

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Шебзухова Татьяна Александровна

Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского федерального университета

Дата подписания: 21.09.2023 12:59:22

Уникальный программный ключ:

d74ce93cd40e39275c3ba218844c1a5c1e06

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ**

**УНИВЕРСИТЕТ»** Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске



**Методические указания  
по выполнению самостоятельных работ  
по дисциплине  
«Технологии компьютерного моделирования в архитектурной среде»**

## СОДЕРЖАНИЕ

### Введение

1

. Цель и задачи изучения дисциплины

4

. Рекомендации для самоподготовки

4.1 Подготовка к лекциям. Самостоятельное изучение литературы

4.2 Подготовка к лабораторным работам

4.3 Подготовка к выполнению самостоятельной работы

4.3.

1 Модели и моделирование

4.3.

2 Основные свойства модели и моделирования

4.3.

3 Классификация видов моделирования

4.3.

4 Математическое моделирование сложных систем

4.3.

4 Имитация случайных величин и процессов. Базовый датчик

4.3.

5 Компьютерное моделирование. Вычислительный эксперимент

4.3.

6 Этапы компьютерного моделирования

4.3.7 Основные атрибуты эволюционного моделирования

4.3.

8 Генетические алгоритмы

5

. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

## **ВВЕДЕНИЕ**

Методические рекомендации содержат перечень тем с вопросами для самостоятельной проработки, перечень лабораторных работ с вопросами для самостоятельной проработки.

Методические указания посвящены курсу «Технологии компьютерного моделирования». Модель и моделирование - универсальные понятия, атрибуты одного из наиболее мощных методов познания в любой профессиональной области, познания системы, процесса, явления.

Вид модели и методы ее исследования больше зависят от информационно - логических связей элементов и подсистем моделируемой системы, ресурсов, связей с окружением, а не от конкретного наполнения системы.

Модельный стиль мышления позволяет вникать в структуру и внутреннюю логику моделируемой системы.

Построение модели - системная задача, требующая анализа и синтеза исходных данных, гипотез, теорий, знаний специалистов. Системный подход позволяет не только построить модель реальной системы, но и использовать эту модель для оценки (например, эффективности управления или функционирования) системы.

Модель - это объект или описание объекта, системы для замещения одной системы (оригинала) другой системой для лучшего изучения оригинала или воспроизведения каких-либо его свойств.

Например, отображая физическую систему на математическую систему, получим математическую модель физической системы. Любая модель строится и исследуется при определенных допущениях, гипотезах.

Слово "модель" (лат. modelium) означает "мера", "способ", "сходство с какой-то вещью".

Моделирование базируется на математической теории подобия, согласно которой абсолютное подобие может иметь место лишь при замене одного объекта другим точно таким же.

При моделировании большинства систем абсолютное подобие невозможно, и основная цель моделирования заключается в том, что модель достаточно хорошо должна отображать функционирование моделируемой системы.

По уровню, "глубине" моделирования модели бывают:

1. эмпирические - на основе эмпирических фактов (опытов);
2. теоретические - на основе математических описаний;
3. смешанные, полуэмпирические - на основе эмпирических зависимостей и математических описаний.

Проблема моделирования состоит из трех задач:

1. построение модели (эта задача менее формализуема и конструктивна, т.к. нет алгоритма для построения моделей);
2. исследование модели (эта задача более формализуема, имеются методы исследования различных классов моделей);
3. использование модели (конструктивная и конкретизируемая задача).

Моделирование - это универсальный метод получения описания функционирования объекта и использования знаний о нем. Моделирование используется в любой профессиональной деятельности.

### **1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целью освоения дисциплины «Технологии компьютерного моделирования» является формирование набора профессиональных компетенций будущего бакалавра по направлению подготовки 07.03.03 «Дизайн архитектурной среды».

Задачи освоения дисциплины «Технологии компьютерного моделирования»:

- изучение принципов компьютерного моделирования;
- освоение технологий компьютерного моделирования;
- получение навыков работы в основных программных пакетах для компьютерного моделирования.

## **2. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ**

### **2.1 Подготовка к лекциям. Самостоятельное изучение литературы**

#### **Тема 1. Основы компьютерного моделирования**

##### **Базовый уровень**

1. Модели и моделирование
2. Статические и динамические, дискретные и непрерывные модели
3. Детерминированные и стохастические модели
4. Функциональные, теоретико-множественные и логические модели
5. Игровые модели

##### **Повышенный уровень**

1. Фрактальные модели
2. Основные свойства модели и моделирования
3. Жизненный цикл моделируемой системы
4. Моделирование как метод системного анализа
5. Классификация видов моделирования
6. Математическое моделирование сложных систем
7. Декомпозиция системы. Характеристики системы. Задачи исследования систем
8. Параметры системы. Фазовая траектория. Фазовое пространство
9. Математическая модель системы

#### **Тема 9. Организация компьютерного моделирования**

##### **Базовый уровень**

6. Реализация этапов компьютерного моделирования
7. Основные атрибуты эволюционного моделирования
8. Генетические алгоритмы
9. Генерирование равномерно распределенных случайных чисел

##### **Повышенный уровень**

1. Функциональные и технологические требования к программным комплексам
3. Методы разработки программных комплексов для решения прикладных задач
4. Моделирование архитектурного объекта, виды моделей, их назначение
5. Технический проект архитектурного объекта
6. Управление проектом архитектурного объекта

#### **Тема 13. Функциональные возможности Adobe Flash**

##### **Базовый уровень**

10. Основные критерии проверки случайных наблюдений
11. Эмпирические критерии
12. Генерация случайных чисел с заданным распределением
13. Признаки случайной последовательности
14. Статистическое моделирование
15. Нормальное распределение
16. Метод наименьших квадратов
17. Цепи Маркова
18. Марковский процесс с дискретным временем
19. Идентификация динамических объектов
20. Обобщенная процедура идентификации

##### **Повышенный уровень**

9. Детерминированные и стохастические модели

10. Функциональные, теоретико-множественные и логические модели
11. Игровые модели
12. Алгоритмические, структурные, графовые модели
13. Иерархические и сетевые модели
14. Лингвистические модели
15. Визуальные, натурные, геометрические модели
16. Система клеточных автоматов

## **2.2 Подготовка к лабораторным работам**

### **Лабораторная работа 1. Применение технологий компьютерного моделирования в дизайне и строительстве**

1. Модели и моделирование
2. Статические и динамические, дискретные и непрерывные модели
3. Детерминированные и стохастические модели
4. Функциональные, теоретико-множественные и логические модели
5. Игровые модели
6. Алгоритмические, структурные, графовые модели
7. Иерархические и сетевые модели
8. Лингвистические модели
9. Визуальные, натурные, геометрические модели
10. Система клеточных автоматов

### **Лабораторная работа 2. Типовые компьютерные и математические модели**

1. Фрактальные модели
2. Основные свойства модели и моделирования
3. Жизненный цикл моделируемой системы
4. Моделирование как метод системного анализа
5. Классификация видов моделирования

### **Лабораторная работа 3. Имитационное моделирование**

1. Математическое моделирование сложных систем
2. Декомпозиция системы.
3. Характеристики системы.
4. Задачи исследования систем
5. Параметры системы.
6. Фазовая траектория.
7. Фазовое пространство
8. Математическая модель системы
9. Имитация случайных величин и процессов
10. Система клеточных автоматов

### **Лабораторная работа 4. Этапы компьютерного моделирования**

1. Модели и моделирование
2. Статические и динамические, дискретные и непрерывные модели
3. Детерминированные и стохастические модели
4. Функциональные, теоретико-множественные и логические модели
5. Игровые модели
6. Алгоритмические, структурные, графовые модели
7. Иерархические и сетевые модели
8. Лингвистические модели
9. Визуальные, натурные, геометрические модели
10. Система клеточных автоматов

### **Лабораторная работа 5. Организация компьютерного моделирования**

1. Основы математического моделирования. Линеаризация
2. Основы математического моделирования. Идентификация

3. Оценка адекватности (точности) модели
4. Компьютерное моделирование. Вычислительный эксперимент
5. Этапы компьютерного моделирования
6. Реализация этапов компьютерного моделирования
7. Основные атрибуты эволюционного моделирования
8. Генетические алгоритмы
9. Генерирование равномерно распределенных случайных чисел
10. Основные критерии проверки случайных наблюдений

#### **Лабораторная работа 6. Компьютерное моделирование сложных систем**

1. Модели и моделирование
2. Статические и динамические, дискретные и непрерывные модели
3. Детерминированные и стохастические модели
4. Функциональные, теоретико-множественные и логические модели
5. Игровые модели
6. Алгоритмические, структурные, графовые модели
7. Иерархические и сетевые модели
8. Лингвистические модели
9. Визуальные, натурные, геометрические модели
10. Система клеточных автоматов

#### **Лабораторная работа 7. Функциональные возможности Adobe Flash**

1. Основы математического моделирования. Линеаризация
2. Основы математического моделирования. Идентификация
3. Оценка адекватности (точности) модели
4. Компьютерное моделирование. Вычислительный эксперимент

### **2.3 Подготовка к выполнению самостоятельной работы**

Для выполнения самостоятельной работы следует изучить теоретический материал.

