

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Шебзухова Татьяна Михайловна

Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
федерального университета

Дата подписания: 12.09.2023 09:48:28

Уникальный программный ключ:

d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для студентов по выполнению контрольных работ
по дисциплине
Математика
(*Наименование дисциплины*)

Направление подготовки
Направленность (профиль)
Квалификация выпускника
Форма обучения

08.03.01 Строительство
Городское строительство и хозяйство
Бакалавр
Заочная

Пятигорск 2021 г.

Методические рекомендации для студентов по выполнению контрольных работ по дисциплине «Математика» рассмотрены и утверждены на заседании кафедры физики, электротехники и электроэнергетики (протокол №____ от «____»_____ 2021 г.).

Зав. кафедрой физики, электротехники и электроэнергетики _____ Пермяков А.В.

Содержание

1.Цель, задачи, реализуемые компетенции	4
2.Формулировка задания	5
3.Общие требования к написанию и оформлению работы	16
4. Список рекомендуемой литературы	17

1.Цели, задачи, реализуемые компетенции

Целью освоения дисциплины «Математика» является формирование набора общепрофессиональных компетенций бакалавра по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство».

Задачи освоения дисциплины: формирование представлений о роли и месте математики в современном мире, этапах развития, универсальности ее понятий и представлений; формирование умений конструирования и анализа математических моделей объектов, систем и процессов при решении задач, связанных со сферой будущей профессиональной деятельности; овладение навыками точного и сжатого выражения математической мысли в устном и письменном изложении, с использованием соответствующей символики.

Формируемые компетенции:

Код	Формулировка:
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата

Знания, умения и навыки и (или) опыт деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
Знать: элементы линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа; основы математической статистики; методологию организации, проведения и обработки данных теоретического и экспериментального исследования. Уметь: эффективно использовать методы математического анализа и математического моделирования в профессиональной деятельности; конструировать и анализировать математические модели объектов, систем и процессов при решении задач, связанных со сферой профессиональной деятельности. Владеть: навыками использования компьютерных программ для представления и математической обработки информации; навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач.	ОПК-1

2.Формулировка задания
Контрольная работа (1 семестр)
Базовый уровень

Задание 1.

Даны векторы $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c}(c_1, c_2, c_3)$, $\vec{d}(d_1, d_2, d_3)$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе. Систему линейных уравнений решить по методу Гаусса.

1. $\vec{a}(1;2;3)$, $\vec{b}(-1;3;2)$, $\vec{c}(7;-3;5)$, $\vec{d}(6;10;17)$.
2. $\vec{a}(4;7;8)$, $\vec{b}(9;1;3)$, $\vec{c}(2;-4;1)$, $\vec{d}(1;-13;-13)$.
3. $\vec{a}(8;2;3)$, $\vec{b}(4;6;10)$, $\vec{c}(3;-2;1)$, $\vec{d}(7;4;11)$.
4. $\vec{a}(10;3;1)$, $\vec{b}(1;4;2)$, $\vec{c}(3;9;2)$, $\vec{d}(19;30;7)$.
5. $\vec{a}(2;4;1)$, $\vec{b}(1;3;6)$, $\vec{c}(5;3;1)$, $\vec{d}(24;20;6)$.
6. $\vec{a}(1;7;3)$, $\vec{b}(3;4;2)$, $\vec{c}(4;8;5)$, $\vec{d}(7;32;14)$.
7. $\vec{a}(1;-2;3)$, $\vec{b}(4;7;2)$, $\vec{c}(6;4;2)$, $\vec{d}(14;18;6)$.
8. $\vec{a}(1;4;3)$, $\vec{b}(6;8;5)$, $\vec{c}(3;1;4)$, $\vec{d}(21;18;33)$.
9. $\vec{a}(2;7;3)$, $\vec{b}(3;1;8)$, $\vec{c}(2;-7;4)$, $\vec{d}(16;14;27)$.
10. $\vec{a}(7;2;1)$, $\vec{b}(4;3;5)$, $\vec{c}(3;4;-2)$, $\vec{d}(2;-5;-13)$.

Задание 2.

Дана матрица A . Найти матрицу A^{-1} обратную данной. Сделать проверку, вычислив произведение $A \cdot A^{-1}$

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

5. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

6. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 \\ = 4 & 0 & 11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 3.

