

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна

Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского федерального университета

Дата подписания: 12.09.2023 09:45:37

Уникальный программный ключ:

d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ

Директор Пятигорского института
(филиал) СКФУ

_____ Т.А. Шебзухова
«__» _____ 20__ г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

По дисциплине
Направление подготовки
Квалификация выпускника
Форма обучения
Год начала обучения
Изучается в 1,2 семестрах

Математика
08.03.01 Строительство
Бакалавр
заочная
2021

Предисловие

1. Назначение для проверки знаний, умений и навыков текущего и промежуточного контроля.

2. Фонд оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации на основе рабочей программы дисциплины составлен в соответствии с образовательной программой по направлению подготовки 08.03.01, утвержденной на заседании учебно-методического совета ФГАОУ ВО «СКФУ» протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

3. Разработчик _____ Янукян Э.Г., профессор кафедры ФЭиЭ

4. ФОС рассмотрен и утвержден на заседании кафедры физики, электротехники и электроэнергетики

Протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

5. ФОС согласован с выпускающей кафедрой кафедры систем управления и информационных технологий

Протокол №__ от «__» _____ 20__ г.

6. Проведена экспертиза ФОС. Члены экспертной группы, проводившие внутреннюю экспертизу:

Председатель _____

Экспертное заключение: данные оценочные средства соответствует требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, рекомендуются для использования в учебном процессе.

«__» _____

_____ (подпись)

7. Срок действия ФОС один год.

По дисциплине
 Направление подготовки
 Квалификация выпускника
 Форма обучения
 Год начала обучения
 Изучается в 1,2 семестрах

Математика
08.03.01 Строительство
Бакалавр
заочная
2021

Код оцениваемой компетенции (или её части)	Модуль, раздел, тема (в соответствии с Программой)	Тип контроля	Вид контроля	Компонент фонда оценочных средств	Количество заданий для каждого уровня, шт.	
					Базовый	Продвинутый
ОПК-1	Темы 1-26	текущий	письменный	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	110	47
ОПК-1	Темы 1-26	текущий	письменный	Комплект заданий для контрольной работы	230	30
ОПК-1	Темы 1-26	промежуточный	устный	Вопросы к экзамену	111	39

Составитель _____ Янукян Э.Г.
 «___» _____ 20__ г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ФЭиЭ

_____ А.В.Пермяков

«__» _____ 20__ г.

Вопросы к экзамену (1 семестр)

Базовый уровень

Знать:

1. Матрица. Основные понятия.
2. Виды матриц.
3. Определители. Основные понятия. Свойства определителей.
4. Миноры и алгебраические дополнения.
5. Невырожденная матрица. Присоединенная матрица. Транспонированная матрица. Обратная матрица.
6. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
7. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Матричная запись.
8. Невырожденные системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
9. Метод обратной матрицы.
10. Теорема Кронекера – Капелли.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Векторы. Основные понятия. Коллинеарные, компланарные, равные векторы.
13. Скалярное произведение векторов и его свойства.
14. Теорема о скалярном произведении векторов в координатах.
15. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл.
16. Теорема о векторном произведении векторов в координатах.
17. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл.
18. Задачи, приводящие к понятию производной.
19. Определение производной функции в точке.
20. Геометрический и механический смысл производной.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления.
22. Понятие дифференциала функции.

Уметь:

1. Действия над матрицами.
2. Разложение определителя по элементам некоторого ряда.
3. Алгоритм вычисления матрицы, обратной данной.
4. Алгоритм вычисления ранга матрицы.
5. Решение СЛУ методом Крамера.
6. Решение СЛУ методом обратной матрицы.
7. Решение СЛУ методом Гаусса.
8. Линейные операции над векторами.
9. Сложение, вычитание, умножение, деление комплексных чисел.
10. Основные правила дифференцирования.
11. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.

12. Логарифмическое дифференцирование.
13. Производные высших порядков.
14. Правило Лопиталя.
15. Возрастание и убывание функций.
16. Экстремум функции.
17. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
18. Асимптоты графика функции.
19. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
20. Дифференциалы высших порядков.

Владеть:

1. Способы вычисления определителей n-го порядка.
2. Способы вычисления матрицы, обратной данной.
3. Способы вычисления ранга матрицы.
4. Решение невырожденных СЛУ.
5. Исследование СЛУ на совместность.
6. Решение произвольных СЛУ.
7. Вычисление скалярного, векторного, смешанного произведений векторов по заданным координатам.

Продвинутый уровень

Знать:

1. Свойства операции транспонирования матриц.
2. Теорема Лапласа с доказательством.
3. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы с доказательством.
4. Свойства решений однородной СЛУ.
5. Свойства векторов линейного пространства.
6. Задача о проведении касательной к кривой.
7. Производная логарифмической функции (вывод).
8. Производные степенных и показательных функций (вывод).
9. Теоремы о среднем с доказательством.
10. Формула Тейлора для многочлена.
11. Формула Тейлора для произвольной функции.

Уметь:

1. Докажите свойства операции транспонирования матриц.
2. Докажите, что ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях матрицы.
3. Пусть A – матрица. Доказать, что определитель матрицы $E-A$ равен 0 или 1.
4. Найти все квадратные матрицы, удовлетворяющие условию

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Пусть A и B квадратные матрицы с числовыми коэффициентами такие, что $A^2 = A$, $B^2 = B$, $A \cdot B = B \cdot A$. Доказать, что определитель $\det(A-B)$ может принимать только значения 0, 1, -1. Привести примеры.
6. Достаточные условия экстремума функции, выраженные через производные высших порядков.

7. Производные функций, заданных параметрически.
8. Уравнения касательной прямой и нормальной плоскости к пространственной кривой, заданной параметрически.

Владеть:

1. Алгоритм приведения квадратичной формы к каноническому виду.
2. Запишите матрицу $(A^T)^T$
3. Определите, является ли равенство верным: $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$
4. Общая схема исследования функций и построения графиков.