#### **2.3.1 МОДЕЛИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ**

*Модель и моделирование* - универсальные понятия, атрибуты одного из наиболее мощных методов познания в любой профессиональной области, познания системы, процесса, явления.

Вид модели и методы ее исследования больше зависят от информационно - логических связей элементов и подсистем моделируемой системы, ресурсов, связей с окружением, а не от конкретного наполнения системы.

Модельный стиль мышления позволяет вникать в структуру и внутреннюю логику моделируемой системы.

**Построение модели** - системная задача, требующая анализа и синтеза исходных данных, гипотез, теорий, знаний специалистов. Системный подход позволяет не только построить модель реальной системы, но и использовать эту модель для оценки (например, эффективности управления или функционирования) системы.

**Модель** - это объект или описание объекта, системы для замещения одной системы (оригинала) другой системой для лучшего изучения оригинала или воспроизведения каких-либо его свойств.

Например, отображая физическую систему на математическую систему, получим математическую модель физической системы. Любая модель строится и исследуется при определенных допущениях, гипотезах.

**Пример.** Рассмотрим физическую систему: тело массой  $m$  скатывается по наклонной плоскости с ускорением  $a$ , на которое воздействует сила  $F$ .

Исследуя такие системы, Ньютон получил математическое соотношение:  $F = m \cdot a$ . Это физико-математическая модель системы или математическая модель физической системы скатывающегося тела.

При описании этой системы приняты следующие гипотезы:

- поверхность идеальна (коэффициент трения равен нулю);
- тело находится в вакууме (сопротивление воздуха равно нулю);
- масса тела неизменна;
- тело движется с одинаковым постоянным ускорением в любой точке.

**Пример.** Физиологическая система (система кровообращения человека) - подчиняется некоторым законам термодинамики. Описывая эту систему на физическом (термодинамическом) языке балансовых законов, получим физическую, термодинамическую модель физиологической системы. Если записать эти законы на математическом языке, т.е. соответствующие термодинамические уравнения, то уже получаем математическую модель системы кровообращения.

**Пример.** Совокупность предприятий функционирует на рынке, обмениваясь товарами, сырьем, услугами, информацией. Если описать экономические законы, правила их взаимодействия на рынке с помощью математических соотношений, например, системы алгебраических уравнений, где неизвестными будут величины прибыли, получаемые от взаимодействия предприятий, а коэффициентами уравнения будут значения интенсивностей таких взаимодействий, то получим экономико-математическую модель системы предприятий на рынке.

Слово "модель" (лат. *modelium*) означает "мера", "способ", "сходство с какой-то вещью".

Моделирование базируется на математической теории подобия, согласно которой абсолютное подобие может иметь место лишь при замене одного объекта другим точно таким же.

При моделировании большинства систем абсолютное подобие невозможно, и основная цель моделирования заключается в том, что модель достаточно хорошо должна отображать функционирование моделируемой системы.

**По уровню, "глубине" моделирования модели бывают:**

1. эмпирические - на основе эмпирических фактов (опытов);
2. теоретические - на основе математических описаний;
3. смешанные, полуэмпирические - на основе эмпирических зависимостей и математических описаний.

**Проблема моделирования состоит из трех задач:**

1. построение модели (эта задача менее формализуема и конструктивна, т.к. нет алгоритма для построения моделей);
2. исследование модели (эта задача более формализуема, имеются методы исследования различных классов моделей);
3. использование модели (конструктивная и конкретизируемая задача).

Модель  $M$ , описывающая систему  $S(x_1, x_2, \dots, x_n; R)$ , имеет вид:

$M = (z_1, z_2, \dots, z_m; Q)$ , где  $z_i \in Z$ , ( $i = 1, 2, \dots, m$ );  $R$  -

множества отношений над  $X$ ;

$Q$  - множества отношений над  $Z$ ;

$X$  - множеством входных, выходных сигналов и состояний системы;

$Z$  - множество описаний (представлений) элементов и подмножеств  $X$ .

Схема построения модели  $M$  системы  $S$  с входными сигналами  $X$  и выходными сигналами  $Y$  изображена на рис. 1.1.

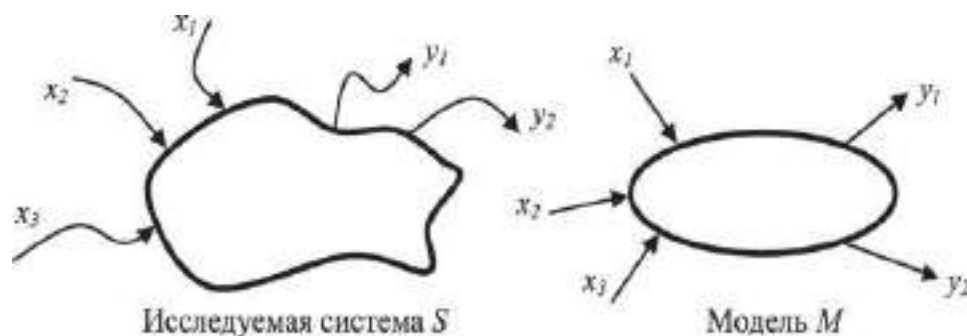


Рис. 1.1. Схема построения модели

Если на вход  $M$  поступают сигналы из  $X$  и на выходе появляются сигналы  $Y$ , то задан закон (правило)  $f$  функционирования модели / системы. Моделирование - это универсальный метод получения описания функционирования объекта и использования знаний о нем. Моделирование используется в любой профессиональной деятельности

### 2.3.1.2. Статические и динамические, дискретные и непрерывные модели

Классификацию моделей проводят по различным критериям.

Модель называется статической, если среди параметров, участвующих в ее описании, нет временного параметра. Статическая модель в каждый момент времени дает лишь "фотографию" системы, ее срез.

**Пример.** Закон Ньютона  $F=a*m$  - это статическая модель движущейся с ускорением  $a$  материальной точки массой  $m$ . Эта модель не учитывает изменение ускорения от одной точки к другой.

Модель динамическая, если среди ее параметров есть временной параметр, т.е. она отображает систему (процессы в системе) во времени.

**Пример.** Динамическая модель закона Ньютона будет иметь вид:

$$F(t)=a(t)*m(t).$$

Модель дискретная, если она описывает поведение системы только в дискретные моменты времени.

**Пример.** Если рассматривать только  $t=0, 1, 2, \dots, 10$  (сек), то

$$\text{модель } S(t)=gt^2/2$$

или числовая последовательность:  $S_0=0, S_1=g/2, S_2=2g, S_3=9g/2, \dots, S_{10}=50g$  может служить дискретной моделью движения свободно падающего тела.

Модель непрерывная, если она описывает поведение системы для всех моментов некоторого промежутка времени.

**Пример.** Модель  $S=gt^2/2, 0 < t < 100$  непрерывна на промежутке времени  $(0;100)$ .

Модель имитационная, если она предназначена для испытания или изучения возможных путей развития и поведения объекта путем варьирования некоторых или всех параметров модели.

**Пример.** Пусть модель экономической системы производства товаров двух видов 1 и 2, в количестве  $x_1$  и  $x_2$  единиц и стоимостью каждой единицы товара  $a_1$  и  $a_2$  на предприятии описана в виде соотношения:

$$a_1x_1 + a_2x_2 = S,$$

где  $S$  - общая стоимость произведенной предприятием всей продукции (вида 1 и 2). Можно ее использовать в качестве имитационной модели, по которой можно определять (варьировать) общую стоимость  $S$  в зависимости от тех или иных значений объемов и стоимости производимых товаров.

### 2.3.1.3. Детерминированные и стохастические модели

Модель детерминированная, если каждому входному набору параметров соответствует вполне определенный и однозначно определяемый набор выходных

параметров; в противном случае - модель недетерминированная, стохастическая (вероятностная).

**Пример.** Приведенные выше физические модели - детерминированные. Если в модели  $S = gt^2 / 2$ ,  $0 < t < 100$  мы учли бы случайный параметр - порыв ветра с силой  $p$  при падении тела:

$$S(p) = g(p) t^2 / 2, \quad 0 < t < 100,$$

то мы получили бы стохастическую модель (уже не свободного) падения.

#### 2.3.1.4. Функциональные, теоретико-множественные и логические модели

Модель функциональная, если она представима в виде системы каких-либо функциональных соотношений.

Модель теоретико-множественная, если она представима с помощью некоторых множеств и отношений принадлежности между ними.

**Пример.** Пусть задано множество

$X = \{\text{Николай, Петр, Николаев, Петров, Елена, Екатерина, Михаил, Татьяна}\}$  и отношения:

Николай - супруг Елены,

Екатерина - супруга Петра,

Татьяна - дочь Николая и Елены,

Михаил - сын Петра и Екатерины,

семьи Михаила и Петра дружат друг с другом.