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

$$1. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x};$$

$$д) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{x-1}$$

$$2. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x}}{x^2 + 6x};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{6x};$$

$$д) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{2-x}$$

$$3. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 + 4x + 1};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1};$$

$$в) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8+x} - 3};$$

$$г) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x};$$

$$д) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2x-3}$$

$$4. \quad a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^3 - x + 1};$$

$$б) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{3+x}}{x-x^2};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} x}{\sin^2 x};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3-x}$$

$$5. \quad \text{а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 4}{3 + x - 4x^2};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{7-x}}{5x};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{2x+1}$$

$$6. \quad \text{а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 1}{3x^2 + x + 3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 + 5x + 2};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + x};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{4x^2};$$

$$7. \quad \text{а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 4}{2x^2 - x + 1};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x^2 - 4x};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 4x};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{2x-3} \right)^{4x+1}$$

$$8. \quad \text{а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 1}{3x^2 + 4x + 2};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8+x} - 3};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{\sin^2 5x};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x-3} \right)^{1-2x}$$

$$9. \quad \text{а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x - 3x^2}{x^2 + x + 3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{5x^2 - 4x - 1};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x-x}}{x^2 - 16};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{10x^2}$$

10. д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+3} \right)^{3-2x}$

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^3 + 5x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{10+x} - \sqrt{10-x}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{ctg}^2 3x$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{4-x}$

Задание 4.

Найти производные следующих функций:

1. а) $y = \arcsin 3x - \sqrt{1-9x^2}$; б) $y = \left(\frac{1+x^2}{x} \right)$; в) $x = a \cdot \cos t$, $y = b \cdot \sin t$

2. а) $y = 2^{\sqrt{x}}$; б) $y = \frac{1 + \sin 3x}{1 - \sin 3x}$; в) $x = \ln(1+t^2)$, $y = t^2$

3. а) $y = x^3 \cdot e^{3x}$; б) $y = \sqrt[3]{1 + \ln^2 x}$; в) $x = 1 - \cos 2t$, $y = 2 + \sin 2t$

4. а) $y = \sqrt{1+e^x}$; б) $y = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$; в) $x = \frac{1}{2}t^2$, $y = \frac{1}{2}t^3 + t$

5. а) $y = e^{2x} \cdot \sin x$; б) $y = \operatorname{arctg}^3 x$; в) $x = \frac{1}{t}$, $y = \frac{t-1}{t}$

6. а) $y = (x+1) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$; б) $y = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$; в) $x = \ln(\cos t)$, $y = \sin^2 t$

7. а) $y = e^x \cos 3x$; б) $y = \ln^2(x^3 + 1)$; в) $x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 1$, $y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}$

8. а) $y = x^2 \ln(x^2 + 1)$; б) $y = \sqrt[4]{\operatorname{tg} 2x}$; в) $x = e^{t^2}$, $y = t \cdot e^{t^2}$

9. а) $y = (x+1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}$; б) $y = e^{\sin^2 x}$; в) $x = \ln t$, $y = t + \frac{1}{t}$

10. а) $y = \cos 2x - \frac{1}{3} \cos^3 2x$; б) $y = (x^2 + 4) \cdot e^{-x^2}$; в) $x = \frac{1}{2}t^2 + t$, $y = \frac{1}{3}t^3 - t$

Продвинутый уровень

Задание 5.

Задана функция $y=f(x)$. Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти ее пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Построить схематично график функции.

$$1. f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1, \\ -x+3, & x > 1. \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2, \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x-2, & x > \pi. \end{cases}$$

$$7. f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

$$8. f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$9. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1. \end{cases}$$

$$10. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

Контрольная работа (2 семестр)**ВАРИАНТ 1**

Базовый уровень

$$1. \int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx$$

$$2. \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$3. \int \frac{x^3 dx}{x^2+2x+3}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+3x}}$$

$$5. \int x \arctg x dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sin^3 x}$$

$$7. \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2+x+1}}$$

$$8. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$9. \int \cos x \cos 3x dx$$

$$10. \int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$$

11. Найти площадь эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
12. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 + \cos \varphi)$.
13. Найти длину дуги кривой $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ от точки M_1 с абсциссой $x_1 = a$ до точки M_2 с абсциссой $x_2 = b$ ($b > a$).
14. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением вокруг оси Ox астроиды $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.
15. Решить дифференциальные уравнения
- 1) $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0$
- 2) $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dy$;

Продвинутый уровень

16. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .
17. Котел, имеющий форму полушара радиуса r , наполнен водой. Какую работу необходимо затратить, чтобы выкачать воду из котла?
18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sqrt{x}} dx$