Вопросы к экзамену (2 семестр)

Базовый уровень

Знать:

1. Понятие неопределенного интеграла. Первообразная.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральная сумма.
4. Условия существования определенного интеграла.
5. Свойства определенного интеграла.
6. Понятие предела для функции двух и более переменных.
7. Непрерывность функций нескольких переменных.
8. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
9. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.
10. Понятие двойного интеграла.
11. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
12. Основные свойства двойного интеграла.
13. Понятие тройного интеграла.
14. Криволинейные интегралы I рода: основные понятия.
15. Криволинейные интегралы II рода: основные понятия.
16. Поверхностный интеграл.
17. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной, их геометрический смысл.
19. Уравнения с разделяющимися переменными.
20. Линейные уравнения.
21. Понятие числового ряда.
22. Ряд геометрической прогрессии.
23. Гармонический ряд.
24. Знакопеременные ряды.
25. Абсолютная и условная сходимость.
26. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
27. Выборка, основные характеристики.
28. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода.
29. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Параметрические и непараметрические критерии.

Уметь:

1. Интегрирование элементарных дробей.
2. Интегрирование рациональных функций.
3. Интегрирование тригонометрических функций.
4. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
5. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование.
6. Частные производные высших порядков.
7. Касательная и нормаль к поверхности.
8. Производная по направлению. Градиент.
9. Экстремум функции нескольких переменных.
10. Наибольшее и наименьшее значения функции.
11. Условный экстремум.
12. Метод множителей Лагранжа.
13. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
14. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
15. Методы решения ДУ первого порядка.
16. Методы решения уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка.
17. Интегрирование ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
18. Признак Лейбница.
19. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
20. Сходимость степенных рядов.
21. Проверка статистических гипотез.

Владеть:

1. Таблица основных неопределенных интегралов. Непосредственное интегрирование.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование по частям.
4. Способы вычисления определенного интеграла.
5. Формула Ньютона-Лейбница.
6. Замена переменной в определенном интеграле.
7. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
8. Физические и геометрические приложения определенного интеграла.
9. Методы интегрирования ДУ первого порядка.
10. Методы интегрирования ДУ второго порядка.
11. Признаки сходимости числовых рядов.
12. Основные характеристики выборки.

Продвинутый уровень

Знать:

1. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.
2. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
3. Однородные уравнения.
4. Понятие функционального ряда.

Уметь:

1. Несобственные интегралы.
2. Решение уравнений высшего порядка, допускающих понижение порядка.
3. Интегрирование нормальных систем ДУ.
4. Системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами.

Владеть:

1. Интерполирование функций.
2. Интегрирование иррациональных функций.
3. Приближенные методы вычисления определенных интегралов.
4. Приложения двойного интеграла.
6. Приложения тройного интеграла.
7. Приложения криволинейных интегралов.
8. Приложения степенных рядов.

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения экзамена осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются 1 теоретический вопрос и два практических задания.

Для подготовки по билету отводится 40 мин. При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования справочными таблицами.

Составитель _____ Янукян Э.Г.
(подпись)

« ____ » _____ 20 ____ г.

Оценочный лист

№ п/п	Ф.И.О. студента	Параметры состояния образованности									Итоговый балл
		Предметно-информационная составляющая образованности				Деятельностно-коммуникативная составляющая образованности			Ценностно-ориентационная составляющая образованности		
		Контроль-но-методический срез	Общеучебные умения и навыки			Уровень развития устной речи	Умение работать с информацией	Грамотность	Умение использовать полученные знания в повседневной жизни	Уровень адекватности самооценки	
Умение анализировать	Умение доказывать		Умение делать выводы								
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____ А.В.Пермяков
«__» _____ 20__ г.

Комплект заданий и вопросов по темам дисциплины

Раздел 1.

Базовый уровень

1. Даны квадратные матрицы ~~А~~ A (2 -ого порядка) и $B = ($).

Вычислите следующие выражения:

а) $A+B$; б) $A-B$.

2. Даны матрицы $($), $B = ($),
 $C = ($), $D = ($), $F = (-2; 3; 1)$.

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) $A+B$;

б) $B-D$;

в) $A+B-C$;

г) A^T+B ;

д) D^T+F ;

е) F^T+A .

3. Даны квадратные матрицы ~~А~~ A (2 -ого порядка) и $B = ($).

Вычислите следующие выражения:

а) $A-2B$;

б) $3A+2B$;

в) $2A-4B$.

4. Даны матрицы $($), $B = ($), $C =$
 $($), $D = (-1, 2, 3)$, $X = (-2; 3; 1)$.

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) $2A+B$;

б) $2B-D$;

в) $A+2B-3C$;

г) $3A^T+B$;

д) D^T+2X ;

е) $2X-D$.

~~5. Даны квадратные матрицы~~ A (2 -ого порядка) и $B = ($)

Вычислите $A \cdot B$, $B \cdot A$ и $A \cdot B - B \cdot A$.

6. Даны матрицы

$$A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}, \quad F = (-2; 3; 1)$$

Вычислите следующие матричные выражения (если какая-нибудь операция не определена, объясните, почему):

- $A \cdot B$ и $B \cdot A$;
- $D \cdot C$ и $C \cdot D$;
- $A \cdot F$ и $F \cdot A$;
- $D \cdot F$ и $F \cdot D$;
- $F \cdot A$;
- $F^T \cdot A$.

7. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_1, 2$ и $n_1, 2$, чтобы была определена операция сложения матриц $A + B$?

8. Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_1, 2$ и $n_1, 2$, чтобы было определено произведение матриц $A \cdot B$?

9. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

10. Решить систему с помощью обратной матрицы и по правилу Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -6 \end{cases}$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$2(A + B) \cdot (2B - A) = ?$$

Продвинутый уровень

$$1. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 13 \\ -1 & 0 & 5 \\ 5 & 13 & 21 \end{pmatrix}; \quad X = ?$$

2. Выяснить, сколько решений имеет система, и найти эти решения:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$$

Раздел 2

Базовый уровень

- Найти точку, симметричную точке $M(-3, 1)$ относительно начала координат.
- Доказать, что треугольник с вершинами $A(-1, 3)$, $B(2, -1)$, $C(5, 3)$ является равнобедренным.
- Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1, 1)$ и $C(2, 6)$. Найти координаты двух других вершин.
- Дано общее уравнение прямой $3x - 2y + 12 = 0$. Составьте уравнение этой прямой с угловым коэффициентом и уравнение в отрезках.
- Составьте уравнение прямой с угловым коэффициентом $k = 2$, проходящей через точку $M(-1; 2)$.
- Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(2; 1)$ и $M_2(1; -3)$.

7. Дано общее уравнение прямой $12x - 5y - 60 = 0$. Написать:
- 1) уравнение с угловым коэффициентом;
 - 2) уравнение в отрезках;
 - 3) нормальное уравнение.
8. Прямая на плоскости отсекает на осях координат равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного прямой с осями координат, равна 8 кв.ед.
9. Не вычисляя координаты вершин треугольника, написать уравнения прямых, проведенных через эти вершины параллельно противолежащим сторонам. Стороны треугольника заданы уравнениями: $5x - 2y + 6 = 0$; $4x - y + 3 = 0$ и $x + 3y - 7 = 0$.
10. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $P(8; 6)$ и отсекает от координатного угла треугольник с площадью, равной 12 кв.ед.
11. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $P(-2; 3)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(5; -1)$ и $B(3; 7)$.
12. Вычислить расстояние d между параллельными прямыми: $3x - 4y - 10 = 0$; $6x - 8y + 5 = 0$.

Продвинутый уровень

1. Найти координаты центра тяжести системы двух материальных точек $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, в которых сосредоточены массы m_1 и m_2 .
2. Даны вершины однородного проволочного треугольника: $A(-1, 3)$, $B(2, -1)$, $C(-2, 3)$. Определить центр тяжести треугольника ABC.
3. Даны вершины однородной четырехугольной пластинки: $A(-1, 1)$, $B(3, -1)$, $C(2, 2)$, $D(-2, -2)$. Найти координаты центра тяжести этой пластинки.
4. Даны вершины треугольника $A(2; -5)$, $B(1; -2)$, $C(4; 7)$. Найти точку пересечения со стороной AC биссектрисы его внутреннего угла при вершине B.
5. Даны вершины треугольника: $A(1; -1)$, $B(-2; 1)$ и $C(3; 5)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины B.
6. Луч света, проходящий через точку $M_1(3; -1)$, отражается от прямой $2x - y - 1 = 0$ и после этого проходит через точку $M_2(5; 3)$. Написать уравнения падающего и отраженного лучей.
7. Струя воды, выбрасываемая фонтаном, принимает форму параболы, параметр которой $p = 0,1$ м. Определить высоту струи, если известно, что она падает в бассейн на расстояние 2 м от места выхода.

Раздел 3 Базовый уровень

1. Вычислить:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 2 - 4x^2}{5 + x + 8x^2};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3 + 2x^2}{x - 2 + x^2};$$

2. Найти предел функции:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 7x^2 + 5x - 4}{x^4 + x^2 + x + 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x + 3)(x + 4)(x + 5)}{x^4 + x - 11};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x + 2}{x^2 - x + 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + x}{2x^3 + x - 1};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^3 - 14}{5x^4 + x^3 + x^2 + x - 1}.$$

Продвинутый уровень

1. Вычислить:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}.$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4}.$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}.$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n)^2 - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}.$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n+2)^2}{(n-2)^3 - (n+2)^3}.$

Раздел 4. Базовый уровень

1. Найти производные функций:

1. $y = 2x^3 + 5x^2 - 7x - 4$
2. $y = \sqrt{x}$
3. $y = -ctg x - x$
4. $y = \frac{1}{x^2}$
5. $y = \sqrt[3]{x^2}$
6. $y = 5\sin x + 3\cos x$
7. $y = 5(tg x - x)$
8. $y = \frac{1}{e^x + 1}$
9. $y = 2^{x^2}$
10. $y = x\sqrt{x}$

2. Вычислить производную функции

- а) $y = 5^x + x \ln x$, в точке $x_0 = 1$;
- б) $y(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{5}x - 4x^3 + 5$, в точке $x_0 = 1$;
- в) $f(x) = 2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = 4$;
- г) $f(x) = 4x^3 + 6x + 3$ в точке $x_0 = 1$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции y в точке:

1. $y = x - x^2$, $a = 1$.
2. $y = x^2 + x + 1$, $a = -1$.
3. $y = x^3 + x$, $a = 1$.
4. $y = \sqrt{x} - 2$, $a = 4$.
5. $y = x^2 + \sqrt{x^3}$, $a = 1$.
6. $y = \sqrt[3]{x^2} - 9$, $a = -27$.
7. $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$, $a = 9$.
8. $y = 32 \sqrt[4]{x} - x$, $a = 16$.
9. $y = x^2 - x - 1$, $a = 1$.
10. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$, $a = 2$.

4. Найти значения x , при которых функция $f(x) = 4x + \frac{9}{x}$ имеет экстремумы.

5. Найти значения x , при которых функция $f(x) = 3x^2 + \frac{48}{x}$ имеет экстремумы.

6. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = x^3 + 1,5x^2 + 2$.

7. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$.