Тогда множество  $X$  и множество перечисленных отношений  $Y$  могут служить теоретико-множественной моделью двух дружественных семей.

Модель называется логической, если она представима логическими функциями.

Например, совокупность логических функций вида:

$$z = x \wedge y \vee x, \quad p = x \wedge y$$

есть математическая логическая модель работы дискретного устройства.

#### 2.3.1.5. Игровые модели

Модель игровая, если она описывает, реализует некоторую игровую ситуацию между участниками игры.

**Пример.** Пусть игрок 1 - добросовестный налоговый инспектор, а игрок 2 - недобросовестный налогоплательщик. Идет процесс (игра) по уклонению от налогов (с одной стороны) и по выявлению сокрытия уплаты налогов (с другой стороны). Игроки выбирают натуральные числа  $i$  и  $j$  ( $i, j \leq n$ ), которые можно отождествить, соответственно, со штрафом игрока 2 за неуплату налогов при обнаружении игроком 1 факта неуплаты и с

временной выгодой игрока 2 от сокрытия налогов. Если в качестве модели взять матричную игру с матрицей выигрышей порядка  $n$ , то в ней каждый элемент определяется по правилу  $a_{ij} = |i - j|$ . Модель игры описывается этой матрицей и стратегией уклонения и поимки. Эта игра - антагонистическая.

#### 2.3.1.6. Алгоритмические, структурные, графовые модели

Модель алгоритмическая, если она описана некоторым алгоритмом или комплексом алгоритмов, определяющим функционирование, развитие системы.

Следует помнить, что не все модели могут быть исследованы или реализованы алгоритмически.

Пример. Моделью вычисления суммы бесконечного убывающего ряда чисел может служить алгоритм вычисления конечной суммы ряда до некоторой заданной степени точности. Алгоритмической моделью корня квадратного из числа  $x$  может служить алгоритм вычисления его приближенного значения по известной рекуррентной формуле.

Модель называется структурной, если она представима структурой данных или структурами данных и отношениями между ними.

Модель называется графовой, если она представима графом или графами и отношениями между ними.

#### 2.3.1.7. Иерархические и сетевые модели

Модель называется иерархической (древовидной), если представима некоторой иерархической структурой (деревом).

**Пример.** Для решения задачи нахождения маршрута в дереве поиска можно построить, например, древовидную модель (рис. 1.2):

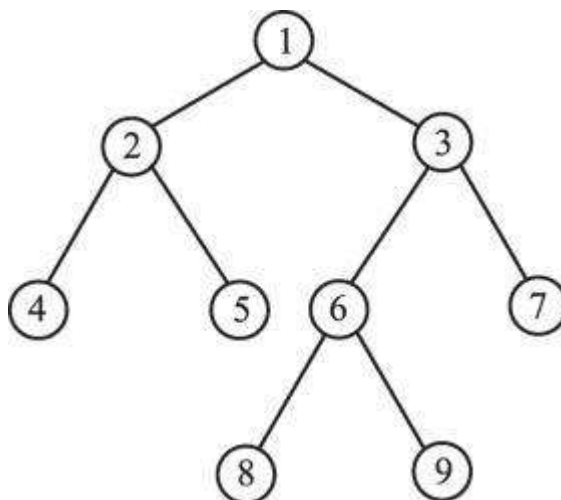


Рис. 1.2. Модель иерархической структуры

Модель называется сетевой, если она представима некоторой сетевой структурой.

Пример. Строительство нового дома включает операции, приведенные в нижеследующей таблице.

| Таблица работ при строительстве дома |                               |                           |                               |               |
|--------------------------------------|-------------------------------|---------------------------|-------------------------------|---------------|
| №                                    | Операция                      | Время выполнения<br>(дни) | Предшествующие<br>операции    | Дуги<br>графа |
| 1                                    | Расчистка участка             | 1                         | нет                           | -             |
| 2                                    | Закладка фундамента           | 4                         | Расчистка участка (1)         | 1-2           |
| 3                                    | Возведение стен               | 4                         | Закладка фундамента (2)       | 2-3           |
| 4                                    | Монтаж электропроводки        | 3                         | Возведение стен (3)           | 3-4           |
| 5                                    | Штукатурные работы            | 4                         | Монтаж электропроводки<br>(4) | 4-5           |
| 6                                    | Благоустройство<br>территории | 6                         | Возведение стен (3)           | 3-6           |
| 7                                    | Отделочные работы             | 4                         | Штукатурные работы (5)        | 5-7           |
| 8                                    | Настил крыши                  | 5                         | Возведение стен (3)           | 3-8           |

Сетевая модель (сетевой график) строительства дома дана на [рис. 1.3](#).

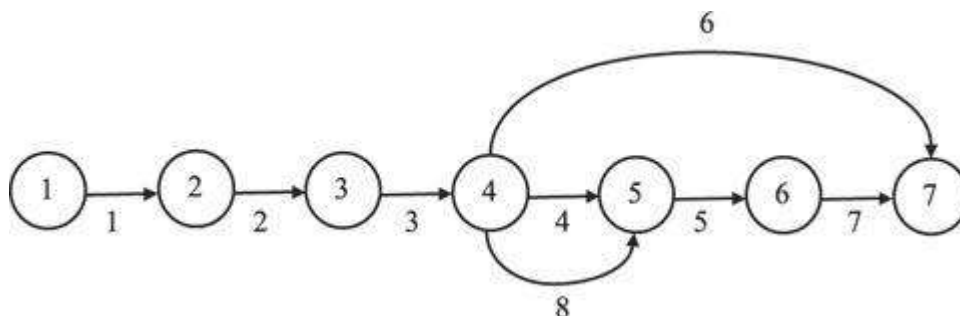


Рис. 1.3. Сетевой график строительства

Две работы, соответствующие дуге 4-8, параллельны, их можно либо заменить одной, представляющей совместную операцию (монтаж электропроводки и настил крыши) с новой операцией длительностью  $3+5=8$ , либо ввести на одной дуге фиктивное событие.

### 2.3.1.8. Лингвистические модели

Модель называется языковой, лингвистической, если она представлена некоторым лингвистическим объектом, формализованной языковой системой или структурой.

Иногда такие *модели* называют вербальными, синтаксическими.

Например, правила дорожного движения - языковая, *структурная модель* движения транспорта и пешеходов на дорогах.

Пусть **B** - множество производящих основ существительных, **C** - множество суффиксов, **P** - прилагательных, **b<sub>i</sub>** – корень слова; "+" - операция конкатенации слов, "==" - операция присваивания, ">=" - операция вывода (выводимости новых слов), **Z** - множество значений (смысловых) прилагательных.

Языковая *модель M* словообразования может быть представлена:

$$\langle p_i \rangle = \langle b_i \rangle + \langle c_i \rangle.$$

При **b<sub>i</sub>** - "рыб(а)", **c<sub>i</sub>** - "н(ый)", получаем по этой *модели* **p<sub>i</sub>** - "рыбный", **z<sub>i</sub>** - "приготовленный из рыбы".

### 2.3.1.9. Визуальные, натурные, геометрические модели

Модель визуальная, если она позволяет визуализировать отношения и связи моделируемой системы, особенно в динамике.

Например, на экране компьютера часто пользуются визуальной *моделью* того или иного объекта.

*Модель натурная, если она есть материальная копия объекта моделирования.*

Например, глобус - натурная географическая *модель* земного шара.

*Модель геометрическая, графическая, если она представима геометрическими образами и объектами.*

Например, макет дома является натурной *геометрической моделью* строящегося дома. Вписанный в окружность многоугольник дает *модель* окружности. Именно она используется при изображении окружности на экране компьютера. Прямая линия является *моделью* числовой оси, а плоскость часто изображается, как параллелограмм.

### 2.3.1.10. Система клеточных автоматов

*Модель клеточно-автоматная, если она представима клеточным автоматом или системой клеточных автоматов.*

Клеточный автомат - дискретная динамическая система, аналог физического (непрерывного) поля. Клеточно-автоматная геометрия - аналог евклидовой геометрии. Неделимый элемент евклидовой геометрии - точка, на основе ее строятся отрезки, прямые, плоскости и т.д.

Неделимый элемент клеточно-автоматного поля - клетка, на основе её строятся кластеры клеток и различные конфигурации клеточных структур. Представляется клеточный автомат равномерной сетью клеток ("ячеек") этого поля. Эволюция клеточного автомата разворачивается в дискретном пространстве - клеточном поле.

Смена состояний в клеточно-автоматном поле происходит одновременно и параллельно, а время идет дискретно. Несмотря на кажущуюся простоту их построения, клеточные автоматы могут демонстрировать разнообразное и сложное поведение объектов, систем.

В последнее время они широко используются при *моделировании* не только физических, но и социально-экономических процессов.

#### 2.3.1.11. Фрактальные модели

Модель называется фрактальной, если она описывает эволюцию моделируемой системы эволюцией фрактальных объектов.

