

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Шабалова Татьяна Александровна

Должность: Директор Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского

федерального университета

Дата подписания: 25.04.2024 09:10:58

Уникальный программный ключ:

d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef981

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания
по выполнению практических работ
по дисциплине «МОДЕЛИРОВАНИЕ В УПРАВЛЕНИИ БИЗНЕСОМ» для
студентов направления подготовки
38.03.02 «Менеджмент», направленность (профиль) «Управление бизнесом»

Пятигорск, 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
<i>Тема №1. Общие принципы построения математических моделей</i>	<i>4</i>
Практическая работа № 1. Системный подход к анализу ОТЭП предприятия	4
<i>Тема № 2. Линейное программирование в оптимальном планировании</i>	<i>11</i>
Практическая работа № 2 Решение задач линейного программирования	11
Практическая работа № 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования	16
<i>Тема № 3. Транспортная задача линейного программирования.....</i>	<i>22</i>
Практическая работа № 4 Решение транспортной задачи	22
<i>Тема 4. Оптимальное управление производством</i>	<i>28</i>
Практическая работа №5. Нахождение оптимальной производственной программы предприятия.....	28
<i>Тема 5. Производственные функции.....</i>	<i>37</i>
Практическая работа №6. Определение значений технико-экономических показателей на основе производственной функции Кобба-Дугласа	37
<i>Тема 6. Сетевое планирование и управление</i>	<i>47</i>
Практическая работа №7. Расчет параметров сетевого графа и его оптимизация.....	47
<i>Тема 7. Динамическое программирование и имитационное моделирование</i>	<i>53</i>
Практическая работа №8. Построение модели управления производственной мощностью ...	53
<i>Тема 8. Моделирование систем массового обслуживания.....</i>	<i>62</i>
Практическая работа №9. Модели систем массового обслуживания.....	62
Рекомендуемая литература	66

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Моделирование в управлении бизнесом» является формирование основополагающих представлений о законах, принципах и механизмах моделирования бизнес процессов.

Задачи освоения дисциплины заключаются в приобретении студентами прочных знаний теоретических основ моделирования в области управления бизнеса, умений и навыков применения полученных знаний при решении профессиональных, образовательных и научных задач.

Дисциплина «Моделирование в управлении бизнесом» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений ОВ ВО учебного плана подготовки бакалавров направления 38.03.02 Менеджмент. Ее освоение происходит в 7 семестре у студентов очной формы обучения и в 8 семестре у студентов очно-заочной формы обучения.

В представленных методических указаниях каждая практическая работа содержит краткие методические указания по ее выполнению, либо пример решения, а также ряд вариантов для самостоятельного выполнения работы. Практическая часть включает решение задач и анализ полученных результатов.

Выбор индивидуального задания по вариантам определяется преподавателем.

Тема №1. Общие принципы построения математических моделей

Практическая работа № 1. Системный подход к анализу ОТЭП предприятия

Цель: ознакомиться с построением матричных моделей

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- понятие системного подхода;
- связь между отдельными элементами системы и ОТЭП предприятия;

Студент будет уметь:

- строить матричную модель ОТЭП.

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4, ИД-3 ПК-6

Актуальность темы: системный подход используется для решения множества задач и принятия решений в области экономики, что определяет актуальность темы практического занятия.

Методические указания

Большое значение для управления экономической системой играет наличие в ней отдельных подсистем.

Под *экономической подсистемой* понимается такая совокупность элементов, теснота связи между которыми существенно превышает тесноту связи между выделенной совокупностью и окружающей средой.

Структура системы состоит из следующих компонентов:

- 1) вход;
- 2) процесс (операция);
- 3) выход;
- 4) обратная связь;
- 5) ограничения.

Схематично структура системы может быть представлена следующим образом (рис. 1.1).

«Вход» – это:

- 1) субстанция, которая поступает в систему и подвергается определенным преобразованиям (сырье, материалы, информация, энергия и т.д.);
- 2) внешняя окружающая среда или совокупность факторов и явлений, воздействующих на систему (природные условия, политическая обстановка и т.д.);
- 3) установленные способы функционирования элементов системы (инструкции, положения, приказы и т.п.).

Состояние «входов» называют импульсами.

«Процесс» переводит «вход» в «выход», и в то же время это внутренняя структура системы, т.е. ее каналы, по которым проходят сырье, материалы, информация и т.д. Для экономических систем в частности, процессом являются процессы воспроизводства материальных, трудовых и финансовых ресурсов.

«Выход» - это продукт или результат деятельности системы. Он связывает систему с внешней средой. Отсутствие выхода делает невозможным существование системы. Состояние выхода называется реакцией, причем реакции имеют зависимый характер, а импульсы характер независимый, т.е. реакция является функцией импульсов.

«Обратная связь» представляет собой канал связи между «входом» и «выходом» системы, функционирующей либо прямо, либо через другие элементы системы, например, через органы управления. Обратная связь передает данные о функционировании управляемой системы с ее выходом в управляющий орган, где она сравнивается с заданными данными. При этом несоответствие с желаемым и существующим «выходом» называют проблемой. За обнаружение проблемы следует прогнозирование ее развития и оценка актуальности решений.

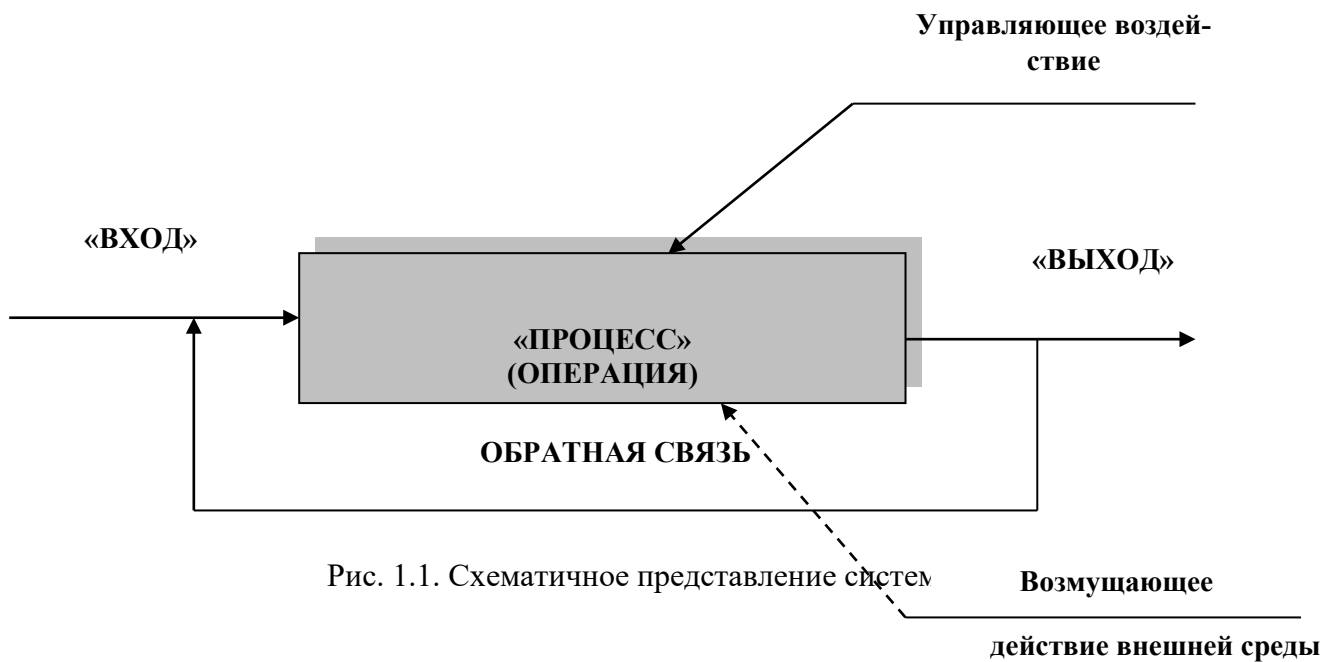


Рис. 1.1. Схематичное представление систем

Структура системы элементов, входящие в различные потоки «выхода» может быть представлена следующим образом:

«ВХОД» X:

$$X = \{T, \Phi, M, D, И, У \dots\}$$

«ПРОЦЕСС» Y:

$$Y = \{TЗ, ФЗ, П, ТУ..\}$$

«ВЫХОД» Z:

$$Z = \{B, N, И, Э, Т', Д', Ф'..\}$$

Множество показателей «входа» X включает:

T – трудовые ресурсы;

Φ – основные производственные фонды;

M – материальные ресурсы;

D – денежные средства (инвестиции, ассигнования, кредиты);

И – информация;

У – услуги, получаемые от других организаций и систем.

Множество показателей «процесса» Y включает:

TЗ – трудовые затраты;

ФЗ – фонд заработной платы;

П – производственная мощность;

ТУ – технический уровень производства.

Множество показателей «выхода» Z включает:

B – выпускаемая продукция;

N – объем работы в натуральном выражении;

И – информация, предоставляемая заказчикам, гос. Органам и т.д.;

Э – экономический эффект;

T' – поток выбывающих из системы работников

D' – поток выбывающих денежных средств;

Ф' – поток выбывающих основных фондов.

Множество показателей, определяющих «вход», «процесс» и «выход» любого производства, взаимосвязано. Эта связь может быть представлена в виде графа (рис. 1.2).

Граф – это математическое место точек, некоторые из которых соединены отрезками; одна из простейших математических моделей взаимодействующих систем. Применяется в электронике, экономике, кибернетике.

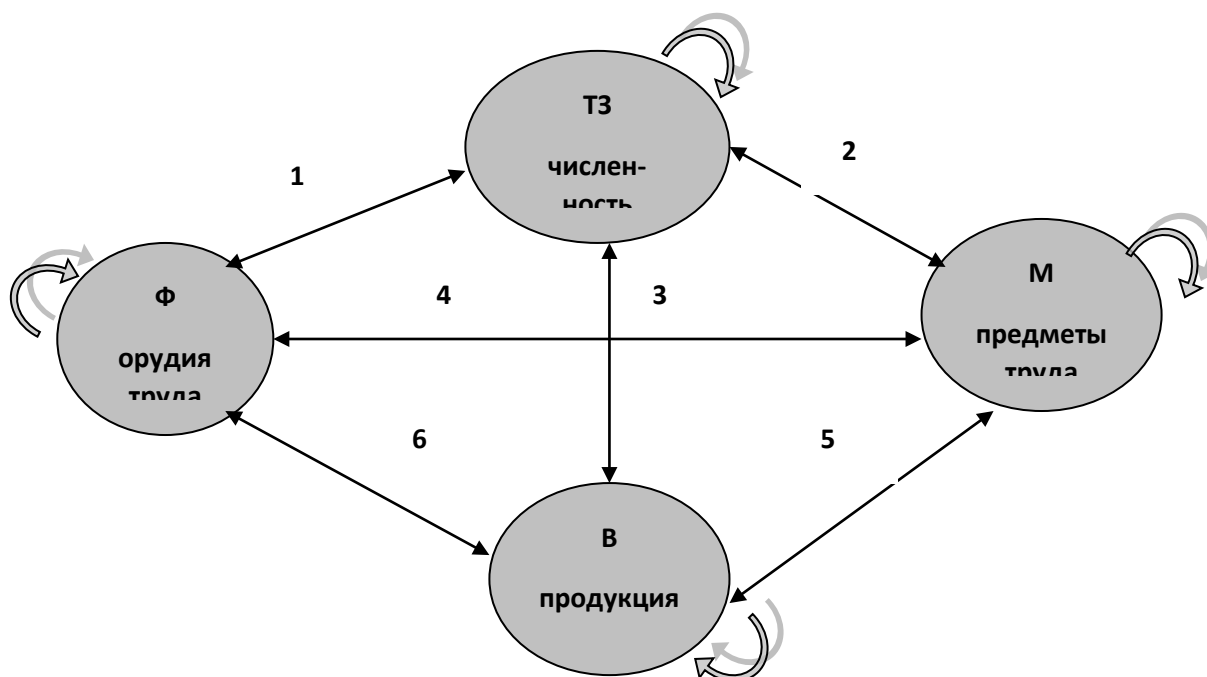


Рис. 1.2. Граф связей элементов

Из графа видно, что он охватывает четыре вершины: ТЗ, М, В, Ф; шесть ориентированных дуг, выражающих прямые и обратные им связи между элементами (вершинами) и четыре петли – дуги, начало и конец которых совпадает (ТЗ – ТЗ, Ф – Ф, В – В, М – М).

Как видно из рисунка, рабочий своим трудом воздействует на орудия труда (связь 1) и с их помощью (связь 4) превращает предметы труда в готовые продукты труда (связь 5). В некоторых случаях воздействие рабочей силы на продукты труда осуществляется с помощью связей 1- 6, например, перевозка готовой продукции на электрокаре; связи 2-5 – ручная обработка предметов труда.

Связи между элементами процесса труда (производства) могут быть выражены с помощью пропорций, показывающих их отношение друг к другу. Пользуясь принципом пропорциональности и соотнеся различные показатели «входа», «процесса» и «выхода» системы друг с другом, можно построить матричную модель (табл. 1.1).

Таблица содержит в тексте ряд известных и ряд новых показателей, которые можно назвать «показателями первого порядка». Строки – векторы представляют собой показатели трудоемкости, фондоемкости, материалоемкости, себестоимости и выработки продукции (работ, услуг). В свою очередь, каждый вектор – столбец представляет собой затраты рабочей силы (рабочего времени), основных производственных фондов, предметов труда, себестоимости, стоимости продукции на единицу каждого из перечисленных ресурсов.

Таблица 1.1

Матричная модель системы

	Шифр строк	Показатели «входа» X			Показатели «процесса» Y	Показатели «выхода» Z
		Численность, или трудовые затраты ТЗ	Орудия и средства труда Ф	Предметы труда М	Себестоимость (работ, услуг) С	Продукты труда В
Шифр	00	01	02	03	04	04

столбцов						
ТЗ	10	$T_{TЗ} = 1$	$T_{ЗФ} = TЗ/Ф$	$T_{ЗМ} = TЗ/М$	$T_{ЗС} = TЗ/С$	$T_{ЗВ} = TЗ/В$
Ф	20	$Ф_{ТЗ} = Ф/ТЗ$	$Ф_Ф = 1$	$Ф_М = Ф/М$	$Ф_С = Ф/С$	$Ф_В = Ф/В$
М	30	$М_{ТЗ} = М/ТЗ$	$М_Ф = М/Ф$	$М_М = 1$	$М_С = М/С$	$М_В = М/В$
С	40	$С_{ТЗ} = С/ТЗ$	$С_Ф = С/Ф$	$С_М = С/М$	$С_С = 1$	$С_В = С/В$
В	50	$В_{ТЗ} = В/ТЗ$	$В_Ф = В/Ф$	$В_М = В/М$	$В_С = В/С$	$В_В = 1$

Представленная матрица обладает следующими свойствами:

- 1) Каждому элементу, находящемуся выше главной диагонали, соответствует обратный ему элемент, находящийся на таком же расстоянии от главной диагонали и наоборот. Эта зависимость может быть выражена следующим образом: $A_{ij} = 1 / A_{ji}$ или $M_e = 1 / C_m$.
- 2) При повышении эффективности производства и при данном расположении показателей, все показатели, находящиеся выше главной диагонали, имеют тенденцию к снижению, а ниже главной диагонали – к повышению.
- 3) Каждый показатель подлежащего таблицы равен произведению любого показателя, помещенного в данной строке в тексте таблицы на находящийся в этом же векторе-столбце показатель сказуемого, например, $M = M_{ТЗ} \times TЗ = M_В \times В \dots$
- 4) Каждый показатель, находящийся в тексте матрицы, является частным от деления какого-либо показателя – подлежащего на показатель сказуемого. Например, $Ф_С = Ф/С$.
- 5) Каждый показатель в сказуемом таблицы равен частному от деления любого показателя, стоящего в подлежащем таблицы, на показатель, находящийся в тексте таблицы на пересечении данных вектор- строки и вектор – столбца. Например, $М = ТЗ/Т_{ЗМ} = Ф/Ф_М$ и т.д.

Перечисленные закономерности дают возможность при системном анализе применять метод замены одних показателей другими. Например, $В_{ТЗ} = В/ТЗ = В_Ф \times Ф_{ТЗ} = В_М \times М_{ТЗ} \dots$

Такой метод анализа и система моделей показателей позволяют комплексно характеризовать в одной таблице результаты работы анализируемой системы не одним показателем, а их совокупностью. С помощью матричной модели ТЭП производства можно оценить тип и формы расширенного воспроизводства.

Пример решения

Применим этот подход к оценке технико-экономических показателей гипотетического предприятия:

Таблица 1.2

Исходные данные					
Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	208	186	89,4
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	4747	4581	96,5
Материальные затраты	тыс. руб.	М	32831	25260	76,9
Товарная продукция	тыс. руб.	В	38750	31670	81,7
Себестоимость	тыс. руб.	С	38229	28999	75,9

Составляем матричную модель технико-экономических показателей для 2016 и 2017 года.

