

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна

Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского

федерального университета

Дата подписания: 15.09.2025 10:45:46

Уникальный программный ключ:

d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a12bae9b6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по выполнению практических работ
по дисциплине «ЭКОНОМЕТРИКА»
для студентов направления подготовки
38.03.01 «Экономика»

Направленность (профиль):
«Корпоративная экономика и финансы»
Год начала обучения – 2021
Форма обучения - очная

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Тема №1. Предмет и задачи курса	
Практическое занятие № 1. Методологические вопросы построения эконометрических моделей.....	4
Тема №2. Парная регрессия и корреляция	
Практическое занятие № 2. Построение модели линейной и нелинейной парной регрессии.....	8
Тема № 3. Множественная регрессия и корреляция: модель, значимость	
Практическое занятие № 3-4. Построение модели множественной регрессии.....	16
Тема 4. Множественная регрессия и корреляция: качество, мультиколлинеарность	
Практическое занятие №5-6. Определение коллинеарности факторов.....	25
Тема №5. Спецификация переменных в уравнения регрессии	
Практическое занятие №7-8. Оценка уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность.....	29
Тема 6. Временные ряды в эконометрическом исследовании	
Практическое занятие №9. Построение и оценка временного ряда.....	32

ВВЕДЕНИЕ

Цель освоения дисциплины «Эконометрика» - ознакомление с методами исследования, т.е. методами проверки, обоснования, оценивания количественных закономерностей и качественных утверждений (гипотез) в микро- и макроэкономике на основе анализа статистических данных.

Задачи освоения дисциплины Эконометрика состоят в следующем:

- приобретение студентами теоретических и практических навыков исследования и решения экономических задач с применением аппарата математической статистики;
- использование современных программных продуктов для решения экономических задач на компьютере;
- выработка умения самостоятельного принятия решения для целей управления и образования.

Учебная дисциплина Эконометрические методы исследования и прогнозирования входит в обязательную часть дисциплин ОП ВО подготовки бакалавра направления 38.03.01 «Экономика» и реализуется на промежуточной стадии подготовки бакалавра в 3 семестре.

Дисциплина Эконометрические методы исследования и прогнозирования является обобщающей, в рамках которой интегрируются знания, полученные по ряду базовых и вариативных дисциплин в области статистики, математики, менеджмента, финансов, экономики. Изучение данной дисциплины должно способствовать достижению целей обучения и подготовки бакалавров в области экономики, поэтому материалы программы взаимоувязаны с содержанием всех других дисциплин данного направления подготовки.

Объектом изучения данной дисциплины являются эконометрические методы исследования и прогнозирования.

Предметом изучения дисциплины являются процессы построения эконометрических моделей.

ТЕМА №1. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ КУРСА

Практическое занятие № 1-2. Методологические вопросы построения эконометрических моделей

Цель: ознакомиться с основными понятиями эконометрического моделирования

Организационная форма: собеседование, решение типовых задач

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- понятие эконометрики;
- взаимосвязь эконометрики с другими дисциплинами;
- области применения эконометрических моделей.

Студент будет уметь:

- соотносить эконометрические методы с решаемыми экономическими задачами.

Формируемые компетенции: ОПК-2, ОПК-5

Актуальность темы: Эконометрика – одна из базовых дисциплин экономического образования во всем мире. Однако до недавнего времени она не была признана в СССР и России. Это было связано с тем, что из трех основных составляющих эконометрики – экономической теории, экономической статистики и математики – две первые были представлены в нашей стране неудовлетворительно. Но теперь ситуация изменилась коренным образом.

Теоретическая часть

Эконометрика – одна из базовых дисциплин экономического образования во всем мире. Однако до недавнего времени она не была признана в СССР и России. Это было связано с тем, что из трех основных составляющих эконометрики – экономической теории, экономической статистики и математики – две первые были представлены в нашей стране неудовлетворительно. Но теперь ситуация изменилась коренным образом.

Существуют различные варианты определения эконометрики:

- 1) расширенные, при которых к эконометрике относят все, что связано с измерениями в экономике;
- 2) узко инструментально ориентированные, при которых понимают определенный набор математико-статистических средств, позволяющих верифицировать модельные соотношения между анализируемыми экономическими показателями.

Термин эконометрия (эконометрика) был введен в научную литературу в 1926 году норвежским статистиком **Рагнарм Фришем** для обозначения нового направления научных исследований, возникшего из необходимости научно-обоснованного подтверждения и доказательства концепций и выводов экономической теории результатами количественного анализа рассматриваемых процессов. «**Эконометрика** – это не то же самое, что экономическая статистика. Она не идентична и тому, что мы называем экономической теорией, хотя значительная часть этой теории носит количественный характер. Эконометрика не является синонимом приложений математики к экономике. Как показывает опыт, каждая из трех отправных точек – статистика, экономическая теория и математика – необходимое, но не достаточное условие для понимания количественных соотношений в современной экономической жизни. Это единство всех трех составляющих. И это единство образует эконометрику».

Эконометрика – это самостоятельная научная дисциплина, объединяющая совокупность теоретических результатов, приемов, методов и моделей, предназначенных для того, чтобы на базе экономической теории, экономической статистики и экономических измерений, математико-статистического инструментария придавать конкретное количественное выражение общим (качественным) закономерностям, обусловленным экономической теорией.

Каждая из перечисленных дисциплин играет свою роль в эконометрическом исследовании. Экономическая теория занимается вопросами разработки концепций относительно законов развития исследуемых процессов с учетом их взаимосвязей; социально-

экономическая статистика и теория измерений – выражением количественных и качественных состояний этих процессов в виде набора логически непротиворечивых и содержательных показателей; методы экономико-математического моделирования – разработкой моделей взаимосвязей между рассматриваемыми процессами; математическая статистика – собственно построением самих моделей (т.е. оценкой их параметров), проверками гипотез относительно их адекватности тенденциям процессов, значимости взаимосвязей между ними, оценками неопределенности в полученных результатах, вызванной систематическими и случайными ошибками и т. п.

Свидетельством всемирного признания эконометрики является присуждение четырех нобелевских премий по экономике за разработки в этой области: премия 1969 г. – Р.Фришу и Я.Тинбергену за разработку математических методов анализа экономических процессов; премия 1980 г. – Л.Клейну за создание эконометрических моделей и их применение к анализу экономических колебаний и экономической политике; премия 1989 г. – Т.Хаавельмо за прояснение вероятностных основ эконометрики и анализ одновременных экономических структур; премия 2000 г. – Дж. Хекману за развитие теории и методов анализа селективных выборок и Д. Макфаддену за развитие теории и методов анализа дискретного выбора.

Эконометрическое моделирование реальных социально-экономических процессов и систем обычно преследует два типа конечных прикладных *целей* (или одну из них):

- 1) прогноз экономических и социально-экономических показателей, характеризующих состояние и развитие анализируемой системы;
- 2) имитацию различных возможных сценариев социально-экономического развития анализируемой системы (многовариантные сценарные расчеты, ситуационное моделирование).

При постановке задач эконометрического моделирования следует определить их иерархический уровень и профиль. Анализируемые задачи могут относиться к макро- (страна, межстрановой анализ), мезо- (регионы внутри страны) и микро- (предприятия, фирмы, семьи) уровням и быть направленными на решение вопросов различного профиля инвестиционной, финансовой или социальной политики, ценообразования, распределительных отношений и т.п.

При эконометрическом исследовании имеют место две стороны проблемы обеспечения высокого качества его результатов – качественная и количественная. Качественная заключается в установлении соответствия между построенной эконометрической моделью и лежащей в ее основе концепцией, а количественная – в точности аппроксимации (подгонки) имевшихся количественных и качественных характеристик рассматриваемых процессов данными модельных расчетов.

Построение эконометрической модели является центральной проблемой любого эконометрического исследования, поскольку ее “качество” непосредственно определяет достоверность и обоснованность результатов анализа тенденций развития, прогнозов рассматриваемых социально-экономических процессов, а также вытекающих из них выводов, в том числе и по вопросам разработки необходимых управленческих мероприятий.

Эконометрика в отличие от математической статистики не оторвалась от решения практических задач. Поэтому эконометрические модели обычно применяются для обработки конкретных эмпирических данных. Так, эконометрические методы нужны для оценки параметров экономико-математических моделей, например, моделей логистики (в частности, управления запасами).

Эконометрические методы следует использовать как составную часть научного инструментария практически любого технико-экономического исследования. Оценка точности и стабильности технологических процессов, разработка адекватных методов статистического приемочного контроля и статистического контроля технологических процессов, оптимизация выхода полезного продукта методами планирования экстремального эксперимента в химико-технологических системах, повышение качества и надежности из-

делий, сертификация продукции, диагностика материалов, изучение предпочтений потребителей в маркетинговых исследованиях, применение современных методов экспертных оценок в задачах принятия решений, в частности, в стратегическом, инновационном, инвестиционном менеджменте, при прогнозировании – везде необходима эконометрика.

Практически любая область экономики и менеджмента имеет дело со статистическим анализом эмпирических данных, а потому пользуется теми или иными эконометрическими методами. Например, перспективно применение этих методов для анализа научного потенциала России, при изучении рисков инновационных исследований, в задачах контроллинга, при проведении маркетинговых опросов, сравнении инвестиционных проектов, эколого-экономических исследований в области химической безопасности биосферы и уничтожения химического оружия, в задачах страхования, в том числе экологического, при разработке стратегии производства и продажи специальной техники и во многих других областях.

Вопросы для собеседования:

Базовый уровень:

1. Дайте определение сущности эконометрики
2. Каковы цели эконометрического исследования?
3. Охарактеризуйте взаимосвязь эконометрики с другими дисциплинами.

Повышенный уровень:

1. Какие методы используются при построении эконометрических моделей? Охарактеризуйте их.
2. Каковы этапы построения эконометрических моделей?

Типовые задачи:

ВАРИАНТ 1

Для трех видов продукции A , B и C модели зависимости удельных постоянных расходов от объема выпускаемой продукции выглядят следующим образом:

$$U_A = 600,$$

$$U_B = 80 + 0,7x,$$

$$U_C = 40x^{0,5}$$

Задание

1. Определите коэффициенты эластичности по каждому виду продукции и поясните их смысл.
2. Сравните при $x = 1000$ эластичность затрат для продукции B и C
3. Определите, каким должен быть объем выпускаемой продукции, чтобы коэффициенты эластичности для продукции B и C были равны.

ВАРИАНТ 2

Пусть имеется следующая модель регрессии, характеризующая зависимость y от x :

$$y = 8 - 7x + \varepsilon$$

Известно также, что $r_{xy} = -0,5$; $n = 20$

Задание

1. Постройте доверительный интервал для коэффициента регрессии в этой модели:
А) с вероятностью 90%;
Б) с вероятностью 99%.
2. Проанализируйте результаты, полученные в п.1, и поясните причины их различий

ВАРИАНТ 3

Изучается зависимость потребления материалов y от объема производства продукции x . По 20 наблюдениям были получены следующие варианты уравнения регрессии:

$$1. y = 3 + 2x + \varepsilon \quad (6,48)$$

$$2. \ln y = 2,5 + 0,2 \cdot \ln x + \varepsilon \quad (6,19) \quad (r^2 = 0,68)$$

$$3. \ln Y = 1.1 + 0.8 \cdot \ln X + \varepsilon \quad (6.2) \quad (r^2 = 0.69)$$

$$4. Y = 3 + 1.5 \cdot X + 0.1 \cdot X^2 \quad (3.0) \quad (r^2 = 0.701)$$

В скобках указаны фактические значения t- критерия.