ВАРИАНТ 2

Базовый уровень

1. $\int \frac{x^5 - x + 1}{x^2 + 1} dx$ 2. $\int \exp(\sqrt{x}) dx$ 3. $\int \frac{dx}{1 + x^3}$ 4. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}}$ 5.
6. $\int \sin 2x \cos 4x dx$ 7. $\int \sqrt{1 + \sin x} dx$ 8. $\int e^{\cos 2x} \sin 2x dx$
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 + x - x^2}}$ 10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1} + 1}$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $y = \frac{8a^3}{(x^2 + 4a^2)}$ и ее асимптотой.
12. Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.
13. Найти длину дуги кривой $r = 2a \sin \varphi$
14. Вычислить объем тела вращения, ограниченного поверхностями полученными при вращении

отрезков линий $y = e^{-x}$, $y = 0$, $0 \leq x < \infty$ вокруг оси Ox и Oy .

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $(x^2 - 1)dy + (1 - y^2)dx = 0$;

2) $\sqrt{4 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$, $z = \pm c$.

Продвинутый уровень

17. Какую работу необходимо затратить, чтобы насыпать кучу песка конической формы с радиусом r и высотой h , если плотность песка $\gamma = 2$.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{x^m}{1 + x^n} dx$ ($n \geq 0$).

ВАРИАНТ 3

Базовый уровень

$$\begin{array}{llll} 1. \int \frac{x^4 dx}{x^2 + 1} & 2. \int \frac{\ln(1 + \sqrt{x})}{x + \sqrt{x}} dx & 3. \int \arctg x^2 dx & 4. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + x)} \quad 5. \\ \int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}} & 6. \int \frac{dx}{(1 + x)(x^2 + x + 1)^2} & 7. \int \frac{\cos x dx}{\cos x + 1} & 8. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} \quad 9. \\ \int \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{\frac{1}{2}} dx & 10. \int \sqrt{x} (1 + 2\sqrt{x})^3 dx \end{array}$$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 \ln x$ и осью Ox .

12. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля $r = 2a(2 + \cos \varphi)$.

13. Доказать что длина эллипса $x = \sqrt{2} \sin t$, $y = \cos t$ равна длине одной волны синусоиды $y = \cos x$.

14. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной

гиперболой $x^2 - y^2 = 1$ и прямой $x = a + 1$ ($a > 0$).

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $x^2 dy + (y - 5)dx = 0$;

2) $x^2 y^2 y' + 1 = y$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $z = \frac{c}{a} x$, $z = 0$.

Продвинутый уровень

17. Определить силу давления воды на вертикальную площадку, имеющую форму полукруга радиуса a , диаметр которого находится на поверхности воды.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x}}$.

ВАРИАНТ 4

Базовый уровень

$$1. \int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx \quad 2. \int \frac{dx}{x^4 + x^2} \quad 3. \int \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt[3]{x}} dx \quad 4. \int \frac{dx}{\sqrt{4 + 2x - x^2}} \quad 5.$$

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^3 x}$$

$$6. \int \ln(1 + x^2) dx \quad 7. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x} \quad 8. \int \frac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{\sqrt{1 + x^2}} dx \quad 9. \int \sin x \sin 3x dx \quad 10.$$

$$\int e^x \sin x dx$$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной гиперболой $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, осью Ox и прямой $y = c$ ($c > 0$).

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 - \cos \varphi)$.

13. Определить длину дуги кривой $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$,

$y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения

1) $(x^2 + x)dy = (2y + 1)dx$;

2) $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$;

16. Вычислить объем тела, образованного вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вокруг оси Oy .

Продвинутый уровень

17. Определить силу давления воды на вертикальную треугольную площадку, основание которой a

расположено на поверхности воды, а высота равна h .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

ВАРИАНТ 5

Базовый уровень

$$1. \int \frac{x^2 dx}{a + ax^2} \quad 2. \int \frac{dx}{1 - x^3} \quad 3. \int \frac{xdx}{\sqrt[3]{a - x}} \quad 4. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 1}} \quad 5.$$

$$\int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$$

$$6. \int \arcsin x dx \quad 7. \int \cos^2 x \sin^4 x dx \quad 8. \int e^x \sin x dx \quad 9. \int \frac{x - 1}{\sqrt{2x - 1}} dx \quad 10.$$

$$\int \frac{dx}{5 + 3 \cos x}$$

11. Найти площадь фигуры, ограниченной кубической параболой $y = x^3$ и прямой $y = 2x$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

13. Определить длину дуги цепной линии $y = ach\left(\frac{x}{a}\right)$ между прямыми $x = -a$ и $x = a$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вокруг оси

Ox.