8. Найти интервалы монотонного убывания функции $y = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{4} - x$.
9. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций $y = \frac{-3x^2 - 5x - 4}{x + 1}$.
10. Найти уравнение наклонной асимптоты графика функций $y = \frac{x^2 + 3x - 12}{x + 5}$.
11. Найти все критические точки функции $f(x) = 2x^2 - 6|x + 1| + 5$.
12. Найти все критические точки x функции $f(x) = x^2 - 5|x| + 6$.

Продвинутый уровень

1. Исследовать на непрерывность функцию $y = 9^{\frac{1}{1-x}}$ в точках $x_0 = 4$, $x_1 = 1$. Показать графически.
2. Вычислить предел по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ на $[0; \pi]$.
4. Провести полное исследование функции и построить её график
 - а) $y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}$;
 - б) $y = \frac{\ln x}{x}$.
5. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом 60° вписан прямоугольник, основание которого расположено на гипотенузе. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Раздел 5. Базовый уровень

1.Вычислить:

$$\begin{array}{llll} 1. \int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx & 2. \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & 3. \int \frac{x^3 dx}{x^2+2x+3} & 4. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+3x}} \\ 5. \int x \arctan x dx & 6. \int \frac{dx}{\sin^3 x} & 7. \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2+x+1}} & 8. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x} \\ 9. \int \cos x \cos 3x dx & 10. \int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx & & \end{array}$$

2. Вычислить неопределенный интеграл:

1. $\int (x+1)e^x dx.$
2. $\int \arcsin x dx.$
3. $\int x^2 \sin x dx.$
4. $\int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx.$
5. $\int x \ln x dx.$
6. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx.$
7. $\int e^{2x} \cos x dx.$
8. $\int x^2 \arctg x dx.$
9. $\int \sin \ln x dx.$
10. $\int x^2 e^x dx.$

Продвинутый уровень

1. Найти площадь эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 + \cos \varphi)$.
3. Найти длину дуги кривой $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ от точки M_1 с абсциссой $x_1 = a$ до точки M_2 с абсциссой $x_2 = b$ ($b > a$).
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг оси Ox астроида $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.
6. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .
7. Котел, имеющий форму полушара радиуса r , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?
8. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$

Раздел 6. Базовый уровень

1. Найти частные производные до второго порядка включительно заданных функций:

1. $z = e^{xy}$.
2. $z = x \ln(x/y)$.
3. $z = \sin(xy)$.
4. $z = e^x \cos y$.
5. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
6. $z = \ln(x^2 + y)$.
7. $z = \sqrt{2xy + y^2}$.
8. $z = \ln \sqrt[3]{xy}$.
9. $z = x \cos y + y \sin x$.
10. $z = (1 + x)^2(1 + y)^4$.

2. Найти производные функции $z = z(u, v)$:

$$z'_x \text{ и } z'_y, \quad u = u(x, y) \text{ и } v = v(x, y).$$

1. $z = u^2 + v^2, \quad u = x + y, \quad v = x - y$.
2. $z = \ln(u^2 + v^2), \quad u = xy, \quad v = x/y$.
3. $z = u^v, \quad u = \sin x, \quad v = \cos y$.
4. $z = u^2 + 2v^3, \quad u = x^2 - y^2, \quad v = e^{xy}$.
5. $z = \arctg(u/v), \quad u = x \sin y, \quad v = x \cos y$.
6. $z = \ln(u - v^2), \quad u = x^2 + y^2, \quad v = y$.
7. $z = u^3 + v^2, \quad u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad v = \arctg(y/x)$.
8. $z = \sqrt{uv}, \quad u = \ln(x^2 + y^2), \quad v = xy^2$.
9. $z = e^{uv}, \quad u = \ln x, \quad v = \ln y$.
10. $z = \ln(u/v), \quad u = \sin(x/y), \quad v = \sqrt{x/y}$.

3. Найти производные функций, заданных неявно:

1. $y^x = x^y$.
2. $y = 1 + y^x$.
3. $y = x + \ln y$.
4. $x + y = e^{x-y}$.
5. $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0$.
6. $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$.
7. $y \sin x - \cos(x - y) = 0$.
8. $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0$.
9. $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$.
10. $x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0$.

Продвинутый уровень

1. Найти область существования функции:

1) $z = xy$ и 2) $z = x^2 + y^2$; $f(x, y) = \arcsin(1 - x^2 - y^2) + \arcsin 2xy$.

2. Выразить объем прямоугольного параллелепипеда, вписанного в шар радиуса R , как функцию двух его измерений x, y . Найти область определения этой функции.

3. Выразить площадь S равнобокой трапеции как функцию трех величин: длин оснований x и y и боковой стороны z .

4. Выразить площадь треугольника как функцию длин двух его сторон при условии, что известен полупериметр треугольника p .

Раздел 7. Базовый уровень

Решить дифференциальные уравнения:

- 1) $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0$
- 2) $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dy$;
- 3) $xy' - y^2 = 0, y(1) = 1$;
- 4) $\frac{dx}{x+y} = \frac{dy}{y-x}$;
- 5) $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y + y$;
- 6) $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}, y(1) = 1$;
- 7) $y' = y \sin x = \sin x \cos x$;
- 8) $y' = \frac{y}{x} = x^2$;
- 9) $y' - \frac{3}{x}y = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$;
- 10) $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$;
- 11) $2xy'y'' = (y')^2 + 1$;
- 12) $2yy'' - 3(y')^2 = 4y^2, y(0) = y'(0) = 1$;
- 13) $y'' + 9y = \sin 3x + 2e^x$;
- 14) $y'' - 4y' + 5y = (16 - 2x)e^{-x} + x^2$;
- 15) $y'' - 6y' + 9y = 3e^{3x}, y(0) = \frac{4}{3}, y'(0) = \frac{1}{27}$;
- 16) $y'' + 4y = \sin x, y(0) = y'(0) = 1$;
- 17) $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$;

$$18) y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}, y(0) = y'(0) = 0;$$

Продвинутый уровень

1. Известно, что скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурой тела T_T и температурой окружающей среды T_C . Найти зависимость температуры тела от времени t , если $T_T(0) = T_0$.