Если физический объект однородный (сплошной), т.е. в нем нет полостей, то можно считать, что его плотность не зависит от размера. Например, при увеличении параметра объекта  $R$  до  $2R$  масса объекта увеличится в  $R^2$  раз, если объект - круг и в  $R^3$  раз, если объект - шар, т.е. существует связь массы и длины. Пусть  $n$  - размерность пространства. Объект, у которого масса и размер связаны, называется "компактным". Его плотность можно рассчитать по формуле:

$$\rho \sim \frac{M}{R^n} \sim R^0 - const$$

Если объект (система) удовлетворяет соотношению  $M(R) \sim R^{f(n)}$ , где  $f(n) < n$ , то такой объект называется фрактальным.

Его плотность не будет одинаковой для всех значений  $R$ , то она масштабируется согласно формуле:

$$\rho(R) \sim \frac{M(R)}{R^n} \sim R^{f(n)-n}$$

Так как  $f(n) - n < 0$  по определению, то плотность фрактального объекта уменьшается с увеличением размера  $R$ , а  $\rho(R)$  является количественной мерой разряженности объекта.

Пример фрактальной модели - множество Кантора. Рассмотрим отрезок  $[0;1]$ . Разделим его на 3 части и выбросим средний отрезок. Оставшиеся 2 промежутка опять разделим на три части и выкинем средние промежутки и т.д. Получим множество, называемое множеством Кантора. В пределе получаем несчетное множество изолированных точек ([рис. 1.4](#))



Рис. 1.4. Множество Кантора для 3-х делений

### 2.3.2 ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА МОДЕЛИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Границы между моделями различного вида весьма условны. Можно говорить о различных режимах использования *моделей* - имитационном, стохастическом, динамическом, детерминированном и др.

*Как правило, модель* включает в себя: объект **О**, субъект **А** (не обязательно), задачу **Z**, ресурсы **В**, среду *моделирования С*.

**Модель можно представить формально в виде:  $M = \langle O, A, Z, B, C \rangle$ .**

Основные свойства любой модели:

1. Целенаправленность - *модель* всегда отображает некоторую систему, т.е. имеет цель такого отображения;
2. Конечность - *модель* отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений и ресурсы *моделирования* конечны;
3. Упрощенность - *модель* отображает только существенные стороны объекта и она должна быть проста для исследования или воспроизведения;
4. Наглядность, обозримость основных ее свойств и отношений;
5. Доступность и технологичность для исследования или воспроизведения;
6. Информативность - *модель* должна содержать достаточную информацию о системе (в рамках гипотез, принятых при построении *модели*) и должна давать возможность получать новую информацию;
7. Полнота - в *модели* должны быть учтены все основные связи и отношения, необходимые для обеспечения цели *моделирования*;
8. Управляемость - *модель* должна иметь хотя бы один параметр, изменениями которого можно имитировать поведение моделируемой системы в различных условиях.

#### 2.3.2.1 Жизненный цикл моделируемой системы

Жизненный цикл моделируемой системы состоит из следующих этапов:

1. Сбор информации об объекте, выдвижение гипотез, предварительный модельный анализ;
2. Проектирование структуры и состава *моделей* (подмоделей);
3. Построение спецификаций *моделей*, разработка и отладка отдельных подмоделей, сборка *моделей* в целом, идентификация (если это нужно) параметров *моделей*;
4. Исследование *моделей* - выбор метода исследования и разработка алгоритма (программы) *моделирования*;
5. Исследование адекватности, устойчивости, чувствительности *моделей*;
6. Оценка средств *моделирования* (затраченных ресурсов);
7. Интерпретация, анализ результатов *моделирования* и установление некоторых причинно-следственных связей в исследуемой системе;
8. Генерация отчетов и проектных (народно-хозяйственных) решений;
9. Уточнение, модификация *моделей*, если это необходимо, и возврат к исследуемой системе с новыми знаниями, полученными с помощью *моделей* и *моделирования*.

#### **2.3.2.2 Моделирование как метод системного анализа**

Часто в системном анализе при модельном подходе исследования может совершаться одна методическая ошибка, а именно, - построение корректных и адекватных *моделей* (подмоделей) подсистем системы и их логически корректная увязка не дает гарантий *корректности построенной таким способом модели всей системы*.

*Модель*, построенная без учета связей системы со средой, может служить подтверждением теоремы Геделя, а точнее, ее следствия, утверждающего, что в *сложной изолированной системе могут существовать истины и выводы, корректные в этой системе и некорректные вне ее*.

Наука *моделирования* состоит в разделении процесса *моделирования* (системы, *моделей*) на этапы (подсистемы, подмодели), детальном изучении каждого этапа, взаимоотношений, связей, отношений между ними и затем эффективного описания их с максимально возможной степенью формализации и адекватности.

В случае нарушения этих правил получаем не *модель* системы, а *модель* "собственных и неполных знаний".

*Моделирование* рассматривается, как особая форма эксперимента, эксперимента не над самим оригиналом, т.е. простым или обычным экспериментом, а *над копией оригинала*. Здесь важен изоморфизм систем оригинальной и модельной.

*Изоморфизм - равенство, одинаковость, подобие.*

*Модели и моделирование применяются по основным направлениям:*

в обучении, в познании и разработке теории исследуемых систем;

в прогнозировании (выходных данных, ситуаций, состояний системы);  
в управлении (системой в целом, отдельными ее подсистемами);  
в автоматизации (системы или ее отдельных подсистем).

#### 4.3.3 КЛАССИФИКАЦИЯ ВИДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ



Рис. 2.1. Классификация видов моделирования

При физическом моделировании используется сама система, либо подобная ей в виде макета, например, летательный аппарат в аэродинамической трубе.

Математическое моделирование есть процесс установления соответствия реальной системе  $S$  математической модели  $M$  и исследование этой модели, позволяющее получить характеристики реальной системы.

При аналитическом моделировании процессы функционирования элементов записываются в виде математических соотношений (алгебраических, интегральных, дифференциальных, логических и др.).

Аналитическая модель может быть исследована методами:

- *аналитическими* (устанавливаются явные зависимости, получаются, в основном, аналитические решения);
- *численными* (получаются приближенные решения);

Компьютерное математическое моделирование формулируется в виде алгоритма (программы для ЭВМ), что позволяет проводить над моделью вычислительные эксперименты.

Численное моделирование использует методы вычислительной математики.

**Статистическое моделирование** использует обработку данных о системе с целью получения статистических характеристик системы.

**Имитационное моделирование** воспроизводит на ЭВМ (имитирует) процесс функционирования исследуемой системы, соблюдая логическую и временную последовательность протекания процессов, что позволяет узнать данные о состоянии системы или отдельных ее элементов в определенные моменты времени.

Применение математического моделирования позволяет исследовать объекты, реальные эксперименты над которыми затруднены или невозможны.

*Экономический эффект при математическом моделировании состоит в том, что затраты на проектирование систем в среднем сокращаются в 50 раз.*

### 2.3.4 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Будем считать, что *элемент s* есть некоторый объект, обладающий определенными свойствами, внутреннее строение которого для целей исследования не играет роли, например, самолет для моделирования полета – не элемент, а для моделирования работы аэропорта – элемент.

*Связь I* между элементами есть процесс их взаимодействия, важный для целей исследования.

**Система S** – совокупность элементов со связями *I* и целью функционирования системы *F*.

**Сложная система** – это система, состоящая из разнотипных элементов с разнотипными связями.

**Большая система** – это система, состоящая из большого числа однотипных элементов с однотипными связями.

В общем виде систему математически можно представить в виде:

$$S = \{\{s\}, \{l\}, F\}$$

**Автоматизированная система SA** есть сложная система с определяющей ролью элементов двух типов: технических средств **St** и действий человека **SH**:

$$S_A = \{\{s_T\}, \{s_H\}, \{s_O\}, \{l\}, F\}$$

Здесь *s<sub>O</sub>* - остальные элементы системы.

## Декомпозиция системы. Характеристики системы. Задачи исследования систем

**Декомпозиция системы** есть разбиение системы на элементы или группы элементов с указанием связей между ними, неизменными во время функционирования системы.

Практически все системы рассматриваются функционирующими во времени, поэтому определим их динамические характеристики.

**Состояние** – это множество характеристик элементов системы, изменяющихся во времени и важных для целей ее функционирования.

**Процесс (динамика)** – это множество значений состояний системы, изменяющихся во времени.

**Цель функционирования** есть задача получения желаемого состояния системы. Достижение цели обычно влечет целенаправленное вмешательство в процесс функционирования системы, которое называется *управлением*.

1. *Расчет* - определение значений параметров системы.
2. *Анализ* – изучение свойств функционирования системы.
3. *Синтез* – выбор структуры и параметров по заданным свойствам системы.

## Параметры системы. Фазовая траектория. Фазовое пространство

Пусть  $T = [t_0, t_1]$  есть временной интервал моделирования системы  $S$  (интервал модельного времени).

Построение модели начинается с определения параметров и переменных, определяющих процесс функционирования системы.

**Параметры системы**  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$  - это характеристики системы, остающиеся постоянными на всем интервале  $T$ .

