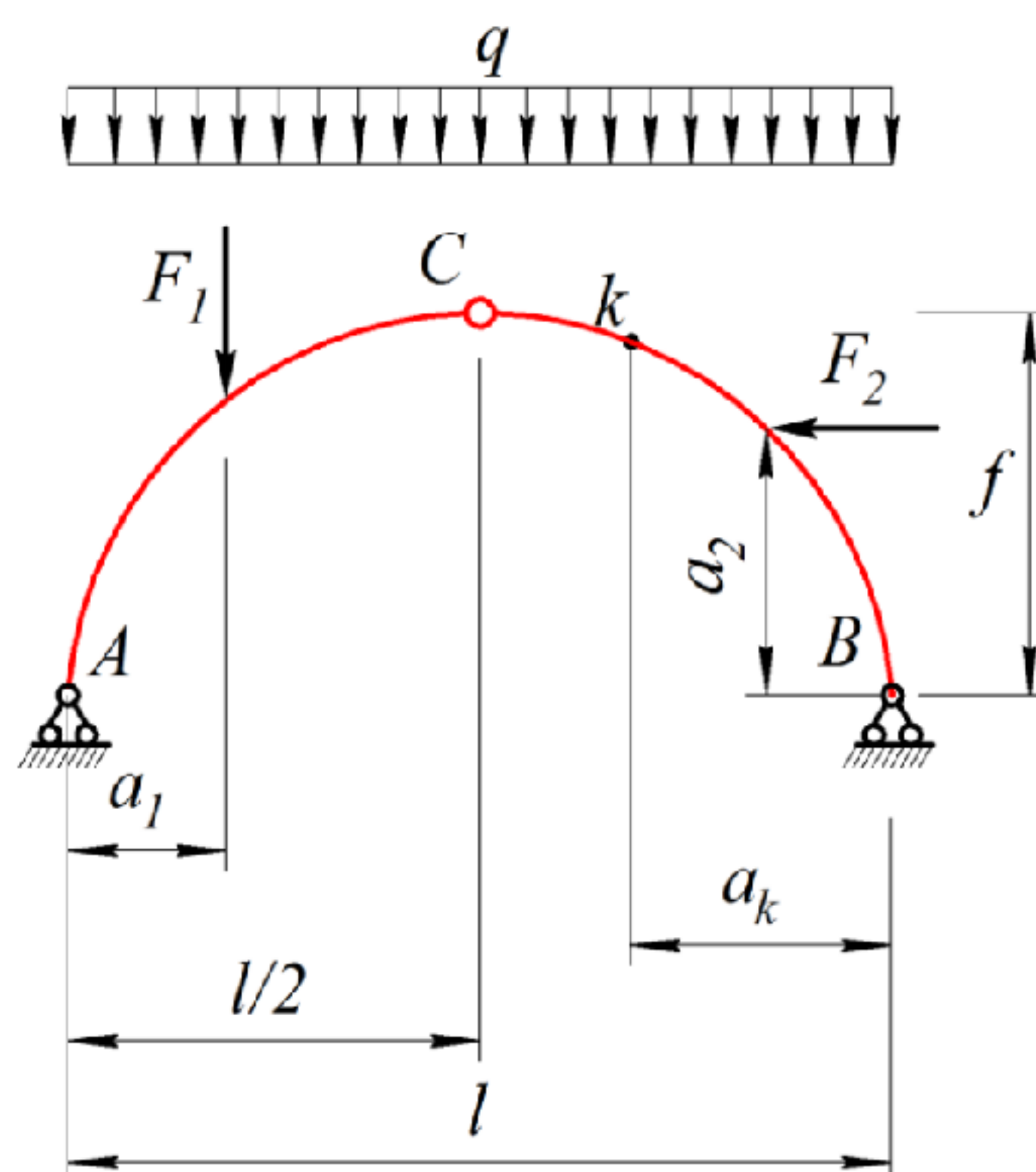
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