2. Найти кривую, проходящую через точку $(2;0)$ и обладающую тем свойством, что отрезок касательной между точкой касания и осью ординат имеет постоянную длину, равную 2.

3. Тело массой m падает под действием силы тяжести и тормозящей силы сопротивления воздуха, пропорциональной квадрату скорости. Найти закон изменения скорости падения тела, если $V(0)=0$.

Раздел 8.

Базовый уровень

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$1.1. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2-1}{3n^2+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3}{(2n-1)^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{8n^3+1},$$

$$1.2. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^3+2},$$

$$1.3. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{8n^9-3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 2^n}{3^n},$$

$$1.4. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+2)^2}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 5^n}{n^n}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{8n^6-5}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{n^2},$$

$$1.5. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 - \frac{1}{2}}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^{n^2}, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5n^9-3}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 6^n}{7^n},$$

Продвинутый уровень

1. Вычислить приближенно интеграл, взяв два члена разложения подынтегральной функции в ряд. Оценить погрешность.

$$1. \int_0^{1/2} e^{-2x^2} dx, \quad 2. \int_0^{1/2} \ln(1+x^3) dx, \quad 3. \int_0^{1/2} \sin x^2 dx, \quad 4. \int_0^{1/2} \cos x^2 dx, \quad 5.$$

$$\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

$$6. \int_0^{1/2} \ln(1+x^4) dx.$$

Раздел 9. Базовый уровень

По данным выборки, удовлетворяющей нормальному закону распределения, вычислить:

- 1) выборочное среднее;
- 2) исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение;
- 3) доверительный интервал для математического ожидания при доверительной вероятности γ ;
- 4) доверительный интервал для среднего квадратического отклонения для того же значения γ .

$\gamma = 0.95$

18.3 15.5 24.5 24.7 18.0 13.3 15.4 10.1 23.1 19.3 5.7 11.6 14.3 -4.5 20.3 32.3

Продвинутый уровень

1. Выборочно обследовали партию кирпича, поступившего на стройку. Из 100 проб в 12 случаях кирпич оказался бракованным. Найти точечную оценку доли бракованного кирпича и σ_p .

2. Для определения среднего процентного содержания белка в зернах пшеницы было отобрано 625 зерен, обследование которых показало, что выборочное среднее равно 16,8, а выборочная несмещенная дисперсия 4. Чему равна предельная ошибка выборки? Доверительная вероятность $\gamma = 98,8\%$.

3. Среди стандартных изделий одной фабрики в среднем 15 % относится ко второму сорту. С какой вероятностью можно утверждать, что процент p изделий второго сорта среди 1000 стандартных изделий данной фабрики отличается от 15 % не более чем на 2 %?

4. Из партии в 5000 электрических ламп было отобрано 300 по схеме бесповторной выборки. Средняя продолжительность горения ламп в выборке оказалась равной 1450 часам, а дисперсия 4000. Найти доверительный интервал для среднего срока горения лампы. Доверительная вероятность $\gamma = 99,96\%$.

5. При анализе точности фасовочного автомата было проведено 12 независимых контрольных взвешиваний пачек кофе. Известно, что фасовочный аппарат отрегулирован без смещения, так что его ошибка подчиняется нормальному закону распределения $N(0, \sigma^2)$, но значение параметра σ^2 неизвестно. По результатам контрольных взвешиваний была рассчитана выборочная дисперсия $S^2 = 0.7$ ($г^2$). Получить интервальную оценку для среднего квадратического отклонения ошибки взвешивания с уровнем доверия 0.95.

Аналитик рынка ценных бумаг оценивает среднюю доходность определенного вида акций.

6. Случайная выборка из 16 дней показала, что средняя доходность по акциям данного типа составляет 8% с выборочным средним квадратическим отклонением в 4%. Предполагая, что доходность акции подчиняется нормальному закону распределения, определите 99% - ый доверительный интервал для средней доходности интересующего аналитика вида акций.

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенции ОПК-1.

Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	Оценка				
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание ...
Обоснованность выбора способа решения					
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований					
Верный ответ					

Составитель _____ Янукян Э.Г.

«___» _____ 20__ г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____ А.В.Пермяков
«__» _____ 20__ г.

Комплект заданий для контрольной работы
Контрольная работа (1 семестр)
Базовый уровень

Задание 1.

Даны векторы $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c}(c_1, c_2, c_3)$, $\vec{d}(d_1, d_2, d_3)$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе. Систему линейных уравнений решить по методу Гаусса.

1. $\vec{a}(1;2;3)$, $\vec{b}(-1;3;2)$, $\vec{c}(7;-3;5)$, $\vec{d}(6;10;17)$.
2. $\vec{a}(4;7;8)$, $\vec{b}(9;1;3)$, $\vec{c}(2;-4;1)$, $\vec{d}(1;-13;-13)$.
3. $\vec{a}(8;2;3)$, $\vec{b}(4;6;10)$, $\vec{c}(3;-2;1)$, $\vec{d}(7;4;11)$.
4. $\vec{a}(10;3;1)$, $\vec{b}(1;4;2)$, $\vec{c}(3;9;2)$, $\vec{d}(19;30;7)$.
5. $\vec{a}(2;4;1)$, $\vec{b}(1;3;6)$, $\vec{c}(5;3;1)$, $\vec{d}(24;20;6)$.
6. $\vec{a}(1;7;3)$, $\vec{b}(3;4;2)$, $\vec{c}(4;8;5)$, $\vec{d}(7;32;14)$.
7. $\vec{a}(1;-2;3)$, $\vec{b}(4;7;2)$, $\vec{c}(6;4;2)$, $\vec{d}(14;18;6)$.
8. $\vec{a}(1;4;3)$, $\vec{b}(6;8;5)$, $\vec{c}(3;1;4)$, $\vec{d}(21;18;33)$.
9. $\vec{a}(2;7;3)$, $\vec{b}(3;1;8)$, $\vec{c}(2;-7;4)$, $\vec{d}(16;14;27)$.
10. $\vec{a}(7;2;1)$, $\vec{b}(4;3;5)$, $\vec{c}(3;4;-2)$, $\vec{d}(2;-5;-13)$.