**Переменные** бывают зависимые и независимые.

Независимые переменные есть, как правило, **входные воздействия** (в том числе управляющие)

$$u = u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t)) \in U \subseteq R^n$$

ими могут быть также воздействия внешней среды.

Последовательность изменения  $x(t)$  при

$$t_1 < t_2 < \dots < t_N$$

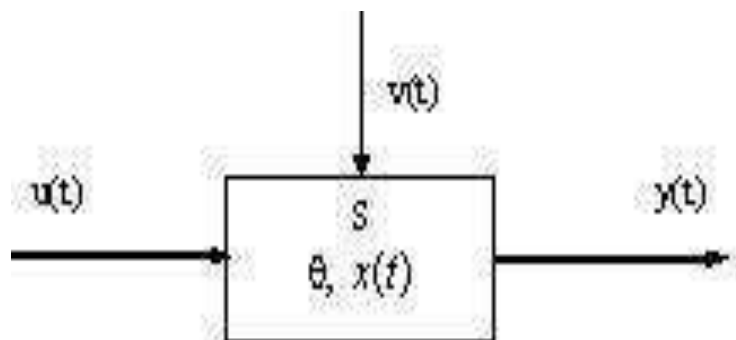
называется *фазовой траекторией* системы,  $x \in X$ , где  $X$  – *пространство состояний* или *фазовое пространство*.

Последовательность изменения  $y(t)$  называется *выходной траекторией системы*.

Зависимые переменные есть выходные характеристики (сигналы)  
 $y = y(t) = (y_1(t), \dots, y_{n_y}(t)) \in Y \subseteq R^{n_y}$

### Математическая модель системы

Общая схема математической модели (ММ) функционирования системы может быть представлена в виде:



Множество переменных  $\{u, v, \theta, x, y\}$  вместе с законами функционирования

$$x(t) = \dots,$$

$$y(t) = \dots$$

называется математической моделью системы.

Если  $t$  непрерывно, то модель называется непрерывной, иначе – дискретной:

$$(t = i \cdot \Delta, i = 1, 2, \dots)$$

Если модель не содержит случайных элементов, то она называется детерминированной, в противном случае – вероятностной, стохастической.

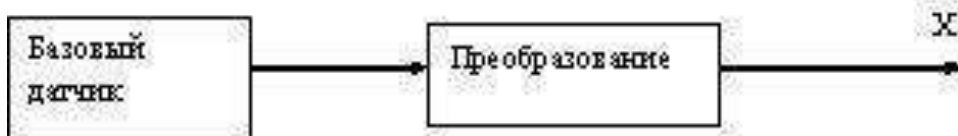
Если математическое описание модели слишком сложное и частично или полностью неопределенно, то в этом случае используются агрегативные модели.

Сущность агрегативной модели заключается в разбиении системы на конечное число взаимосвязанных частей (подсистем), каждая из которых допускает стандартное математическое описание. Эти подсистемы называются агрегатами.

### 2.3.4 ИМИТАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И ПРОЦЕССОВ. БАЗОВЫЙ ДАТЧИК

Моделирование случайных элементов в системах является одной из самых базовых задач математического моделирования.

Любая случайная величина или процесс  $X$  может моделироваться следующим образом:



Базовый датчик выдает независимые равномерно распределенные случайные величины:

непрерывные в  $(0,1)$ ;

дискретные в  $[0,2^k]$ .

#### Типы базовых датчиков:

- физические (любой физический шум), в последнее время практически не используются, т.к. характеристики нестабильны и реализацию повторить нельзя;

- псевдослучайные датчики строятся на основе детерминированного алгоритма, но полученные результаты мало отличны от случайных.

Псевдослучайные базовые датчики строятся по модели

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

при заданном  $X_0$ .

Рассмотрим формулу получения случайных

$$\text{чисел } X_{n+1} = (a X_n + c) \bmod m, n \geq 0,$$

характерную для линейной конгруэнтной последовательности случайных чисел, где

$m$  — модуль,  $m > 0$ ;

$a$  — множитель,  $0 \leq a < m$ ;

$c$  — приращение,  $0 \leq c < m$ ;

$X_0$  — начальное значение,  $0 \leq X_0 < m$ .

Пусть  $m = 16$ ;  $X_0 = 9$ ;  $a = c = 5$ , тогда воспользовавшись последней формулой, получим последовательность

$$9, 2, 15, 0, 5, 14, 11, 12, 1, 10, 7, 8, 13, 6, 3, 4, 9 \dots$$

#### Требования к базовым датчикам:

Отрезок аперiodичности.

Равномерность.

Некоррелированность.

#### Основы математического моделирования. Линеаризация

Отметим основные операции математического моделирования:

**Линеаризация.** Пусть дана математическая модель

$$M=M(X, Y, A),$$

где  $X$  - множество входов,  $Y$  - множество выходов,  $A$  - множество состояний системы. Схематически можно это изобразить так:

$$X \rightarrow A \rightarrow Y.$$

Если  $X, Y, A$  - линейные пространства (множества), а  $\Phi$  и  $\Psi$

$$\Phi: X \rightarrow A,$$

$$\Psi: A \rightarrow Y$$

- линейные операторы, которые любые линейные комбинации  $ax + by$  преобразуют в линейные комбинации типа

$$A*\Phi(x) + b*\Psi(y),$$

то система (модель) называется *линейной*. Все другие системы (модели) - нелинейные. Они труднее поддаются исследованию, хотя и более актуальны. Нелинейные модели менее изучены, поэтому их часто линеаризуют - сводят к *линейным моделям*.

Например, применим операцию *линеаризации* по Тейлору в точке  $t_0 = 2$  к процессу:

$$y(t) = bt^2/2, \quad 0 \leq t \leq 4,$$

функция является нелинейной (квадратичной). Процедура *линеаризации* даст *линейную модель* вида  $y = -2b+2bt$ . Чтобы понять ответ, вспомним положение о разложении аналитической функции в ряд Тейлора.

Пусть  $f(t)$  - действительная непрерывная функция, имеющая в интервале  $c \leq t < b$   $n$ -ю производную. Тогда

$$f(t) = f(a) + f^{(1)}(a)(t-a) + \frac{1}{2!} f^{(2)}(a)(t-a)^2 + \dots + \frac{1}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a)(t-a)^{n-1} + R_n(t),$$

где  $R_n(t)$  - остаточный член разложения, а  $f^{(i)}(a)$  - производные  $i$ -го порядка функции  $f(t)$  в точке разложения  $a$ . Ответ получен в точке  $a=2$ .

## Основы математического моделирования. Идентификация

**Идентификация.** Пусть модель системы в общем виде представлена следующим образом:

$$M = M(X, Y, A), \quad A = \{a_j\}, \quad a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik})$$

$\mathbf{a}_i$  - вектор состояния объекта (системы). Если вектор  $\mathbf{a}_i$  зависит от некоторых неизвестных параметров, то задача *идентификации* состоит в определении модели или ее параметров по некоторым дополнительным условиям, например, экспериментальным данным, характеризующим состояние системы.

**Идентификация** – это задача построения по результатам наблюдений математических моделей, адекватно описывающих поведение системы.

Пусть  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  - некоторая последовательность сообщений или данных, получаемых от источника информации о системе,

$M = \{m_1, m_2, \dots, m_z\}$  - последовательность моделей, описывающих систему  $S$ , среди которых, возможно, содержится оптимальная (в каком-то смысле) модель, то *идентификация модели  $M$*  означает, что последовательность  $S$  позволяет различать две разные модели в  $M$ .

Цель *идентификации* - построение надежной, адекватной, эффективно функционирующей, гибкой модели на основе минимального объема информативной последовательности сообщений.

Наиболее часто используемыми на практике методами *идентификации* систем являются:

метод наименьших квадратов,  
метод максимального правдоподобия,  
метод байесовских оценок,  
метод марковских цепных оценок,  
метод эвристик,  
экспертное оценивание и др.

Пример. Применим операцию *идентификации*

параметра  $b$  в модели  $y = bt^2/2$ ,  $t = 0 \dots 4$ .

Решение. Зададим дополнительно значение  $y$  для некоторого  $t$ , например,  $y = 6$  при  $t = 3$ . Тогда из  $y = bt^2/2$  получаем:  $6 = 9b/2$ ,  $b = 12/9 = 4/3$ . Идентифицированный параметр  $b$  определяет следующую модель  $y = 2t^2/3$ . Методы *идентификации* моделей могут быть несоизмеримо сложнее, чем приведенный пример.

### Оценка адекватности (точности) модели

Пример. Оценим адекватность (точность) модели, полученной в результате *линеаризации*. В качестве меры (критерия) адекватности рассмотрим привычную меру - абсолютное значение разности между точным значением и значением, полученным по модели. Если эта величина не велика и приемлема, то делается вывод о точности и

адекватности модели, в противном случае – о малой точности модели и о нецелесообразности использования такой модели.