Матричная модель ТЭП для 2016 года:

Таблица 1.3

Матричная модель ТЭП, 2016 год

	Шиф	Показатели «входа» X	Показатели «процесса» Y	Показатели «выхода» Z
--	-----	----------------------	-------------------------	-----------------------

		Численность, или трудовые затраты ТЗ	Орудия и сред- ства труда Ф	Предметы тру- да М	Себестоимость продукции (ра- бот, услуг) С	Продукты труда В
Шифр столбцов	00	01	02	03	04	04
ТЗ	10	$T_{TЗ} = 1$	$T_{Ф} = 0,0380$	$T_{М} = 0,0101$	$T_{С} = 0,0092$	$T_{В} = 0,0089$
Ф	20	$Ф_{ТЗ} = 26,33$	$Ф_{Ф} = 1$	$Ф_{М} = 0,2668$	$Ф_{С} = 0,2422$	$Ф_{В} = 0,2331$
М	30	$М_{ТЗ} = 98,69$	$М_{Ф} = 3,7479$	$М_{М} = 1$	$М_{С} = 0,9077$	$М_{В} = 0,8736$
С	40	$С_{ТЗ} = 108,73$	$С_{Ф} = 4,1291$	$С_{М} = 1,1017$	$С_{С} = 1$	$С_{В} = 0,9625$
В	50	$В_{ТЗ} = 112,97$	$В_{Ф} = 4,2901$	$В_{М} = 1,1447$	$В_{С} = 1,0390$	$В_{В} = 1$

Аналогичную матрицу составляем для 2017 года:

Таблица 1.4

Матричная модель ТЭП, 2017 год

	Шифр строк	Показатели «входа» X			Показатели «процесса» Y	Показатели «выхода» Z
		Численность, или трудовые затраты ТЗ	Орудия и сред- ства труда Ф	Предметы тру- да М	Себестоимость продукции (ра- бот, услуг) С	Продукты труда В
Шифр столбцов	00	01	02	03	04	04
ТЗ	10	$T_{TЗ} = 1$	$T_{Ф} = 0,0406$	$T_{М} = 0,0074$	$T_{С} = 0,0064$	$T_{В} = 0,0059$
Ф	20	$Ф_{ТЗ} = 24,63$	$Ф_{Ф} = 1$	$Ф_{М} = 0,1814$	$Ф_{С} = 0,1580$	$Ф_{В} = 0,1446$
М	30	$М_{ТЗ} = 135,81$	$М_{Ф} = 5,5141$	$М_{М} = 1$	$М_{С} = 0,8711$	$М_{В} = 0,7976$
С	40	$С_{ТЗ} = 155,91$	$С_{Ф} = 6,3303$	$С_{М} = 1,1480$	$С_{С} = 1$	$С_{В} = 0,9157$
В	50	$В_{ТЗ} = 170,27$	$В_{Ф} = 6,9133$	$В_{М} = 1,2538$	$В_{С} = 1,0921$	$В_{В} = 1$

Рассчитаем матрицу основных показателей производства.

Таблица 1.5

Матрица технико-экономических показателей работы предприятия

	Численность (ТЗ)	Основные фонды (Ф)	Материалы (М)	Продукция (В)
Индекс	$I_{ТЗ} = 87,32$	$I_{Ф} = 81,67$	$I_{М} = 120,16$	$I_{В} = 131,61$
Численность (ТЗ)	<i>Трудоемкость</i>			
$I_{ТЗ} = 87,32$	100	106,92	72,67	66,35
Основные фонды (Ф)	<i>Фондоемкость</i>			
$I_{Ф} = 81,67$	93,53	100	67,97	62,05
Материалы (М)	<i>Материалоемкость</i>			
$I_{М} = 120,16$	137,60	147,12	100	91,30
Продукция (В)	<i>Выработка продукции</i>			
$I_{В} = 131,61$	150,72	161,15	109,53	100

Исходная вектор – строка индексов изменения показателей численности (ТЗ), основных фондов (Ф), материальных затрат (М) и выпуска продукции (В) имеет вид:

$$I_B > I_M > I_{TЗ} > I_F$$

или в цифровом выражении:

$$131,61 > 120,16 > 87,32 > 81,67$$

Остальные неравенства, составленные по столбцам, будут иметь следующий порядок элементов:

$$I_{BTЗ} > I_{MTЗ} > 100 > I_{FTЗ} \text{ или } 150,72 > 137,60 > 100 > 93,53$$

$$I_{BF} > I_{MF} > I_{TЗФ} > 100 \text{ или } 161,15 > 147,12 > 106,92 > 100$$

$$I_{BM} > 100 > I_{TЗМ} > I_{FM} \text{ или } 109,53 > 100 > 72,67 > 67,97$$

$$100 > I_{MB} > I_{TЗВ} > I_{FB} \text{ или } 100 > 91,30 > 66,35 > 62,05$$

Как видно из приведенных неравенств, индексы развития производства позволяют определить тип и формы расширенного воспроизводства.

Из того обстоятельства, что индекс роста основных производственных фондов ниже индекса роста численности основного производства, можно сделать вывод, что за рассматриваемый период существует экстенсивное производство. Индекс роста фондовооруженности ниже индекса роста производительности труда, а индекс $I_{FTЗ} < 1$, следовательно, на предприятии существует нефондоемкая форма экстенсивного производства. Она же является нематериалоёмкой, что видно из неравенства $I_{BTЗ} > I_{MTЗ}$.

Для повышения эффективности производства необходимо, чтобы показатели, находящиеся выше главной диагонали, имели тенденцию к снижению. Однако у анализируемого предприятия лишь два из шести рассматриваемых показателей имеют соответствующую тенденцию. Следовательно, руководству фирмы необходимо обратить внимание на более интенсивное использование показателей «входа».

Варианты индивидуальных заданий

ВАРИАНТ 1

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2016 г. в % к 2005 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	325	301	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	56735	55459	
Материальные затраты	тыс. руб.	М	34358	40974	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	58061	65809	
Себестоимость	тыс. руб.	С	55781	59619	

ВАРИАНТ 2

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	248	194	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	30132	44951	
Материальные затраты	тыс. руб.	М	37833	40186	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	77283	71626	
Себестоимость	тыс. руб.	С	66223	61886	

ВАРИАНТ 3

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	391	363	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	32715	31060	

Материальные затраты	тыс. руб.	М	33352	30109	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	64056	74847	
Себестоимость	тыс. руб.	С	53703	62123	

ВАРИАНТ 4

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	289	394	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	65642	67739	
Материальные затраты	тыс. руб.	М	36917	33161	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	79255	63746	
Себестоимость	тыс. руб.	С	50978	54380	

ВАРИАНТ 5

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	269	381	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	66253	65484	
Материальные затраты	тыс. руб.	М	48090	45281	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	76069	77086	
Себестоимость	тыс. руб.	С	52401	55601	

ВАРИАНТ 6

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	324	380	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	27139	21847	
Материальные затраты	тыс. руб.	М	34743	38155	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	67612	60018	
Себестоимость	тыс. руб.	С	50347	54944	

ВАРИАНТ 7

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	358	365	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	51932	59494	
Материальные затраты	тыс. руб.	М	20044	35719	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	58711	71342	
Себестоимость	тыс. руб.	С	47114	51300	

ВАРИАНТ 8

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	286	318	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	69220	66005	

Материальные затраты	тыс. руб.	М	37422	30329	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	72270	60766	
Себестоимость	тыс. руб.	С	51238	49425	

ВАРИАНТ 9

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	156	191	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	15860	14007	
Материальные затраты	тыс. руб.	М	44625	32216	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	64470	65399	
Себестоимость	тыс. руб.	С	59930	52739	

ВАРИАНТ 10

Показатели	ед. изм.	усл. обозн.	Годы		2017 г. в % к 2016 г.
			2016 г.	2017 г.	
Численность	чел.	Ч	374	327	
Основные фонды	тыс. руб.	Ф	63593	65695	
Материальные затраты	тыс. руб.	М	22175	20534	
Товарная продукция	тыс. руб.	В	65150	79248	
Себестоимость	тыс. руб.	С	32747	34575	

Задание

1. Составьте матрицу ОТЭП для 2016 года
2. Составьте матрицу ОТЭП для 2017 года
3. Составьте обобщенную матрицу ОТЭП
4. Определите тип и формы расширенного воспроизводства
5. Предложите мероприятия по повышению эффективности работы предприятия

Тема № 2. Линейное программирование в оптимальном планировании

Практическая работа № 2 Решение задач линейного программирования

Цель: сформировать навыки построения моделей линейного программирования

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- основы линейного программирования.

Студент будет уметь:

- осуществлять решение задач линейного программирования графическим методом;

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4

Актуальность темы: Значительное количество экономических, технических и других процессов достаточно хорошо и полно описывается линейными моделями.

Методические указания

Графический способ решения задач линейного программирования целесообразно использовать для:

✓ решения задач с двумя переменными, когда ограничения выражены неравенствами;

✓ решения задач со многими переменными при условии, что в их канонической записи содержится не более двух свободных переменных.

Запишем задачу линейного программирования с двумя переменными:

Целевая функция:

$$Z_{\max} = c_1x_1 + c_2x_2 \quad (2.1)$$

Ограничения:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leq b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases} \quad (2.3)$$

Каждое из неравенств системы ограничений геометрически определяет полуплоскость соответственно с граничными прямыми $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$. в том случае если система неравенств совместна, область ее решений есть множество точек, принадлежащих всем указанным полуплоскостям. Так как множество пересечений данных полуплоскостей – выпуклое, то областью допустимых решений является выпуклое множество, которое называется **многоугольником решений**. Стороны этого многоугольника лежат на прямых, уравнения которых получаются из исходной системы ограничений заменой знаков неравенств на знаки равенств.

Областью допустимых решений системы неравенств может быть:

- ✓ выпуклый многоугольник;
- ✓ выпуклая многоугольная неограниченная область;
- ✓ пустая область;
- ✓ луч;
- ✓ отрезок;
- ✓ единственная точка.

Целевая функция определяет на плоскости семейство параллельных прямых, каждой из которых соответствует определенное значение Z .

Вектор $C=(c_1, c_2)$ с координатами c_1 и c_2 , перпендикулярный к этим прямым, указывает направление наискорейшего возрастания Z , а противоположный вектор – направление убывания Z .

Если в одной и той же системе координат изобразить область допустимых решений системы неравенств и семейство параллельных прямых, то задача определения максимума функции Z сведется к нахождению в допустимой области точки, через которую проходит прямая из семейства $Z = const$, и которая соответствует наибольшему значению параметра Z .

Эта точка существует тогда, когда многоугольник решений не пуст и на нем целевая функция ограничена сверху. При указанных условиях в одной из вершин многоугольника решений функция принимает максимальное значение.

Для определения данной вершины построим линию уровня $Z = c_1x_1 + c_2x_2 = 0$, проходящую через начало координат и перпендикулярную вектору $C=(c_1, c_2)$, и будем передвигать ее в направлении вектора $C=(c_1, c_2)$ до тех пор, пока она не коснется последней (угловой) точки многоугольника решений. Координаты указанной точки и определяют оптимальный план данной задачи.

При геометрической интерпретации задачи в ходе ее решения могут встретиться случаи, изображенные на рис. 2.1 — 2.4.

Рис. 2.1 характеризует такой случай, когда целевая функция принимает максимальное значение в единственной точке A . Из рис. 2.2 видно, что максимальное значение целевая функция принимает в любой точке отрезка AB .

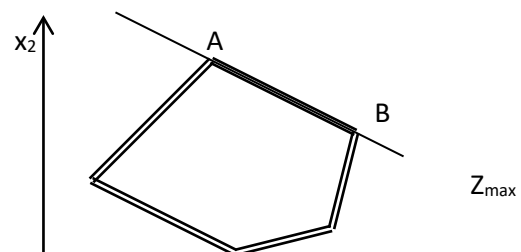
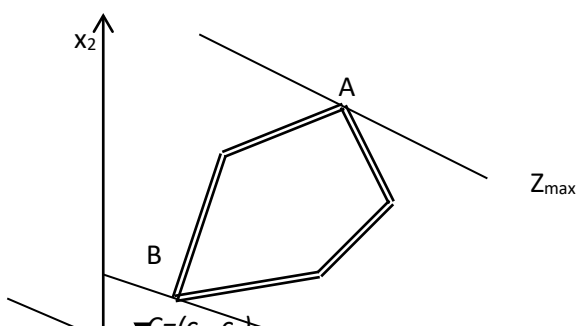


Рис. 3.1

Рис. 2.2

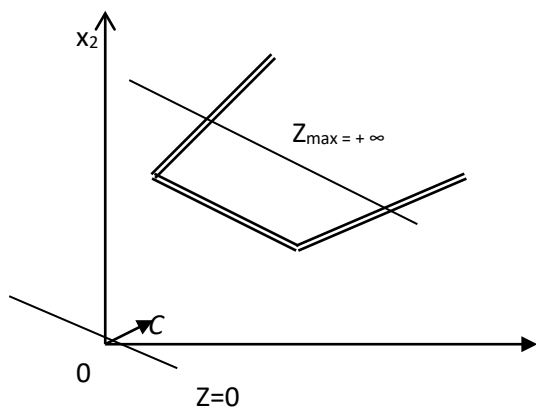


Рис. 2.3

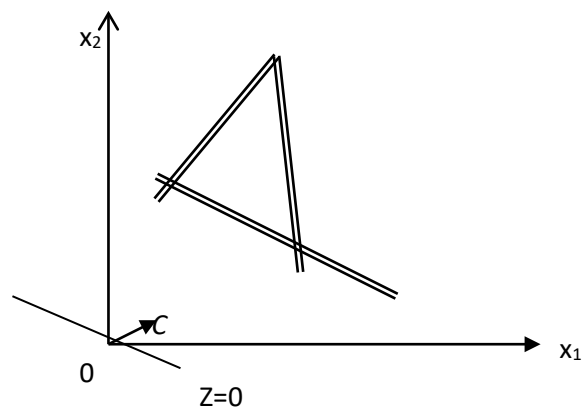
x₁

Рис. 2.4

На рис. 2.3 изображен случай, когда максимум недостижим, а на рис. 2.4 — случай, когда система ограничений задачи несовместна. Отметим, что нахождение минимального значения Z при данной системе ограничений отличается от нахождения ее максимального значения при тех же ограничениях лишь тем, что линия уровня Z передвигается не в направлении вектора $C = (c_1, c_2)$, а в противоположном направлении. Таким образом, отмеченные выше случаи, встречающиеся при нахождении максимального значения целевой функции, имеют место и при определении ее минимального значения.

Для практического решения задачи линейного программирования на основе ее геометрической интерпретации необходимо следующее:

1. Построить прямые, уравнения которых получаются в результате замены в ограничениях знаков неравенств на знаки равенств.
2. Найти полуплоскости, определяемые каждым из ограничений задачи.
3. Определить многоугольник решений
4. Построить вектор $C = (c_1, c_2)$
5. Построить прямую $Z = c_1x_1 + c_2x_2 = 0$, проходящую через начало координат и перпендикулярную вектору C .
6. Передвигать прямую $Z = c_1x_1 + c_2x_2 = 0$ в направлении вектора C , в результате чего находят точку (точки), в которой целевая функция принимает максимальное значение, либо устанавливают неограниченность функции сверху на множестве планов.
7. Определить координаты точки максимума функции и вычислить значение целевой функции в этой точке.

Пример решения

Решим исходную задачу геометрически:

$$F_{\max} = 34x_1 + 50x_2 \rightarrow \max,$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 432,$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 424,$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 532,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Построим в системе координат X_1OX_2 построим три прямых, соответствующих трем ограничениям исходной задачи:

$$2x_1 + 5x_2 \leq 432 \text{ – ограничение (1),}$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 424 \text{ – ограничение (2),}$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 582 \text{ – ограничение (3).}$$

Построим область допустимых значений:

$$2x_1 + 5x_2 \leq 432$$

x_1	0	216
x_2	86,4	0

$$3x_1 + 4x_2 \leq 424$$

x_1	0	141,33
x_2	106	0

$$5x_1 + 3x_2 \leq 582$$

x_1	0	116,4
x_2	194	0

Области допустимых значений для всех трех ограничений лежат ниже данных прямых, выше оси $O X_1$ и правее оси $O X_2$.

Вектор $\vec{N}$ направления наибольшего возрастания целевой функции $F_{\max}$ равен (34, 50). Линии уровня перпендикулярны вектору $\vec{N}$, одна из них приведена на рисунке. Перемещая линию уровня по направлению $\vec{N}$, находим наиболее удаленную от начала координат точку. Из графика видно, что эта точка X является пересечением прямых, соответствующих ограничениям. Ее координаты найдем, решив систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 432, \\ 3x_1 + 4x_2 = 424. \end{cases}$$

Решением данной системы является точка с координатами $X^* = (56, 64)$.

$$F_{\max} = 34x_1 + 50x_2 = 34 \cdot 56 + 50 \cdot 64 = 5104$$

Ответ: $F_{\max} = 5104$

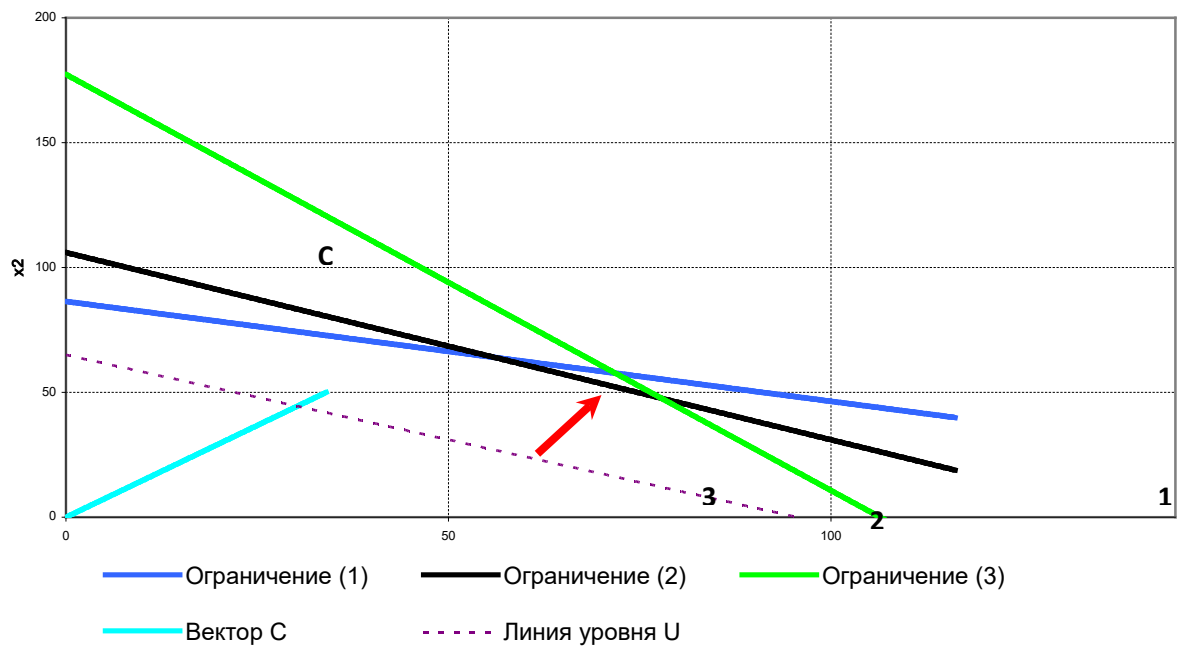


Рис.2.5. Графическое решение задачи линейного программирования
 3. Варианты индивидуальных заданий
 Найти оптимальное решение графическим методом.