Задание:

1. Определите коэффициент детерминации для 1 – го уравнения
2. Запишите функции, характеризующие зависимость у от х во 2-м и 3-м уравнениях
3. Определите коэффициенты эластичности для каждого из уравнений
4. Выберите наилучший вариант уравнения регрессии.

ВАРИАНТ 4

По совокупности 30 предприятий торговли изучается зависимость между признаками: х – цена на товар А; у – прибыль торгового предприятия, млн. руб.

При оценке регрессионной модели были получены следующие промежуточные результаты:

$$\sum (y_j - y_x)^2 = 39\,000$$

$$\sum (y_j - \bar{y})^2 = 120\,000$$

Задание

1. Поясните, какой показатель корреляции можно определить по этим данным.
2. Постройте таблицу дисперсионного анализа для расчета значений F-критерия Фишера.
3. Сравните фактическое значение F-критерия с табличным. Сделайте выводы.

ВАРИАНТ 5

Зависимость среднемесячной производительности труда от возраста рабочих характеризуется моделью: $y = a + vx + cx^2$. Ее использование привело к результатам, представленным в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	Производительность труда рабочих, тыс. руб., у		№ п/п	Производительность труда рабочих, тыс. руб., у	
	фактическая	расчетная		фактическая	расчетная
1	12	10	6	11	12
2	8	10	7	12	13
3	13	13	8	9	10
4	15	14	9	11	10
5	16	15	10	9	9

Задание

Оцените качество модели, определив ошибку аппроксимации, индекс корреляции и F-критерий Фишера.

ВАРИАНТ 6

Моделирование прибыли фирмы по уравнению $y = ab^x$ привело к результатам, представленным в табл.

Таблица

№ п/п	Производительность труда рабочих, тыс. руб., у		№ п/п	Производительность труда рабочих, тыс. руб., у	
	фактическая	расчетная		фактическая	расчетная
1	10	11	5	18	20
2	12	11	6	11	11
3	15	17	7	13	14
4	17	15	8	19	16

Задание

Оцените качество модели. Для этого:

- а) определите ошибку аппроксимации;
- б) найдите показатель тесноты связи прибыли с исследуемым в модели фактором;
- в) рассчитайте F-критерий Фишера. Сделайте выводы.

ВАРИАНТ 7

Изучалась зависимость вида $y = ax^b$. Для преобразованных в логарифмах переменных получены следующие данные:

$$\sum xy = 4,2087; \sum x = 8,2370; \sum x^2 = 9,2334; \sum y = 3,9310; \sum (y - \bar{y})^2 = 0,0014$$

Задание

1. Найдите параметр b
2. Найдите показатель корреляции, предполагая $\sigma_y = 0,08$. оцените его значимость
3. Оцените его значимость, если известно, что $n=9$

Рекомендуемая литература*Основная литература:*

- 1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

Дополнительная литература:

- 1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

ТЕМА №2. ПАРНАЯ РЕГРЕССИЯ И КОРРЕЛЯЦИЯ**Практическое занятие № 2. Построение модели линейной и нелинейной парной регрессии**

Цель: ознакомиться с особенностями построения моделей парной регрессии и корреляции

Организационная форма: решение типовых задач

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- особенности построения линейной и нелинейной парной регрессии.

Студент будет уметь:

- рассчитывать параметры линейной и нелинейной парной регрессии;

- оценивать каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации и критерий Фишера.

Формируемые компетенции: ОПК-2, ОПК-5

Актуальность темы: Большинство явлений и процессов в экономике находятся в постоянной взаимной и всеохватывающей объективной связи. Для исследования интенсивности, вида и формы зависимостей широко применяется корреляционно-регрессионный анализ, который является методическим инструментарием при решении задач прогнозирования, планирования и анализа хозяйственной деятельности предприятий.

Теоретическая часть

Парная регрессия – это уравнение связи двух переменных x и y :

$$y = \bar{f}(x),$$

где y – зависимая переменная (результативный признак);

x – независимая, объясняющая переменная (признак-фактор).

Различают линейные и нелинейные регрессии.

Линейная регрессия: $y = a + b \cdot x + \varepsilon$

Нелинейные регрессии делятся на два класса:

1) регрессии нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам:

- полиномы разных степеней $y = a + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3 + \varepsilon$

- равнобочная гиперболола $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$

2) регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам

- степенная $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$

- показательная $y = a \cdot b^x \cdot \varepsilon$

- экспоненциальная $y = e^{a+b \cdot x} \cdot \varepsilon$

Построение уравнения регрессии сводится к оценке ее параметров. Для оценки параметров регрессий, линейных по параметрам, используют метод наименьших квадратов (МНК), который позволяет получать такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака y от теоретических минимальна, т.е.

$$\Sigma(y - y_x)^2 \rightarrow \min$$

Для линейных и нелинейных уравнений, приводимых к линейным, решается следующая система относительно a и b :

$$\begin{cases} na + b \Sigma x = \Sigma y \\ a \Sigma x + b \Sigma x^2 = \Sigma xy \end{cases}$$

Можно воспользоваться готовыми формулами, которые вытекают из этой системы:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}, \quad b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

Тесноту связи изучаемых явлений оценивает линейный коэффициент парной корреляции r_{xy} для линейной регрессии ($-1 \leq r_{xy} \leq 1$):

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

и индекс корреляции p_{xy} – для нелинейной регрессии ($0 \leq p_{xy} \leq 1$):

$$p_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\Sigma(y - y_x)^2}{\Sigma(y - \bar{y})^2}}$$

Оценку качества построенной модели даст коэффициент (индекс) детерминации, а также средняя ошибка аппроксимации.

Средняя ошибка аппроксимации – среднее отклонение расчетных значений от фактических:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \Sigma \left| \frac{y - y_x}{y} \right| \cdot 100\%$$

Допустимый предел значений $\bar{A}$ – не более 8-10%.

Средний коэффициент эластичности $\bar{\varepsilon}$ показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат от средней величины при изменении фактора x на 1% от своего среднего значения:

$$\bar{\varepsilon} = f(x) \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

Задача дисперсионного анализа состоит в анализе дисперсии зависимой переменной. Долю дисперсии, объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака y характеризует коэффициент (индекс) детерминации:

$$R^2 = \frac{\Sigma(y_x - \bar{y})^2}{\Sigma(y - \bar{y})^2}$$

Коэффициент детерминации – квадрат коэффициента или индекса корреляции.

F- тест – оценивание качества уравнения регрессии – состоит в проверке гипотезы H_0 о статистической значимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи. Для этого выполняется сравнение фактического $F_{\text{факт}}$ и критического (табличного) $F_{\text{табл}}$ значений F-критерия Фишера. $F_{\text{факт}}$ определяется из соотношения значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\Sigma(y_x - \bar{y})^2 / m}{\Sigma(y - y_x)^2 / (n - m - 1)} = \frac{r^2 xy}{1 - r^2 xy} (n - 2)$$

где n – число единиц совокупности;

m – число параметров при переменных x .

$F_{\text{табл}}$ – это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости α . Уровень значимости α – вероятность отвергнуть правильную гипотезу при условии, что она верна. Обычно α принимается равной 0,05 или 0,01.

Если $F_{\text{табл}} < F_{\text{факт}}$, то H_0 – гипотеза у случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность. Если $F_{\text{табл}} > F_{\text{факт}}$, то гипотеза H_0 не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

Пример решения

По семи территориям Уральского района за 199X год известны значения двух признаков (табл.):

Таблица

Район	Расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, %, y	Среднедневная заработная плата одного работающего, руб., x
Удмуртская Республика	68,8	45,1
Свердловская область	61,2	59,0
Башкортостан	59,9	57,2
Челябинская область	56,7	61,8
Пермская область	55,0	58,8
Курганская область	54,3	47,2
Оренбургская область	49,3	55,2

Требуется:

- Для характеристики зависимости y от x рассчитать параметры следующих функций:
 - линейной;
 - степенной;
 - показательной;

г) равносторонней гиперболы.

2. Оценить каждую модель через среднюю ошибку аппроксимации и критерий Фишера.

Решение

1а. Для расчета параметров a и b линейной регрессии $y = a + b \cdot x + \varepsilon$ решаем систему

нормальных уравнений относительно a и b :

$$\begin{cases} na + b\sum x = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

По исходным данным рассчитаем $\sum y$, $\sum x$, $\sum xy$, $\sum x^2$, $\sum y^2$.

Таблица

	y	x	yx	x ²	y ²	y _x	y - y _x	A _i
1	68,8	45,1	3102,88	2034,01	4733,44	61,3	7,5	10,9
2	61,2	59,0	3610,80	3481,00	3745,44	56,5	4,7	7,7
3	59,9	57,2	3426,28	3271,84	3588,01	57,1	2,8	4,7
4	56,7	61,8	3504,06	3819,24	3214,89	55,5	1,2	2,1
5	55,0	58,8	3234,00	3457,44	3025,00	56,5	-1,5	2,7
6	54,3	47,2	2562,96	2227,84	2948,49	60,5	-6,2	11,4
7	49,3	55,2	2721,36	3047,04	2430,49	57,8	-8,5	17,2
Итого	405,2	384,3	22162,34	21338,41	23685,76	405,2	0,0	56,7
Среднее значение	57,89	54,90	3166,05	3048,34	3383,68	*	*	8,1
σ	5,74	5,86	*	*	*	*	*	*
σ ²	32,92	34,34	*	*	*	*	*	*

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{3166,05 - 57,89 \cdot 54,9}{5,86^2} \approx -0,35$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 57,89 + 0,35 \cdot 54,9 \approx 76,88$$

Уравнение регрессии: $y = 76,88 - 0,35 \cdot x$

С увеличением среднедневной заработной платы на 1 руб. доля расходов на покупку продовольственных товаров снижается в среднем на 0,35%-ных пункта.

Рассчитаем линейный коэффициент парной корреляции:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = -0,35 \cdot \frac{5,86}{5,74} = -0,357$$

Связь умеренная, обратная.

Определим коэффициент детерминации:

$$r^2_{xy} = (-0,35)^2 = 0,127$$

Вариация результата на 12,7% объясняется вариацией фактора x .

Подставляя в уравнение регрессии фактические значения x , определим теоретические (расчетные) значения y_x . Найдем величину средней ошибки аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - y_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{56,7 \cdot 100\%}{7} = 8,1\%$$

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 8,1%.

Рассчитаем F-критерий:

$$F_{\text{факт}} = \frac{0,127}{0,873} \cdot 5 = 0,7$$

поскольку $1 \leq F \leq \infty$, следует рассмотреть F^{-1}

Полученное значение указывает на необходимость принять гипотезу H_0 о случайной природе выявленной зависимости и статистической незначимости параметров уравнения и показателя тесноты связи.