Для примера, рассмотренного выше, оценим точность модели. Для этого построим таблицу:

| $0 \leq t \leq 4$ | Объект $y=bt^2/2$ | Модель $y' = -2b+2bt$ | Точность модели $ y - y' $ |
|-------------------|-------------------|-----------------------|----------------------------|
| 0                 | 0                 | $-2b$                 | $2b$                       |
| 1                 | $b/2$             | $-2b+2b=0$            | $b/2$                      |
| 2                 | $2b$              | $-2b+4b=2b$           | 0                          |
| 3                 | $9/2b=4.5b$       | $-2b+6b=4b$           | 0.5                        |
| 4                 | $8b$              | $-2b+8b=6b$           | $2b$                       |
| Среднее значение: |                   |                       | $0.9b + 0.1$               |

Анализ показывает, что точность моделирования зависит от значения  $b$ . Чем меньше  $b$ , тем точнее результат моделирования и наоборот.

### 2.3.5 КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Вычислительный эксперимент по модели - это эксперимент, осуществляемый с помощью моделирования на ЭВМ с целью определения состояния системы или прогноза реакции системы на различные входные сигналы. Орудием эксперимента здесь является компьютер и модель.

*Отметим основные причины, тормозящие использование компьютерного и математического моделирования:*

1. Традиционное описание модели системами математических уравнений, соотношений плохо структурированных и плохо формализуемых систем описываются с помощью экспертных данных, эвристических и имитационных процедур, интегрированных пакетов программ, графических образов и т.д.;

2. Существующие средства описания и представление моделей на ЭВМ не учитывают специфику моделирования, нет единого представления моделей, генерации новых моделей по банку моделей;

3. Недооценка возможностей компьютера, который может делать больше, чем простая реализация алгоритма, отсутствие доступа к опыту моделирования на ЭВМ.

При компьютерном моделировании главную роль играет алгоритм (программа), компьютер и технология, т.е. инструментальная система.

При имитационном моделировании главную роль играют технология и средства моделирования.

*При работе с моделями нужно помнить. Модель не эквивалентна программе, а моделирование не сводится к программированию.*

Основные функции ЭВМ при моделировании систем:

- исполнение роли вспомогательного средства для решения задач;
- исполнение роли средства постановки и решения новых задач;
- исполнение роли средства конструирования обучающих и моделирующих сред;
- исполнение роли средства моделирования для получения новых знаний;
- исполнение роли "обучения" новых моделей (самообучение модели).

*Компьютерное моделирование есть основа представления знаний в ЭВМ, оно предполагает построение различных баз знаний.*

Прогресс моделирования связан с разработкой систем компьютерного моделирования, которые поддерживает весь жизненный цикл модели. Автономные модели обмениваются информацией друг с другом через единую информационную шину - банк моделей, через базу знаний по компьютерному моделированию.

Особенность компьютерных систем моделирования - их высокая интеграция и интерактивность. Часто эти компьютерные среды функционируют в режиме реального времени.

Вычислительный эксперимент можно рассматривать как разновидность компьютерного моделирования.

Можно говорить сейчас и о специальных пакетах прикладных программ, текстовых, графических и табличных процессоров, о визуальных средах, особенно работающих в режиме реального времени, позволяющих осуществлять компьютерное моделирование.

Компьютерное моделирование и *вычислительный эксперимент* становятся новым инструментом, методом научного познания, новой технологией из-за возрастающей необходимости перехода от исследования *линейных* математических *моделей* систем к исследованию сложных и нелинейных математических моделей систем.

Грубо говоря, наши знания об окружающем мире - линейны и детерминированы, а процессы в окружающем мире нелинейны и стохастичны.

### **2.3.6 ЭТАПЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Компьютерное моделирование от постановки задачи до получения результатов проходит следующие этапы:

1. Постановка задачи:

- 1.1. Формулировка задачи;
- 1.2. Определение цели и приоритетов моделирования;
- 1.3. Сбор информации о системе, объекте моделирования;
- 1.4. Описание данных (их структуры, диапазона, источника и т.д.).

2. Предмодельный анализ:

- 2.1. Анализ существующих аналогов и подсистем;
- 2.2 Анализ технических средств моделирования:

ЭВМ; периферии.

- 2.3 Анализ программного обеспечения:

языков программирования;  
пакетов прикладных программ;  
инструментальных сред.

- 2.4 Анализ математического обеспечения:

моделей; методов; алгоритмов.

3. Анализ задачи (модели):

- 3.1 Разработка структур данных;
- 3.2 Разработка входных и выходных спецификаций, форм представления данных;
- 3.3 Проектирование структуры и состава модели (подмоделей).

4. Исследование модели:

- 4.1. выбор методов исследования подмоделей;
- 4.2. выбор, адаптация или разработка алгоритмов;
- 4.3. сборка модели в целом из подмоделей;
- 4.4. идентификация модели при необходимости;
- 4.5. формулировка используемых критериев адекватности, устойчивости и чувствительности модели.

5. Программирование (проектирование программы):

- 5.1. выбор метода тестирования и тестов (контрольных примеров);
- 5.2. кодирование на языке программирования (написание команд);
- 5.3. комментирование программы.

6. Тестирование и отладка:

- 6.1. синтаксическая отладка;
- 6.2. семантическая отладка (отладка логической структуры);
- 6.3. тестовые расчеты, анализ результатов тестирования;

6.4 оптимизация программы;

7. Оценка моделирования:

7.1 оценка средств моделирования;

7.2 оценка адекватности моделирования;

7.3 оценка чувствительности модели;

7.4 оценка устойчивости модели;

7.5 документирование;

7.6 описание задачи, целей;

7.7 описание модели, метода, алгоритма;

7.8 описание среды реализации;

7.9 описание возможностей и ограничений;

7.10 описание входных и выходных форматов, спецификаций;

7.11 описание тестирования;

7.12 создание инструкций для пользователя.

8. Сопровождение:

8.1 анализ применения, периодичности использования, количества

8.2 пользователей, типа использования (диалоговый, автономный и др.),

8.3 анализ отказов во время использования модели;

8.4 обслуживание модели, алгоритма, программы и их эксплуатация;

8.5 расширение возможностей: включение новых функций или изменение режимов моделирования, в том числе и под модифицированную среду;

8.6 нахождение, исправление скрытых ошибок в программе.

9. Использование модели.

**Реализация этапов компьютерного моделирования**

Компьютерное моделирование поэтапно рассмотрим на примере модели производства.

**Этап 1. Содержательная постановка задачи**

Современное производство характерно тем, что часть производимой продукции (в стоимостном выражении) возвращается в виде инвестиций (т.е. части конечной продукции, используемой для создания основных фондов производства) в производство. При этом время возврата, ввода в оборот новых фондов может быть различным для различного рода производства. Необходимо промоделировать эту ситуацию и выявить динамику изменения величины основных фондов производства (капитала).

Сложность и многообразие, слабая структурированность и плохая формализуемость основных экономических механизмов, определяющих работу

предприятий, не позволяют преобразовать процедуры принятия решений в полностью эффективные математические модели и алгоритмы прогнозирования. Поэтому целесообразно использовать простые, гибкие и надежные процедуры принятия решения.

Рассмотрим одну такую простую модель социально-экономического процесса.

## Этап 2. Формулировка гипотез, построение, исследование модели

Динамика изменения величины капитала определяется в модели простыми процессами производства и описывается обобщенными коэффициентами амортизации (расхода фондов) и потока инвестиций (часть конечного продукта, используемого в единицу времени для создания основных фондов). Эти коэффициенты - относительные величины (оцениваются за единицу времени).

Необходимо разработать и исследовать модель динамики основных фондов. Считаем при этом допустимость определенных гипотез, определяющих систему производства.

Пусть  $x(t)$  - величина основных фондов (капитала) в момент времени  $t$ , где  $0 \leq t \leq N$ . Через промежуток времени  $\Delta t$  она будет равна  $x(t + \Delta t)$ . Абсолютный прирост равен  $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$ . Относительный прирост будет равен  $\delta x = [x(t + \Delta t) - x(t)] / \Delta t$ .

Примем следующие гипотезы:

Социально-экономические условия производства достаточно хорошие и способствуют росту производства, а поток инвестиций задается в виде известной функции  $y(t)$ .

Коэффициент амортизации фондов считается неизменным и равным  $m$ , и при достаточно малом значении  $\Delta t$ , изменение основных фондов прямо пропорционально текущей величине капитала, тогда прибыль работы предприятия выразится:

$$\Delta x = y(t) - m \cdot x(t).$$

Считая  $\Delta t \rightarrow 0$  и учитывая определение производной, получим из предыдущего соотношения математическое выражение закона изменения величины капитала, т.е. математическую модель (дифференциальное уравнение) динамики капитала:

$$\frac{dx(t)}{dt} = y(t) - m \cdot x(t), \quad x(0) = x_0,$$

где  $x(0)$  - начальное значение капитала в момент времени  $t = 0$ .