ВАРИАНТ 1

$$Z=2x_1-2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq -12 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 \leq 6 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 2

$$Z = 3x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 3 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 \leq 1,5 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 3

$$Z=2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 4

$$Z=3x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq -3 \\ x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 \leq 1,5 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 5

$$\begin{cases} Z = x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ -2x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - x_2 \geq 2 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 6

$$Z = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 4 \\ -4x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$Z = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 8

$$Z = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 9

$$Z = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ 3x_1 - x_2 \geq -3 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

ВАРИАНТ 10

$$Z = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ -x_1 \leq 6 \end{cases}$$

Практическая работа № 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования

Цель: сформировать навыки построения моделей линейного программирования

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- основы линейного программирования.

Студент будет уметь:

- осуществлять решение задач линейного программирования симплексным методом;

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4

Актуальность темы: Значительное количество экономических, технических и других процессов достаточно хорошо и полно описывается линейными моделями.

Методические указания

Для начала работы требуется, чтобы заданная система ограничений выражалась равенствами, причем в этой системе ограничений должны быть выделены базисные неизвестные. Решение задачи при помощи симплекс-метода распадается на ряд шагов. На каждом шаге от данного базиса B переходят к другому, новому базису B' с таким расчетом, чтобы значение функции Z уменьшалось, т.е. $Z_{B'} \leq Z_B$. Для перехода к новому базису из старого базиса удаляется одна из переменных и вместо нее вводится другая из числа свободных. После конечного числа шагов находится некоторый базис $B^{(k)}$, для которого $Z_{B^{(k)}}$ есть искомый минимум для линейной функции Z , а соответствующее базисное решение является оптимальным либо выясняется, что задача не имеет решения.

Рассмотрим систему ограничений и линейную форму вида:

[illegible]

Используя метод Жордана-Гаусса, приведем записанную систему к виду, где выделены базисные переменные.

Введем условные обозначения:

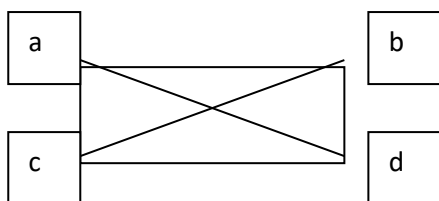
$x_1, x_2, \dots, x_r$ – базисные переменные;

величине разрешающего элемента.

7. Элементы строки табл.2.2, соответствующие элементам разрешающей строки табл. 1, получаются путем деления соответствующих элементов табл. 4.1 на разрешающий элемент.

8. Элементы столбца табл.2.2, соответствующие элементам разрешающего столбца табл.4.1, получаются, путем деления соответствующих элементов табл. 1 на разрешающий элемент и берутся с противоположным знаком.

9. Остальные элементы вычисляются по *правилу прямоугольника*: мысленно вычерчиваем прямоугольник в табл.2.1, одна вершина которого совпадает с разрешающим элементом, а другая — с элементом, образ которого мы ищем; остальные две вершины определяются однозначно. Тогда искомый элемент из табл.2.2 будет равен значению дроби, в числителе которой разности произведения искомого элемента и разрешающего элемента и произведения элементов из двух неиспользованных вершин прямоугольника, а в знаменателе – разрешающий элемент:



$$d' = (ad - bc) / a \quad (2.3)$$

10. Как только получится таблица, в которой в последней строке все элементы отрицательны, считается, что минимум найден. Минимальное значение функции равно свободному члену в строке целевой функции, а оптимальное решение определяется свободными членами при базисных переменных. Все свободные переменные в этом случае равны нулю.

11. Если в разрешающем столбце все элементы отрицательны, то задача не имеет решений (минимум не достигается).

Пример решения

Задачу линейного программирования имеет вид:

$$F_{\max} = 34x_1 + 50x_2 \rightarrow \max ,$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 432 ,$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 424 ,$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 532 ,$$

$$x_1, x_2 \geq 0 .$$

Приведем данную задачу к каноническому виду. Для этого преобразуем все ограничения из неравенств в равенства (путем введения дополнительных переменных) и заменим задачу максимизации на задачу минимизации. Имеем:

$$F_{\min} = 0 - (34x_1 + 50x_2) \rightarrow \min ,$$

$$x_3 = 432 - (2x_1 + 5x_2) ,$$

$$x_4 = 424 - (3x_1 + 4x_2) ,$$

$$x_5 = 532 - (5x_1 + 3x_2) ,$$

$$x_i \geq 0 \quad i = \overline{1,5} .$$

Составим 1-ю симплекс-таблицу

Таблица 2.3

Базисные переменные	Свободные переменные	Свободный член	x_1	x_2
------------------------	-------------------------	-------------------	-------	-------

x_3	432	2	5
x_4	424	3	4
x_5	532	5	3
F_{min}	0	34	50

Разыскиваем в последней строке наименьший положительный элемент, он равен 34. Первый столбец коэффициентов будет разрешающим. Определим отношение свободных членов к положительным элементам разрешающего столбца. Минимальное симплекс-отношение равно 532/5. Разрешающий элемент находится на пересечении строки базисной переменной x_5 и столбца свободной переменной x_1 .

Меняем местами переменные x_5 и x_1 и переходим к следующей симплекс-таблице, используя правило прямоугольника.

Таблица 2.4

Базисные переменные	Свободные переменные	Свободный член	x_5	x_2
x_3		1096/5	-2/5	19/5
x_4		524/5	-3/5	11/5
x_1		532/5	1/5	3/5
F_{min}		-18088/5	-34/5	148/5

Разыскиваем в последней строке наименьший положительный элемент, он равен 148/5. Второй столбец коэффициентов будет разрешающим. Определим отношение свободных членов к положительным элементам разрешающего столбца. Минимальное симплекс-отношение равно 524/11. Разрешающий элемент находится на пересечении строки базисной переменной x_4 и столбца свободной переменной x_2 .

Меняем местами переменные x_4 и x_2 и переходим к следующей симплекс-таблице, используя правило прямоугольника.

Таблица 2.5

Базисные переменные	Свободные переменные	Свободный член	x_5	x_4
x_3		420/11	7/11	-19/11
x_2		524/11	-3/11	5/11
x_1		856/11	4/11	-3/11
F_{min}		-55304/11	14/11	-148/11

Разыскиваем в последней строке наименьший положительный элемент, он равен 14/11. Второй столбец коэффициентов будет разрешающим. Определим отношение свободных членов к положительным элементам разрешающего столбца. Минимальное симплекс-отношение равно 60. Разрешающий элемент находится на пересечении строки базисной переменной x_3 и столбца свободной переменной x_5 .

Меняем местами переменные x_3 и x_5 и переходим к следующей симплекс-таблице, используя правило прямоугольника.

Таблица 2.6

Свободные переменные	Свободный член	x_3	x_4
Базисные переменные			
x_5	60	11/7	-19/7
x_2	64	3/7	-2/7
x_1	56	-4/7	5/7
F_{min}	-5104	-2	-10

В последней строке нет положительных элементов, следовательно, оптимальное решение найдено: $F_{max} = -F_{min} = 5104$; $X = (56; 64; 0; 0; 60)$.

Между прямой и двойственной задачами можно установить следующую взаимосвязь:

1. Если прямая задача на максимум, то двойственная к ней — на минимум, и наоборот.
2. Коэффициенты c_i целевой функции прямой задачи являются свободными членами ограничений двойственной задачи.
3. Свободные члены b_i ограничений прямой задачи являются коэффициентами целевой функции двойственной.
4. Матрицы ограничений прямой и двойственной задач являются транспонированными друг к другу.
5. Если прямая задача на максимум, то ее система ограничений представляется в виде неравенств типа $\leq$. Двойственная задача решается на минимум, и ее система ограничений имеет вид неравенств типа $\geq$.
6. Число ограничений прямой задачи равно числу переменных двойственной, а число ограничений двойственной — числу переменных прямой.
7. Все переменные в обеих задачах неотрицательны.

Пример решения

Запишем задачу линейного программирования для данной задачи:

$$F_{max} = 34x_1 + 50x_2 \rightarrow \max,$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 432,$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 424,$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 532,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Двойственная задача линейного программирования для исходной задачи имеет вид:

$$G_{min} = 432y_1 + 424y_2 + 532y_3 \rightarrow \min,$$

$$2y_1 + 3y_2 + 5y_3 \geq 34,$$

$$5y_1 + 4y_2 + 3y_3 \geq 50,$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0.$$

Согласно теоремам двойственности ее решением будет вектор (2, 10, 0). При этом

$$G_{min} = F_{max} = 5104.$$

Варианты индивидуальных заданий

Найти оптимальное решение симплексным методом. Составить двойственную задачу по отношению к данной.

ВАРИАНТ 1

$$Z = 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 1 \rightarrow \max$$

$$-2x_1 + 5x_3 \leq 0$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 1$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 16$$

$$x_j \geq 0$$

ВАРИАНТ 2

$$Z = 5x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 1 \rightarrow \max$$

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &\leq 1 \\x_1 + 3x_3 &\leq 8 \\-2x_1 + 3x_2 + x_3 &\leq 1 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

ВАРИАНТ 3

$$\begin{aligned}Z &= 4x_1 + x_2 - x_3 - 1 \rightarrow \max \\2x_1 - x_2 + x_3 &\leq 1 \\-3x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 2 \\2x_1 + x_3 &\leq 7 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

ВАРИАНТ 4

$$\begin{aligned}Z &= 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 11 \rightarrow \max \\x_1 + x_2 &\leq 10 \\2x_1 + x_2 + x_3 &\leq 18 \\3x_2 - 2x_3 &\leq 9 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

ВАРИАНТ 5

$$\begin{aligned}Z &= x_1 + x_2 + 2x_3 - 1 \rightarrow \max \\4x_1 + x_2 - x_3 &\leq 5 \\-2x_1 + 3x_2 + x_3 &\leq 3 \\2x_1 + 5x_2 - x_3 &\leq 5 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

ВАРИАНТ 6

$$\begin{aligned}Z &= 16x_1 + 14x_2 - 16x_3 - 1 \rightarrow \max \\2x_1 + x_3 &\leq 1 \\2x_1 + 3x_2 + 2x_3 &\leq 3 \\x_1 + 2x_3 &\leq 4 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

ВАРИАНТ 7

$$\begin{aligned}Z &= 3x_1 + 10x_2 + 3x_3 - 5 \rightarrow \max \\3x_1 + x_2 - 2x_3 &\leq 1 \\-2x_1 + x_2 + 3x_3 &\leq 3 \\x_1 + 2x_2 - x_3 &\leq 8 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

ВАРИАНТ 8

$$\begin{aligned}Z &= 2x_1 + x_2 - x_3 - 1 \rightarrow \max \\x_1 - 2x_2 + x_3 &\leq 4 \\x_1 + x_2 - 3x_3 &\leq 9 \\x_1 + 3x_2 + 2x_3 &\leq 10 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

ВАРИАНТ 9

$$\begin{aligned}Z &= -8x_1 + 10x_2 + 4x_3 - 1 \rightarrow \min \\6x_1 - 4x_2 - 3x_3 &\leq 9 \\-x_1 + x_2 + x_3 &\leq 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 - x_3 &\geq 3 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

ВАРИАНТ 10

$$\begin{aligned}Z &= 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3 \rightarrow \min \\3x_1 - x_2 + x_3 &\leq 0 \\5x_1 + x_3 &\geq 1 \\2x_1 + x_2 &\leq 2 \\x_j &\geq 0\end{aligned}$$

Тема № 3. Транспортная задача линейного программирования

Практическая работа № 4 Решение транспортной задачи

Цель: сформировать навыки построения моделей линейного программирования

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- основы линейного программирования.

Студент будет уметь:

- осуществлять решение транспортных задач.

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4

Актуальность темы: Значительное количество экономических, технических и других процессов достаточно хорошо и полно описывается линейными моделями.

Методические указания

Транспортная задача линейного программирования получила в настоящее время широкое распространение в теоретических обработках и практическом применении на транспорте и в промышленности. Особенно важное значение она имеет в деле рационализации постановок важнейших видов промышленной и сельскохозяйственной продукции, а также оптимального планирования грузопотоков и работы различных видов транспорта.

Кроме того, к задачам транспортного типа сводятся многие другие задачи линейного программирования - задачи о назначениях, сетевые, календарного планирования.

Транспортная задача является частным типом задачи линейного программирования и формулируется следующим образом. Имеется m пунктов отправления (или пунктов производства) $A_1, \dots, A_m$, в которых сосредоточены запасы однородных продуктов в количестве $a_1, \dots, a_m$ единиц. Имеется n пунктов назначения (или пунктов потребления) $B_1, \dots, B_n$, потребность которых в указанных продуктах составляет $b_1, \dots, b_n$ единиц. Известны также транспортные расходы c_{ij} , связанные с перевозкой единицы продукта из пункта A_i в пункт B_j , $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$. Предположим, что

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

т. е. общий объем производства равен общему объему потребления. Требуется составить такой план перевозок (откуда, куда и сколько единиц продукта везти), чтобы удовлетворить спрос всех пунктов потребления за счет реализации всего продукта, произведенного всеми пунктами производства, при минимальной общей стоимости всех перевозок. Приведенная формулировка транспортной задачи называется *замкнутой транспортной моделью*. Формализуем эту задачу.

Пусть x_{ij} - количество единиц продукта, поставляемого из пункта A_i в пункт B_j . Подлежащие минимизации суммарные затраты на перевозку продуктов из всех пунктов производства во все пункты потребления выражаются формулой:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

Суммарное количество продукта, направляемого из каждого пункта отправления во все пункты назначения, должно быть равно запасу продукта в данном пункте. Формально это означает, что

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, m \quad (2.2)$$

Суммарное количество груза, доставляемого в каждый пункт назначения из всех пунктов отправления, должно быть равно потребности. Это условие полного удовлетворения спроса:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

Объемы перевозок - неотрицательные числа, так как перевозки из пунктов потребления в пункты производства исключены:

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

Транспортная задача сводится, таким образом, к минимизации суммарных затрат при выполнении условий полного удовлетворения спроса и равенства вывозимого количества продукта запасам его в пунктах отправления.

Очевидно, общее наличие груза у поставщиков равно $\sum_{i=1}^m a_i$, а общая потребность в грузе в пунктах назначения равна единице. Если общая потребность в грузе в пунктах назначения равна запасу груза в пунктах отправления, т.е.

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j, \quad (2.5)$$

то модель такой транспортной задачи называется *закрытой*.

Как и при решении задачи линейного программирования, симплексным методом, определение оптимального плана транспортной задачи начинают с нахождения какого-нибудь ее опорного плана.

Число переменных X_{ij} в транспортной задаче с m пунктами отправления и n пунктами назначения равно nm , а число уравнений в системах (2.2) и (2.3) равно $(n+m)$. Так как предполагаем, что выполняется условие (2.5), то число линейно независимых уравнений равно $(n+m-1)$ отличных от нуля неизвестных.

Если в опорном плане число отличных от нуля компонентов равно в точности $(n+m-1)$, то план является *не выраженным*, а если меньше - то *выраженным*.

Суть *метода минимального элемента* заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел a_i и b_j . Затем из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Метод потенциалов является модификацией симплекс-метода решения задачи линейного программирования применительно к транспортной задаче. Он позволяет, отправляясь от некоторого допустимого решения, получить оптимальное решение за конечное число итераций.

Алгоритм начинается с выбора некоторого допустимого базисного плана (первоначальный план перевозок, составленный, например, методом северо-западного угла). Если данный план не вырожденный, то он содержит $m+n-1$ ненулевых базисных клеток, и по нему можно так определить потенциалы u_i и v_j , чтобы для каждой базисной клетки (т.е. для той, в которой $x_{i,j} > 0$) выполнялось условие:

$$v_j - u_i = c_{i,j}, \text{ если } x_{i,j} > 0, \quad (2.6)$$

Переменные u_i называют *потенциалами пунктов производства*, а v_j — *потенциалами пунктов потребления*.

Для этого составляется система для заполненных клеток плана перевозок: $v_j - u_i = c_{i,j}$; где $c_{i,j}$ - стоимость перевозки из пункта i в пункт j .

Поскольку система (5.6) содержит $(m+n-1)$ уравнение и $(m+n)$ неизвестных, то один из потенциалов можно задать произвольно (например, приравнять v_1 или u_1 к нулю).

После этого остальные неизвестные v_j и u_i - определяются однозначно.

Критерий оптимальности.