Пункты 1б, 1в и 1г решаются аналогично, однако построению этих моделей предшествует процедура линеаризации переменных. Так, степенная и показательная функции линеаризуются путем логарифмирования обеих частей уравнения, а уравнение равносторонней гиперболы линеаризуется заменой $z=1/x$.

Задание

Базовый уровень:

1. Рассчитайте параметры уравнений линейной, степенной, показательной, гиперболической парной регрессии.
2. Оцените тесноту связи с помощью показателей корреляции и детерминации.
3. Дайте с помощью среднего коэффициента эластичности сравнительную оценку силы связи фактора с результатом.

Повышенный уровень:

4. Оцените с помощью средней ошибки аппроксимации качество уравнений
5. С помощью критерия Фишера оцените статистическую надежность результатов регрессионного моделирования

Варианты заданий

ВАРИАНТ 1

Имеются данные по странам:

Страна	Душевой доход, долл., у	Индекс человеческой бедности, х
Объединенные Арабские Эмираты	1600	14,9
Таиланд	7100	11,7
Уругвай	6750	11,7
Ливия	6130	18,8
Колумбия	6110	10,7
Иордания	4190	10,9
Египет	3850	34,8
Марокко	3680	41,7
Перу	3650	22,8
Шри-Ланка	3280	20,7
Филиппины	2680	17,7
Боливия	2600	22,5
Китай	2600	17,5
Зимбабве	2200	17,3

ВАРИАНТ 2

По территориям Центрального района известны данные:

РАЙОН	Доля денежных доходов, направленных на прирост сбережений во вкладах, зай- мах, сертификатах в общей сумме среднедушевого де- нежного дохода, %, у	Среднемесячная заработная плата, тыс. руб., х
Брянская область	6,9	289
Владимирская область	8,7	334
Ивановская область	6,4	300
Калужская область	8,4	343
Костромская область	6,1	356
Орловская область	9,4	289
Рязанская область	11,0	341
Смоленская область	6,4	327

Тверская область	9,3	357
Тульская область	8,2	352
Ярославская область	8,6	381

ВАРИАНТ 3

По территориям Центрального района известны данные:

Район	Средний размер назначенных ежемесячных пенсий, тыс. руб., у	Прожиточный минимум в среднем на одного пенсионера в месяц, тыс. руб., х
Брянская область	240	178
Владимирская область	226	202
Ивановская область	221	197
Калужская область	226	201
Костромская область	220	189
г. Москва	250	302
Московская область	237	215
Орловская область	232	166
Рязанская область	215	199
Смоленская область	220	180
Тверская область	222	181
Тульская область	231	186
Ярославская область	229	250

ВАРИАНТ 4

По территориям Центрального и Волго-Вятского районов известны данные:

Район	Средняя заработная плата и выплаты социального характера, тыс. руб., у	Прожиточный минимум в среднем на душу населения, тыс. руб., х
Брянская область	615	289
Владимирская область	727	338
Ивановская область	584	287
Калужская область	753	324
Костромская область	707	307
Орловская область	657	304
Рязанская область	654	307
Смоленская область	693	290
Тверская область	704	314
Тульская область	780	304
Ярославская область	830	341
Республика Марий Эл	554	364
Республика Мордовия	560	342
Чувашская Республика	545	310
Кировская область	672	411
Нижегородская область	796	304

ВАРИАНТ 5

По различным территориям известны следующие данные:

Район	Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у	Средняя заработная плата и выплаты социального характера, тыс. руб., х
Республика Марий Эл	302	554
Республика Мордовия	360	560
Чувашская республика	310	545

Кировская область	415	672
Нижегородская область	452	796
Белгородская область	502	777
Воронежская область	355	632
Курская область	416	688
Липецкая область	501	833
Тамбовская область	403	577
Республика Калмыкия	208	584
Республика Татарстан	462	949
Астраханская область	368	888
Волгоградская область	399	831
Пензенская область	342	562
Саратовская область	354	665
Ульяновская область	558	705

ВАРИАНТ 6

Известны данные за ноябрь 20_ года:

Район	Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у	Денежные доходы на душу населения, тыс. руб., х
Республика Карелия	596	913
Республика Коми	417	1095
Архангельская область	354	606
Вологодская область	526	876
Мурманская область	934	1314
Ленинградская область	412	593
Новгородская область	525	754
Псковская область	367	528
Брянская область	364	520
Ивановская область	409	540
Калужская область	452	682
Костромская область	367	537
Московская область	328	589
Орловская область	460	626
Рязанская область	380	521
Смоленская область	439	626
Тверская область	344	521
Тульская область	401	658
Ярославская область	514	746

ВАРИАНТ 7

По территориям Восточно-Сибирского и Дальневосточного районов известны данные за ноябрь 20_ года:

Район	Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у	Денежные доходы на душу населения, тыс. руб., х
Республика Бурятия	408	524
Республика Тыва	249	371
Республика Хакасия	253	453
Красноярский край	580	1006
Иркутская область	651	997

Бурятский авт. округ	139	217
Читинская область	322	486
Республика Саха	899	1989
Еврейская авт. область	330	595
Чукотский авт. округ	446	1550
Хабаровский край	542	761
Амурская область	504	767
Камчатская область	861	1720
Магаданская область	707	1735
Сахалинская область	557	1052

ВАРИАНТ 8

По территориям Уральского и Западно-Сибирского районов известны данные за ноябрь 20__ года:

Район	Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у	Денежные доходы на душу населения, тыс. руб., х
Республика Башкортостан	461	632
Удмуртская Республика	524	738
Курганская область	298	515
Оренбургская область	351	640
Пермская область	624	942
Свердловская область	584	888
Челябинская область	425	704
Республика Алтай	277	603
Алтайский край	321	439
Кемеровская область	573	985
Новосибирская область	576	735
Омская область	588	760
Томская область	497	830
Тюменская область	863	2093

ВАРИАНТ 9

По территориям Уральского и Западно-Сибирского районов известны данные за ноябрь 20__ года:

Район	Потребительские расходы в расчете на душу населения, тыс. руб., у	Средняя заработная плата и выплаты социального характера, тыс. руб., х
Уральский		
Республика Башкортостан	461	912
Удмуртская Республика	524	809
Курганская область	298	748
Оренбургская область	351	847
Пермская область	624	1087
Свердловская область	584	1074
Челябинская область	425	1008
Западно-Сибирский		
Республика Алтай	277	682
Алтайский край	321	697
Кемеровская область	573	1251

Новосибирская область	576	967
Омская область	588	898
Томская область	497	1263
Тюменская область	863	3027

ВАРИАНТ 10

Имеются данные по странам за 20__ год:

Страна	Душевой доход, долл., у	Индекс человеческого раз- вития, х
Объединенные Арабские Эмираты	1600	0,866
Таиланд	7100	0,833
Уругвай	6750	0,833
Ливия	6130	0,801
Колумбия	6110	0,848
Иордания	4190	0,730
Египет	3850	0,514
Марокко	3680	0,566
Перу	3650	0,717
Шри-Ланка	3280	0,711
Филиппины	2680	0,672
Боливия	2600	0,589
Китай	2600	0,626
Зимбабве	2200	0,513

*Рекомендуемая литература**Основная литература:*

- 1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

Дополнительная литература:

- 1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
- 2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

ТЕМА № 3. МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ И КОРРЕЛЯЦИЯ: МОДЕЛЬ, ЗНАЧИМОСТЬ

Практическое занятие № 3-4. Построение модели множественной регрессии

Цель: сформировать навыки построения модели множественной регрессии

Организационная форма: решение разноуровневых задач

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- классическую линейную модель множественной регрессии;
- метод наименьших квадратов;
- свойства оценок МНК.

Студент будет уметь:

- рассчитывать частные коэффициенты эластичности, сравнивать их со стандартизированными, пояснить различия между ними;
- рассчитывать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции;
- рассчитывать общий и частные критерии Фишера

Формируемые компетенции: ОПК-2, ОПК-5

Актуальность темы: Множественная регрессия широко используется в решении проблем спроса, доходности акций, при изучении функции издержек производства, в макроэкономических расчетах и целом ряде других вопросов эконометрики. В настоящее время множественная регрессия – один из наиболее распространенных методов в эконометрике. Основная цель множественной регрессии – построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное их воздействие на моделируемый показатель.

Теоретическая часть

Множественная регрессия – уравнение связи с несколькими переменными:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i)$$

где y – зависимая переменная (результативный признак);

$x_1, x_2, \dots$ – независимые переменные (факторы).

Для построения уравнения множественной регрессии чаще используются следующие функции:

- Линейная $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_ix_i$
- Степенная $y = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot \dots \cdot x_i^{b_i}$
- Экспонента $y = e^{a+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_ix_i}$
- Гипербола $y = \frac{1}{a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_i \cdot x_i}$

Можно использовать и другие функции, приводимые к линейному виду.

Для оценки параметров уравнения множественной регрессии применяют метод наименьших квадратов. Строится система нормальных уравнений, решение которой позволяет получить оценки параметров регрессии:

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta}, \quad b_1 = \frac{\Delta b_1}{\Delta}, \quad \dots, \quad b_i = \frac{\Delta b_i}{\Delta}$$

где Δ – определитель системы;

$\Delta a, \Delta b_i$ – частные определители, которые получаются путем замены соответствующего столбца матрицы определителя системы данными левой части системы.

Другой вид уравнения множественной регрессии – уравнение регрессии в стандартизованном масштабе:

$$t_y = \beta_1 t_{x1} + \beta_2 t_{x2} + \dots + \beta_i t_{xi}$$

где $t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}$, $t_{xi} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{xi}}$ – стандартизированные переменные;

β_i – стандартизированные коэффициенты регрессии.

К уравнению множественной регрессии в стандартизованном масштабе применим МНК.

Связь коэффициентов множественной регрессии со стандартизированными коэффициентами описывается соотношением:

$$b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{xi}}$$

Параметр a определяется как: $a = \bar{y} - b_1\bar{x}_1 - b_2\bar{x}_2 - \dots - b_i\bar{x}_i$

Средние коэффициенты эластичности для линейной регрессии рассчитываются по формуле: $\overline{\mathcal{E}_{yxj}} = b_j \frac{\overline{x_j}}{\overline{y}}$

Тесноту совместного влияния факторов на результат оценивает индекс множественной корреляции:

$$R_{yx1x2...xi} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{yост}^2}{\sigma_y^2}}$$

Значение индекса множественной корреляции лежит в пределах от 0 до 1 и должно быть больше или равно максимальному парному индексу корреляции.

Индекс множественной корреляции для уравнения в стандартизованном масштабе можно записать в виде:

$$R_{yx1x2...xi} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yxi}}$$

При линейной зависимости коэффициент множественной корреляции можно определить через матрицу парных коэффициентов корреляции

Частные коэффициенты корреляции изменяются в пределах от –1 до 1.

Качество построенной модели в целом оценивает коэффициент детерминации. Он рассчитывается как квадрат индекса множественной корреляции.

Скорректированный индекс множественной детерминации содержит поправку на число степеней свободы и рассчитывается по формуле:

$$R^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{(n - 1)}{(n - m - 1)}$$

где n– число наблюдений:

m- число факторов.