Эта простейшая модель не отражает важного факта: социально-экономические ресурсы производства таковы, что между выделением инвестиций и их введением и

использованием в выпуске новой продукции проходит время  $T$  (лаг). Учитывая это, необходимо переписать модель в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = y(t - T) - m \cdot x(t), \quad x(0) = x_0.$$

Этой непрерывной, дифференциальной, динамической модели можно поставить в соответствие простую дискретную модель:

$$x_{i+1} = x_i + y_j - m \cdot x_i, \quad x_0 = c, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n, \quad j = 0, T, 2T, \dots < n.$$

где  $n$  - предельное значение момента времени при моделировании.

Дискретная модель следует из непрерывной при  $\Delta t = 1$  при замене производной на относительное приращение, что справедливо при малых значениях  $\Delta t$ .

### Этап 3. Построение алгоритма и программы моделирования

Возьмем для простоты режим моделирования, когда  $m$ ,  $c$  - известны и постоянны,  $y$  - увеличивается в каждый следующий момент времени на 1%. Рассмотрим наиболее простой алгоритм моделирования в укрупненных шагах.

Ввод входных данных для моделирования:  $c = x(0)$  - начальный капитал;  $n$  - конечное время моделирования;  $m$  - коэффициент амортизации;  $S$  - единица измерения времени;  $y$  - инвестиции.

Вычисление  $x_i$  от  $i = 1$  до  $i = n$  по рекуррентной формуле, приведенной выше.

Поиск стационарного состояния, т.е. такого момента времени  $j$ ,  $0 \leq j \leq n$ , начиная с которого все  $x_j, x_{j+1}, \dots, x_n$  постоянны или изменяются на малую допустимую величину  $\varepsilon > 0$ .

Выдача результатов моделирования и, по желанию пользователя, графика.

### Этап 4. Проведение вычислительных экспериментов

Эксперимент 1. Поток инвестиций - постоянный и в каждый момент времени равен 10 000. В начальный момент капитал – 1 000 000 руб. Коэффициент амортизации - 0,0025. Найти величину основных фондов через 3 суток, если лаг равен 5 суток.

Решение. Воспользуемся формулой

$$x_{i+1} = x_i + y_j - m \cdot x_i, \quad x_0 = c, \quad i = 0, 1, 2, 3; j = 0.$$

Здесь  $x_0 = c = 1\,000\,000$  руб.;  $m = 0.0025$ ;  $y_0 = 10\,000$  руб.

$y_j$  выделяется раз в 5 суток.

Проведем расчет:

$$x_1 = x_0 + y_0 - m \cdot x_0 = 1\,000\,000 + 10\,000 - 0.0025 \cdot 1\,000\,000 = 1\,007\,500 \text{ (руб.)};$$

$$x_2 = x_1 - m \cdot x_1 = 1\,007\,500 - 0.0025 \cdot 1\,007\,500 = 1\,004\,981.25 \text{ (руб.)};$$

$$x_3 = x_2 - m \cdot x_2 = 1\,004\,981.25 - 0.0025 \cdot 1\,004\,981.25 = 1\,002\,468.7968 \text{ (руб.)}.$$

Эксперимент 2. Основные фонды в момент времени  $t = 0$  были равны 5 000. Через какое время общая их сумма превысит 120 000 руб., если поток инвестиций постоянный равный 2000 руб., известно, что  $m = 0.02$ ,  $T=3$  ?

Эксперимент 3. Какую стратегию инвестиций лучше использовать, если величина инвестиций постоянная, в начальный момент капитал равен 100 000 и величина амортизации постоянная?

### Этап 5. Модификация (развитие) модели

Модификация 1. Коэффициент амортизации можно взять в форме  $m = r - s \cdot x(t)$ , где  $r$  - коэффициент обновления фондов,  $s$  - коэффициент устаревания фондов, причем  $0 \leq r$ ,  $s \leq 1$ . При этом модель примет вид

$$\frac{dx(t)}{dt} = y(t-T) - r \cdot x(t) + s \cdot x^2(t), \quad x(0) = x_0.$$

Этой непрерывной, дифференциальной, динамической модели можно поставить в соответствие простую дискретную модель:

$$x_{i+1} = x_i + y_i - r \cdot x_i + s \cdot x_i^2, \\ x_0 = c, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n, \quad 0 < j < n,$$

где  $n$  - предельное значение момента времени при моделировании.

Модификация 2. Одна из моделей математической экономики задается уравнением:  $dz / dt = ((1-c) \cdot z(t) + k(t - w) - a) \cdot l$ , где  $z(t)$  - функция, характеризующая выпуск продукции,  $k$  - коэффициент капиталовложений,  $a$  - независимые расходы производства,  $l$  - скорость реакции выпуска на капиталовложения,  $c$  - постоянная спроса,  $w$  - запаздывание (лаг).

## 2.3.7 ОСНОВНЫЕ АТТРИБУТЫ ЭВОЛЮЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Потребность в прогнозе и адекватной оценке последствий, осуществляемых человеком мероприятий (особенно негативных), приводит к необходимости моделирования динамики изменения основных параметров системы, динамики взаимодействия открытой системы с ее окружением (ресурсы, потенциал, условия, технологии и т.д.), с которым осуществляется обмен ресурсами в условиях враждебных, конкурентных, кооперативных или же безразличных взаимоотношений.

Здесь необходимы системный подход, эффективные методы и критерии оценки адекватности моделей, направленные не только на максимизацию критериев типа: "прибыль", "рентабельность", но и на оптимизацию отношений с окружающей средой.

Для долгосрочного прогноза необходимо выделить и изучить достаточно полную и информативную систему параметров исследуемой системы и ее окружения, разработать методику введения мер информативности и близости состояний системы. Важно отметить, что при этом некоторые критерии и меры могут часто конфликтовать друг с другом.

Многие такие социально-экономические системы можно описывать с единых позиций, средствами и методами единой теории - эволюционной.

*При эволюционном моделировании процесс моделирования сложной социально - экономической системы сводится к созданию модели его эволюции или к поиску допустимых состояний системы, к процедуре (алгоритму) отслеживания множества допустимых состояний (траекторий).*

При исследовании эволюции системы необходима ее декомпозиция на подсистемы с целью обеспечения:

- эффективного взаимодействия с окружением;
- оптимального обмена ресурсами (материальными, энергетическими, информационными, организационными) с подсистемами;
- эволюции системы в условиях динамической смены и переупорядочивания целей, структурной *активности* и сложности системы;
- управляемости системы, идентификации управляющей подсистемы и эффективных связей с подсистемами, обратной связи.

Пусть имеется некоторая система  $S$  с  $N$  подсистемами. Для каждой  $i$  - й подсистемы определим вектор  $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_{n_i}^{(i)})$  основных параметров, без которых нельзя описать и изучить функционирование подсистемы в соответствии с целями и доступными ресурсами системы. Введем в рассмотрение функцию  $s(i) = s(x(i))$ , которую назовем функцией *активности* или просто *активностью* подсистемы.

Например, в бизнес-процессах это понятие близко к понятию деловой *активности*.

Для всей системы определены вектор состояния системы  $x$  и *активность* системы  $s(x)$ , а также понятие общего потенциала системы.

Например, потенциал *активности* может быть определен с помощью интеграла от *активности* на задаваемом временном промежутке моделирования.

Эти функции отражают интенсивность процессов, как в подсистемах, так и в системе в целом.

Важными для задач моделирования являются три значения

$$s_{\max}^{(i)}, s_{\min}^{(i)}, s_{\text{opt}}^{(i)}$$

- максимальные, минимальные и оптимальные значения *активности*  $i$  - й подсистемы, а также аналогичные значения для всей системы ( $s_{\max}, s_{\min}, s_{\text{opt}}$ ).

Если дана открытая экономическая система (процесс), а  $H_0, H_1$  - энтропия системы в начальном и конечном состояниях процесса, то мера информации определяется как разность вида:

$$H = H_0 - H_1.$$

**Энтропия** – мера отклонения реального процесса от идеального.

*Энтропия в теории управления* – мера неопределенности состояния или поведения системы в данных условиях.

*Энтропия динамической системы* – мера хаотичности в поведении траекторий системы.

Уменьшение  $H$  свидетельствует о приближении системы к состоянию статического равновесия (при доступных ресурсах), а увеличение - об удалении. Величина

$H$  - количество информации, необходимой для перехода от одного уровня организации системы к другой (при  $H > 0$  - более высокой, при  $H < 0$  - более низкой организации).

Рассмотрим подход с использованием меры по Н. Моисееву.

Пусть дана некоторая управляемая система, о состояниях которой известны лишь некоторые оценки - нижняя  $s_{\min}$  и верхняя  $s_{\max}$ . Известна целевая функция управления

$$F(s(t), u(t)),$$

где  $s(t)$  - состояние системы в момент времени  $t$ , а  $u(t)$  - управление из некоторого множества допустимых управлений, причем считаем, что достижимо  $u_{\text{opt}}$  - некоторое оптимальное управление в пространстве  $U$ ,

$$t_0 < t < T, \quad s_{\min} \leq s \leq s_{\max}.$$

Мера успешности принятия решения может быть выражена математически:

$$H = |(F_{\max} - F_{\min}) / (F_{\max} + F_{\min})|,$$

$$F_{\max} = \max F(u_{\text{opt}}, s_{\max}), \quad F_{\min} = \min F(u_{\text{opt}}, s_{\min}),$$

$$t \in [t_0; T], \quad s \in [s_{\min}; s_{\max}].$$

Увеличение  $H$  свидетельствует об успешности управления системой.