Для того, чтобы допустимый план транспортной задачи $x_{i,j}$ был оптимальным, необходимо и достаточно, чтобы нашлись такие потенциалы u_i , v_j , для которых

$$v_j - u_i = c_{ij}, \text{ если } x_{ij} > 0, \quad (2.7)$$

$$v_j - u_i \leq c_{ij}, \text{ если } x_{ij} = 0 \quad (2.8)$$

Для свободных клеток рассчитываются оценки по формуле:

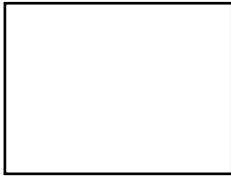
$$W_{ij} = c_{ij} - (v_j + u_i) \quad (2.9)$$

Если все $W_{ij} \geq 0$, то полученный план является оптимальным. Если есть хотя бы один отрицательный элемент, необходимо улучшение опорного плана. Для того, чтобы найти новый план перевозок необходимо составить цикл пересчета.

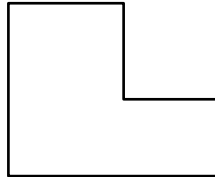
Циклом в транспортной задаче будем называть несколько занятых клеток, соединённых замкнутой, ломанной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 90° .

Существует несколько вариантов цикла:

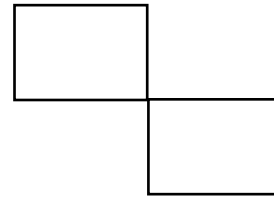
1)



2)



3)



Нетрудно убедиться, что каждый цикл имеет чётное число вершин и значит, чётное число звеньев (стрелок). Условимся отмечать знаком $+$ те вершины цикла, в которых перевозки необходимо увеличить, а знаком $-$, те вершины, в которых перевозки необходимо уменьшить. Цикл с отмеченными вершинами будем называть *означенным*.

Перенести какое-то количество единиц груза по означенному циклу, это значит увеличить перевозки, стоящие в положительных вершинах цикла, на это количество единиц, а перевозки, стоящие в отрицательных вершинах уменьшить на то же количество. Назовём *ценой цикла* увеличение стоимости перевозок при перемещении одной единицы груза по означенному циклу. Очевидно, цена цикла равна алгебраической сумме стоимостей, стоящих в вершинах цикла, причём стоящие в положительных вершинах берутся со знаком $+$, а в отрицательных со знаком $-$. Обозначим цену цикла через γ . При перемещении одной единицы груза по циклу стоимость перевозок увеличивается на величину γ . При перемещении по нему k единиц груза стоимость перевозок увеличится на $k\gamma$.

Метод последовательного улучшения плана перевозок и состоит в том, что в таблице отыскиваются циклы с отрицательной ценой, по ним перемещаются перевозки, и план улучшается до тех пор, пока циклов с отрицательной ценой уже не останется. При улучшении плана циклическими переносами, как правило, пользуются приёмом, заимствованным из симплекс-метода: при каждом шаге (цикле) заменяют одну свободную переменную на базисную, то есть заполняют одну свободную клетку и взамен того освобождают одну из базисных клеток. При этом общее число базисных клеток остаётся неизменным и равным $m + n - 1$. Этот метод удобен тем, что для него легче находить подходящие циклы.

Можно доказать, что для любой свободной клетки транспортной таблицы всегда существует цикл и притом единственный, одна из вершин которого лежит в этой свободной клетке, а все остальные в базисных клетках. Если цена такого цикла, с плюсом в свободной клетке, отрицательна, то план можно улучшить перемещением перевозок по данному циклу. Количество единиц груза k , которое можно переместить, определяется минимальным значением перевозок, стоящих в отрицательных вершинах цикла (если переместить большее число единиц груза, возникнут отрицательные перевозки).

Применённый выше метод отыскания оптимального решения транспортной задачи называется *распределённым*; он состоит в непосредственном отыскании свободных клеток с отрицательной ценой цикла и в перемещении перевозок по этому циклу.

Построение цикла будет происходить из клетки, имеющей наименьшее значение W_{ij} . Начиная с клетки построения, попеременно в вершинах цикла проставляются знаки «+» и «-». Составляется новая транспортная таблица, заполнение которой будет проходить согласно следующим правилам. Из клеток с «-» выбирается наименьший груз, который перемещается по циклу, согласно следующему правилу: к клеткам со знаком «+» указанный груз прибавляется; от груза, находящегося в клетках со знаком «-» отнимается; клетки, не вошедшие в цикл, остаются без изменений. Для вновь полученной транспортной таблицы снова находятся потенциалы, и вновь план проверяется на оптимальность.

Пример решения

Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	7	8	1	3	110
A_2	2	4	5	9	110
A_3	6	3	5	2	80
$\sum b_j$	50	90	90	70	

Решение

Составим опорный план по методу минимальной стоимости:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	7 -	<u>8</u> 20	1 90	<u>3</u> -	110
A_2	2 50	4 60	5 -	9 -	110
A_3	6 -	<u>3</u> 10	5 -	<u>2</u> 70	80
$\sum b_j$	50	90	90	70	300

$$Z = 20 \cdot 8 + 90 \cdot 1 + 50 \cdot 2 + 60 \cdot 4 + 10 \cdot 3 + 70 \cdot 2 = 760$$

Составим систему потенциалов для заполненных клеток таблицы:

$$u_1 + v_2 = 8$$

$$u_1 + v_3 = 1$$

$$u_2 + v_1 = 2$$

$$u_2 + v_2 = 4$$

$$u_3 + v_2 = 3$$

$$u_3 + v_4 = 2$$

Тогда:

$$u_1 = 0 \quad v_1 = 6$$

$$u_2 = -4 \quad v_2 = 8$$

$$u_3 = -5 \quad v_3 = 1$$

$$v_4 = 7$$

Рассчитаем оценки свободных клеток:

$$W_{11} = 7 - (0 + 6) = 1$$

$$W_{14} = 3 - (0 + 7) = -4 \rightarrow \min$$

$$W_{23} = 5 - (-4 + 1) = 8$$

$$W_{24} = 9 - (-4 + 7) = 6$$

$$W_{31} = 6 - (-5 + 6) = 5$$

$$W_{33} = 5 - (-5 + 1) = 9$$

Так как оценки свободных клеток содержат отрицательные значения, план не является оптимальным. Для его улучшения строим цикл, по которому перемещаем груз.

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	7 -	8 -	1 90	3 20	110
A_2	2 50	4 60	5 -	9 -	110
A_3	6 -	3 30	5 -	2 50	80
$\sum b_j$	50	90	90	70	300

Новый опорный план транспортной задачи проверяем на оптимальность:

$$u_1 + v_3 = 1$$

$$u_1 + v_4 = 3$$

$$u_2 + v_1 = 2$$

$$u_2 + v_2 = 4$$

$$u_3 + v_2 = 3$$

$$u_3 + v_4 = 2$$

Тогда:

$$u_1 = 0 \quad v_1 = 2$$

$$u_2 = 0 \quad v_2 = 4$$

$$u_3 = -1 \quad v_3 = 1$$

$$v_4 = 3$$

Рассчитаем оценки свободных клеток:

$$W_{11} = 7 - (0+2) = 5$$

$$W_{12} = 8 - (0+4) = 4$$

$$W_{23} = 5 - (0+1) = 4$$

$$W_{24} = 9 - (0+3) = 6$$

$$W_{31} = 6 - (-1+2) = 5$$

$$W_{33} = 5 - (-1+1) = 5$$

Так как все оценки свободных клеток положительны, найден оптимальный план.

Тогда минимальные транспортные затраты составят:

$$Z_{\min} = 90 \cdot 1 + 20 \cdot 3 + 50 \cdot 2 + 60 \cdot 4 + 30 \cdot 3 + 50 \cdot 2 = 680$$

Варианты индивидуальных заданий

ВАРИАНТ 1

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	2	4	5	7	9	300
A_2	1	6	3	5	4	400
A_3	6	3	2	1	10	900
$\sum b_j$	250	300	350	500	200	

ВАРИАНТ 2

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	7	4	15	9	14	120
A_2	11	2	7	3	10	150
A_3	4	5	12	8	17	100
$\sum b_j$	65	90	60	70	85	

ВАРИАНТ 3

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	2	4	5	7	9	300
A_2	1	6	3	5	4	400
A_3	6	3	2	1	10	900
$\sum b_j$	250	300	350	500	200	

ВАРИАНТ 4

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	2	10	15	14	4	150
A_2	3	7	12	5	8	170
A_3	21	18	6	13	16	260
$\sum b_j$	100	90	160	150	80	

ВАРИАНТ 5

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	14	8	17	5	3	120
A_2	21	10	7	11	6	180
A_3	3	5	8	4	9	230
$\sum b_j$	70	120	105	125	110	

ВАРИАНТ 6

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	12	9	7	11	6	175
A_2	4	3	12	2	8	165
A_3	5	17	9	4	11	180
$\sum b_j$	90	120	110	130	70	

ВАРИАНТ 7

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	3	8	7	11	15	260
A_2	14	3	1	8	6	400
A_3	9	5	16	7	12	240
$\sum b_j$	180	200	190	230	100	

ВАРИАНТ 8

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	2	4	11	5	3	250
A_2	8	17	13	7	6	300
A_3	14	10	5	8	9	270
$\sum b_j$	120	200	190	230	80	

ВАРИАНТ 9

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	21	18	14	3	6	370
A_2	7	11	10	5	12	450
A_3	4	8	12	8	13	430
$\sum b_j$	300	230	330	290	100	

ВАРИАНТ 10

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	$\sum a_i$
A_1	3	10	15	17	9	560
A_2	2	16	3	15	4	570
A_3	8	5	12	14	7	620
$\sum b_j$						

Тема 4. Оптимальное управление производством

Практическая работа №5. Нахождение оптимальной производственной программы предприятия

Цель: ознакомиться с особенностями построения оптимизационных моделей

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- содержание и характеристики оптимизационных моделей;

Студент будет уметь:

- строить оптимизационную модель производственной программы предприятия;

- находить оптимальное решение модели.

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4, ИД-3 ПК-6

Актуальность темы: Производственная программа – основной раздел перспективного и годового бизнес-плана развития предприятия, в котором определяются объем изготовления и выпуска продукции по номенклатуре, ассортименту и качеству в натуральном и стоимостном выражениях.

Методические указания

Производственная программа – основной раздел перспективного и годового бизнес-плана развития предприятия, в котором определяются объем изготовления и выпуска продукции по номенклатуре, ассортименту и качеству в натуральном и стоимостном выражениях. Производственная программа отражает основные направления и задачи развития предприятия в плановом периоде, производственно-хозяйственные связи с другими предприятиями, профиль и степень специализации и комбинирования производства. Основные разделы производственной программы для предприятий, занятых производством материального продукта:

- план по производству товарной (валовой) продукции;
- план выпуска продукции на экспорт;
- план по повышению качества продукции;
- план реализации продукции.

Формирование разделов производственной программы осуществляется с применением балансового метода, позволяющего приводить в соответствие объемы планируемых работ и потребности на них, а также осуществлять расчеты обеспеченности производственной программы производственными мощностями, материальными, топливно-энергетическими и трудовыми ресурсами.

Производственная программа предприятия составляется обычно на год с разбивкой по кварталам и месяцам.

Существует большое количество методов, применяемых для определения плана деятельности различных предприятий. К таким методам можно отнести: технико-экономическое обоснование плановых проектировок, программно-целевой, балансовый, метод многовариантных расчетов, экономико-математические методы.

Более перспективны для использования экономико-математические методы, позволяющие на основе математического моделирования создать модели, которые позволят оптимизировать производственную программу с интересующим в данный момент критерием оптимальности. Суть данного критерия состоит в том, чтобы с наибольшей выгодой использовать имеющиеся ресурсы. Причем особая сложность разработки производственной программы состоит в том, что она должна удовлетворять потребности не только покупателей, потребности рынка, но и соответствовать ресурсам предприятия, учитывать его объективные возможности, то есть возникает задача чисто оптимизационного характера. Для определения оптимальной производственной программы и мощности применяются методы линейного программирования с использованием ЭВМ.

Математическая модель производственной программы выглядит следующим образом:

$$x_j \geq N_{j\text{дог}} \quad (3.1)$$

$$x_j \leq N_{j\text{зак}} \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^m C_j x_j \geq R \quad (3.4)$$

$$f = \sum_{j=1}^m c_j x_j \rightarrow \max, \quad (3.5)$$

где x_j - объем производства j продукции;

$N_{j\text{дог}}$ - объем поставок по договорам;

$N_{j\text{зак}}$ - объем поставок по заявкам;

a_{ij} - норма расхода i -го ресурса на единицу j -ой продукции;

b_i - объем i -го ресурса, которым обладает предприятие;

C_j - цена единицы j -ой продукции;

R - объем реализации продукции на рынке;

c_j - критериальная оценка эффективности производства и реализации единицы j -ой продукции;

n - перечень ресурсов, используемых в производственном процессе;

m - ассортимент продукции.

Пример решения

В соответствии с планом вышестоящей организации промышленное предприятие должно выпускать 10 наименований продукции. От торговых организаций на предприятие поступили заявки на поставку различных изделий 12-ти наименований. После проведения государственной аттестации, первые 3 вида продукции были удостоены высшей категории качества. Обработка и изготовление продукции осуществляется с помощью оборудования 7 групп. В процессе производства заняты рабочие и служащие 15-ти различных профессий, специальностей и уровней квалификации. При этом используется 6 различных видов сырья и материалов на объем поставки которых установлены ограничения.

Требуется:

Составить оптимальную производственную программу, определить производственную мощность предприятия, плановый уровень ее использования.

Рассчитать плановую численность работающих по категориям и по предприятию в целом, если годовой фонд времени 1 работающего 2000 часов.

Определить плановый уровень производительности труда на предприятии. Установить потребность в различных видах сырья для выполнения производственной программы, объем реализации продукции, объем чистой продукции высшей категории качества, уровень затрат на 1 рубль товарной продукции. Определить прибыль от реализации продукции.

Решение.

1. Составим математическую модель оптимизации производственной программы предприятия.

1.1 Ограничения по заданию:

$$\begin{aligned} X_1 &\geq 9600 \\ X_2 &\geq 2400 \\ X_3 &\geq 13800 \\ X_4 &\geq 5900 \\ X_5 &\geq 8100 \\ X_6 &\geq 14200 \\ X_7 &\geq 8500 \\ X_8 &\geq 4300 \\ X_9 &\geq 12200 \\ X_{10} &\geq 14700 \end{aligned}$$

1.2 Ограничения по заявкам:

$$\begin{aligned} X_1 &\leq 14100 \\ X_2 &\leq 4300 \\ X_3 &\leq 16900 \\ X_4 &\leq 8500 \\ X_5 &\leq 11400 \\ X_6 &\leq 14800 \\ X_7 &\leq 12300 \\ X_8 &\leq 6500 \\ X_9 &\leq 14800 \\ X_{10} &\leq 18200 \\ X_{11} &\leq 6200 \\ X_{12} &\leq 13600 \end{aligned}$$

1.3 Ограничения по объему реализации:

$$285x_1 + 240x_2 + 163x_3 + 222x_4 + 240x_5 + 182x_6 + 244x_7 + 195x_8 + 295x_9 + 245x_{10} + 208x_{11} + 205x_{12} \geq 22500$$

1.4 Ограничения по удельному весу продукции высшей категории качества:

$$285x_1 + 240x_2 + 163x_3 - 0.26x \times (285x_1 + 240x_2 + 163x_3 + 222x_4 + 240x_5 + 182x_6 + 244x_7 + 195x_8 + 295x_9 + 245x_{10} + 208x_{11} + 205x_{12}) \geq 0$$

1.5 Ограничения по затратам на 1 рубль товарной продукции:

$$0,815 \times (285x_1 + 240x_2 + 163x_3 + 222x_4 + 240x_5 + 182x_6 + 244x_7 + 195x_8 + 295x_9 + 245x_{10} + 208x_{11} + 205x_{12}) - (230x_1 + 183x_2 + 136x_3 + 185x_4 + 183x_5 + 150x_6 + 194x_7 + 158x_8 + 240x_9 + 196x_{10} + 175x_{11} + 168x_{12}) \geq 0$$

1.6 Ограничения по оборудованию:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 13x_4 + 2x_5 + 10x_6 + 4x_7 + 5x_8 + 8x_9 + 3x_{10} + 4x_{11} + 5x_{12} &\leq 770000 \\ 8x_1 + 6x_2 + 12x_3 + 15x_4 + 11x_5 + 8x_6 + 4x_7 + 7x_8 + 9x_9 + 12x_{10} + 3x_{11} + 4x_{12} &\leq 1100000 \\ 9x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 8x_4 + 6x_5 + 10x_6 + 18x_7 + 14x_8 + 11x_9 + 15x_{10} + 8x_{11} + 12x_{12} &\leq 1360000 \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 9x_4 + 5x_5 + 12x_6 + 3x_7 + 4x_8 + 7x_9 + 9x_{10} + 3x_{11} + 11x_{12} &\leq 885000 \\ 13x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 9x_5 + 7x_6 + 15x_7 + 5x_8 + 6x_9 + 4x_{10} + 9x_{11} + 6x_{12} &\leq 870000 \\ 7x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 5x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 12x_8 + 7x_9 + 8x_{10} + 4x_{11} + 11x_{12} &\leq 920000 \\ 4x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 7x_4 + 13x_5 + 8x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 9x_9 + 13x_{10} + 5x_{11} + 8x_{12} &\leq 970000 \end{aligned}$$