Значимость уравнения множественной регрессии в целом оценивается с помощью F-критерия Фишера:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$$

Частный критерий оценивает статистическую значимость присутствия каждого из факторов в уравнении. В общем виде для фактора x частный критерий определяется как:

$$F_{xi} = \frac{R_{yx1...xi...xp}^2 - R_{yx1...xi-1xi+1...xp}^2}{1 - R_{yx1...xi...xp}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}$$

Постановка задачи

По 30 территориям России имеются данные, представленные в табл. 1:

Таблица 1

Признак	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Линейный коэффициент парной корреляции
Среднедневной душевой доход, руб., y	86,8	11,44	-
Среднедневная заработная плата одного работающего, руб., x1	54,9	5,86	$r_{yx1}=0,8405$
Средний возраст безработного, лет, x2	33,5	0,58	$r_{yx2}=-0,2101$ $r_{x1x2}=-0,1160$

Требуется:

1. Построить уравнение множественной регрессии в стандартизированной и естественной форме.
2. Рассчитать частные коэффициенты эластичности, сравнить их со стандартизированными, пояснить различия между ними.
3. Рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции, сравнить их с линейными коэффициентами парной корреляции, пояснить различия между ними.
4. Рассчитать общий и частные критерии Фишера

Методические указания к решению

Для расчета параметров линейного уравнения применим метод стандартизованных переменных и построим искомое уравнение в стандартизированном масштабе.

Расчет коэффициентов проведем по формулам:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx1} - r_{yx2} r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2} = \frac{0.8405 - 0.2101 \cdot 0.116}{1 - 0.116^2} = 0.8273$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx2} - r_{yx1} r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2} = \frac{-0.2101 + 0.8405 \cdot 0.116}{1 - 0.116^2} = -0.1141$$

Получим уравнение: $t_y = 0.8273 t_{x1} - 0.1141 t_{x2}$

Для построения уравнения в естественной форме рассчитаем $b1$ и $b2$, используя формулы перехода:

$$b1 = (0.8273 \times 11.44) / 5.86 = 1.6151$$

$$b2 = (-0.1141 \times 11.44) / 0.58 = -2.2505$$

Значение a определяем из соотношения:

$$a = 86.8 - 1.6151 \times 54.9 + 2.2505 \times 33.5 = -73.52276$$

$$y = -73.52 + 1.62x1 - 2.25x2$$

Для характеристики относительной силы влияния $x1$ и $x2$ на y рассчитаем средние коэффициенты эластичности:

$$\varepsilon_{yx1} = (1.62 \times 54.9) / 86.8 = 1.0246\%$$

$$\varepsilon_{yx2} = (-2.25 \times 33.5) / 86.8 = -0.8684\%$$

С увеличением средней заработной платы ($x1$) на 1% от ее среднего уровня средний душевой доход (y) возрастает на 1,02% от своего среднего уровня; при повышении среднего возраста безработного ($x2$) на 1% среднедушевой доход (y) снижается на 0,87% от своего среднего уровня. Очевидно, что сила влияния средней заработной платы на среднедушевой доход оказалась большей, чем сила влияния среднего возраста безработного. К аналогичным выводам о силе связи приходим при сравнении модулей значений β_1 и β_2 : $\beta_1 = 0.8273 > \beta_2 = 0.1141$

Различия в силе влияния фактора на результат, полученные при сравнении ε и β , объясняются тем, что коэффициент эластичности исходит из сравнения средних, а β -коэффициент - из соотношения средних квадратических отклонений.

1. Линейные коэффициенты частной корреляции рассчитываются по рекуррентной формуле:

$$r_{yx1x2} = \frac{r_{yx1} - r_{yx2} \cdot r_{x1x2}}{\sqrt{(1 - r_{yx2}^2)(1 - r_{x1x2}^2)}} = \frac{0.8405 - 0.2101 \cdot 0.116}{\sqrt{(1 - 0.2101^2)(1 - 0.116^2)}} = 0.8404$$

$$r_{yx2x1} = \frac{r_{yx2} - r_{yx1} \cdot r_{x1x2}}{\sqrt{(1 - r_{yx1}^2)(1 - r_{x1x2}^2)}} = \frac{-0.2101 + 0.8405 \cdot 0.116}{\sqrt{(1 - 0.2101^2)(1 - 0.116^2)}} = 0.8404$$

$$r_{x1x2y} = \frac{r_{x1x2} - r_{yx1} \cdot r_{yx2}}{\sqrt{(1 - r_{yx1}^2)(1 - r_{yx2}^2)}} = \frac{-0,116 + 0,8405 \cdot 0,2101}{\sqrt{(1 - 0,8405^2)(1 - 0,2101)}} = 0.8404$$

Если сравнить значения коэффициентов парной и частной корреляции, то приходим к выводу, что из-за слабой межфакторной связи коэффициенты парной и частной корреляции отличаются незначительно: выводы о тесноте и направлении связи на основе коэффициентов парной и частной корреляции совпадают.

Расчет линейного коэффициента множественной корреляции выполним по следующей формуле

$$R_{yx1x2} = \sqrt{r_{yx1} \cdot \beta_1 + r_{yx2} \cdot \beta_2} = \sqrt{0.8405 \cdot 0.8273 + 0.2101 \cdot 0.1141} = \sqrt{0.7193} = 0.8481$$

Зависимость y от x_1 и x_2 характеризуется как тесная, в которой 72% вариации среднего душевого дохода определяются вариацией учтенных в модели факторов: средней заработной платы и среднего возраста безработного. Прочие факторы, не включенные в модель, составляют соответственно 28% от общей вариации y .

2. Рассчитаем общий F-критерий:

$$F = (0,7193/0,2807)/(27/2) = 34,6$$

$$F_{\text{табл}} = 3,4 \quad \alpha = 0,05$$

Сравнивая $F_{\text{табл}}$ и $F_{\text{факт}}$ приходим к выводу о необходимости отклонить гипотезу. С вероятностью 95% делаем заключение о статистической значимости уравнения в целом и показателя тесноты связи, которые сформировались под неслучайным воздействием факторов x_1 и x_2

Частные F-критерии оценивают статистическую значимость присутствия факторов x_1 и x_2 в уравнении множественной регрессии, оценивают целесообразность включения одного фактора после другого фактора, т.е. F_{x_1} оценивает целесообразность включения в уравнение фактора x_1 после того, как в него был включен фактор x_2 . Соответственно F_{x_2} указывает на целесообразность включения в модель фактора x_2 после x_1 :

$$F_{x1} = \frac{R_{yx1x2}^2 - r_{yx2}^2}{1 - R_{yx1x2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0.8481^2 - 0.2101^2}{1 - 0.8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 64.9$$

$$F_{\text{табл.}} = 4,21 \quad \alpha = 0,05.$$

Сравнивая фактические и табличные значения критерия Фишера приходим к выводу о целесообразности включения в модель фактора x_1 после фактора x_2 , т.к. фактическое значение критерия выше табличного. Гипотезу о несущественности прироста R^2 за счет включения дополнительного фактора x_1 отклоняем и приходим к выводу о статистически подтвержденной целесообразности включения фактора x_1 после фактора x_2 .

Целесообразность включения в модель фактора x_2 после фактора x_1 :

$$F_{x1} = \frac{R_{yx1x2}^2 - r_{yx2}^2}{1 - R_{yx1x2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0.8481^2 - 0.2101^2}{1 - 0.8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 64.9$$

Низкое значение этого показателя свидетельствует о статистической незначимости прироста R^2 за счет включения в модель фактора x_2 после фактора x_1 . Это значит, что парная регрессионная модель зависимости среднего дохода (y) от средней заработной платы (x_2) является достаточно статистически значимой, надежной и что нет необходимости улучшать ее, включая дополнительный фактор x_2 (средний возраст безработного).

Задание

1. Задания репродуктивного уровня

Построить уравнение множественной регрессии в стандартизированной и естественной форме.

2. Задачи реконструктивного уровня

Рассчитать общий и частные критерии Фишера

3. Задачи творческого уровня

Рассчитать линейные коэффициенты частной корреляции и коэффициент множественной корреляции, сравнить их с линейными коэффициентами парной корреляции, пояснить различия между ними.

Рассчитать частные коэффициенты эластичности, сравнить их со стандартизированными, пояснить различия между ними.

Варианты заданий

ВАРИАНТ 1

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,904	115,0	75,5
Белоруссия	0,922	123,0	78,5
Великобритания	0,763	74,0	77,7
Германия	0,923	111,0	84,4
Дания	0,918	113,0	75,9
Индия	0,906	110,0	76,0
Испания	0,905	119,0	67,5
Канада	0,545	146,0	78,2
Китай	0,894	113,0	78,1
Латвия	0,900	108,0	78,6
Нидерланды	0,932	113,0	84,0
Польша	0,740	71,0	59,2
Россия	0,701	94,0	90,2
Франция	0,744	210,0	72,8
Швеция	0,921	118,0	67,7

y – индекс человеческого развития;

x_1 – ВВП, текущий год в % к базисному году;

x_2 – расходы на конечное потребление в текущих ценах, % к ВВП.

ВАРИАНТ 2

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,904	115,0	56,1
Белоруссия	0,922	123,0	61,8
Великобритания	0,763	74,0	59,1
Германия	0,923	111,0	63,3
Дания	0,918	113,0	64,1
Индия	0,906	110,0	57,0
Испания	0,905	119,0	50,7
Канада	0,545	146,0	57,1
Китай	0,894	113,0	62,0
Латвия	0,900	108,0	61,8
Нидерланды	0,932	113,0	58,6
Польша	0,740	71,0	71,7
Россия	0,701	94,0	48,0
Франция	0,744	210,0	63,9
Швеция	0,921	118,0	59,1

y – индекс человеческого развития;

x_1 – ВВП, текущий год в % к базисному году;

x_2 – расходы домашних хозяйств, % к ВВП.

ВАРИАНТ 3

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,904	115,0	25,2
Белоруссия	0,922	123,0	21,8

Великобритания	0,763	74,0	25,7
Германия	0,923	111,0	17,8
Дания	0,918	113,0	15,9
Индия	0,906	110,0	22,4
Испания	0,905	119,0	20,6
Канада	0,545	146,0	25,2
Китай	0,894	113,0	20,7
Латвия	0,900	108,0	17,5
Нидерланды	0,932	113,0	19,7
Польша	0,740	71,0	18,5
Россия	0,701	94,0	42,4
Франция	0,744	210,0	23,0
Швеция	0,921	118,0	20,2

y – индекс человеческого развития;

x_1 – ВВП, текущий год в % к базисному году;

x_2 – валовое накопление, % к ВВП.

ВАРИАНТ 4

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,904	115,0	3343
Белоруссия	0,922	123,0	3001
Великобритания	0,763	74,0	3101
Германия	0,923	111,0	3543
Дания	0,918	113,0	3237
Индия	0,906	110,0	3330
Испания	0,905	119,0	3808
Канада	0,545	146,0	2415
Китай	0,894	113,0	3295
Латвия	0,900	108,0	3504
Нидерланды	0,932	113,0	3056
Польша	0,740	71,0	3007
Россия	0,701	94,0	2844
Франция	0,744	210,0	2861
Швеция	0,921	118,0	3259

y – индекс человеческого развития;

x_1 – ВВП, текущий год в % к базисному году;

x_2 – суточная калорийность питания населения, ккал на душу населения.