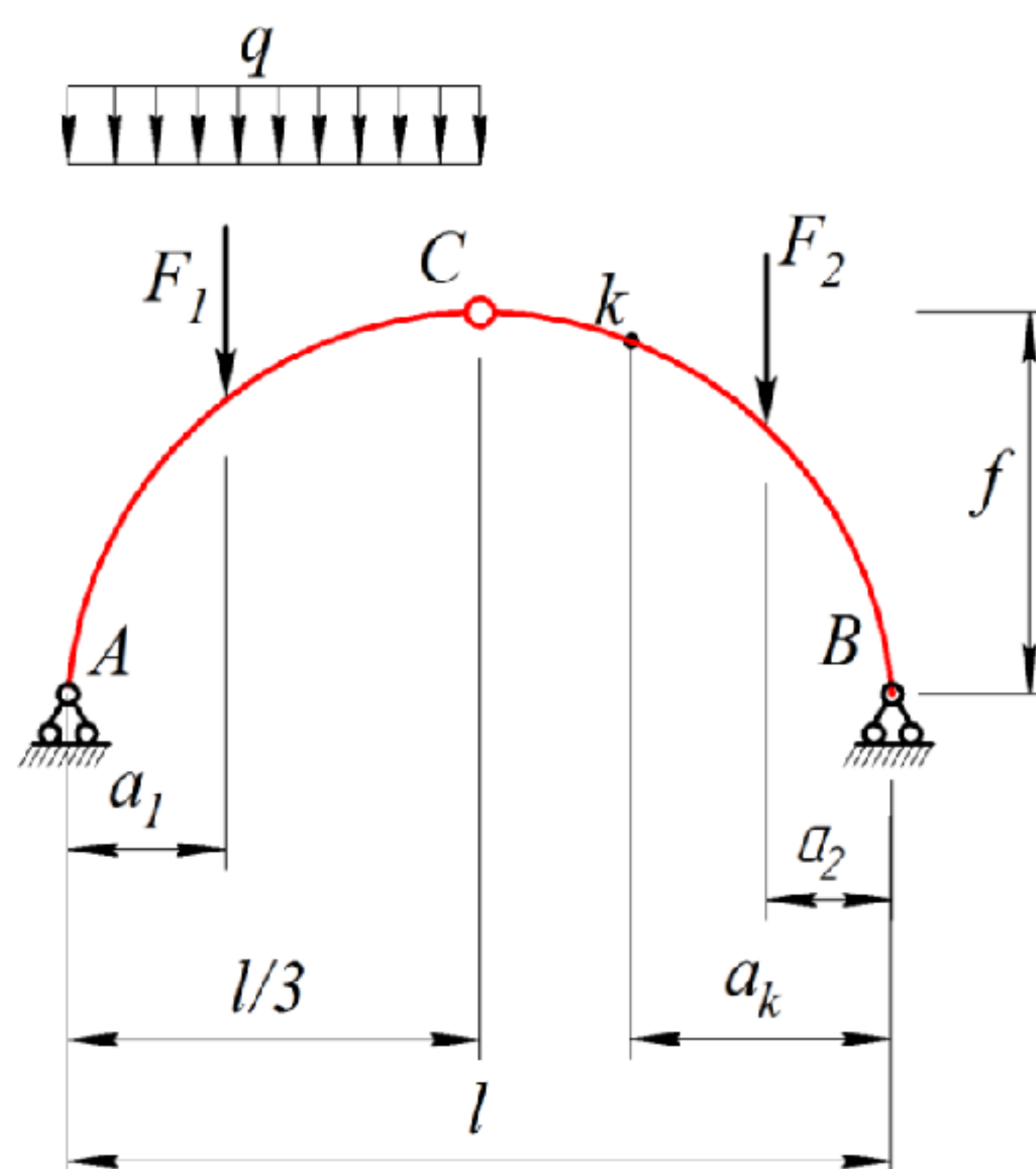
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