1.7 Ограничения по рабочей силе по категории работающих:

$$6,4x_1 + 10x_2 + 8,7x_3 + 3,4x_4 + 5,6x_5 + 9x_6 + 8,3x_7 + 6,1x_8 + 4,8x_9 + 2,5x_{10} + 5,8x_{11} + 3,3x_{12} \leq 725000$$

$$\begin{aligned}
&5,1x_1+4x_2+3,4x_3+2,8x_4+7,3x_5+5,6x_6+11x_7+14x_8+6,5x_9+9,3x_{10}+8,2x_{11}+1,4x_{12}\leq 780000 \\
&6x_1+10x_2+11x_3+8x_4+3x_5+4x_6+6x_7+9x_8+7x_9+5x_{10}+3x_{11}+5x_{12}\leq 735000 \\
&6,1x_1+8x_2+9x_3+5,6x_4+3,4x_5+8,7x_6+9,5x_7+6,4x_8+3,3x_9+5,8x_{10}+2,5x_{11}+4,8x_{12}\leq 755000 \\
&6,5x_1+6x_2+4,7x_3+7,4x_4+9,6x_5+6,9x_6+12x_7+5,3x_8+7,4x_9+4,7x_{10}+7,3x_{11}+3,7x_{12}\leq 770000 \\
&4,8x_1+8x_2+9,7x_3+4,1x_4+11x_5+6,3x_6+7,4x_7+4,7x_8+8,2x_9+2,8x_{10}+3,6x_{11}+8,4x_{12}\leq 760000 \\
&9,6x_1+12x_2+7,5x_3+5,7x_4+4,9x_5+4,7x_6+2,6x_7+6,2x_8+4,8x_9+8,4x_{10}+2,4x_{11}+4,2x_{12}\leq 730000 \\
&12x_1+4x_2+6,3x_3+4,7x_4+7,4x_5+5,9x_6+9,5x_7+3,7x_8+6,1x_9+7,3x_{10}+5,1x_{11}+11,5x_{12}\leq 820000 \\
&3,5x_1+14x_2+2,7x_3+7,2x_4+9,3x_5+3,9x_6+4,6x_7+6,4x_8+7,5x_9+5,7x_{10}+8,6x_{11}+6,8x_{12}\leq 600000 \\
&2,8x_1+8x_2+7,3x_3+3,7x_4+4,5x_5+5,4x_6+7,8x_7+8,7x_8+6,9x_9+9,6x_{10}+5,6x_{11}+6,5x_{12}\leq 758000 \\
&3,6x_1+6x_2+4,9x_3+9,1x_4+8,3x_5+3,8x_6+2,4x_7+4,2x_8+7,3x_9+3,7x_{10}+2,4x_{11}+2,8x_{12}\leq 585000 \\
&6x_1+7x_2+3x_3+7x_4+5x_5+4x_6+8x_7+6x_8+2x_9+3x_{10}+4x_{11}+5x_{12}\leq 500000 \\
&3,8x_1+5x_2+6,4x_3+5,7x_4+7,5x_5+4,9x_6+9,3x_7+7,6x_8+3,8x_9+12x_{10}+2,5x_{11}+8,3x_{12}\leq 785000 \\
&2,5x_1+5x_2+6,7x_3+7,6x_4+3,9x_5+9,3x_6+4,8x_7+8,4x_8+3,5x_9+5,3x_{10}+4,7x_{11}+7,4x_{12}\leq 660000 \\
&3,8x_1+8x_2+9,1x_3+4,9x_4+6,9x_5+3,6x_6+4,2x_7+2,4x_8+7,3x_9+3,7x_{10}+3,7x_{11}+7,3x_{12}\leq 835000
\end{aligned}$$

1.8 Ограничения по сырью:

$$\begin{aligned}
&4,6x_1+11x_2+8,6x_3+6,8x_4+24x_5+15x_6+4,8x_7+6,1x_8+13x_9+8,5x_{10}+8,6x_{11}+3,2x_{12}\leq 1235000 \\
&4,3x_1+3x_2+5,2x_3+3,7x_4+7,3x_5+2,9x_6+9,2x_7+3,8x_8+6,4x_9+3,5x_{10}+6,2x_{11}+3,4x_{12}\leq 555000 \\
&7,8x_1+9x_2+2,9x_3+9,2x_4+8,4x_5+15x_6+3,2x_7+12x_8+7,9x_9+9,7x_{10}+4,5x_{11}+5,4x_{12}\leq 975000 \\
&9,7x_1+8x_2+6,8x_3+8,6x_4+3,5x_5+5,3x_6+7,6x_7+6,7x_8+9,3x_9+3,9x_{10}+8,2x_{11}+4,6x_{12}\leq 750000 \\
&4,9x_1+6x_2+2,8x_3+8,2x_4+3,7x_5+7,3x_6+4,5x_7+5,4x_8+2,9x_9+9,2x_{10}+7,3x_{11}+3,7x_{12}\leq 635000 \\
&9,3x_1+9x_2+7,3x_3+3,7x_4+2,5x_5+5,2x_6+6,9x_7+9,6x_8+8,5x_9+5,8x_{10}+8,4x_{11}+4,8x_{12}\leq 700000
\end{aligned}$$

1.9 Целевая функция:

$$Z = 55x_1+57x_2+27x_3+37x_4+57x_5+32x_6+50x_7+37x_8+55x_9+49x_{10}+33x_{11}+37x_{12} \rightarrow \max$$

2. В ходе реализации программы на ЭВМ получим следующие данные, представленные в сводных таблицах:

Таблица 3.1

Показатели	Значение
1. Программа производства (т в год)	
1 вида продукции	12893,0
2 вида продукции	2400
3 вида продукции	13800
4 вида продукции	6324,9
5 вида продукции	11400
6 вида продукции	14200
7 вида продукции	11807,6
8 вида продукции	4300
9 вида продукции	12200
10 вида продукции	18200
11 вида продукции	0
12 вида продукции	0
2. Объем производства (тыс. руб.)	25002004,4
3. Затраты на рубль товарной продукции	0,86
4. Общая потребность рабочих	4983
5. Выработка 1 рабочего	5017,5
6. Прибыль предприятия	4869019,7
7. Удельный вес продукции высшей категории качества	0,26

Таблица 3.2

Производственные ресурсы	Наличие	Потребность	Избыток
1. По рабочей силе:			
1	725000	668013,4	56986,6
2	780000	741368,1	38631,9
3	735000	680703,2	54296,8
4	755000	705279,4	49720,6
5	770000	757590,6	12409,4
6	760000	714325,1	45674,9
7	730000	683524,9	46475,1
8	820000	784485,9	35514,1
9	600000	600000	0
10	758000	695832,4	62167,8
11	585000	537369,8	47630,2
12	500000	492893,6	7106,4
13	785000	747696,4	37303,6
14	660000	593238,5	66761,5
15	835000	564017,6	270982,4
2. По оборудованию:			
1	770000	606233,3	163766,7
2	1100000	1022548,3	77451,7
3	1360000	1135573,9	224426,1
4	885000	741519,1	143480,9
5	870000	833773,3	36226,7
6	920000	774306,3	145693,7
7	970000	925084,6	44915,4
3. По сырью:			
1	1235000	1130203,9	104796,1
2	555000	548952,4	6047,6
3	975000	891439,2	83560,8
4	750000	710644,6	39355,4
5	635000	593094,4	41905,6
6	700000	700000	0

В таблице 3.1 представлена сводная таблица всей технико –экономической информации. Таблица 3.2 содержит информацию о необходимом количестве производственных ресурсов для выполнения оптимальной производственной программы. В этой таблице указано наличие данного ресурса, необходимое количество ресурса и избыток ресурса.

Полученные значения при написании вывода должны сравниваться с нормативными цифрами индивидуальных вариантов.

Варианты индивидуальных заданий

ВАРИАНТ 1

Таблица - Ограничения по ресурсам и нормы затрат ресурсов

Наименование ресурсов	Вид продукции												Величина ресурса
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
По рабочей силе													
1 категория	6,4	9,5	8,7	3,4	5,6	9	8,3	6,1	4,8	2,5	5,8	3,3	725000
2 категория	5,1	3,5	3,4	2,8	7,3	5,6	11,4	13,5	6,5	9,3	8,2	1,4	780000
3 категория	6	10,3	11	8	3	4	6	9	7	5	3	5	735000
4 категория	6,1	8,3	9	5,6	3,4	8,7	9,5	6,4	3,3	5,8	2,5	4,8	755000
5 категория	6,5	5,6	4,7	7,4	9,6	6,9	11,6	5,3	7,4	4,7	7,3	3,7	770000
6 категория	4,8	7,9	9,7	4,1	11,4	6,3	7,4	4,7	8,2	2,8	3,6	8,4	760000
7 категория	9,6	12,3	7,5	5,7	4,9	4,7	2,6	6,2	4,8	8,4	2,4	4,2	730000
8 категория	12,2	3,6	6,3	4,7	7,4	5,9	9,5	3,7	6,1	7,3	5,1	11,5	820000
9 категория	3,5	14,3	2,7	7,2	9,3	3,9	4,6	6,4	7,5	5,7	8,6	6,8	600000
10 категория	2,8	8,2	7,3	3,7	4,5	5,4	7,8	8,7	6,9	9,6	5,6	6,5	758000
11 категория	3,6	6,3	4,9	9,1	8,3	3,8	2,4	4,2	7,3	3,7	2,4	2,8	585000
12 категория	6	7	3	7	5	4	8	6	2	3	4	5	500000
13 категория	3,8	4,6	6,4	5,7	7,5	4,9	9,3	7,6	3,8	11,5	2,5	8,3	785000
14 категория	2,5	5,2	6,7	7,6	3,9	9,3	4,8	8,4	3,5	5,3	4,7	7,4	660000
15 категория	3,8	8,3	9,1	4,9	6,3	3,6	4,2	2,4	7,3	3,7	3,7	7,3	835000
по группам оборудования:													
1 группа	3	7	6	13	2	10	4	5	8	3	4	5	770000
2 группа	8	6	12	15	11	8	4	7	9	12	3	4	1100000
3 группа	9	4	5	8	6	10	18	14	11	15	8	12	1360000
4 группа	4	3	7	9	5	12	3	4	7	9	3	11	885000
5 группа	13	11	4	6	9	7	15	5	6	4	9	6	870000
6 группа	7	9	8	5	8	7	4	12	7	8	4	11	920000
7 группа	4	5	9	7	13	8	5	6	9	13	5	8	970000
по сырью:													
1 вида	4,6	11,4	8,6	6,8	24,2	15,2	4,8	6,1	13,2	8,5	8,6	3,2	1235000
2 вида	4,3	2,5	5,2	3,7	7,3	2,9	9,2	3,8	6,4	3,5	6,2	3,4	555000
3 вида	7,8	8,7	2,9	9,2	8,4	14,8	3,2	12,3	7,9	9,7	1,5	5,4	975000
4 вида	9,7	7,9	6,8	8,6	3,5	5,3	7,6	6,7	9,3	3,9	8,2	4,6	750000
5 вида	4,9	6,4	2,8	8,2	3,7	7,3	4,5	5,4	2,9	9,2	7,3	3,7	635000
6 вида	9,3	8,5	7,3	3,7	2,5	5,2	6,9	9,6	8,5	5,8	8,4	4,8	700000

ВАРИАНТ 2

Таблица - Ограничения по ресурсам и нормы затрат ресурсов

Наименование ресурсов	Вид продукции												Величина ресурса
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
По рабочей силе													
1 категория	9,5	8,7	3,4	5,6	9	8,3	6,1	4,8	2,5	5,8	3,3	6,4	745000
2 категория	3,5	3,4	2,8	7,3	5,6	11,4	13,5	6,5	9,3	8,2	1,4	5,1	735000
3 категория	10,3	11	8	3	4	6	9	7	5	3	5	6	855000
4 категория	8,3	9	5,6	3,4	8,7	9,5	6,4	3,3	5,8	2,5	4,8	6,1	795000
5 категория	5,6	4,7	7,4	9,6	6,9	11,6	5,3	7,4	4,7	7,3	3,7	6,5	770000
6 категория	7,9	9,7	4,1	11,4	6,3	7,4	4,7	8,2	2,8	3,6	8,4	4,8	775000
7 категория	12,3	7,5	5,7	4,9	4,7	2,6	6,2	4,8	8,4	2,4	4,2	9,6	740000
8 категория	3,6	6,3	4,7	7,4	5,9	9,5	3,7	6,1	7,3	5,1	11,5	12,2	655000
9 категория	14,3	2,7	7,2	9,3	3,9	4,6	6,4	7,5	5,7	8,6	6,8	3,5	795000
10 категория	8,2	7,3	3,7	4,5	5,4	7,8	8,7	6,9	9,6	5,6	6,5	2,8	800000
11 категория	6,3	4,9	9,1	8,3	3,8	2,4	4,2	7,3	3,7	2,4	2,8	3,6	605000
12 категория	7	3	7	5	4	8	6	2	3	4	5	6	530000
13 категория	4,6	6,4	5,7	7,5	4,9	9,3	7,6	3,8	11,5	2,5	8,3	3,8	700000
14 категория	5,2	6,7	7,6	3,9	9,3	4,8	8,4	3,5	5,3	4,7	7,4	2,5	725000
15 категория	8,3	9,1	4,9	6,3	3,6	4,2	2,4	7,3	3,7	3,7	7,3	3,8	710000
по группам оборудования:													
1 группа	7	6	13	2	10	4	5	8	3	4	5	3	910000
2 группа	6	12	15	11	8	4	7	9	12	3	4	8	1050000
3 группа	4	5	8	6	10	18	14	11	15	8	12	9	1200000
4 группа	3	7	9	5	12	3	4	7	9	3	11	4	710000
5 группа	11	4	6	9	7	15	5	6	4	9	6	13	950000
6 группа	9	8	5	8	7	4	12	7	8	4	11	7	955000
7 группа	5	9	7	13	8	5	6	9	13	5	6	4	925000
по сырью:													
1 вида	11,4	8,6	6,8	24,2	15,2	4,8	6,1	13,2	8,5	8,6	3,2	4,6	1190000
2 вида	2,5	5,2	3,7	7,3	2,9	9,2	3,8	6,4	3,5	6,2	3,4	4,3	555000
3 вида	8,7	2,9	9,2	8,4	14,8	3,2	12,3	7,9	9,7	4,5	5,4	7,8	900000
4 вида	7,9	6,8	8,6	3,5	5,3	7,6	6,7	9,3	3,9	8,2	4,6	9,7	832000
5 вида	6,4	2,8	8,2	3,7	7,3	4,5	5,4	2,9	9,2	7,3	3,7	4,9	670000
6 вида	8,5	7,3	3,7	2,5	5,2	6,9	9,6	8,5	5,8	8,4	4,8	9,3	805000

ВАРИАНТ 3

Таблица - Ограничения по ресурсам и нормы затрат ресурсов

Наименование ресурсов	Вид продукции												Величина ресурса
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
По рабочей силе													
1 категория	3,4	5,6	9	8,3	6,1	4,8	2,5	5,8	3,3	6,4	9,5	8,7	620000
2 категория	2,8	7,3	5,6	11,4	13,5	6,5	9,3	8,2	1,4	5,1	3,5	3,4	820000
3 категория	8	3	4	6	9	7	5	3	5	6	10,3	11	650000
4 категория	5,6	3,4	8,7	9,5	6,4	3,3	5,8	2,5	4,8	6,1	8,3	9	590000
5 категория	7,4	9,6	6,9	11,6	5,3	7,4	4,7	7,3	3,7	6,5	5,6	4,7	790000
6 категория	4,1	11,4	6,3	7,4	4,7	8,2	2,8	3,6	8,4	4,8	7,9	9,7	765000
7 категория	5,7	4,9	4,7	2,6	6,2	4,8	8,4	2,4	4,2	9,6	12,3	7,5	580000
8 категория	4,7	7,4	5,9	9,5	3,7	6,1	7,3	5,1	11,5	12,2	3,6	6,3	840000
9 категория	7,2	9,3	3,9	4,6	6,4	7,5	5,7	8,6	6,8	3,5	4,3	2,7	760000
10 категория	3,7	4,5	5,4	7,8	8,7	6,9	9,6	5,6	6,5	2,8	8,2	7,3	705000
11 категория	9,1	8,3	3,8	2,4	4,2	7,3	3,7	2,4	2,8	3,6	6,3	4,9	550000
12 категория	7	5	4	8	6	2	3	4	5	6	7	3	570000
13 категория	5,7	7,5	4,9	9,3	7,6	3,8	11,5	2,5	8,3	3,8	4,6	6,4	740000
14 категория	7,6	3,9	9,3	47,8	8,4	3,5	5,3	4,7	7,4	2,5	5,2	6,7	625000
15 категория	4,9	6,3	3,6	4,2	2,4	7,3	3,7	3,7	7,3	3,8	8,3	9,1	565000
по группам оборудования:													
1 группа	13	2	10	4	5	8	3	4	5	3	7	6	660000
2 группа	15	11	8	4	7	9	12	3	4	8	6	12	865000
3 группа	8	6	10	18	14	11	15	8	12	9	4	5	1430000
4 группа	9	5	12	3	4	7	9	3	11	4	3	7	710000
5 группа	6	9	7	15	5	6	4	9	6	13	11	4	1015000
6 группа	5	8	7	4	12	7	8	4	11	7	9	8	1005000
7 группа	7	13	8	5	6	9	13	5	8	4	5	9	980000
по сырью:													
1 вида	6,8	24,2	15,2	4,8	6,1	13,2	8,5	8,6	3,2	4,6	11,4	8,6	1100000
2 вида	3,7	7,3	2,9	9,2	3,8	6,4	3,5	6,2	3,4	4,3	2,5	5,2	625000
3 вида	9,2	8,4	4,8	3,2	12,3	7,9	9,7	4,5	5,4	7,8	8,7	2,9	905000
4 вида	8,6	3,5	5,3	7,6	6,7	9,3	3,9	8,2	4,6	9,7	7,9	6,8	775000
5 вида	8,2	3,7	7,3	4,5	5,4	2,9	9,2	7,3	3,7	4,9	6,4	2,8	570000
6 вида	3,7	2,5	5,2	6,9	9,6	8,5	5,8	8,4	4,8	9,3	8,5	7,3	755000

Таблица – Исходные данные к варианту 1

Наименование показателя	Вид продукции											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Объем продукции по заключенным договорам, шт.	9600	2400	13800	5900	8100	14200	8500	4300	12200	14700	-	-
Объем продукции по заявкам торгующих организаций, шт.	14100	4300	16900	8500	11400	14800	12300	6500	14800	18200	6200	13600
Оптовая цена единицы продукции, руб.	285	240	163	222	240	182	244	195	295	245	208	205
Себестоимость единицы продукции, руб.	230	183	136	185	183	150	194	158	240	196	175	168

Максимальный объем реализации (спрос) – 22500 тыс. руб. , Удельный вес продукции высшей категории качества – 26%

Затраты на рубль товарной продукции – 0,815 руб.