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = e^{x-2y}$;

2) $x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = ax$.

Продвинутый уровень

17. Определить силу давления воды на вертикальную треугольную площадку с высотой h , основание которой a параллельно поверхности воды, а противоположная вершина находится на поверхности воды.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{\exp(-x)}{x} dx$

ВАРИАНТ 6

Базовый уровень

1. $\int x \arctan x dx$ 2. $\int \frac{x^5 - x + 3}{x^2 - 1} dx$ 3. $\int x\sqrt{a-x} dx$ 4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2 - 2x - 1}}$ 5. $\int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx$

6. $\int \frac{\ln(1+x^2)}{x^3} dx$ 7. $\int \frac{dx}{1 + 3\cos^2 x}$ 8. $\int \frac{dx}{3\sin x + 4\cos x}$ 9. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$ 10.

$\int \frac{dx}{x^4 - 1}$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями: $y^2 = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной $r = a\cos 2\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой между точками пересечения с осью Ox: $x = t^2$,

$y = \frac{t(t^2 - 3)}{3}$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями

$x^2 - y^2 = a^2$,

$x = a^2$, $x = -2a$ вокруг оси Ox.

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $x + xy = -(y + xy)y'$;

2) $x\sqrt{6+y^2}dx + y\sqrt{5+x^2}dy = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного эллиптическим параболоидом $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}$ и

плоскостью $z = 1$.

Продвинутый уровень

17. В цилиндре под вращением находится воздух объема V_0 под давлением P_0 .

Определить работу изотермического сжатия воздуха до объема V_1 .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$

ВАРИАНТ 7

Базовый уровень

$$1. \int \frac{x^4 dx}{x^2 + 2} \quad 2. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx \quad 3. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2x}} \quad 4. \int \frac{e^x dx}{e^x - 1} \quad 5. \int \exp(-\sqrt{x}) dx$$

$$6. \int \left(\frac{x}{2-x} \right)^{\frac{1}{2}} dx \quad 7. \int \sqrt{1-\sin x} dx \quad 8. \int \frac{1+\cos x}{\sin^3 x} dx \quad 9. \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2} \quad 10. \int \frac{dx}{3 + \cos x}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \sin 3\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 2 - \frac{t^4}{4}$ между точками пересечения с осями координат ($t_1 = 0$, $t_2 = 8^{\frac{1}{4}}$).

14. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями

$y = a \cosh \frac{x}{a}$, $x = -a$, $x = a$, $y = 0$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx + \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} y dy = 0$;

2) $y'y \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $2z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ и конусом

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2.$$

Продвинутый уровень

17. Вычислить работу, которую необходимо затратить на выкачивание воды из полушара с радиусом R .

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{1+x^4}}$

ВАРИАНТ 8

Базовый уровень

$$1. \int \frac{1-\cos x}{1+\cos x} dx \quad 2. \int x(\operatorname{artg} x)^2 dx \quad 3. \int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{x-2x-x^2}} \quad 4. \int \frac{dx}{e^x \sqrt{1-e^{-2x}}} \quad 5. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}}$$

$$6. \int \frac{dx}{1+x^4} \quad 7. \int \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x} \quad 8. \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2} \quad 9. \int \operatorname{tg}^5 x dx$$

$$10. \int \frac{dx}{5+4\cos x}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y^2 = 2px$, $x = h$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \cos 3\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $r = a(1-\cos 3\varphi)$.

14. Вычислить объем тела, образованного вращением плоской фигуры, ограниченной петлей кривой $x = 2t - t^2$, $y = 4t - t^3$ вокруг оси Ox .

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2xy' + y^2 = 1$;

2) $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = a^2$ и $y^2 + z^2 = a^2$.

Продвинутый уровень

17. Пластинка, имеющая форму эллипса с осями $2a$ и $2b$ ($a > b$), наполовину погружена вертикально в воду, так что малая плоскость лежит на поверхности воды. Вычислить давление на пластинку (плотностью воды ρ)

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$

ВАРИАНТ 9

Базовый уровень

1. $\int \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} dx$ 2. $\int (\arcsin x)^2 dx$ 3. $\int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ 4. $\int e^x \sin^2 x dx$ 5.

$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$ 6. $\int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + x)}$ 7. $\int \frac{dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[5]{x^2})}$ 8. $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$ 9.

$\int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}$ 10. $\int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}$

11. Найти площадь, ограниченную линиями $y^2 = 2x + 4$, $x = 0$.

12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = 3 + 2\cos\varphi$.