ВАРИАНТ 5

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,904	115,0	77,0
Белоруссия	0,922	123,0	78,2
Великобритания	0,763	74,0	68,0
Германия	0,923	111,0	77,2
Дания	0,918	113,0	77,2
Индия	0,906	110,0	77,2
Испания	0,905	119,0	75,7
Канада	0,545	146,0	62,6
Китай	0,894	113,0	78,0
Латвия	0,900	108,0	78,2
Нидерланды	0,932	113,0	79,0
Польша	0,740	71,0	67,6

Россия	0,701	94,0	69,8
Франция	0,744	210,0	68,4
Швеция	0,921	118,0	77,9

y – индекс человеческого развития;

x_1 – ВВП, текущий год в % к базисному году;

x_2 – ожидаемая продолжительность жизни, лет.

ВАРИАНТ 6

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,904	56,1	25,2
Белоруссия	0,922	61,8	21,8
Великобритания	0,763	59,1	25,7
Германия	0,923	63,3	17,8
Дания	0,918	64,1	15,9
Индия	0,906	57,0	22,4
Испания	0,905	50,7	20,6
Канада	0,545	57,1	25,2
Китай	0,894	62,0	20,7
Латвия	0,900	61,8	17,5
Нидерланды	0,932	58,6	19,7
Польша	0,740	71,7	18,5
Россия	0,701	48,0	42,4
Франция	0,744	63,9	23,0
Швеция	0,921	59,1	20,2

y – индекс человеческого развития;

x_1 – расходы домашних хозяйств, % к ВВП;

x_2 – валовое накопление, % к ВВП.

ВАРИАНТ 7

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,927	130,0	67,7
Белоруссия	0,802	127,0	82,6
Великобритания	0,747	61,0	74,4
Германия	0,927	117,0	83,3
Дания	0,721	46,0	83,7
Индия	0,913	107,0	73,8
Испания	0,918	110,0	79,2
Канада	0,833	99,2	71,5
Китай	0,914	101,0	75,3
Латвия	0,923	105,5	79,0
Нидерланды	0,904	127,0	68,6
Польша	0,922	146,0	71,4
Россия	0,827	113,0	70,6
Франция	0,763	108,0	72,3
Швеция	0,923	110,0	69,6

y – индекс человеческого развития;

x_1 – ВВП, текущий год в % к базисному году;

x_2 – расходы на конечное потребление в текущих ценах, % к ВВП.

ВАРИАНТ 8

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,904	77,0	3343
Белоруссия	0,922	78,2	3001

Великобритания	0,827	72,9	3136
Германия	0,763	78,0	31013543
Дания	0,923	77,2	2938
Индия	0,739	70,9	3237
Испания	0,918	77,2	3402
Канада	0,795	78,1	3330
Китай	0,906	75,7	3575
Латвия	0,867	66,3	3808
Нидерланды	0,905	77,8	3289
Польша	0,616	62,6	3272
Россия	0,883	78,0	2415
Франция	0,545	78,2	3295
Швеция	0,894	79,0	

y – индекс человеческого развития;

x_1 – ожидаемая продолжительность жизни, лет;

x_2 – суточная калорийность питания, ккал.

ВАРИАНТ 9

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,900	78,2	3504
Белоруссия	0,932	79,0	3056
Великобритания	0,740	67,7	3007
Германия	0,701	69,8	2844
Дания	0,744	68,4	2861
Индия	0,921	77,9	3259
Испания	0,927	78,1	3350
Канада	0,802	72,5	3344
Китай	0,852	72,4	3336
Латвия	0,747	66,6	2704
Нидерланды	0,752	69,9	2943
Польша	0,927	76,6	3642
Россия	0,728	69,0	3568
Франция	0,721	68,8	2753
Швеция	0,913	76,8	2916

y – индекс человеческого развития;

x_1 – ожидаемая продолжительность жизни, лет;

x_2 – суточная калорийность питания, ккал.

ВАРИАНТ 10

Страна	y	x_1	x_2
Австрия	0,908	3,0	2,6
Белоруссия	0,921	2,3	2,6
Великобритания	0,869	2,6	2,5
Германия	0,920	4,3	2,5
Дания	0,904	2,9	2,8
Индия	0,918	2,4	3,1
Испания	0,846	5,1	1,6
Канада	0,905	3,4	2,0
Китай	0,841	2,0	2,9
Латвия	0,821	4,5	2,7
Нидерланды	0,936	5,1	3,0
Польша	0,758	4,2	1,8

Россия	0,845	5,2	2,9
Франция	0,925	6,5	3,1
Швеция	0,978	7,4	3,4

y – индекс человеческого развития;

x_1 – темп прироста ВВП, текущий год в % к базисному году;

x_2 – темп прироста населения, %.

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

Дополнительная литература:

1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

ТЕМА 4. МНОЖЕСТВЕННАЯ РЕГРЕССИЯ И КОРРЕЛЯЦИЯ: КАЧЕСТВО, МУЛЬТИКОЛЛИНЕАРНОСТЬ

Практическое занятие № 5-6 Определение коллинеарности факторов

Цель: ознакомиться с оценкой уравнения множественной регрессии на коллинеарность факторов

Организационная форма: решение типовых задач

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- понятие коллинеарных факторов;
- показатели качества регрессии.

Студент будет уметь:

- выявлять коллинеарные факторы.

Формируемые компетенции: ОПК-2, ОПК-5

Актуальность темы: Множественная регрессия широко используется в решении проблем спроса, доходности акций, при изучении функции издержек производства, в макроэкономических расчетах и целом ряде других вопросов эконометрики. В настоящее время множественная регрессия – один из наиболее распространенных методов в эконометрике. Основная цель множественной регрессии – построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное их воздействие на моделируемый показатель.

Теоретическая часть

Считается, что две переменных явно **коллинеарны**, т.е. находятся между собой в линейной зависимости, если $r_{xixj} \geq 0.7$.

Если факторы явно коллинеарны, то они дублируют друг друга и один из них рекомендуется исключить из регрессии. Предпочтение при этом отдается не фактору, более тесно связанному с результатом, а тому фактору, который при достаточно тесной связи с результатом имеет наименьшую тесноту связи с другими факторами. В этом требовании

проявляется специфика множественной регрессии как метода исследования комплексного воздействия факторов в условиях их независимости друг от друга.

По величине парных коэффициентов корреляции обнаруживается лишь явная коллинеарность факторов. Наибольшие трудности в использовании аппарата множественной регрессии возникают при наличии **мультиколлинеарности факторов**, когда более чем два фактора связаны между собой линейной зависимостью, т.е. имеет место совокупное воздействие факторов друг на друга. Наличие мультиколлинеарности факторов может означать, что некоторые факторы будут всегда действовать в унисон. В результате вариация в исходных данных перестает быть полностью независимой, и нельзя оценить воздействие каждого фактора в отдельности. Чем сильнее мультиколлинеарность факторов, тем менее надежна оценка распределения суммы объясненной вариации по отдельным факторам с помощью МНК.

Включение в модель мультиколлинеарных факторов нежелательно в силу следующих *последствий*:

- 1) затрудняется интерпретация параметров множественной регрессии как характеристик действия факторов в «чистом» виде, т.к. факторы коррелированы; параметры линейной регрессии теряют экономический смысл;
- 2) оценки параметров ненадежны, обнаруживают большие стандартные ошибки и меняются с изменением объема наблюдений (не только по величине, но и по знаку), что делает модель непригодной для анализа и прогнозирования.

Для оценки мультиколлинеарности факторов может использоваться определитель матрицы парных коэффициентов корреляции между факторами.

Если бы факторы не коррелировали между собой, то матрица парных коэффициентов корреляции между факторами была бы единичной матрицей, поскольку все недиагональные элементы были бы равны нулю.

$$Det |R| = \begin{vmatrix} r_{x1x1} & r_{x1x2} & r_{x1x3} \\ r_{x2x1} & r_{x2x2} & r_{x2x3} \\ r_{x3x1} & r_{x3x2} & r_{x3x3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Если же, наоборот, между факторами существует полная линейная зависимость и все коэффициенты корреляции равны единице, то определитель такой матрицы равен нулю.

$$Det |R| = \begin{vmatrix} r_{x1x1} & r_{x1x2} & r_{x1x3} \\ r_{x2x1} & r_{x2x2} & r_{x2x3} \\ r_{x3x1} & r_{x3x2} & r_{x3x3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Чем ближе к нулю определитель матрицы межфакторной корреляции, тем сильнее мультиколлинеарность факторов и ненадежнее результаты множественной регрессии. И, наоборот, чем ближе к единице определитель матрицы межфакторной корреляции, тем меньше мультиколлинеарность факторов.

Оценка значимости мультиколлинеарности факторов может быть проведена методом испытания гипотезы о независимости переменных $H_0: Det |R| = 1$. Если фактическое значение χ^2 превосходит табличное (критическое), то гипотеза H_0 отклоняется. Мультиколлинеарность считается доказанной.

Через коэффициенты множественной детерминации можно найти переменные, ответственные за мультиколлинеарность факторов. Для этого в качестве зависимой переменной рассматривается каждый из факторов. Чем ближе значение коэффициента множественной детерминации к единице, тем сильнее проявляется мультиколлинеарность факторов. Следовательно, проводя такое сравнение, можно решить проблему отбора факторов, оставляя в уравнении факторы с минимальной величиной коэффициента множественной детерминации.

Существует ряд подходов преодоления сильной межфакторной корреляции:

- 1) исключение из модели одного или нескольких факторов;

2) преобразование факторов, при котором уменьшается корреляции между ними (например, при построении рядов динамики переход от первоначальных данных к первым разностям ближайших уровней);

3) переход к совмещенным уравнениям регрессии, т.е. к уравнениям, которые отражают не только влияние факторов, но и их взаимодействие.

4) переход к уравнениям приведенной формы - подстановка рассматриваемого фактора через выражение его из другого уравнения.

Задание:

Базовый уровень:

1. Составьте матрицу парных коэффициентов корреляции
2. Постройте уравнение регрессии, характеризующее зависимость цены от всех факторов.
3. Установите, какие факторы коллинеарны, определив коэффициенты множественной детерминации для каждого из факторов.

Повышенный уровень:

1. Оцените значимость полученного уравнения. Какие факторы значимо воздействуют на формирование средней ожидаемой продолжительности жизни в этой модели?