Таблица – Исходные данные к варианту 2

Наименование показателя	Вид продукции											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Объем продукции по заключенным договорам, шт.	12200	14700	9600	2400	13800	5900	8100	14200	8500	4300	-	-
Объем продукции по заявкам торгующих организаций, шт.	14800	18200	14100	4300	16900	8500	11400	14800	12300	6500	13600	9800
Оптовая цена единицы продукции, руб.	240	182	244	195	285	240	163	222	180	200	274	198
Себестоимость единицы продукции, руб.	183	150	194	158	230	183	136	185	150	165	224	162

Максимальный объем реализации (спрос) – 23550 тыс. руб., Удельный вес продукции высшей категории качества – 35%

Затраты на рубль товарной продукции – 0,815 руб.

Таблица – Исходные данные к варианту 3

Наименование показателя	Вид продукции											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Объем продукции по заключенным договорам, шт.	5900	13800	2400	9600	14700	12200	4300	8500	14200	8100	-	-
Объем продукции по заявкам торгующих организаций, шт.	8500	16900	4300	14100	18200	14800	6500	12300	14800	11400	11500	7300
Оптовая цена единицы продукции, руб.	182	200	209	255	180	175	230	205	260	182	219	236
Себестоимость единицы продукции, руб.	143	165	173	215	150	143	185	168	196	150	183	193

Максимальный объем реализации (спрос) – 20400 тыс. руб., Удельный вес продукции высшей категории качества – 22%

Затраты на рубль товарной продукции – 0,82 руб.

Тема 5. Производственные функции
Практическая работа №6. Определение значений технико-экономических показателей на основе производственной функции Кобба-Дугласа

Цель: ознакомиться с основными методами построения производственных функций

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- понятие производственной функции;
- особенности построения производственных функций.

Студент будет уметь:

- определять потребность в основных видах ресурсов на основе производственной функции;
- анализировать полученные результаты.

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4

Актуальность темы: Производственная функция является одним из способов прогнозирования развития экономики.

Методические указания

В общем случае *производственными функциями* называют математические зависимости между используемыми в производстве материальными, трудовыми, финансовыми ресурсами и конечными продуктами. Очевидно, что первые два вида ресурсов могут выражаться через последние. Среди материальных ресурсов выделяют два типа: предметы труда (сырьё) и основные фонды (здания, оборудование). Ресурсы первого типа в течение определённого периода времени расходуются полностью, ресурсы второго типа - частично.

Производственная функция является одним из способов прогнозирования развития экономики. С помощью производственной функции возможно не только выявление резервов экономического роста, но и более глубокое изучение предприятия, отрасли, экономики страны с точки зрения влияния отдельных факторов, как на темпы роста, так и на цепочку внутренних факторов, возможности взаимозаменяемости факторов.

В общем виде производственная функция описывается уравнением

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (7.1)$$

где y – результативный показатель;

$x_1, x_2, \dots, x_n$ - показательные факторы.

Отражая в сжатой форме один из главных экономических процессов — процесс производства продукции, производственные функции служат инструментом, позволяющим проводить разнообразные аналитические расчеты, определять эффективность использования ресурсов и целесообразность их дополнительного вовлечения в производство, планировать выпуск продукции и контролировать реальность планов. Важную роль играют производственные функции и в качественном исследовании экономических систем, являясь неотъемлемой частью большинства комплексных моделей экономической динамики.

Частный случай связи продукции и факторов был впервые эмпирически выведен Чарльзом Коббом и Полем Дугласом в 1927г.:

$$P = aK^b L^{(b-1)} \quad (7.2)$$

Динамика индексных показателей роста промышленности США определялись в зависимости: $P = 1.01K^{0.25}L^{0.75}$, где P - выпуск производственной продукции, K, L - объемы приложенного труда и капитала, a - размерность, зависящая от выбранной единицы затрат и выпуска.

В общем виде производственную функцию Кобба-Дугласа представляют в виде:

$$Y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \quad (7.3)$$

где a_0, a_1, a_2 - параметры (константы) производственной функции - их конкретные значения определяются на основе статистических данных с помощью корреляционных методов;

x_1 - затраты труда в человеко-часах или количестве среднегодовых работников;

x_2 - объём производственных фондов в стоимостных единицах (рублях, тыс. руб. и т.д.);

y - величина общественного продукта в стоимостных единицах.

В соответствии со своим экономическим содержанием коэффициенты a_1 и a_2 по величине заключены внутри интервала от нуля до единицы, т.е. для формулы (7.3) соблюдается условие $0 < a_i < 1$, где $i = 1, 2$.

По своей математической форме уравнение (7.3) является степенной функцией. Если вместо самих переменных величин использовать их логарифмы, то функция становится линейной. Т.е. параметры a_0 , a_1 , a_2 оцениваются после логарифмирования исходной зависимости:

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 \quad (7.4)$$

Полученная модель является линейной, относительно неизвестных параметров и свойства оценок данной линеаризованной модели приближённо соответствуют свойствам оценок линейной регрессии (по методу наименьших квадратов). Обычно для определения параметров производственной функции Кобба-Дугласа используют итерационные методы поиска экстремума функции многих переменных: наискорейшего спуска, Гаусса-Зейделя, Марквардта, Брандона и т.д.

Оценку полученных таким образом параметров производят разными методами, например, Бокса-Кокса или с помощью корреляционно-регрессионного анализа.

На основании вышеизложенного определим для производственной функции Кобба-Дугласа *среднюю производительность труда*:

$$y/x_1 = a_0 x_1^{a_1-1} x_2^{a_2} \quad (7.5)$$

Это выражение характеризует среднее количество продукции, приходящееся на единицу отработанного времени. Поскольку коэффициент a_1 больше нуля и меньше единицы, то показатель степени при x_1 будет отрицательным, следовательно с увеличением затрат труда (величины x_1) средняя производительность труда снижается.

Предельная производительность труда показывает, сколько дополнительных единиц продукции приносит дополнительная единица затраченного труда. Уравнение предельной производительности труда - это частная производная выпуска продукции по затратам труда:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_0 a_1 x_1^{a_1-1} x_2^{a_2} \quad (7.6)$$

Отсюда следует, что предельная производительность труда, так же как и средняя, зависит от общей величины трудовых затрат x_1 и объёма используемых производственных фондов x_2 . С увеличением затрат труда при неизменных фондах предельная производительность труда снижается. С увеличением фондов предельная производительность труда возрастает.

Сопоставляя уравнения (7.5) и (7.6) получаем:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1 \frac{y}{x_1} \quad (7.7)$$

Поскольку $0 < a_1 < 1$, можно сделать вывод, что в производственной функции Кобба-Дугласа предельная производительность труда всегда ниже средней выработки.

Показатель *эластичности выпуска продукции по затратам труда* показывает, на сколько процентов увеличится выпуск при увеличении затрат труда на 1% (т.е. характеризует относительный прирост объёма производства на единицу относительного увеличения ресурсов труда). Он вычисляется делением предельной производительности труда на объём продукции y и умножением, затем, на величину трудовых затрат x , т.е.:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} * \frac{x_1}{y} = a_1 \quad (7.8)$$

То есть увеличение трудовых затрат на 1% приводит к росту объёма производства на $a_1\%$.

Средняя фондоотдача вычисляется из формулы (7.3):

$$y/x_2 = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2-1} \quad (7.9)$$

Это уравнение показывает, что средняя фондоотдача всегда увеличивается с увеличением ресурсов труда (при неизменных фондах) и уменьшается с увеличением самих фондов (при неизменных трудовых ресурсах).

Показатель *предельной фондоотдачи* определяется как частная производная выпуска продукции по объёму фондов:

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = a_0 a_2 x_1^{a_1} x_2^{a_2-1} \quad (7.10)$$

Предельная фондоотдача отличается от средней лишь сомножителем a_2 . Поскольку этот коэффициент $0 < a_2 < 1$, то предельная фондоотдача в производственной функции Кобба-Дугласа всегда ниже средней фондоотдачи.

Эластичность выпуска продукции по объёму производственных фондов или *относительная предельная фондоотдача* определяется аналогично (7.7), т.е.:

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} * \frac{x_2}{y} = a_2 \quad (7.11)$$

Как и по отношению к затратам труда, эластичность выпуска по фондам есть величина постоянная, равная коэффициенту a_2 .

Производственная функция позволяет рассчитать (как прогноз) потребность в одном из ресурсов при заданных объёме производства и величине другого ресурса. Из уравнения (7.3) следует, что *потребность в ресурсах труда* равна:

$$x_1 = \left(\frac{y}{a_0 x_2^{a_2}} \right)^{\frac{1}{a_1}} \quad (7.12)$$

Аналогично определяется *потребность в фондах* при заданных объёме продукции и ресурсах труда:

$$x_2 = \left(\frac{y}{a_0 x_1^{a_1}} \right)^{\frac{1}{a_2}} \quad (7.13)$$

Производственная функция позволяет исследовать и вопросы соотношения, замещения и взаимодействия ресурсов. Фондовооружённость труда, например, рассчитывается как отношение x_2 к x_1 .

В известном смысле взаимодействующие ресурсы могут замещать друг друга. Это означает, что единицу одного ресурса можно было бы заменить некоторым количеством другого ресурса так, что объём производства при этом не изменится. На основе производственной функции можно рассчитать предельную норму замещения ресурсов.

Так, *предельная норма замещения затрат труда производственными фондами* для производственной функции Кобба-Дугласа равна:

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} = - \frac{a_1 x_2}{a_2 x_1} \quad (7.14)$$

Правая часть уравнения по абсолютной величине равна частному от деления предельной производительности труда (7.5) на предельную фондоотдачу (7.9). Знак «минус» в выражении (7.14) означает, что при фиксированном объёме производства увеличению одного ресурса соответствует уменьшение другого.

Как видно, предельная норма замещения ресурсов для функции Кобба-Дугласа зависит не только от параметров a_1 и a_2 , но и от соотношения объемов ресурсов. Чем выше фондовооружённость труда, тем выше и норма замещения затрат живого труда производственными фондами.

Кроме вышеперечисленного, важной характеристикой является сумма коэффициентов:

$$A = a_1 + a_2 \quad (7.15)$$

Эта сумма показывает эффект одновременного пропорционального увеличения объёма как ресурсов труда, так и производственных фондов.

Если $A = 1$, то увеличение ресурсов в m раз приводит к увеличению объёма производства также в m раз. (Пропорционально возрастающая производственная функция).

Если $A > 1$, то увеличение ресурсов в m раз приводит к увеличению объёма производства более чем в m раз. Экономически в этом случае говорят о положительном эффекте расширения масштабов производства (что характерно для металлургии и машиностроения). (Непропорционально возрастающая производственная функция).

Если $A < 1$, то увеличение ресурсов в m раз приводит к увеличению объёма производства менее чем в m раз. Экономически в этом случае говорят об отрицательном эффекте расширения масштабов и укрупнения производства (что характерно для сельского хозяйства и торговли). (Убывающая производственная функция).

2. Варианты индивидуальных заданий

По исходным данным варианта произвести расчеты с помощью компьютерной программы «Производственная функция». По результатам работы сделать выводы. Пример полученных результатов работы программы представлен ниже.

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Таблица 1. - Исходные данные

№ наблюдения	Трудовые ресурсы (ТР)	Производственные фонды (ПФ)	Валовый продукт (ВП)
1	1493	2070	4759
2	1589	2279	5325
3	1785	2332	5887
4	1720	2554	5907
5	1920	2703	6432
6	1937	2959	7157
7	2190	3172	7756
8	2113	3375	8019
9	2217	3546	8518
10	2405	3894	9205
Средние значения:	1937	2888	6897

Таблица 2 - Данные для построения логарифмической модели $\ln \text{ВП} = a_0 + a_1 \ln \text{ТР} + a_2 \ln \text{ПФ}$

№ наблюдения	$X_1(\ln \text{ТР})$	$X_2(\ln \text{ПФ})$	$Y(\ln \text{ВП})$
--------------	----------------------	----------------------	--------------------

1	7,3085	7,6353	8,4678
2	7,3709	7,7315	8,5802
3	7,4872	7,7545	8,6805
4	7,4501	7,8454	8,6839
5	7,5601	7,9021	8,7690
6	7,5689	7,9926	8,8758
7	7,6917	8,0621	8,9562
8	7,6559	8,1242	8,9896
9	7,7039	8,1736	9,0499
10	7,7853	8,2672	9,1275
Средние значения:	7,5582	7,9488	8,8180

Таблица 3 - Данные для построения модели $(Y-Y_{cp})=a_1(X_1-X_{1cp})+a_2(X_2-X_{2cp})$.

№ наблюдения	X_1-X_{1cp}	X_2-X_{2cp}	$Y-Y_{cp}$
1	-0,2497	-0,3135	-0,3503
2	-0,1874	-0,2174	-0,2379
3	-0,0711	-0,1944	-0,1375
4	-0,1082	-0,1034	-0,1342
5	0,0018	-0,0467	-0,0490
6	0,0107	0,0438	0,0578
7	0,1334	0,1133	0,1382
8	0,0976	0,1753	0,1715
9	0,1457	0,2247	0,2319
10	0,2271	0,3183	0,3095

Значения критерия Стьюдента при различных уровнях доверительной вероятности:

$\alpha, \%$	1	5	10
$t_{1-\alpha/2}$	3,36	2,31	1,86

Таблица 4 - Результаты оценивания по модели $(Y-Y_{cp})=a_1(X_1-X_{1cp})+a_2(X_2-X_{2cp})$.

Уровень значимости α (1, 5, 10%)	5	Критическое значение критерия Стьюдента	2,31
Оценки коэффициентов a_0, a_1, a_2	Погрешность определения коэффициентов S_0, S_1, S_2	Значения критерия Стьюдента t_{a0}, t_{a1}, t_{a2}	Результат проверки гипотезы $a_i=0$
0,6528	0,2064	7,3049	Отрицательный
0,5899	0,1639	3,5984	Отрицательный

0,6020	0,1211	4,9718	Отрицательный
Исходные значения $Y - Y_{cp}$	Расчётные значения $Y - Y_{cp}$	Абсолютная погрешность расчёта	Относительная погрешность расчёта, %
-0,3503	-0,3361	0,0142	-4,05
-0,2379	-0,2414	-0,0035	1,48
-0,1375	-0,1589	-0,0214	15,55
-0,1342	-0,1261	0,0081	-6,02
-0,0490	-0,0270	0,0220	-44,81
0,0578	0,0326	-0,0252	-43,54
0,1382	0,1469	0,0087	6,32
0,1715	0,1631	-0,0084	-4,89
0,2319	0,2212	-0,0107	-4,59
0,3095	0,3256	0,0162	5,22
Среднеквадратичная погрешность $S_{ВП}$:		0,0184	

Таблица 5 - Результаты оценивания коэффициентов a_0 , a_1 , a_2 по модели $ВП = a_0 TP^{a_1} ПФ^{a_2}$.

a_0	a_1	a_2	
0,6528	0,5899	0,6020	
Исходные значения ВП	Расчётные значения ВП	Абсолютная погрешность расчёта	Относительная погрешность расчёта, %
4759	4827	68	1,43
5325	5306	-19	-0,35
5887	5762	-125	-2,12
5907	5955	48	0,81
6432	6575	143	2,22
7157	6979	-178	-2,49
7756	7824	68	0,88
8019	7952	-67	-0,84
8518	8428	-90	-1,06
9205	9355	150	1,63
Среднеквадратичная погрешность $S_{ВП}$:		127,9349	

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ УРАВНЕНИЯ КОББА-ДУГЛАСА

Значения коэффициентов	Средние значения
------------------------	------------------

a_0	a_1	a_2	Трудо- вые ре- сурсы (ТР)	Производствен- ные фонды (ПФ)	Вало- вый про- дукт (ВП)
0,6528	0,5899	0,6020	1937	2888	6897

Значения экономических показателей

Средняя производительность труда статистическая	3,5606
Средняя производительность труда по Коббу-Дугласу	3,5511
Предельная производительность труда	2,0950
Эластичность выпуска продукции по затратам труда	0,5899
Средняя фондоотдача статистическая	2,3877
Средняя фондоотдача по Коббу-Дугласу	2,3813
Предельная фондоотдача по Коббу-Дугласу	1,4337
Эластичность выпуска продукции по объёму ОПФ	0,6020
Предельная норма замещения затрат труда ОПФ	-1,4613

ВАРИАНТ 1

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	1473	1983	4224
2	1568	2183	4726
3	1761	2234	5225
4	1697	2447	5243
5	1895	2616	5709
6	1911	2835	6352
7	2161	3039	6884
8	2085	3234	7118
9	2188	3397	7560
10	2373	3731	8170

ВАРИАНТ 2

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	1493	2070	4759
2	1589	2279	5325
3	1785	2332	5887
4	1720	2554	5907
5	1920	2703	6432
6	1937	2959	7157
7	2190	3172	7756
8	2113	3375	8019
9	2217	3546	8518
10	2405	3894	9205

ВАРИАНТ 3

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	1165	8993	5895
2	1240	9901	6596
3	1393	10131	7292
4	1343	11096	7317
5	1499	11860	7967
6	1512	12855	8865
7	1709	13780	9607
8	1649	14662	9933
9	1730	15405	10551
10	1877	16917	11402