Функции управления должны отражать эволюцию системы, в частности, удовлетворять условиям:

Периодичности (цикличности), например:

$$(\forall \theta < T < \infty, t: \varphi^{(i)}(s; s^{(i)}, t) = \varphi^{(i)}(s; s^{(i)}, t + T), \\ \psi^{(i)}(s; s^{(i)}, t) = \psi^{(i)}(s; s^{(i)}, t + T)).$$

Затуханию при снижении активности, например:

$$(s(x) \rightarrow 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n) \Rightarrow \varphi^{(i)} \rightarrow 0, \psi^{(i)} \rightarrow 0).$$

Стационарности: выбор или определение функций  $\varphi^{(i)}, \psi^{(i)}$  осуществляется таким образом, чтобы система имела точки равновесного состояния, а  $s^{(i)}_{opt}, s_{opt}$  достигались бы в стационарных точках  $x^{(i)}_{opt}, x_{opt}$  для малых промежутков времени. В больших промежутках времени система может вести себя хаотично, самопроизвольно порождая регулярные, упорядоченные, циклические взаимодействия (*детерминированный хаос*).

Взаимные активности  $\psi^{(ij)}(s; s^{(i)}, s^{(j)}, t)$  подсистем  $i$  и  $j$  не учитываются. В качестве  $(i), (i)$  могут быть использованы некоторые известные производственные функций

функции.

Обратимся к социально - экономической среде, которая может возобновлять с коэффициентом возобновления

$$\alpha(\tau, t, x) \quad (0 < t < T, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < \tau < T)$$

свои ресурсы. Этот коэффициент зависит от мощности среды (ресурсоемкости и ресурсообеспеченности).

Рассмотрим простую гипотезу:

$$\alpha(\tau, t, x) = \alpha_0 + \alpha_1 x,$$

Чем больше ресурсов - тем больше темп их возобновления.

Отметим, что если  $ds/dt$  - общее изменение энтропии системы,  $ds_1/dt$  - изменение энтропии за счет необратимых изменений структуры, потоков внутри системы,  $ds_2/dt$  - изменение энтропии за счет усилий по улучшению обстановки (например, экономической, экологической, социальной), то справедливо уравнение И. Пригожина:

$$ds/dt = ds_1/dt + ds_2/dt.$$

При эволюционном моделировании социально - экономических систем полезно использовать как классические математические модели, так и неклассические, в частности, учитывающие пространственную структуру системы, структуру и иерархию подсистем (графы, структуры данных и др.), опыт и интуицию (эвристические, экспертные процедуры).

Пример. Пусть дана некоторая экологическая система  $\Omega$ , в которой имеются точки загрязнения (выбросов загрязнителей)  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ . Каждый загрязнитель  $x_i$  загрязняет последовательно экосистему в промежутке времени  $[t_{i-1}; t_i]$ . Каждый загрязнитель может оказать воздействие на активность другого загрязнителя (например, уменьшить,

нейтрализовать или усилить по известному эффекту суммирования воздействия загрязнителей). Силу (меру) такого влияния можно определить через  $r_{ij}$ ,

$$R = \{r_{ij}; i = 1, 2, \dots, n-1; j = 2, 3, \dots, n\}.$$

Структура задаётся графом: вершины - загрязнители, ребра – меры загрязнения.

Рассмотрим функционал вида:

$$F = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n r_{ij} = \min$$

где  $F$  - суммарное загрязнение системы данной структуры  $S$ .

Чем быстрее будет произведен учёт загрязнения в точке  $x_i$ , тем быстрее осуществимы социально - экономические мероприятия по его нейтрализации. Чем меньше будет загрязнителей до загрязнителя  $x_i$ , тем меньше будет загрязнение среды.

Принцип эволюционного моделирования предполагает необходимость и эффективность использования методов и технологии искусственного интеллекта, в частности, экспертных систем.

Адекватным средством реализации процедур эволюционного моделирования являются генетические алгоритмы.

### 2.3.8 ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ

Идея генетических алгоритмов "подсмотрена" у систем живой природы, у которых эволюция разворачивается достаточно быстро.

*Генетический алгоритм* - это алгоритм, основанный на имитации генетических процедур развития популяции в соответствии с принципами эволюционной динамики.

Генетические алгоритмы используются для решения задач оптимизации (многокритериальной), для задач поиска и управления.

Данные алгоритмы адаптивны, они развивают решения и развиваются сами.

Пример. Рассмотрим задачу безусловной целочисленной оптимизации (размещения): найти максимум функции  $f(i)$ ,  $i$  - набор из  $n$  нулей и единиц, например, при  $n = 5$ ,  $i = (1, 0, 0, 1, 0)$ . Это очень сложная комбинаторная задача для обычных, "негенетических" алгоритмов. *Генетический алгоритм* может быть построен на основе следующей укрупненной процедуры:

Генерируем начальную популяцию (набор допустимых решений задачи)  $I_0 = (i_1, i_2, \dots, i_n)$ ,  $i_j \in \{0, 1\}$  и определяем некоторый критерий достижения "хорошего" решения, критерий остановки  $\alpha$ , процедуру СЕЛЕКЦИЯ, процедуру

СКРЕЩИВАНИЕ, процедуру МУТАЦИЯ и процедуру обновления популяции ОБНОВИТЬ;

$$k = 0, f_0 = \max\{f(i), i \in I_0\};$$

выполнять пока не  $\alpha$ :

с помощью вероятностного оператора (селекции) выбираем два допустимых решения (родителей)  $i_1, i_2$  из выбранной популяции (вызов процедуры СЕЛЕКЦИЯ);

по этим родителям строим новое решение (вызов процедуры СКРЕЩИВАНИЕ) и получаем новое решение  $i$ ;

модифицируем это решение (вызов процедуры МУТАЦИЯ);

если  $f_0 < f(i)$  то  $f_0 = f(i)$ ;

обновляем популяцию (вызов процедуры ОБНОВИТЬ);

$$k = k + 1$$

Подобные процедуры определяются с использованием аналогичных процедур живой природы.

Процедура СЕЛЕКЦИЯ может из случайных элементов популяции выбирать элемент с наибольшим значением  $f(i)$ .

Процедура СКРЕЩИВАНИЕ (кроссовер) может по векторам  $i_1, i_2$  строить вектор  $i$ , присваивая с вероятностью 0.5 соответствующую координату каждого из этих векторов - родителей. Это самая простая процедура. Используют и более сложные процедуры, реализующие более полные аналоги генетических механизмов.

Процедура МУТАЦИЯ так же может быть простой или сложной. Например, простая процедура с задаваемой вероятностью для каждого вектора меняет его координаты на противоположные (0 на 1, и наоборот).

Процедура ОБНОВИТЬ заключается в обновлении всех элементов популяции в соответствии с указанными процедурами.

Хотя *генетические алгоритмы* и могут быть использованы для решения задач, которые, нельзя решить другими методами, они не гарантируют нахождение оптимального решения, по крайней мере, за приемлемое время. Здесь более уместны критерии типа "достаточно хорошо и достаточно быстро".

Главное же преимущество их использования заключается в том, что они позволяют решать сложные задачи, для которых не разработаны пока устойчивые и приемлемые методы, особенно на этапе формализации и структурирования системы.

*Генетические алгоритмы* эффективны в комбинации с другими классическими алгоритмами и эвристическими процедурами.

### **3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **3.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

##### **3.1.1. Перечень основной литературы**

1. Королев А.Л. Компьютерное моделирование. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015. – 232 с.
2. Рашевская М.А. Компьютерные технологии в дизайне среды: учебное пособие. – М.: Форум, 2016. – 304 с.

##### **3.1.2. Перечень дополнительной литературы:**

1. Федоткин И.М. Математическое моделирование технологических процессов. – М.: Либроком, 2016. – 416 с.
2. Ашихмин В.А., Гитман М.В. и др. Введение математическое моделирование. – М.: Университетская книга. Логос, 2015. – 440 с.

#### **3.2. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Технологии компьютерного моделирования»;
2. Методические рекомендации для студентов по организации самостоятельной работы по дисциплине «Технологии компьютерного моделирования».

#### **3.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Университетская библиотека online. – Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>.
2. Лицензионная полнотекстовая база электронных изданий ЭБС «IPRbooks». – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>.
3. Научная электронная библиотека СКФУ e-library. – Режим доступа: <http://catalog.ncstu.ru>.
4. Государственная публичная научно-техническая библиотека России. (ГПНТБ России). – Режим доступа: [www.gpntb.ru](http://www.gpntb.ru).