6



7



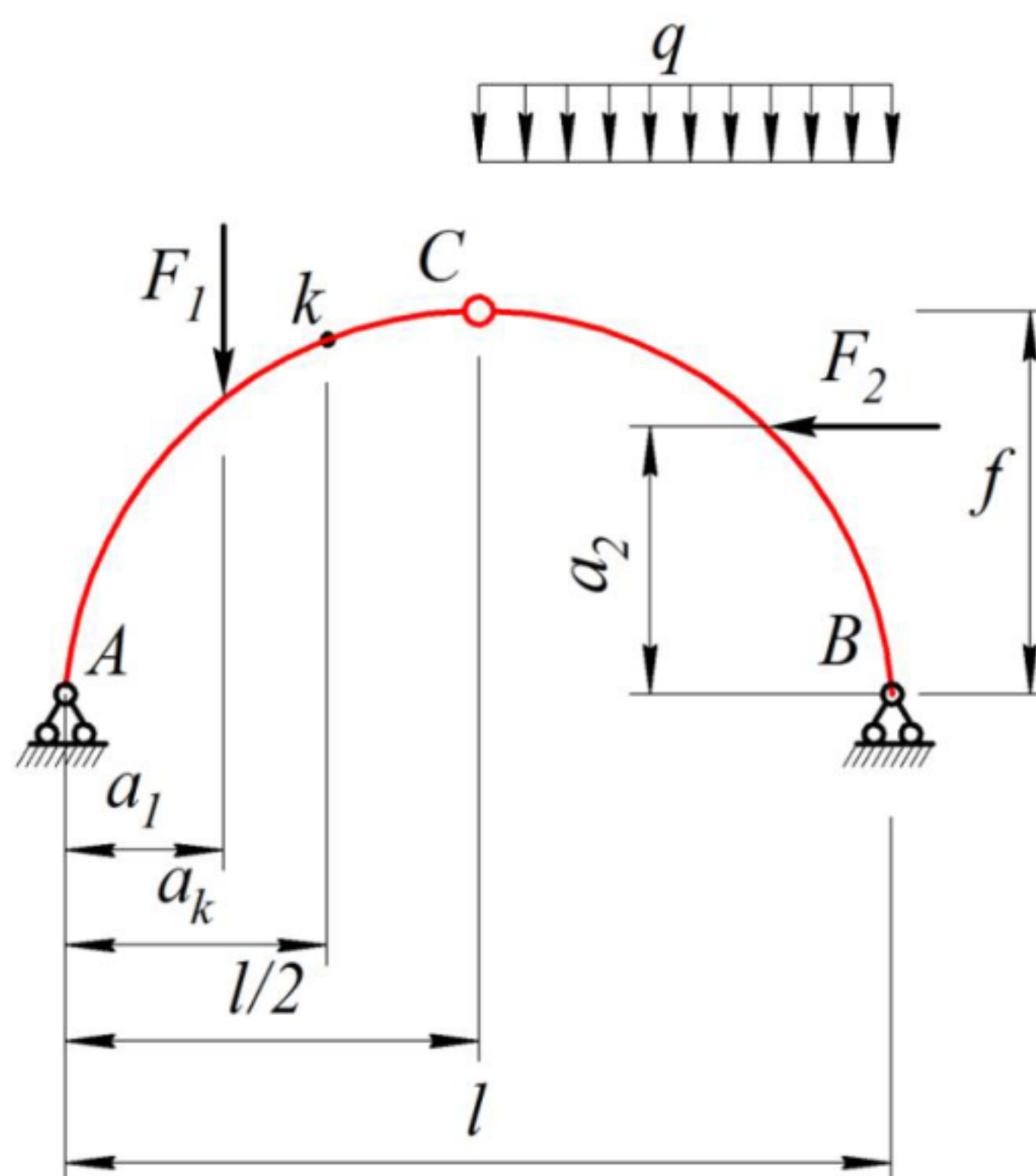
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