ВАРИАНТ 4

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	524	17948	34406
2	558	19761	38498
3	627	20220	42562
4	604	22145	42706
5	674	23671	46502
6	680	25657	51743
7	769	27504	56074
8	742	29264	57975
9	778	30746	61583
10	844	33764	66550

ВАРИАНТ 5

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
--------------	------------------	------------------------	-----------------

1	840	4199	11289
2	894	4623	12631
3	1005	4731	13964
4	968	5181	14012
5	1080	5538	15257
6	1090	6003	16977
7	1232	6435	18398
8	1189	6847	19022
9	1248	7194	20205
10	1353	7900	21835

ВАРИАНТ 6

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	1095	4217	12794
2	1165	4643	14315
3	1309	4751	15826
4	1261	5203	15880
5	1408	5562	17291
6	1420	6028	19240
7	1606	6462	20851
8	1549	6876	21558
9	1625	7224	22899
10	1763	7933	24746

ВАРИАНТ 7

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	694	1432	34503
2	738	1577	38607
3	829	1613	42681
4	799	1767	42826
5	892	1889	46632
6	900	2047	51889
7	1018	2194	56231
8	982	2335	58138
9	1030	2453	61756
10	1118	2694	66737

ВАРИАНТ 8

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	771	3224	6763
2	820	3550	7567

3	922	3632	8365
4	888	3978	8394
5	991	4252	9140
6	1000	4609	10170
7	1131	4941	11021
8	1091	5257	11395
9	1145	5523	12104
10	1242	6065	13080

ВАРИАНТ 9

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	524	9158	8626
2	558	10082	9652
3	627	10317	10670
4	604	11299	10707
5	674	12077	11658
6	680	13090	12972
7	769	14033	14058
8	742	14931	14535
9	778	15687	15439
10	844	17227	16684

ВАРИАНТ 10

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	401	6874	8673
2	427	7568	9704
3	479	7743	10728
4	462	8481	10765
5	515	9065	11722
6	520	9825	13043
7	588	10533	14134
8	567	11207	14614
9	595	11775	15523
10	646	12930	16775

ВАРИАНТ 11

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	886	6852	21089
2	943	7544	23597

3	1060	7719	26087
4	1021	8454	26176
5	1140	9037	28502
6	1150	9795	31715
7	1300	10500	34369
8	1255	11172	35535
9	1316	11738	37746
10	1428	12890	40790

ВАРИАНТ 12

№ наблюдения	Трудовые ресурсы	Производственные фонды	Валовой продукт
1	1156	20764	8535
2	1231	22860	9550
3	1382	23392	10558
4	1332	25619	10594
5	1487	27384	11536
6	1500	29681	12836
7	1696	31818	13910
8	1636	33854	14382
9	1717	35569	15277
10	1863	39060	16509

Тема 6. Сетевое планирование и управление

Практическая работа №7. Расчет параметров сетевого графа и его оптимизация

Цель: ознакомиться с основными характеристиками построения сетевой модели

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- особенности построения сетевой модели;
- основные параметры сетевой модели.

Студент будет уметь:

- строить сетевую модель;
- рассчитывать ее параметры;
- осуществлять оптимизацию сетевой модели.

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4, ИД-3 ПК-6

Актуальность темы: *Сетевой моделью* (сетевой график, сеть) называется экономико-компьютерная модель, отражающая комплекс работ (операций) и событий, связанных с реализацией некоторого проекта (научно-исследовательского, производственного и др.), в их логической и технологической последовательности и связи.

Методические указания

Сетевое планирование и управление (СПУ) предназначено для управления комплексом взаимосвязанных работ, требующих четкой координации действий многих исполнителей.

Целью СПУ является оптимизация плана выполнения работ.

В настоящее время модели и методы СПУ широко используются при планировании и осуществлении строительно-монтажных работ, планировании торговой деятельности, составлении бухгалтерских отчетов, разработке торгово-финансового плана и т.д.

Сетевая модель – это графическое изображение плана выполнения работ в идее ориентированного графа.

Граф – это множество вершин и соединяющих их дуг (ребер).

Ориентированный граф – граф, на котором все дуги помечены стрелками, что позволяет определить, какая из любой пары смежных вершин является конечной, а какая начальной.

Два основных элемента сетевой модели – работа и событие.

Работа – это процесс, это требующий затрат ресурсов.

Ожидание – это тоже работа, поскольку расходуется такой ресурс, как время.

Фиктивная работа – это связь между событиями без затрат ресурсов.

Событие – это результат (промежуточный или конечный) выполнения одной или нескольких предшествующих работ.

Начальное событие – событие, не имеющее предшествующих событий.

Завершающее событие – событие, не имеющее последующих событий.

Путь – это любая непрерывная последовательность (цепь) работ и событий.

Для построения сетевой модели важное значение имеет подготовительный этап работы. На этом этапе определяются перечень и последовательность выполнения работ, взаимосвязи исполнителей (работ), продолжительность выполнения отдельных работ, потребность в ресурсах, а также осуществляется вербальная (описательная) постановка задачи.

При построении сетевого графика используются следующие правила:

1. При вычерчивании сетевого графика работы располагают так, чтобы каждая работа следовала за теми, от которых она зависит.
2. События нумеруют слева направо и сверху вниз.
3. В сетевой модели не должно быть событий, из которых не выходит ни одна работа, за исключением завершающего события.
4. В сетевом графике не должно быть событий (кроме исходного), которым не предшествует хотя бы одна работа.
5. В сети не должно быть замкнутых контуров и петель, т.е. путей, соединяющих некоторые события с ними же самими.
6. Любые два события должны быть непосредственно связаны не более чем одной работой – стрелкой.
7. В сети рекомендуется иметь одно исходное и одно завершающее событие.

Временные параметры сетевой модели приведены в таблице:

Таблица 7.1

№ п/п	Параметр	Шифр, формула расчета	Примечание
1	Событие	i	кодируется номером
2	Работа	(i,j)	кодируется номерами событий, которые она связывает
3	Продолжительность работы	$t(i,j)$	
4	Продолжительность полного пути	$t_{(L)}$	любой путь, начало которого совпадает с исходным событием, а конец с завершающим
5	Ранний срок совершения события	$tp(j) \max \{tp(i) + t(i,j)\}$	определяется продолжительностью максимального пути, предшествующего этому событию
6	Поздний срок совершения события	$tn(i) = \min \{tn(j) - t(i,j)\}$	наиболее поздний (максимальный) срок наступления события, при котором еще возможно выполнение всех последую-

			щих работ в установленные сроки
7	Резерв времени события	$R_i = tn(i) - tp(i)$	
8	Ранний срок начала работы	$tpn(i, j) = tp(i)$	
9	Ранний срок окончания работы	$tpo(i, j) = tp(i) + t(i, j)$	
10	Поздний срок начала работы	$tnn(i, j) = tn(j) - t(i, j)$	
11	Поздний срок окончания работы	$tno(i, j) = Tn(j)$	
12	Полный резерв времени работы	$Rn(i, j) = tp(j) - tp(i) - t(i, j)$	показывает на сколько можно увеличить продолжительность данной работы, чтобы общий срок выполнения всего комплекса работ не изменился
13	Частный резерв времени работы первого вида	$Rl(i, j) = tn(j) - tn(i) - t(i, j)$	это время можно увеличить продолжительность данной работы, не изменяя позднего срока ее начального события
14	Независимый резерв времени работы	$Rc(i, j) = Rn(i, j) - R(j)$	на это время можно увеличить продолжительность данной работы, не изменяя раннего срока ее конечного события
15	Независимый резерв работы	$Rn(i, j) = Rn(i, j) - R(i) - R(j)$	образуется, когда все предшествующие работы заканчиваются в поздние сроки, а все последующие работы начинаются в ранние сроки
16	Продолжительность критического пути	tkp	наиболее продолжительный полный путь
17	Резерв времени	$R_{(L)} = tkp - t_{(L)}$	

Для оптимизации сетевой модели, выражающейся в перераспределении ресурсов с ненапряженных работ на критические для ускорения их выполнения, необходимо как можно более точно оценить степень трудности своевременного выполнения всех работ, а также «цепочек» пути. Более точным инструментом решения этой задачи по сравнению с полным резервом является коэффициент напряженности, который может быть вычислен одним из двух способов по приводимой ниже формуле:

$$K_H(i, j) = (t(L_{max}) - t_{kp} / t_{kp} - t_{kp}') = 1 - R_n - R_n(i, j) / t_{kp} - t_{kp}'$$

где $t(L_{max})$ — продолжительность максимального пути, проходящего через работу (i, j) ;

t_{kp}' — продолжительность отрезка рассматриваемого пути, совпадающего с критическим путем.

Коэффициент напряженности изменяется от нуля до единицы, причем, чем он ближе к единице, тем сложнее выполнить данную работу в установленный срок. Самыми напряженными являются работы критического пути, для которых он равен 1. На основе этого коэффициента все работы СМ могут быть разделены на три группы:

- напряженные ($K_H(i, j) > 0,8$);
- под критические ($0,6 < K_H(i, j) < 0,8$);
- резервные ($K_H(i, j) < 0,6$).

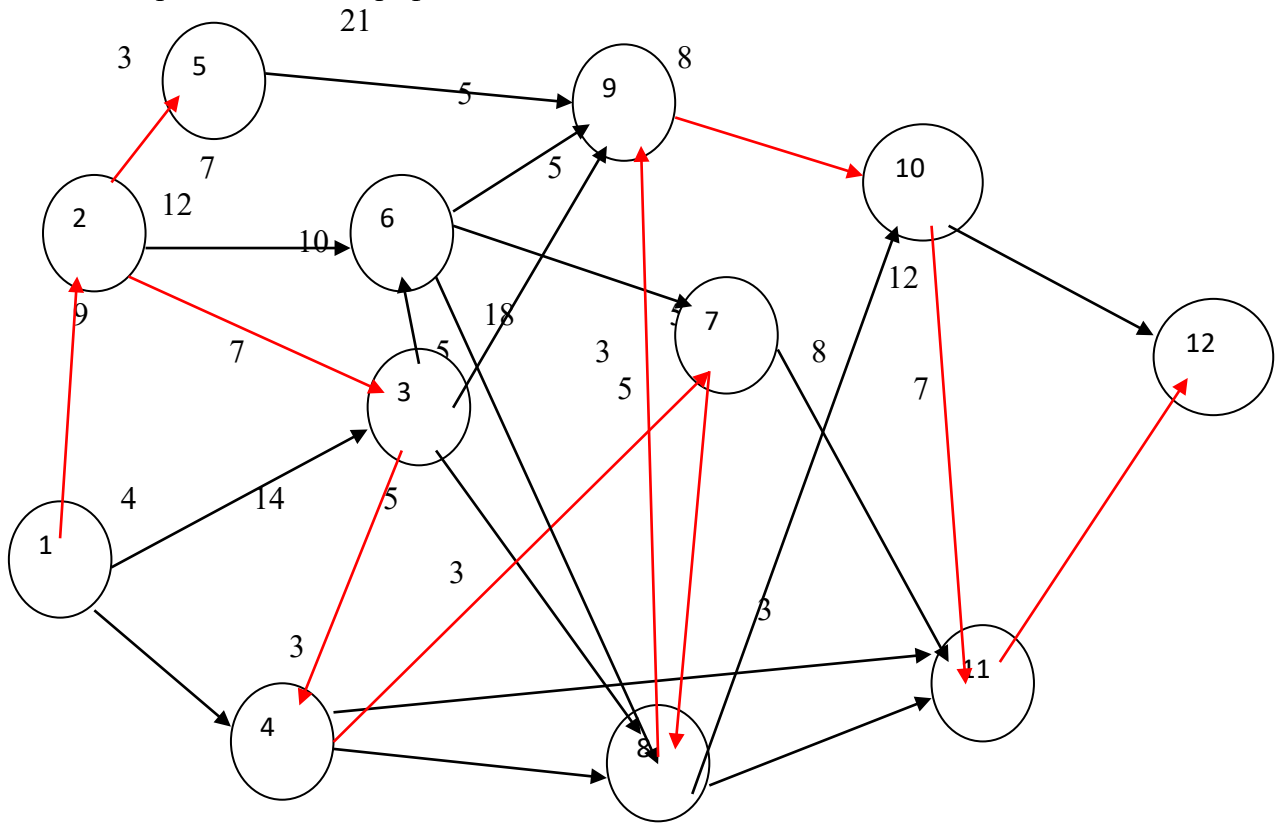
В результате перераспределения ресурсов стараются максимально уменьшить общую продолжительность работ, что возможно при переводе всех работ в первую группу.

2. Пример решения

С помощью ниже приведённых данных, определить продолжительность критического пути, ранних и поздних сроков совершения работ и резервов времени не критических работ.

Решение

1. Строим сетевой график.



2. Составим расчётную таблицу 1.

Таблица 1

Расчётная таблица			
№ события, i	Сроки наступления событий		Резерв времени R _i
	t _p (i)	t _n (i)	
1	0	0	0
2	9	9	0
3	21	28	7
4	35	42	7
5	12	32	20
6	31	35	4
7	40	40	0
8	45	45	0
9	48	48	0
10	56	56	0
11	78	78	0
12	85	85	0

Таблица 2

Расчетная таблица					
Работа (i j)	t (i j)	t _{рн} (i j)	t _{по} (i j)	t _{нн} (i j)	t _{но} (i j)

1,2	9	0	9	0	9
1,3	7	0	7	14	21
1,4	4	0	4	31	35
2,3	12	9	21	9	21
2,5	3	9	12	9	12
2,6	7	9	16	24	31
3,4	14	21	35	21	35
3,6	10	21	31	21	31
3,8	5	21	26	40	45
3,9	11	21	32	37	48
4,7	5	35	40	35	40
4,8	3	35	38	42	45
4,11	3	35	38	75	78
5,9	21	12	33	27	48
6,7	5	27	32	35	40
6,8	18	27	45	27	45
6,9	5	27	32	43	48
7,8	5	40	45	40	45
7,11	8	40	48	70	78
8,9	3	45	48	45	48
8,10	5	45	50	51	56
8,11	3	45	48	75	78
9,10	8	48	56	48	56
10,11	12	56	78	66	78
10,12	8	56	78	77	85
11,12	7	78	85	78	85

$t_{рн}(ij) = t_p(i)$; - ранний срок начала работы.

$t_{ро}(ij) = t_{рн}(ij) + t(ij)$; - ранний срок окончания работы.

$t_{пн}(ij) = t_{по}(ij) - t(ij)$; - поздний срок начала работы.

$t_{по}(ij) = t_{п}(j)$; - поздний срок окончания работы.

Таблица 3

Расчетная таблица

Работа (ij)	$R_n(ij)$	$R_c(ij)$	$R_a(ij)$	$R_n(ij)$
1,2	0	0	0	0
1,3	14	7	21	14
1,4	31	24	38	31
2,3	0	-7	7	0
2,5	0	-20	20	0
2,6	11	7	19	11
3,4	0	-7	0	-7
3,6	-4	-8	-3	-11
3,8	19	19	12	12
3,9	16	16	9	9
4,7	0	0	-7	-7
4,8	7	7	0	0
4,11	40	40	33	37
5,9	15	15	-5	-5
6,7	8	8	0	4
6,8	0	0	-8	-4

6,9	16	16	8	12
7,8	0	0	0	0
7,11	30	30	30	30
8,9	0	0	0	0
8,10	6	6	36	6
8,11	30	30	30	30
9,10	0	0	0	0
10,11	10	10	10	10
10,12	21	21	21	21
11,12	0	0	0	0

$R_n(ij) = t_p(j) - t_p(i) - t(ij)$ – полный резерв времени работы.

$R_a(ij) = t_n(j) - t_n(i) - t(ij)$ – частный резерв времени работы.

$R_c(ij) = R_n(ij) - R(j)$ – независимый резерв времени работы.

$R_n(ij) = R_n(ij) - R(i)$ – независимый резерв работы.

Рассчитаем коэффициент напряжённости

$K_n(ij) = \frac{t(l_{\max}) - t(l_{kp})}{tkp - t(l_{kp})}$, где $t(l_{\max})$ – длительность max из не критических путей, проходящего через работу i,j $t(l_{kp})$ – продолжительность части критических работ, входящих в путь $l_{\max}$.

$$K_{n(1,2)} = \frac{9-9}{85-9} = 0$$

$$K_{n(1,3)} = \frac{7-0}{85-0} = 0,08$$

$$K_{n(1,4)} = \frac{4-0}{85-0} = 0,04$$

$$K_{n(2,3)} = \frac{21-21}{85-21} = 0$$

$$K_{n(2,5)} = \frac{12-12}{85-12} = 0$$

$$K_{n(2,6)} = \frac{16-9}{85-9} = 0,09$$

$$K_{n(3,4)} = \frac{21-14}{85-14} = 0,09$$

$$K_{n(3,6)} = \frac{17-10}{85-10} = 0,09$$

$$K_{n(3,8)} = \frac{12-0}{85-0} = 0,14$$

$$K_{n(3,9)} = \frac{18-0}{85-0} = 0,21$$

$$K_{n(4,7)} = \frac{26-19}{85-19} = 0,10$$

$$K_{n(4,8)} = \frac{24-14}{85-14} = 0,14$$

$$K_{n(4,11)} = \frac{24-14}{85-14} = 0,14$$

$$K_{n(5,9)} = \frac{33-12}{85-12} = 0,29$$

$$K_{n(6,7)} = \frac{22-10}{85-10} = 0,16$$

$$K_{n(6,9)} = \frac{22-10}{85-10} = 0,16$$

$$K_{n(7,8)} = \frac{26-14}{85-14} = 0,17$$

$$K_{n(7,11)} = \frac{29-9}{85-9} = 0,26$$

$$K_{n(8,9)} = \frac{37-12}{85-12} = 0,34$$

$$K_{n(8,10)} = \frac{39-9}{85-9} = 0,39$$

$$K_{n(8,11)} = \frac{37-9}{85-9} = 0,36$$

$$K_{n(9,10)} = \frac{41-12}{85-12} = 0,39$$

$$K_{n(10,11)} = \frac{51-21}{85-21} = 0,46$$

$$K_{n(10,12)} = \frac{47-9}{85-9} = 0,5$$

$$K_{n(11,12)} = \frac{60-31}{85-31} = 0,54$$

$$K_{n(6,8)} = \frac{35-10}{85-10} = 0,33$$

Вывод: по расчётам коэффициентов видим, что работы (1;2), (1;3), (1;4), (2;3), (2;5), (2;6), (3;4), (3;6) и так далее находятся в резервной зоне, так как $K_n < 0,6$, т.е. они легко выполнимы.