Задание 2.

Дана матрица A . Найти матрицу A^{-1} обратную данной. Сделать проверку, вычислив произведение $A \cdot A^{-1}$

1.
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 3.

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

$$1. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x + 1} - 5};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x};$$

$$д) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 3}{2x + 5} \right)^{x-1}$$

$$2. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{x^2 + 6x};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{6x};$$

$$д) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x - 4} \right)^{2-x}$$

$$3. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 + 4x + 1};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{\sqrt{8+x}-3};$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2x-3}$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1-\cos x};$$

4.

$$\text{a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-5x+4}{x^3-x+1};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x}-\sqrt{3+x}}{x-x^2};$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3-x}$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-9x+9}{x^2-5x+6};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} x}{\sin^2 x};$$

5.

$$\text{a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+x-4}{3+x-4x^2};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x}-\sqrt{7-x}}{5x};$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{2x+1}$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x-x^2-4}{x^2-2x-8};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{tg} x}{1-\cos x};$$

6.

$$\text{a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-7x+1}{3x^2+x+3};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{3x^2+x};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-2x+8}{2x^2+5x+2};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{4x^2};$$

7.

$$\text{a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5x+4}{2x^2-x+1};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2-7}-3}{x^2-4x};$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{2x-3} \right)^{4x+1}$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-2x-1}{x^2-4x+3};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1-\cos 4x};$$

8.

$$\text{a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3-2x+1}{3x^2+4x+2};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-3}{\sqrt{8+x}-3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{6-x-x^2}{3x^2+8x-3};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{\sin^2 5x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x-3} \right)^{1-2x}$$

$$9. \quad а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-2x-3x^2}{x^2+x+3};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{5x^2-4x-1};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x-x}-x}{x^2-16};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg^2 3x}{10x^2}$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+3} \right)^{3-2x}$$

$$10. \quad а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3x+4}{2x^3+5x-1};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x-8}{8-x^3};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{10+x}-\sqrt{10-x}};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 ctg^2 3x;$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{4-x}$$

Задание 4.

Найти производные следующих функций:

$$1. а) y = \arcsin 3x - \sqrt{1-9x^2}; \quad б) y = \left(\frac{1+x^2}{x} \right); \quad в) x = a \cdot \cos t, \quad y = b \cdot \sin t$$

$$2. а) y = 2^{\sqrt{x}}; \quad б) y = \frac{1+\sin 3x}{1-\sin 3x}; \quad в) x = \ln(1+t^2), \quad y = t^2$$

$$3. а) y = x^3 \cdot e^{3x}; \quad б) y = \sqrt[3]{1+\ln^2 x}; \quad в) x = 1 - \cos 2t, \quad y = 2 + \sin 2t$$

$$4. а) y = \sqrt{1+e^x}; \quad б) y = \frac{\sin^2 x}{\cos x}; \quad в) x = \frac{1}{2}t^2, \quad y = \frac{1}{2}t^3 + t$$

$$5. а) y = e^{2x} \cdot \sin x; \quad б) y = \arctg^3 x; \quad в) x = \frac{1}{t}, \quad y = \frac{t-1}{t}$$

$$6. а) y = (x+1) \arctg \sqrt{x}; \quad б) y = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}; \quad в) x = \ln(\cos t), \quad y = \sin^2 t$$

$$7. а) y = e^x \cos 3x; \quad б) y = \ln^2(x^3+1); \quad в) x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 1, \quad y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}$$

$$8. a) y = x^2 \ln(x^2 + 1); \quad б) y = \sqrt[4]{\operatorname{tg} 2x}; \quad в) x = e^{t^2}, \quad y = t \cdot e^{t^2}$$

$$9. a) y = (x+1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}; \quad б) y = e^{\sin^2 x}; \quad в) x = \ln t, \quad y = t + \frac{1}{t}$$

$$10. a) y = \cos 2x - \frac{1}{3} \cos^3 2x; \quad б) y = (x^2 + 4) \cdot e^{-x^2}; \quad в) x = \frac{1}{2} t^2 + t, \quad y = \frac{1}{3} t^3 - t$$

Продвинутый уровень

Задание 5.

Задана функция $y=f(x)$. Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти ее пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Построить схематично график функции.

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$6. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x-2, & x > \pi. \end{cases}$$

$$2. \quad f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1, \\ -x+3, & x > 1. \end{cases}$$

$$7. \quad f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

$$3. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2, \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$8. \quad f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$4. \quad f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$9. \quad f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1. \end{cases}$$

$$5. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

$$10. \quad f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

Контрольная работа (2 семестр)

ВАРИАНТ 1

Базовый уровень

1. $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} dx$
2. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
3. $\int \frac{x^3 dx}{x^2 + 2x + 3}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2 + 3x}}$
5. $\int x \arctg x dx$
6. $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$
7. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2 + x + 1}}$
8. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$
9. $\int \cos x \cos 3x dx$
10. $\int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$
11. Найти площадь эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
12. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 + \cos \varphi)$.
13. Найти длину дуги кривой $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ от точки M_1 с абсциссой $x_1 = a$ до точки M_2 с абсциссой $x_2 = b$ ($b > a$).
14. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг оси Ox астроиды $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
15. Решить дифференциальные уравнения
 - 1) $2x\sqrt{1-y^2} dx + y dy = 0$
 - 2) $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dy$;

Продвинутый уровень

16. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .
17. Котел, имеющий форму полушара радиуса r , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?
18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$