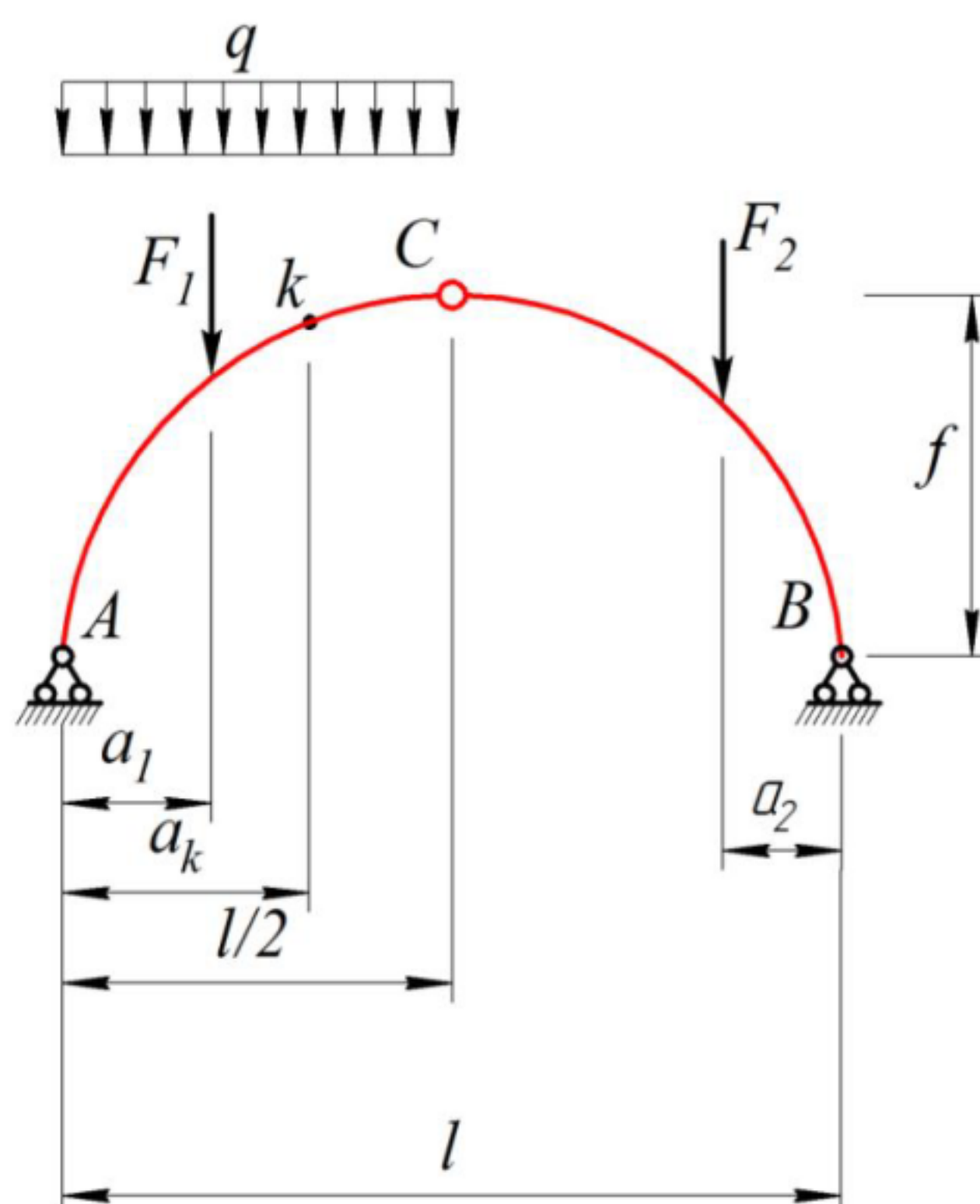
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

8



9



Вариант 3

Задача (задание) 1- Определение центра тяжести сложных фигур

Задания выбирать по двум последним цифрам студенческого билета (зачетной книжки). По последней цифре выбрать схему задания, по предпоследней числовые значения (таблица). Пример: номер студенческого билета ОП-123456 соответственно вариант задания 56, схема 6, числовые значения 5.

Для одной из изображенных на рис. 1.4.1 - 1.4.25 требуется:
5. определить значения усилий в отмеченных стержнях от неподвижной нагрузки в каждом узле прямолинейного пояса фермы;
6. построить линии влияния опорных реакций;

Документ подписан
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

на рис. 1.4.1 - 1.4.25 требуется:
5. определить значения усилий в отмеченных стержнях от неподвижной нагрузки в каждом узле прямолинейного пояса фермы;

4. построить линии влияния усилий для отмеченных стержней при «езде» по прямолинейному поясу фермы;