13. Определить длину дуги кривой $y = \ln x$ от точки $(\sqrt{3}; \ln \sqrt{3})$ до точки $(\sqrt{8}; \ln \sqrt{8})$.

14. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, образованной вращением кривой $y = \frac{1}{1+x^2}$ вокруг ее асимптоты.

15. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\frac{dx}{\sqrt{x}} + \frac{dy}{\sqrt{y}} = 0$;

2) $2xdx - 2ydy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$;

16. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью, полученной при вращении отрезков линий $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси Ox и оси Oy .

Продвинутый уровень

17. Определить работу, которую надо затратить, чтобы электрический заряд $e_2 = 1$ приблизить к заряду e_1 из бесконечности на расстояние, равное единице.

18. Исследовать сходимость интеграла $\int_a^b \frac{dx}{x^2 - a^2}$

ВАРИАНТ 10

Базовый уровень

$$1. \int \sqrt{x^2 + a^2} dx \quad 2. \int \frac{x dx}{\sin^2 x} \quad 3. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \quad 4. \int \frac{e^{3x} dx}{e^{2x} - 1} \quad 5. \int (\ln x)^2 dx$$

$$6. \int \frac{(x^3 + 1)dx}{x(x^2 + x + 1)^2} \quad 7. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^2 + 1} - 1} \quad 8. \int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^4 x} \quad 9. \int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x}$$

$$10. \int \frac{dx}{\operatorname{tg}^3 x}$$

11. Вычислить площадь, ограниченную линиями $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$.
12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a \sin 2\varphi$.
13. Определить длину дуги кривой $r = a(1 + \cos \varphi)$
14. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями, полученными при вращении линии $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ вокруг оси Oy ($0 \leq t \leq 2\pi$).
15. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) y' = \frac{y-1}{x+1};$$

$$2) (e^x + 2)dy - y^2 e^x dx = 0;$$

16. Вычислить объем тел, ограниченных параболоидом $z = x^2 + 2y^2$ и эллипсоидом $x^2 + 2y^2 + z^2 = 6$.

Продвинутый уровень

17. Определить давление воды на вертикальный параболический сегмент, основание которого равно 4м и расположено на поверхности воды, а вершина находится на глубине 4м.

$$18. \text{Исследовать сходимость интеграла } \int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}$$

3. Общие требования к написанию и оформлению работы

К оформлению текста контрольной работы предъявляются определенные требования, предусмотренные государственными стандартами. Контрольная работа может быть оформлена рукописным или машинописным способом в виде текста, подготовленного на персональном компьютере с помощью текстового редактора и отпечатанного на принтере на листах формата А4 с одной стороны. Текст на листе должен иметь книжную ориентацию, альбомная ориентация допускается только для таблиц и схем приложений. Основной цвет шрифта - черный.

Параметры страницы:

Размер бумаги – А4 (297х210 мм).

Ориентация страницы – книжная.

Левое поле – 3 см. Верхнее поле – 2 см. Правое поле – 1,5 см. Нижнее поле – 2 см.

Шрифт – Times New Roman. Размер шрифта – 14 пт. Масштаб шрифта – 100%.

Интервал – обычный.

Выравнивание – по ширине. Отступ слева – 0 см. Отступ справа – 0 см. Отступ первой строки – 1,25 см (пять знаков). Межстрочный интервал – 1,5. Интервал перед и после каждого абзаца – 0 пт.

Страницы нумеруются арабскими цифрами с соблюдением сквозной нумерации по всему тексту (нумерация страниц - автоматическая). Номер страницы проставляется в центре нижней части листа без точки. В общую нумерацию включают титульный лист, план работы, но номер страницы на них не проставляют. Таким образом, работа начинается с 3-й страницы, номер которой также не проставляется, а первая цифра

нумерации страниц текста появляется на второй странице основной части работы, это цифра «4».

4. Критерии оценивания работы

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов.

5. Список рекомендуемой литературы

5.1. Основная литература:

1. Гусак, А. А. Высшая математика. Том 1: учебник / А. А. Гусак. — Минск: ТетраСистемс, 2009. — 544 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28059.html>

2. Гусак, А. А. Высшая математика. Том 2: учебник / А. А. Гусак. — Минск: ТетраСистемс, 2009. — 446 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28060.html>

5.2. Дополнительная литература:

1. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск: Вышэйшая школа, 2013. — 304 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20266.html>.

2. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск: Вышэйшая школа, 2014. — 397 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/35481.html>.

3. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 3. Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля: учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск: Вышэйшая школа, 2013. — 367 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20211.html>.