Постановка задачи

Изучается зависимость средней ожидаемой продолжительности жизни от нескольких факторов по данным, представленным в таблице:

Таблица

Исходные данные						
	<i>Страна</i>	<i>y</i>	<i>x1</i>	<i>x2</i>	<i>x3</i>	<i>x4</i>
1	Мозамбик	47	3	2,6	2,4	113
2	Бурунди	49	2,3	2,6	2,7	98
3	Чад	48	2,6	2,5	2,5	117
4	Непал	55	4,3	2,5	2,4	91
5	Буркина-Фасо	49	2,9	2,8	2,1	99
6	Мадагаскар	52	2,4	3,1	3,1	89
7	Бангладеш	58	5,1	1,6	2,1	79
8	Гаити	57	3,4	2	1,7	72
9	Мали	50	2	2,9	2,7	123
10	Нигерия	53	4,5	2,9	2,8	80
11	Кения	58	5,1	2,7	2,7	58
12	Того	56	4,2	3	2,8	88
13	Индия	62	5,2	1,8	2	68
14	Бенин	50	6,5	2,9	2,5	95
15	Никарагуа	68	7,4	3,1	4	46
16	Гана	59	7,4	2,8	2,7	73
17	Ангола	47	4,9	3,1	2,8	124
18	Пакистан	60	8,3	2,9	3,3	90
19	Мавритания	51	5,7	2,5	2,7	96
20	Зимбабве	57	7,5	2,4	2,2	55
21	Гондурас	67	7	3	3,8	45
22	Китай	69	10,8	1,1	1,1	34
23	Камерун	57	7,8	2,9	3,1	56
24	Конго	51	7,6	2,9	2,6	90
25	Шри-Ланка	72	12,1	1,3	2	16
26	Египет	63	14,2	2	2,7	56
27	Индонезия	64	14,1	1,6	2,5	51
28	Филиппины	66	10,6	2,2	2,7	39

29	Марокко	65	12,4	2	2,6	55
30	Папуа-Новая Гвинея	57	9	2,3	2,3	64
31	Гватемала	66	12,4	2,9	3,5	44
32	Эквадор	69	15,6	2,2	3,2	36
33	Доминиканская Республика	71	14,3	1,9	2,6	37
34	Ямайка	74	13,1	1	1,8	13
35	Алжир	70	19,6	2,2	4,1	34
36	Республика Эль-Сальвадор	67	9,7	2,2	3,4	36
37	Парагвай	68	13,5	2,7	2,9	41
38	Тунис	69	18,5	1,9	3	39
39	Белоруссия	70	15,6	0,2	0,2	13
40	Репу	66	14	2	3,1	47
41	Тайланд	69	28	0,9	1,3	35
42	Панама	73	22,2	1,7	2,4	23
43	Турция	67	20,7	1,7	2,1	48
44	Польша	70	20	0,3	0,6	14
45	Словакия	72	13,4	0,3	0,7	11
46	Венесуэла	71	29,3	2,3	3	23
47	ЮАР	64	18,6	2,2	2,4	50
48	Мексика	72	23,7	1,9	2,8	33
49	Мавритания	71	49	1,3	1,8	16
50	Бразилия	67	20	1,5	1,6	44
51	Тринидад	72	31,9	0,8	1,8	13
52	Малайзия	71	33,4	2,4	2,7	12
53	Чили	72	35,3	1,5	2,1	12
54	Уругвай	73	24,6	0,6	1	18
55	Аргентина	73	30,8	1,3	2	22
56	Греция	78	43,4	0,6	0,9	8
57	Республика Корея	72	42,4	0,9	1,9	10
58	Испания	77	53,8	0,2	1	7
59	Новая Зеландия	76	60,6	1,4	1,5	7
60	Ирландия	77	58,1	0,5	1,7	6
61	Израиль	77	61,1	3,5	3,5	8
62	Австралия	77	70,2	1,1	1,4	6
63	Италия	78	73,7	0,2	0,4	7
64	Канада	78	78,3	1,3	1	6
65	Финляндия	76	65,8	0,5	0,1	5
66	Гонконг	79	85,1	1,6	1,3	5
67	Швеция	79	68,7	0,6	0,3	4
68	Нидерланды	78	73,9	0,7	0,6	6
69	Бельгия	77	80,3	0,4	0,5	8
70	Франция	78	78	0,5	0,8	6
71	Сингапур	76	84,4	2	1,7	4
72	Австрия	77	78,8	0,8	0,5	6
73	США	77	100	1	1,1	8
74	Дания	75	78,7	0,3	0,1	6
75	Япония	80	82	0,3	0,6	4
76	Швейцария	78	95,9	1	0,8	6

Принятые в таблице обозначения:

у- средняя ожидаемая продолжительность жизни при рождении, лет;

x_1 - ВВП в приоритетах покупательной способности;

x_2 - темпы прироста населения по сравнению с предыдущим годом, %;

x_3 - темпы прироста рабочей силы по сравнению с предыдущим годом, %;

x_4 - коэффициент младенческой смертности, %;

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

Дополнительная литература:

1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

ТЕМА №5. СПЕЦИФИКАЦИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ

Практическое занятие №7-8. Оценка уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность

Цель: ознакомиться с основными понятиями спецификации переменных в уравнениях регрессии

Организационная форма: решение типовых задач

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- понятие спецификации модели;
- ошибки спецификации;
- понятие гомоскедастичности остатков.

Студент будет уметь:

- проверять ошибки стандартизации;
- проводить тест Гольдфелда-Квандта на гетероскедастичность.
- строить регрессионные модели с фиктивной структурой.

Формируемые компетенции: ОПК-2, ОПК-5

Актуальность темы Построение уравнения множественной регрессии начинается с решения вопроса о спецификации модели. Он включает в себя два круга вопросов: отбор факторов и выбор вида уравнения регрессии.

Теоретическая часть

При малом объеме выборки, что наиболее характерно для эконометрических исследований, для оценки гетероскедастичности может использоваться **метод Гольдфелда — Квандта**, разработанный в 1965 году. Чтобы оценить нарушение гомоскедастичности, они предложили параметрический тест, который включает в себя следующие шаги.

1. Упорядочение n наблюдений по мере возрастания переменной x .
2. Исключение из рассмотрения C центральных наблюдений; при этом $(n - C): 2 > p$, где p — число оцениваемых параметров.

3. Разделение совокупности из $(n - C)$ наблюдений на две группы (соответственно с малыми и большими значениями фактора x) и определение по каждой из групп уравнений регрессии.

4. Определение остаточной суммы квадратов для первой (S_1) и второй (S_2) групп и нахождение их отношения: $R = S_1 : S_2$.

При выполнении нулевой гипотезы о гомоскедастичности отношение R будет удовлетворять F-критерию с $(n - C - 2p) : 2$ степенями свободы для каждой остаточной суммы квадратов. Чем больше величина R превышает табличное значение F-критерия, тем более нарушена предпосылка о равенстве дисперсий остаточных величин.

Задание:

Базовый уровень:

1. Составьте матрицу парных коэффициентов корреляции
2. Постройте уравнение регрессии, характеризующее зависимость цены от всех факторов. Установите, какие факторы коллинеарны, определив коэффициенты множественной детерминации для каждого из факторов.
3. Оцените значимость полученного уравнения. Какие факторы значимо воздействуют на формирование цены квартиры в этой модели?

Повышенный уровень:

4. Проведите тестирование ошибок уравнения множественной регрессии на гетероскедастичность, применив тест Гельдфельда-Квандта.
5. Постройте модель формирования цены квартиры за счет значимых факторов.

Постановка задачи

Имеются данные о продаже квартир на вторичном рынке жилья в Санкт -Петербурге (на 01.05.20__):

Таблица

Исходные данные					
	y	x_3	x_4	x_5	x_7
1	13	37	21,5	6,5	20
2	16,5	60	27	22,4	10
3	17	60	30	15	10
4	15	53	26,2	13	15
5	14,2	35	19	9	8
6	10,5	30,3	17,5	5,6	15
7	23	43	25,5	8,5	5
8	12	30	17,8	5,5	10
9	15,6	35	18	5,3	3
10	12,5	32	17	6	5
11	11,3	31	18	5,5	10
12	13	33	19,6	7	5
13	21	53	26	16	5
14	12	32,2	18	6,3	20
15	11	31	17,3	5,5	15
16	11	36	19	8	5
17	22,5	48	29	8	15
18	26	55,5	35	8	10
19	18,5	48	28	8	10
20	13,2	44,1	30	6	25
21	25,8	80	51	13	10
22	17	60	38	10	12
23	18	50	30	8,7	15
24	21	54,6	32	10	20

25	14,5	43	27	5,5	10
26	23	66	39	12	5
27	19,5	53,5	29,5	7	15
28	14,2	45	29	6	12
29	13,3	45	30	5,5	5
30	16,1	50,6	30,8	7,9	10
31	13,5	42,5	28	5,2	25
32	16	50,1	31	6	10
33	15,5	68,1	44,4	7,2	5
34	38	107	58	24	15
35	30	100	58	20	15
36	24	71	52	7,5	15
37	32,5	98	51	15	10
38	43	100	45	35	25
39	17,8	58	39	6,2	10
40	28	75	40	18	3
41	32,7	85	59	9	5
42	31	66	48	6	2
43	33	81	52	12	10
44	28	76,4	49	10	5
45	21,5	55	40,5	6	15
46	15,3	53,7	37,6	5,5	3
47	21	57	38	6,3	7
48	35,5	62	52	8	3
49	22	74	47	10	15
50	29	70	45	9	2
51	16	80	54	8	3
52	22	62	37	10,2	5
53	23	69,7	42	10,8	15
54	19,5	79	50,3	9,1	25
55	34	96,4	58	12,6	5
56	24,5	90	64	15	5
57	27,3	102	66	11,8	7
58	41	87	56,5	12,5	10
59	31	114,8	74	25,6	10
60	35,6	114,3	74,7	12	5
61	46	90	62	8	5
62	35	116	81	16,5	10
63	42,7	107	75,5	9,5	10
64	27	93	66	10	15
65	75	176	129	15	10
66	38	96	69,4	9	8
67	23,5	92	72,5	9,5	10
68	65	176	110	33	20
69	23	74	49	6,5	15
70	45,5	106	73,7	9	10
71	34	88	61,7	9	3
72	23	74	45,8	9	10
73	26,5	74,7	50,8	8,2	10
74	37	115	76	8,5	5

75	30	92	62	9	15
76	43	110	79,5	10	5

Принятые в таблице обозначения:

у- цена квартиры, тыс. долл.;

x_1 - общая площадь квартиры (m^2);

x_2 - жилая площадь квартиры (m^2);

x_3 - площадь кухни (m^2);

x_4 - расстояние от метро, минут пешком.

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1.Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2.Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

Дополнительная литература:

1.Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2.Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»

ТЕМА 6. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ В ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ

Практическое занятие №9. Построение и оценка временного ряда

Цель: ознакомиться с особенностями использования временных рядов в эконометрическом исследовании

Организационная форма: решение разноуровневых задач

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- характеристику временного ряда как источника данных в эконометрическом моделировании;
- понятие автокорреляции рядов динамики.

Студент будет уметь:

- осуществлять аналитическое выравнивание временных рядов;
- моделировать тенденции временного ряда;

Формируемые компетенции: ОПК-2, ОПК-5

Актуальность темы: Эконометрическую модель можно построить, используя два типа исходных данных: данные, характеризующие совокупность различных объектов за ряд последовательных моментов (периодов) времени; данные, характеризующие один объект за ряд последовательных моментов (периодов) времени.

Теоретическая часть

Для определения параметров линейного тренда по методу наименьших квадратов используется статистическая функция ЛИНЕЙН, для определения экспоненциального тренда – ЛГРФПРИБЛ

Встроенная статистическая функция ЛИНЕЙН определяет параметры линейной регрессии $y = a + b \cdot x$. Порядок вычисления следующий:

- 1) введите исходные данные или откройте существующий файл, содержащий анализируемые данные;

2) выделите область пустых ячеек 5x2 (строк, 2 столбца) для вывода результатов регрессионной статистики или область 1x2 – для получения только оценок коэффициентов регрессии;

3) активизируйте Мастер функций – ВСТАВКА/ФУНКЦИЯ;

4) в окне Категория выберите Статистические, в окне Функция – ЛИНЕЙН.