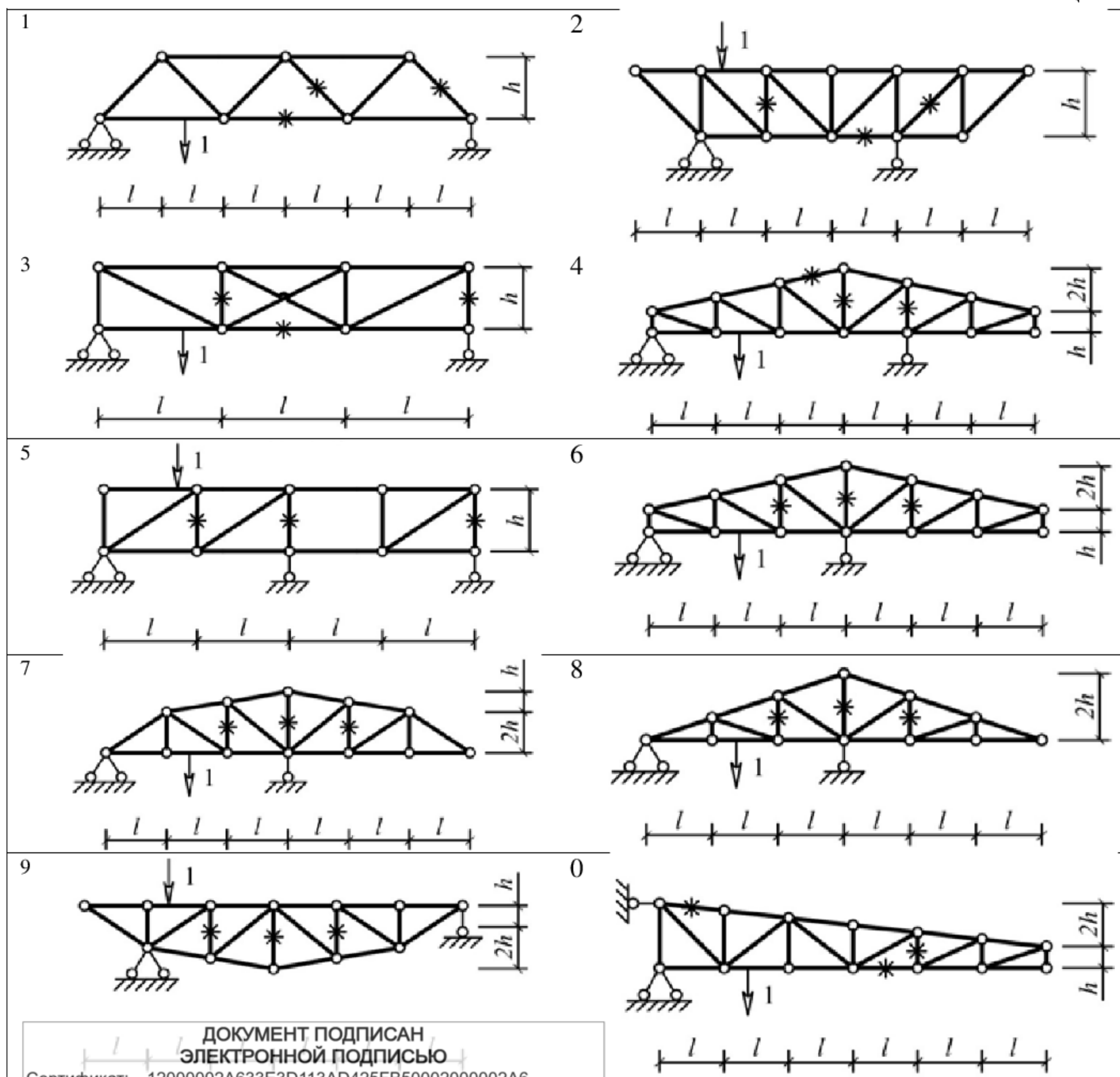
5. вычислить по линиям влияния усилия в отмеченных стержнях от сил и результаты сравнить со значениями усилий, полученными аналитически.

Исходные данные для расчета принять согласно варианту. По предпоследней цифре варианта выбрать числовые значения из табл. 1.4, по последней – схему из таблицы 15.