ВАРИАНТ 2

Базовый уровень

1. $\int \frac{x^5 - x + 1}{x^2 + 1} dx$
2. $\int \exp(\sqrt{x}) dx$
3. $\int \frac{dx}{1 + x^3}$
4. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}}$
5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 2x + 1}}$
6. $\int \sin 2x \cos 4x dx$
7. $\int \sqrt{1 + \sin x} dx$
8. $\int e^{\cos 2x} \sin 2x dx$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x-x^2}}$
10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1} + 1}$
11. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $y = \frac{8a^3}{(x^2 + 4a^2)}$ и ее асимптотой.
12. Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.
13. Найти длину дуги кривой $r = 2a \sin \varphi$

14. Вычислить объем тела вращения, ограниченного поверхностями полученными при вращении отрезков линий $y = e^{-x}$, $y = 0$, $0 \leq x < \infty$ вокруг оси Ox и Oy .

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $(x^2 - 1)dy + (1 - y^2)dx = 0$;

2) $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$, $z = \pm c$.

Продвинутый уровень

17. Какую работу необходимо затратить, чтобы насыпать кучу песка конической формы с радиусом r и высотой h , если плотность песка $\gamma = 2$.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{x^m}{1 + x^n} dx$ ($n \geq 0$).

ВАРИАНТ 3

Базовый уровень

1. $\int \frac{x^4 dx}{x^2 + 1}$ 2. $\int \frac{\ln(1 + \sqrt{x})}{x + \sqrt{x}} dx$ 3. $\int \arctg x^2 dx$ 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + x)}$ 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$

6. $\int \frac{dx}{(1 + x)(x^2 + x + 1)^2}$ 7. $\int \frac{\cos x dx}{\cos x + 1}$ 8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ 9. $\int \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{\frac{1}{2}} dx$ 10. $\int \sqrt{x}(1 + 2\sqrt{x})^3 dx$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 \ln x$ и осью Ox .

12. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля $r = 2a(2 + \cos \varphi)$.

13. Доказать что длина эллипса $x = \sqrt{2} \sin t$, $y = \cos t$ равна длине одной волны синусоиды $y = \cos x$.

14. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной гиперболой $x^2 - y^2 = 1$ и прямой $x = a + 1$ ($a > 0$).

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $x^2 dy + (y - 5)dx = 0$;

2) $x^2 y^2 y' + 1 = y$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $z = \frac{c}{a} x$, $z = 0$.

Продвинутый уровень

17. Определить силу давления воды на вертикальную площадку, имеющую форму полукруга радиуса a , диаметр которого находится на поверхности воды.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x}}$.

ВАРИАНТ 4

Базовый уровень

1. $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$ 2. $\int \frac{dx}{x^4 + x^2}$ 3. $\int \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt[3]{x}} dx$ 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 2x - x^2}}$ 5. $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^3 x}$

6. $\int \ln(1 + x^2) dx$ 7. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ 8. $\int \frac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{\sqrt{1 + x^2}} dx$ 9. $\int \sin x \sin 3x dx$ 10. $\int e^x \sin x dx$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной гиперболой $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, осью Ox и прямой $y = c$ ($c > 0$).

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 - \cos \varphi)$.

13. Определить длину дуги кривой $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $(x^2 + x)dy = (2y + 1)dx$;

2) $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$;

16. Вычислить объем тела, образованного вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вокруг оси Oy .

Продвинутый уровень

17. Определить силу давления воды на вертикальную треугольную площадку, основание которой a Расположено на поверхности воды, а высота равна h .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

ВАРИАНТ 5

Базовый уровень

1. $\int \frac{x^2 dx}{a + ax^2}$

2. $\int \frac{dx}{1 - x^3}$

3. $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{a - x}}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}$

5. $\int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$

6. $\int \arcsin x dx$

7. $\int \cos^2 x \sin^4 x dx$

8. $\int e^x \sin x dx$

9. $\int \frac{x - 1}{\sqrt{2x - 1}} dx$

10. $\int \frac{dx}{5 + 3 \cos x}$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной кубической параболой $y = x^3$ и прямой $y = 2x$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

13. Определить длину дуги цепной линии $y = ach(\frac{x}{a})$ между прямыми $x = -a$ и $x = a$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = e^{x-2y}$;

2) $x\sqrt{3 + y^2} dx + y\sqrt{1 + x^2} dy = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = ax$.

Продвинутый уровень

17. Определить силу давления воды на вертикальную треугольную площадку с высотой h , основание которой a параллельно поверхности воды, а противоположная вершина находится на поверхности воды.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{\exp(-x)}{x} dx$

ВАРИАНТ 6

Базовый уроень

$$1. \int x \arctan x dx \quad 2. \int \frac{x^5 - x + 3}{x^2 - 1} dx \quad 3. \int x \sqrt{a - x} dx \quad 4. \int \frac{dx}{x \sqrt{3x^2 - 2x - 1}} \quad 5. \int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx$$

$$6. \int \frac{\ln(1 + x^2)}{x^3} dx \quad 7. \int \frac{dx}{1 + 3 \cos^2 x} \quad 8. \int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x} \quad 9. \int \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x^2} dx \quad 10. \int \frac{dx}{x^4 - 1}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями: $y^2 = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной $r = a \cos 2\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой между точками пересечения с осью Ox : $x = t^2$, $y = \frac{t(t^2 - 3)}{3}$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $x^2 - y^2 = a^2$, $x = a^2$, $x = -2a$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $x + xy = -(y + xy)y'$;

2) $x\sqrt{6 + y^2} dx + y\sqrt{5 + x^2} dy = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного эллиптическим параболоидом $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}$ и плоскостью $z = 1$.