Щелкните по кнопке ОК;

5) заполните аргументы функции:

Известные значения y – диапазон, содержащие данные результативного признака;

Известные значения x – диапазон, содержащий данные факторов независимого признака;

Константа – логическое значение, которое указывает на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении; если *Константа* =1, то свободный член рассчитывается обычным образом; если *Константа*=0, то свободный член равен 0;

Статистика – логическое значение, которое указывает, выводить дополнительную информацию по регрессионному анализу или нет. Если *Статистика*=1, то дополнительная информация выводится, если *Статистика*=0, то выводятся только оценки параметров уравнения.

Щелкните по кнопке ОК.

6) в левой верхней ячейке выделенной области появится первый элемент итоговой таблицы. Чтобы раскрыть всю таблицу, нажмите на клавишу <F2>, а затем – на комбинацию клавиш <CTRL>+<SHIFT>+<ENTER>

Дополнительная регрессионная статистика будет выводиться в порядке, указанном в следующей схеме:

Значение коэффициента b	Значение коэффициента a
Среднеквадратическое отклонение b	Среднеквадратическое отклонение a
Коэффициент детерминации R^2	Среднеквадратическое отклонение y
F -статистика	Число степеней свободы
Регрессионная сумма квадратов	Остаточная сумма квадратов

Для вычисления параметров экспоненциальной кривой $y = a \cdot b^x$ в MS Excel применяется встроенная статистическая функция ЛГРФПРИБЛ. Порядок вычисления аналогичен применению функции ЛИНЕЙН.

В качестве зависимой переменной в данном примере выступает время ($t = 1, 2, \dots, n$).

Построение графиков осуществляется с помощью Мастера диаграмм.

Порядок построения следующий:

7) введите исходные данные или откройте существующий файл, содержащий анализируемые данные;

8) активизируйте Мастер диаграмм: в главном меню выберите Вставка/Диаграмма;

9) в окне Тип выберите График; вид графика выберите в поле рядом со списком типов. Щелкните по кнопке Далее;

10) заполните диапазон данных. Установите флажок размещения данных в столбцах (строках). Щелкните по кнопке Далее;

11) заполните параметры диаграммы на разных закладках: название диаграммы и осей, значения осей, линии сетки, параметры легенды, таблица и подписи данных. Щелкните по кнопке Далее;

12) укажите место размещения диаграммы на отдельном или имеющемся листе. Щелкните по кнопке Далее.

В ППП MS Excel линия тренда может быть добавлена в диаграмму с областями гистограммы или в график. Для этого:

1) выделите область построения диаграммы; в главном меню выберите Диаграмма/Добавить линию тренда;

2) в появившемся диалоговом окне выберите вид линии тренда и задайте соответствующие параметры. Для полиномиального тренда необходимо задать степень аппроксимирующего полинома, для скользящего среднего – количество точек усреднения.

В качестве дополнительной информации на диаграмме можно отобразить уравнение регрессии и значение среднеквадратического отклонения, установив соответствующие флажки на закладке Параметры. Щелкните по кнопке ОК.

По полученным результатам расчетов сравниваем значения R^2 по разным уравнениям трендов и выбираем уравнение для прогнозных значений.

Пример решения

Динамика выпуска продукции Финляндии характеризуется данными (млн. долл), представленными в табл. 1

Таблица 1

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	1054	1979	11172
1962	1104	1980	14150
1963	1149	1981	14004
1964	1291	1982	13088
1965	1427	1983	12518
1966	1505	1984	13471
1967	1513	1985	13617
1968	1635	1986	16356
1969	1987	1987	20037
1970	2306	1988	21748
1971	2367	1989	23298
1972	2913	1990	26570
1973	3837	1991	2308
1974	5490	1992	23981
1975	5502	1993	23446
1976	6342	1994	29658
1977	7665	1995	39573
1978	8570	1996	38435

Решение

1. Итог расчетов линейной функции:

ЛИНЕЙН	
977,1198198	-1921124,369
60,67808483	120053,2457
0,884084673	3782, 05096
259,3175535	34
3709254808	486332921,9
ЛГРФАПРИБЛ	
1,004486521	1
9,6069E-05	
0,076463782	1,140451186
2,897809882	35
3,768975299	45,52201173

Запишем уравнения линейного и экспоненциального тренда:

$$y_t = -1921124.37 + 977.12 \cdot t; y_t = -1.0045^t$$

2. Строим графики:

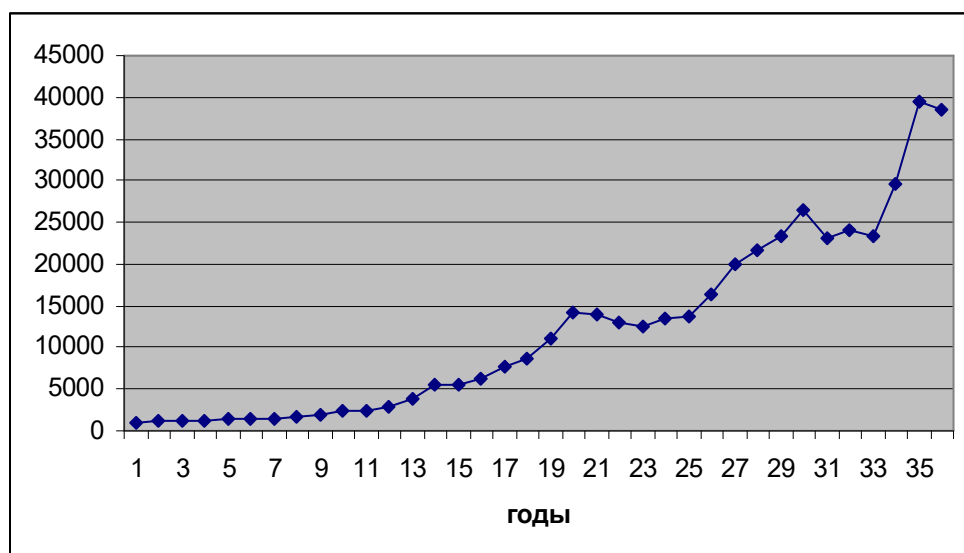


Рис.1. Динамика выпуска продукции

Построим линии трендов:

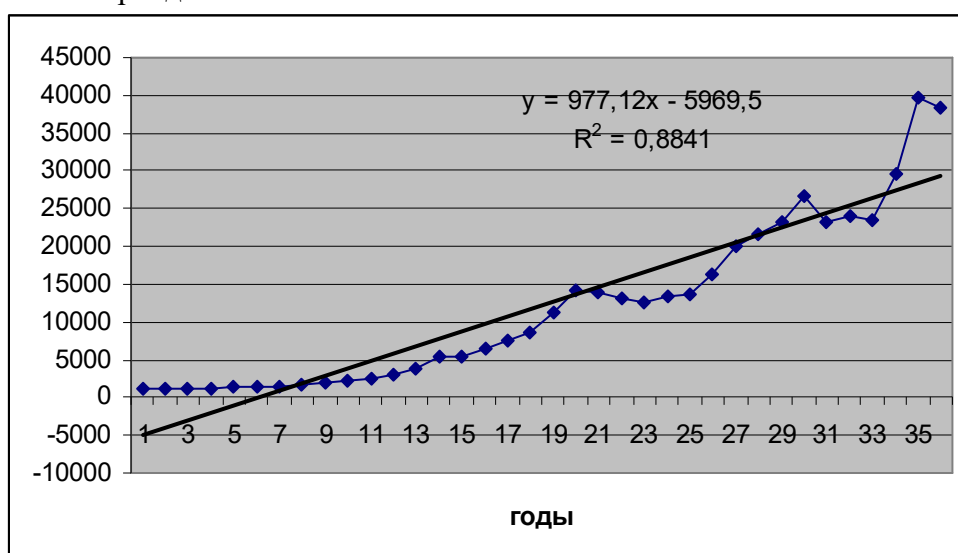


Рис. 2. Линейный тренд

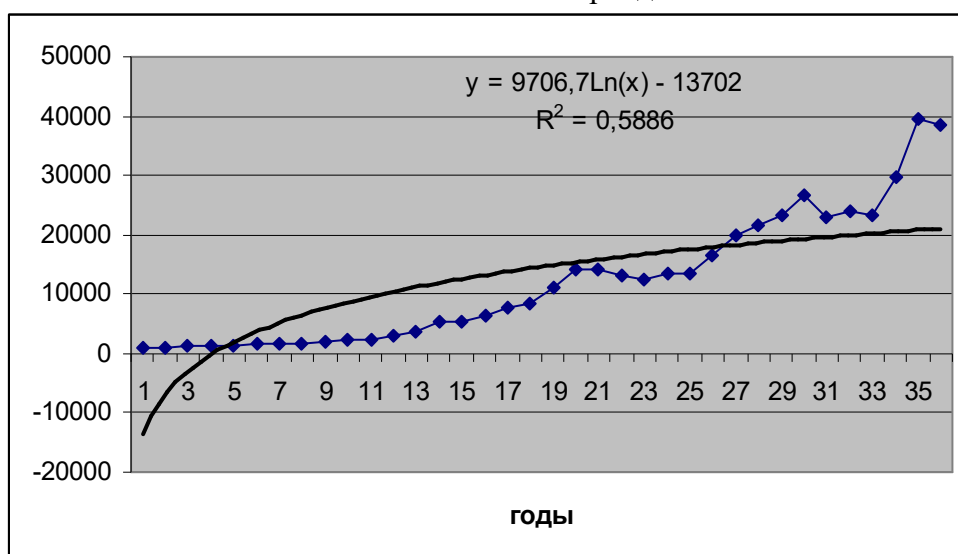


Рис.3. Логарифмический тренд

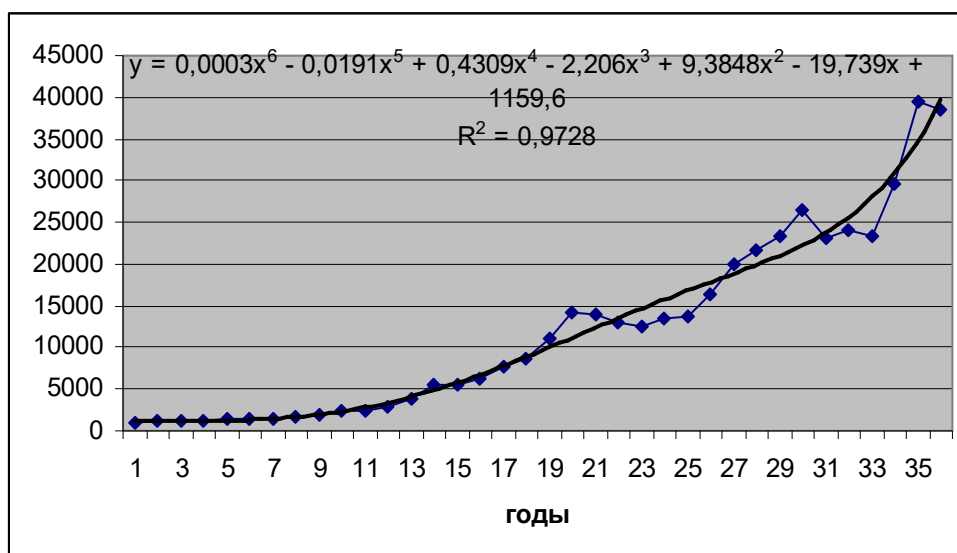


Рис.4. Полиномиальный тренд

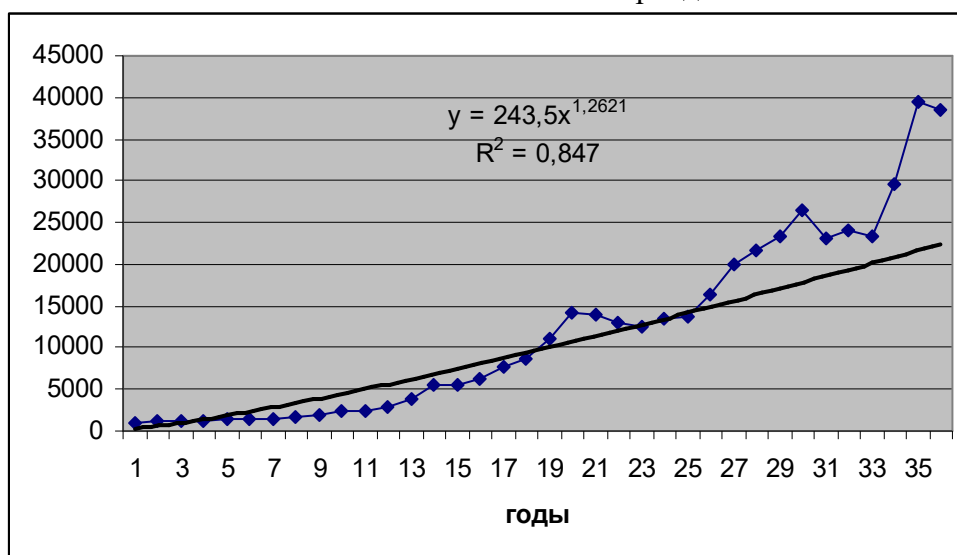


Рис.5. Степенной тренд

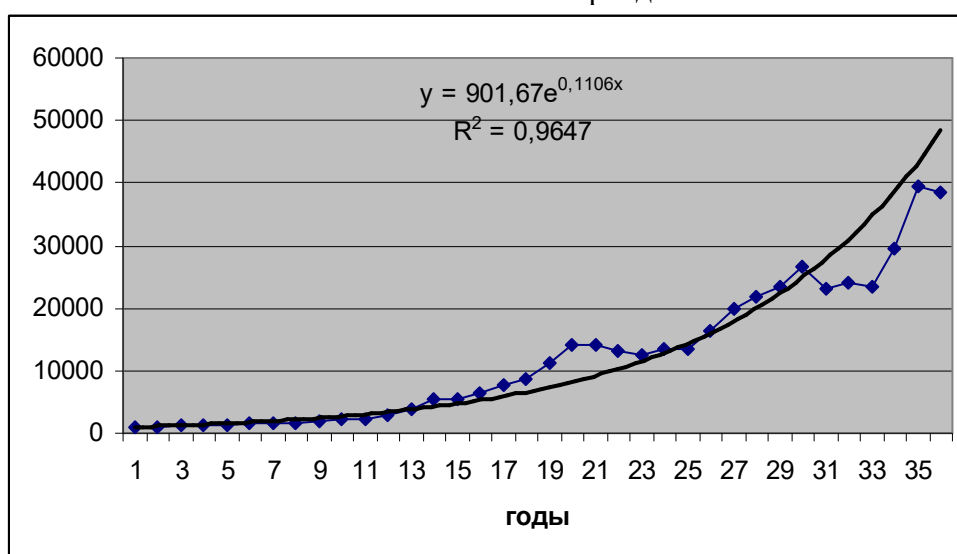


Рис.6. Экспоненциальный тренд

Сравним значения R^2 по разным уравнениям трендов:

Полиномиальный 6-ой степени – $R^2 = 0,9728$

Экспоненциальный – $R^2 = 0,9647$

Линейный – $R^2 = 0,8841$

Степенной – $R^2 = 0,8470$

Логарифмический – $R^2 = 0,5886$

Исходные данные лучше всего описывает полином 6-ой степени. Следовательно, в рассматриваемом примере для расчета прогнозных значений следует использовать полиномиальное уравнение.

Задание

По данным варианта требуется:

1. Задания репродуктивного уровня

1. Провести расчет параметров линейного и экспоненциального трендов
2. Построить графики ряда динамики и трендов

2. Задачи реконструктивного уровня

3. Выбрать наилучший вид тренда на основании графического изображения и значения коэффициента детерминации

3. Задачи творческого уровня

4. Рассчитайте прогнозные значения на три года вперед

Варианты индивидуальных заданий

ВАРИАНТ 1

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	71478	1979	58805
1962	55521	1980	85876
1963	91438	1981	77750
1964	49993	1982	66699
1965	65533	1983	52896
1966	79858	1984	20280
1967	65436	1985	76464
1968	27972	1986	50691
1969	48899	1987	53858
1970	67226	1988	88499
1971	66588	1989	24546
1972	32660	1990	34075
1973	24571	1991	61678
1974	19440	1992	56421
1975	50980	1993	86954
1976	59373	1994	68343
1977	72543	1995	45200
1978	8254	1996	23164

ВАРИАНТ 2

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	44199	1979	41700
1962	6239	1980	86632
1963	81463	1981	26288
1964	44724	1982	27344
1965	81855	1983	32608
1966	90771	1984	12042
1967	58320	1985	17122
1968	39692	1986	65469
1969	41386	1987	62937
1970	7478	1988	8971
1971	90938	1989	61898

1972	98480	1990	18670
1973	9035	1991	16998
1974	46977	1992	17508
1975	45108	1993	81543
1976	97154	1994	93173
1977	68767	1995	64772
1978	49428	1996	93161

ВАРИАНТ 3

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	38643	1979	31932
1962	97507	1980	8103
1963	91362	1981	78208
1964	14513	1982	84047
1965	50906	1983	60175
1966	71660	1984	49838
1967	83034	1985	19701
1968	54495	1986	20881
1969	42959	1987	71119
1970	58774	1988	73927
1971	62982	1989	40064
1972	72270	1990	68624
1973	25557	1991	72731
1974	23559	1992	32982
1975	62071	1993	24371
1976	56699	1994	27532
1977	60531	1995	13429
1978	56351	1996	25046

ВАРИАНТ 4

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	53259	1979	17220
1962	9279	1980	93382
1963	90133	1981	5180
1964	15866	1982	14328
1965	42689	1983	11400
1966	59117	1984	5081
1967	85411	1985	99006
1968	66681	1986	8162
1969	35583	1987	53744
1970	27330	1988	37164
1971	78520	1989	48200
1972	11386	1990	18912
1973	51510	1991	42193
1974	81959	1992	21362
1975	81808	1993	26623
1976	17020	1994	24660
1977	81848	1995	72827
1978	34921	1996	11128

ВАРИАНТ 5

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	68853	1979	96235

1962	31312	1980	80811
1963	51182	1981	53991
1964	27018	1982	20739
1965	93659	1983	55239
1966	8397	1984	71745
1967	63308	1985	96286
1968	46595	1986	45382
1969	16488	1987	78634
1970	84257	1988	63033
1971	35141	1989	67369
1972	61068	1990	50800
1973	92550	1991	33457
1974	6429	1992	12645
1975	18943	1993	17184
1976	84399	1994	66149
1977	36743	1995	92147
1978	42951	1996	72334

ВАРИАНТ 6

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	76448	1979	74417
1962	93155	1980	20522
1963	82834	1981	21436
1964	79882	1982	59126
1965	15575	1983	58652
1966	35262	1984	82545
1967	48825	1985	90625
1968	46451	1986	61656
1969	69623	1987	65680
1970	86232	1988	61453
1971	59212	1989	84646
1972	69709	1990	13484
1973	82123	1991	34365
1974	11558	1992	51628
1975	39255	1993	27647
1976	20507	1994	8822
1977	41349	1995	20926
1978	79062	1996	11069

ВАРИАНТ 7

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	35620	1979	91955
1962	46107	1980	80399
1963	21042	1981	35167
1964	94509	1982	40179
1965	46962	1983	92226
1966	61649	1984	6971
1967	84530	1985	6020
1968	43751	1986	56374
1969	32362	1987	44120
1970	70967	1988	20817
1971	61019	1989	7998

1972	98001	1990	93597
1973	52180	1991	57031
1974	6029	1992	49764
1975	59458	1993	35425
1976	32008	1994	40953
1977	81858	1995	58646
1978	49041	1996	64685

ВАРИАНТ 8

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	74283	1979	66822
1962	29020	1980	21677
1963	84453	1981	37262
1964	83945	1982	39994
1965	5344	1983	49342
1966	16884	1984	98172
1967	11622	1985	8488
1968	71176	1986	91394
1969	55716	1987	75077
1970	16337	1988	47244
1971	54615	1989	87078
1972	91267	1990	28383
1973	50473	1991	45314
1974	80843	1992	70287
1975	73622	1993	65453
1976	95243	1994	96317
1977	50212	1995	61033
1978	40300	1996	43316

ВАРИАНТ 9

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	45191	1979	67647
1962	19897	1980	63300
1963	92474	1981	53775
1964	80763	1982	56570
1965	69998	1983	87271
1966	14164	1984	27230
1967	69096	1985	84392
1968	24361	1986	58644
1969	31197	1987	34149
1970	47001	1988	35393
1971	62024	1989	28575
1972	62362	1990	73881
1973	41778	1991	62091
1974	22607	1992	64232
1975	41384	1993	60216
1976	37555	1994	41865
1977	57258	1995	50236
1978	44362	1996	46089

ВАРИАНТ 10

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	29242	1979	73010

1962	54391	1980	30005
1963	39761	1981	14889
1964	67006	1982	6119
1965	31240	1983	58280
1966	53246	1984	11114
1967	20678	1985	84721
1968	27361	1986	53975
1969	62997	1987	99844
1970	75427	1988	24580
1971	63274	1989	55307
1972	52898	1990	33892
1973	58306	1991	35376
1974	70118	1992	77078
1975	95568	1993	14317
1976	89826	1994	47137
1977	64467	1995	62445
1978	33117	1996	70274

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Кремер Н.Ш. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов/ Кремер Н.Ш., Путко Б.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 328 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71071.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Орлов А.И. Эконометрика [Электронный ресурс]/ Орлов А.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 677 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52168.html>.— ЭБС «IPRbooks»

Дополнительная литература:

1. Кондаков Н.С. Эконометрика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие и практикум/ Кондаков Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский гуманитарный университет, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/50676.html>.— ЭБС «IPRbooks»
2. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник/ К.В. Балдин [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2015.— 562 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5265.html>.— ЭБС «IPRbooks»