Таблица 1.4

Номер варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
l	3,5	2	1	1,5	1,5	1	2	2,5	3,5	1,5
h	1,5	2	1,5	0,75	1,75	2	3	3	2	1,5
n	3	5	7	9	10	8	6	4	7	5

Таблица 15



3. Общие требования к написанию и оформлению работы

В содержании РГР необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме, но при этом следует правильно пользоваться первоисточниками, избегать чрезмерного цитирования. При использовании цитат необходимо указывать точные ссылки на используемый источник: указание автора (авторов), название работы, место и год издания, страницы.

В процессе работы над первоисточниками целесообразно делать записи, выписки абзацев, цитат, относящихся к избранной теме. При изучении специальной юридической литературы (монографий, статей, рецензий и т.д.) важно обратить внимание на различные точки зрения авторов по исследуемому вопросу, на его приводимую аргументацию и выводы, которыми опровергаются иные концепции.

Кроме рекомендованной специальной литературы, можно использовать любую дополнительную литературу, которая необходима для раскрытия темы контрольной работы. Если в период написания контрольной работы были приняты новые нормативно-правовые акты, относящиеся к излагаемой теме, их необходимо изучить и использовать при её выполнении.

В конце РГР приводится полный библиографический перечень использованных нормативно-правовых актов и специальной литературы. Данный список условно можно подразделить на следующие части:

1. Нормативно-правовые акты (даются по их юридической силе).
2. Учебники, учебные пособия.
3. Монографии, учебные, учебно-практические пособия.
4. Периодическая печать.

Первоисточники 2,3,4 даются по алфавиту.

Оформление библиографических ссылок осуществляется в следующем порядке:

1. Фамилия и инициалы автора (коллектив авторов) в именительном падеже. При наличии трех и более авторов допускается указывать фамилии и инициалы первых двух и добавить «и др.». Если книга написана авторским коллективом, то ссылка делается на название книги и её редактора. Фамилию и инициалы редактора помещают после названия книги.

2. Полное название первоисточника в именительном падеже.
3. Место издания.
4. Год издания.
5. Общее количество страниц в работе.

Ссылки на журнальную или газетную статью должны содержать кроме указанных выше данных, сведения о названии журнала или газеты.

Ссылки на нормативный акт делаются с указанием Собрания законодательства РФ, исключение могут составлять ссылки на Российскую газету в том случае, если данный нормативный акт еще не опубликован в СЗ РФ.

При использовании цитат, идей, проблем, заимствованных у отдельных авторов, статистических данных необходимо правильно и точно делать внутри текстовые ссылки на первоисточник.

Ссылки на используемые первоисточники можно делать в конце каждой страницы, либо в конце всей работы, нумерация может начинаться на каждой странице.

Структурно РГР состоит только из нескольких вопросов (3-6), без глав. Она обязательно должна содержать теорию и практику рассматриваемой темы.

4. Рекомендации по выполнению задания

РГР должна быть написана последовательно, грамотно и разборчиво. Она должна состоять из одного листа. Он содержит название высшего учебного заведения, фамилию, инициалы, учёное звание и степень научного руководителя, фамилию, инициалы автора, номер группы.

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6
Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна
Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

На следующем листе приводится содержание РГР. Оно включает в себя: введение, название вопросов, заключение, список литературы.

Введение должно быть кратким, не более 1 страницы. В нём необходимо отметить актуальность темы, степень ее научной разработанности, предмет исследования, цель и задачи, которые ставятся в работе. Изложение каждого вопроса необходимо начать с написания заголовка, соответствующему оглавлению, который должен отражать содержание текста. Заголовки от текста следует отделять интервалами. Каждый заголовок обязательно должен предшествовать непосредственно своему тексту. В том случае, когда на очередной странице остаётся место только для заголовка и нет места ни для одной строчки текста, заголовок нужно писать на следующей странице.

Излагая вопрос, каждый новый смысловой абзац необходимо начать с красной строки. Закончить изложение вопроса следует выводом, итогом по содержанию данного раздела.

Изложение содержания всей РГР должно быть завершено заключением, в котором необходимо дать выводы по написанию работы в целом.

Страницы контрольной работы должны иметь нумерацию (сквозной). Номер страницы ставится вверху в правом углу. На титульном листе номер страницы не ставится. Оптимальный объём контрольной работы 10-15 страниц машинописного текста (размер шрифта 12-14) через полуторный интервал на стандартных листах формата А-4, поля: верхнее –15 мм, нижнее –15мм, левое –25мм, правое –10мм.