Продвинутый уровень

17. В цилиндре под вращением находится воздух объема V_0 под давлением P_0 . Определить работу изотермического сжатия воздуха до объема V_1 .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{1 + x^3}}$

ВАРИАНТ 7

Базовый уровень

$$1. \int \frac{x^4 dx}{x^2 + 2} \quad 2. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 + x}} dx \quad 3. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 - 2x}} \quad 4. \int \frac{e^x dx}{e^x - 1} \quad 5. \int \exp(-\sqrt{x}) dx \quad 6.$$

$$\int \left(\frac{x}{2-x} \right)^{\frac{1}{2}} dx \quad 7. \int \sqrt{1 - \sin x} dx \quad 8. \int \frac{1 + \cos x}{\sin^3 x} dx \quad 9. \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2} \quad 10. \int \frac{dx}{3 + \cos x}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \sin 3\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 2 - \frac{t^4}{4}$ между точками пересечения с осями координат $(t_1 = 0, t_2 = 8^{\frac{1}{4}})$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = ach \frac{x}{a}$, $x = -a$, $x = a$, $y = 0$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx + \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} y dy = 0$;

2) $y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $2z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ и конусом $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2$.

Продвинутый уровень

17. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из полушара с радиусом R .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{1+x^4}}$

ВАРИАНТ 8

Базовый уровень

$$1. \int \frac{1-\cos x}{1+\cos x} dx \quad 2. \int x(\operatorname{arctg} x)^2 dx \quad 3. \int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{x-2x-x^2}} \quad 4. \int \frac{dx}{e^x \sqrt{1-e^{-2x}}} \quad 5. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}} \quad 6. \int \frac{dx}{1+x^4}$$

$$7. \int \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x} \quad 8. \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2} \quad 9. \int \operatorname{tg}^5 x dx \quad 10. \int \frac{dx}{5+4\cos x}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y^2 = 2px$, $x = h$.
 12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \cos 3\varphi$.
 13. Определить длину дуги кривой $r = a(1-\cos 3\varphi)$.
 14. Вычислить объем тела, образованного вращением плоской фигуры, ограниченной петлей кривой $x = 2t - t^2$, $y = 4t - t^3$ вокруг оси Ox .
 15. Решить дифференциальные уравнения:
 1) $2xy' + y^2 = 1$;
 2) $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = a^2$ и $y^2 + z^2 = a^2$.

Продвинутый уровень

17. Пластинка, имеющая форму эллипса с осями $2a$ и $2b$ ($a > b$), наполовину погружена вертикально в воду, так что малая плоскость лежит на поверхности воды. Вычислить давление на пластинку (плотностью воды ρ)

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$

ВАРИАНТ 9

Базовый уровень

$$1. \int \frac{1+\sin x}{1-\sin x} dx \quad 2. \int (\arcsin x)^2 dx \quad 3. \int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}} \quad 4. \int e^x \sin^2 x dx \quad 5. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+a^2}} \quad 6. \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+x)}$$

$$7. \int \frac{dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[5]{x^2})} \quad 8. \int \frac{dx}{\sin^3 x} \quad 9. \int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x} \quad 10. \int \frac{dx}{5-4\sin x+3\cos x}$$

11. Найти площадь, ограниченную линиями $y^2 = 2x + 4$, $x = 0$.
 12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = 3 + 2\cos \varphi$.
 13. Определить длину дуги кривой $y = \ln x$ от точки $(\sqrt{3}; \ln \sqrt{3})$ до точки $(\sqrt{8}; \ln \sqrt{8})$.
 14. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением кривой $y = \frac{1}{1+x^2}$ вокруг ее асимптоты.
 15. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) \frac{dx}{\sqrt{x}} + \frac{dy}{\sqrt{y}} = 0;$$

$$2) 2xdx - 2ydy = x^2 y dy - 2xy^2 dx;$$

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, полученной при вращении отрезков линий $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси Ox и оси Oy .

Продвинутый уровень

17. Определить работу, которую надо затратить, чтобы электрический заряд $e_2 = 1$ приблизить к заряду e_1 из бесконечности на расстояние, равное единице.

$$18. \text{Исследовать сходимость интеграла } \int_a^b \frac{dx}{x^2 - a^2}$$

ВАРИАНТ 10

Базовый уровень

$$1. \int \sqrt{x^2 + a^2} dx \quad 2. \int \frac{x dx}{\sin^2 x} \quad 3. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \quad 4. \int \frac{e^{3x} dx}{e^{2x} - 1} \quad 5. \int (\ln x)^2 dx \quad 6.$$

$$\int \frac{(x^3 + 1)dx}{x(x^2 + x + 1)^2} \quad 7. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1} \quad 8. \int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^4 x} \quad 9. \int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x} \quad 10. \int \frac{dx}{\operatorname{tg}^3 x}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \sin 2\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $r = a(1 + \cos \varphi)$

14. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями, полученными при вращении линии $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Oy ($0 \leq t \leq 2\pi$).

15. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) y' = \frac{y-1}{x+1};$$

$$2) (e^x + 2)dy - y^2 e^x dx = 0;$$

16. Вычислить объем тел, ограниченных параболоидом $z = x^2 + 2y^2$ и эллипсоидом $x^2 + 2y^2 + z^2 = 6$.

Продвинутый уровень

17. Определить давление воды на вертикальный параболический сегмент, основание которого равно 4м

и расположено на поверхности воды, а вершина находится на глубине 4м.

$$18. \text{Исследовать сходимость интеграла } \int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}$$

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенцию ОПК-1. При подготовке студенту предоставляется право пользования калькулятором, справочными таблицами.

В процессе выполнения контрольной работы студент должен показать знания программного материала, умение анализировать, обобщать изученный материал. Работа должна быть логичной, аргументированной и включать при необходимости дополнительный материал.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	Оценка			
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4
Обоснованность выбора способа решения				
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований				
Верный ответ				

Составитель _____ Янукян Э.Г.
(подпись)

«___» _____ 20__ г.