В тексте контрольной работы не допускается произвольное сокращение слов (кроме общепринятых).

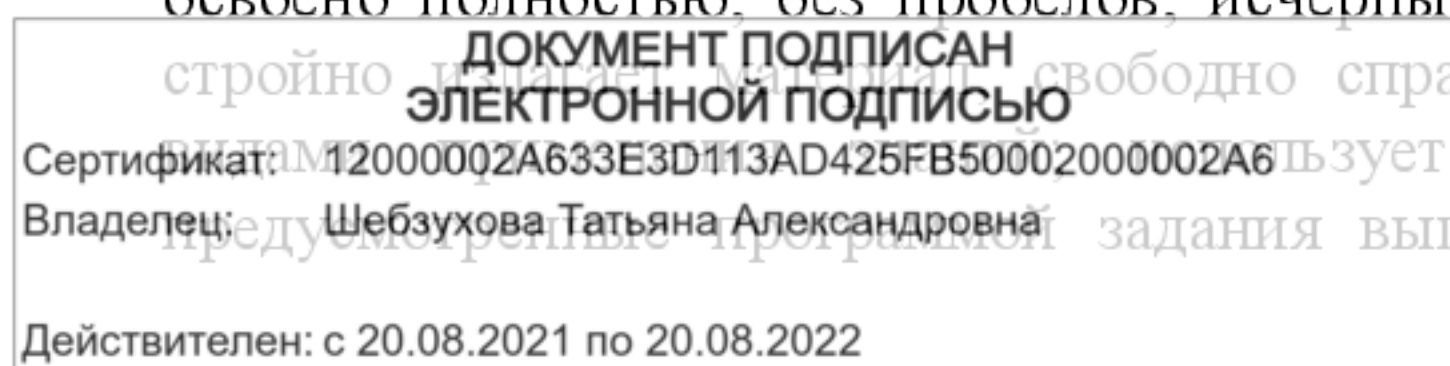
По всем возникшим вопросам студенту следует обращаться за консультацией преподавателю. Срок выполнения контрольной работы определяется преподавателем и она должна быть сдана не позднее, чем за неделю до экзамена. По результатам проверки Контрольная работа оценивается на 2-5 баллов. В случае отрицательной оценки, студент должен ознакомиться с замечаниями и, устранив недостатки, повторно сдать работу на проверку.

5. План – график выполнения задания

№	Этап выполнения задания	Объем часов для выполнения задания (астр.)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Выполнение контрольных заданий											
1	Получение задания на установочном занятии, анализ его с преподавателем	+									
2	Изучение литературы для выполнения заданий контрольной работы		+	+	+	+	+	+	+		
3	Выполнение заданий контрольной работы, её оформление									+	+

6.Критерии оценивания работы

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически строится с задачами, вопросами и другими материалами в ответе дополнительный материал все задания выполнены, качество их выполнения оценено



числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

7. Порядок защиты работы

Получив проверенную работу, студент должен внимательно ознакомиться с рецензией, пометками на полях и выполнить все указания научного руководителя. Если работа не допущена до защиты, необходимо ознакомиться с рецензией, доработать контрольную работу, устранив все недостатки, указанные научным руководителем, и в новом варианте сдать на проверку.

В установленный кафедрой срок исполнитель обязан явиться на защиту контрольной работы, имея с собой последний вариант, рецензию на первый вариант с замечаниями руководителя и зачётную книжку.

При защите студент должен быть готов ответить на вопросы научного руководителя по всей теме контрольной работы.

Оценка работы производится по четырёхбалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». После защиты положительная оценка выставляется в зачётную книжку. Защищённые контрольные работы не возвращаются и хранятся в фонде кафедры.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьюгин. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940) (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827) (30.10.2016).
3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ; То же [Электронный ресурс]. URL:[//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650) (30.10.2016).

Дополнительная литература:

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783) (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т. II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. -URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149) (30.10.2016).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 12000002A633E3D113AD425FB50002000002A6

Владелец: Шебзухова Татьяна Александровна

Действителен: с 20.08.2021 по 20.08.2022