Варианты индивидуальных заданий

При разработке финансового проекта выделено 12 событий и 24 связывающие их работы.

Требуется построить сетевой график реализации проекта и оценить основные временные параметры полученной сетевой модели.

В таблице в скобках указаны направленные дуги сетевого графика, во втором столбце – продолжительность выполнения работ, соответствующих дугам.

Работы	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(1,2)	8	5	8	13	2	6	9	8	15	9
(1,3)	7	5	7	7	4	9	6	11	5	7
(1,4)	3	12	4	8	6	5	7	3	12	4
(2,3)	15	3	12	15	6	7	9	16	13	12
(2,5)	6	2	3	6	8	9	10	6	2	3
(2,6)	2	2	7	8	4	6	7	2	2	7
(3,4)	14	3	14	17	8	13	11	14	3	14
(3,6)	7	9	10	3	7	8	9	7	9	10
(3,8)	10	5	5	7	6	9	3	10	5	5
(3,9)	8	11	1	3	20	17	16	8	11	11
(4,7)	8	4	5	6	9	3	6	8	4	5
(4,8)	6	2	3	8	3	6	8	8	6	3
(4,11)	3	1	3	5	8	9	11	3	1	3
(5,9)	5	12	21	4	6	8	2	5	12	21
(6,7)	7	3	5	6	6	7	9	7	3	5
(6,8)	2	20	18	17	16	13	12	2	20	18
(6,9)	11	3	5	6	7	7	8	11	3	5
(7,8)	15	2	5	3	4	9	8	15	2	5
(7,11)	12	3	8	8	9	6	5	12	3	8
(8,9)	8	2	3	3	5	7	8	8	2	3
(8,10)	10	4	6	6	8	7	9	10	4	5
(8,11)	7	4	3	8	7	13	17	7	4	3
(9,10)	4	5	8	9	3	25	14	9	5	8
(10,11)	3	4	2	2	4	5	5	8	4	12
(10,12)	9	5	8	2	9	6	8	9	5	8
(11,12)	2	9	7	6	8	7	3	12	9	7

Тема 7. Динамическое программирование и имитационное моделирование

Практическая работа №8. Построение модели управления производственной мощностью

Цель: ознакомиться с основными методами имитационного и динамического моделирования

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- методы построения имитационных моделей;
- методы построения динамических моделей.

Студент будет уметь:

- строить динамическую модель;
- анализировать полученные результаты.

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4, ИД-3 ПК-6

Актуальность темы: Метод динамического программирования - один из наиболее мощных и широко известных математических методов современной теории управления.

Методические указания (пример решения)

Разработать методом динамического программирования оптимальный план управления производственными мощностями, при следующих исходных данных, приведённых в таблице 8.1:

Показатель	Значение
распределение объёма строительно – монтажных работ по кварталам года (млн. руб.)	1 6 7 3
затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объёма работ)	30
затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объёма работ).	50
потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объёма работ).	40
затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объёма работ	70

I этап: Описание системы.

Обозначим производственные мощности в начале первого квартала; за единицу примем производственные мощности для выполнения объёма работ в 1млн. руб. Обозначим через m_i требуемое количество производственных мощностей для выполнения заданного в первом квартале объёма работ ($m_1 = 1$, $m_2 = 6$, $m_3 = 7$, $m_4 = 3$).

Состояние системы S_i определяется величиной X_i . Управление U_i состоит в переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на какие либо другие или наоборот, а также в организации дополнительной третьей смены при нехватке мощностей

II этап: Определение функции эффекта.

Изменение производственной мощности X_i на объекте, либо дополнительное использование имеющихся производственных мощностей за счёт организации третьей смены, затраты определяются следующим образом:

$$f_i(X_i) = \begin{cases} 50(X_i - X_{i-1}), & \text{при } X_i > X_{i-1} \\ 30(X_{i-1} - X_i), & \text{при } X_i < X_{i-1} \end{cases}$$

$$\varphi_i(X_i) = \begin{cases} 40(X_i - m_i), & \text{при } X_i > m_i \\ 70(m_i - X_i), & \text{при } X_i < m_i \end{cases}$$

Общая функция затрат примет вид:

$$W_i(X_i) = f_i(X_i) + \varphi_i(X_i)$$

III этап: Определение функций изменения состояния системы.

$$S_i = X_i + X_{i+1}$$

IV этап: $W_i(X_i) = \min [f_i(X_i) + \varphi_i(X_i) = W_i(X_i) = W_i(X_i + 1)]$

V этап: Определение условных оптимальных затрат.

$$W_4(X_4) = \min \{ f_4(X_4) + \varphi_4(X_4) \}$$

$$f_4(X_4) = \begin{cases} 50(X_4 - X_3), & \text{при } X_4 > X_3 \\ \end{cases}$$

$$\varphi_4(X_4) = \begin{cases} 30(X_3 - X_4), & \text{при } X_4 < X_3 \\ 40(X_4 - 3), & \text{при } X_4 > 3 \\ 70(3 - X_4), & \text{при } X_4 < 3 \end{cases}$$

$X_3 = 0 ; X_4 = 0$	$W_4(X_4) = 70(3 - 0) = 210$ тыс. руб.
$X_3 = 0 ; X_4 = 1$	$W_4(X_4) = 50(1 - 0) + 70(3 - 1) = 190$ тыс. руб.
$X_3 = 0 ; X_4 = 2$	$W_4(X_4) = 50(2 - 0) + 70(3 - 2) = 170$ тыс. руб.
$X_3 = 0 ; X_4 = 3$	$W_4(X_4) = 50(3 - 0) = 150$ тыс. руб.
$X_3 = 0 ; X_4 = 4$	$W_4(X_4) = 50(4 - 0) + 40(4 - 3) = 240$ тыс. руб.
$X_3 = 1 ; X_4 = 0$	$W_4(X_4) = 30(1 - 0) + 70(3 - 0) = 240$ тыс. руб.
$X_3 = 1 ; X_4 = 1$	$W_4(X_4) = 70(3 - 1) = 140$ тыс. руб.
$X_3 = 1 ; X_4 = 2$	$W_4(X_4) = 50(2 - 1) + 70(3 - 2) = 120$ тыс. руб.
$X_3 = 1 ; X_4 = 3$	$W_4(X_4) = 50(3 - 1) = 100$ тыс. руб.
$X_3 = 1 ; X_4 = 4$	$W_4(X_4) = 50(4 - 1) + 40(4 - 3) = 190$ тыс. руб.
$X_3 = 2 ; X_4 = 0$	$W_4(X_4) = 30(2 - 0) + 70(3 - 0) = 270$ тыс. руб.
$X_3 = 2 ; X_4 = 1$	$W_4(X_4) = 30(2 - 1) + 70(3 - 1) = 170$ тыс. руб.
$X_3 = 2 ; X_4 = 2$	$W_4(X_4) = 70(3 - 2) = 70$ тыс. руб.
$X_3 = 2 ; X_4 = 3$	$W_4(X_4) = 50(3 - 2) = 50$ тыс. руб.
$X_3 = 2 ; X_4 = 4$	$W_4(X_4) = 50(4 - 2) + 40(4 - 3) = 140$ тыс. руб.
$X_3 = 3 ; X_4 = 0$	$W_4(X_4) = 30(3 - 0) + 70(3 - 0) = 300$ тыс. руб.
$X_3 = 3 ; X_4 = 1$	$W_4(X_4) = 30(3 - 1) + 70(3 - 1) = 170$ тыс. руб.
$X_3 = 3 ; X_4 = 2$	$W_4(X_4) = 30(3 - 2) + 70(3 - 2) = 100$ тыс. руб.
$X_3 = 3 ; X_4 = 3$	$W_4(X_4) = 0$ тыс. руб.
$X_3 = 4 ; X_4 = 0$	$W_4(X_4) = 30(4 - 0) + 70(3 - 0) = 330$ тыс. руб.
$X_3 = 4 ; X_4 = 1$	$W_4(X_4) = 30(4 - 1) + 70(3 - 1) = 230$ тыс. руб.
$X_3 = 4 ; X_4 = 2$	$W_4(X_4) = 30(4 - 2) + 70(3 - 2) = 130$ тыс. руб.
$X_3 = 4 ; X_4 = 3$	$W_4(X_4) = 30(4 - 3) = 30$ тыс. руб.
$X_3 = 4 ; X_4 = 4$	$W_4(X_4) = 40(4 - 3) = 40$ тыс. руб.
$X_3 = 5 ; X_4 = 0$	$W_4(X_4) = 30(5 - 0) + 70(3 - 0) = 360$ тыс. руб.
$X_3 = 5 ; X_4 = 1$	$W_4(X_4) = 30(5 - 1) + 70(3 - 1) = 260$ тыс. руб.
$X_3 = 5 ; X_4 = 2$	$W_4(X_4) = 30(5 - 2) + 70(3 - 2) = 160$ тыс. руб.
$X_3 = 5 ; X_4 = 3$	$W_4(X_4) = 30(5 - 3) = 60$ тыс. руб.
$X_3 = 5 ; X_4 = 4$	$W_4(X_4) = 30(5 - 4) + 40(4 - 3) = 70$ тыс. руб.
$X_3 = 6 ; X_4 = 0$	$W_4(X_4) = 30(6 - 0) + 70(3 - 0) = 390$ тыс. руб.
$X_3 = 6 ; X_4 = 1$	$W_4(X_4) = 30(6 - 1) + 70(3 - 1) = 290$ тыс. руб.
$X_3 = 6 ; X_4 = 2$	$W_4(X_4) = 30(6 - 2) + 70(3 - 2) = 190$ тыс. руб.
$X_3 = 6 ; X_4 = 3$	$W_4(X_4) = 30(6 - 3) = 90$ тыс. руб.
$X_3 = 6 ; X_4 = 4$	$W_4(X_4) = 30(6 - 4) + 40(4 - 3) = 100$ тыс. руб.
$X_3 = 7 ; X_4 = 0$	$W_4(X_4) = 30(7 - 0) + 70(3 - 0) = 420$ тыс. руб.
$X_3 = 7 ; X_4 = 1$	$W_4(X_4) = 30(7 - 1) + 70(3 - 1) = 320$ тыс. руб.
$X_3 = 7 ; X_4 = 2$	$W_4(X_4) = 30(7 - 2) + 70(3 - 2) = 220$ тыс. руб.
$X_3 = 7 ; X_4 = 3$	$W_4(X_4) = 30(7 - 3) = 120$ тыс. руб.
$X_3 = 7 ; X_4 = 4$	$W_4(X_4) = 30(7 - 4) + 40(4 - 3) = 130$ тыс. руб.

Сведём полученные результаты в таблицу:

Таблица 8.2

Расчетные данные		
Производственные мощности в 3-м квартале	Минимальные затраты 4-го квартала	Условно-оптимальные производственные мощности (управления)

X_3	$W_4(X_4)$	X_4
0	100	1
1	0	1
2	70	1
3	140	1
4	210	1
5	280	1

VI этап: $W_3(X_3) = \min \{ f_3(X_3) + \varphi_3(X_3) + W_4(X_4) \}$

$$f_3(X_3) = \begin{cases} 50(X_3 - X_2), & \text{при } X_3 > X_2 \\ 30(X_2 - X_3), & \text{при } X_3 < X_2 \end{cases}$$

$$\varphi_3(X_3) = \begin{cases} 40(X_3 - 7), & \text{при } X_3 > 7 \\ 70(7 - X_3), & \text{при } (X_3 < 7) \end{cases}$$

$$X_2 = 0; X_3 = 0 \quad W_3(X_3) = 70(7 - 0) = 490 + 150 = 640 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 0; X_3 = 1 \quad W_3(X_3) = 50(1 - 0) + 70(7 - 1) = 470 + 100 = 570 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 0; X_3 = 2 \quad W_3(X_3) = 50(2 - 0) + 70(7 - 2) = 450 + 50 = 500 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 0; X_3 = 3 \quad W_3(X_3) = 50(3 - 0) + 70(7 - 3) = 430 + 0 = 430 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 0; X_3 = 4 \quad W_3(X_3) = 50(4 - 0) + 70(7 - 4) = 410 + 30 = 440 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 1; X_3 = 0 \quad W_3(X_3) = 30(1 - 0) + 70(7 - 0) = 520 + 150 = 670 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 1; X_3 = 1 \quad W_3(X_3) = 70(7 - 1) = 420 + 100 = 520 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 1; X_3 = 2 \quad W_3(X_3) = 70(7 - 2) + 50(2 - 1) = 400 + 50 = 450 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 1; X_3 = 3 \quad W_3(X_3) = 50(3 - 1) + 70(7 - 3) = 380 + 0 = 380 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 1; X_3 = 4 \quad W_3(X_3) = 50(4 - 1) + 70(7 - 4) = 360 + 30 = \text{тыс. руб.}$$

$$X_2 = 2; X_3 = 0 \quad W_3(X_3) = 30(2 - 0) + 70(7 - 0) = 550 + 150 = 700 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 2; X_3 = 1 \quad W_3(X_3) = 30(2 - 1) + 70(7 - 1) = 450 + 100 = \text{тыс. руб.}$$

$$X_2 = 2; X_3 = 2 \quad W_3(X_3) = 70(7 - 2) = 350 + 50 = 400 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 2; X_3 = 3 \quad W_3(X_3) = 50(3 - 2) + 70(7 - 3) = 330 + 0 = 330 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 2; X_3 = 4 \quad W_3(X_3) = 50(4 - 2) + 70(7 - 2) = 450 + 30 = 480 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 3; X_3 = 0 \quad W_3(X_3) = 30(3 - 0) + 70(7 - 0) = 580 + 150 = 730 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 3; X_3 = 1 \quad W_3(X_3) = 30(3 - 1) + 70(7 - 1) = 480 + 100 = 580 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 3; X_3 = 2 \quad W_3(X_3) = 30(3 - 2) + 70(7 - 2) = 380 + 50 = 430 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 3; X_3 = 3 \quad W_3(X_3) = 70(7 - 3) = 280 + 0 = 280 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 3; X_3 = 4 \quad W_3(X_3) = 50(4 - 3) + 70(7 - 4) = 260 + 30 = 290 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 4; X_3 = 0 \quad W_3(X_3) = 30(4 - 0) + 70(7 - 0) = 610 + 150 = 760 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 4; X_3 = 1 \quad W_3(X_3) = 30(4 - 1) + 70(7 - 1) = 510 + 100 = 610 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 4; X_3 = 2 \quad W_3(X_3) = 30(4 - 2) + 70(7 - 2) = 410 + 50 = 460 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 4; X_3 = 3 \quad W_3(X_3) = 30(4 - 3) + 70(7 - 3) = 310 + 0 = 310 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 4; X_3 = 4 \quad W_3(X_3) = 70(7 - 4) = 210 + 30 = 240 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 4; X_3 = 5 \quad W_3(X_3) = 50(5 - 4) + 70(7 - 5) = 190 + 60 = 250 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 5; X_3 = 0 \quad W_3(X_3) = 30(5 - 0) + 70(7 - 0) = 640 + 150 = \text{тыс. руб.}$$

$$X_2 = 5; X_3 = 1 \quad W_3(X_3) = 30(5 - 1) + 70(7 - 1) = 540 + 100 = 640 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 5; X_3 = 2 \quad W_3(X_3) = 30(5 - 2) + 70(7 - 2) = 440 + 50 = 490 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 5; X_3 = 3 \quad W_3(X_3) = 30(5 - 3) + 70(7 - 3) = 340 + 0 = 340 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 5; X_3 = 4 \quad W_3(X_3) = 30(5 - 4) + 70(7 - 4) = 240 + 30 = 270 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 5; X_3 = 5 \quad W_3(X_3) = 70(7 - 5) = 140 + 60 = 200 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 5; X_3 = 6 \quad W_3(X_3) = 50(6 - 5) + 70(7 - 6) = 120 + 90 = 210 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 6; X_3 = 0 \quad W_3(X_3) = 30(6 - 0) + 70(7 - 0) = 670 + 150 = 820 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 6; X_3 = 1 \quad W_3(X_3) = 30(6 - 1) + 70(7 - 1) = 570 + 100 = 670 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 6; X_3 = 2 \quad W_3(X_3) = 30(6 - 2) + 70(7 - 2) = 470 + 50 = 520 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 6; X_3 = 3 \quad W_3(X_3) = 30(6 - 3) + 70(7 - 3) = 370 + 0 = 370 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 6; X_3 = 4 \quad W_3(X_3) = 30(6 - 4) + 70(7 - 4) = 270 + 30 = 300 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 6; X_3 = 5 \quad W_3(X_3) = 30(6 - 5) + 70(7 - 5) = 170 + 60 = 230 \text{ тыс. руб.}$$

$X_2 = 6 ; X_3 = 6$	$W_3 (X_3) = 70 (7 - 6) = 70 + 90 = 160$ тыс. руб.
$X_2 = 6 ; X_3 = 7$	$W_3 (X_3) = 50 (7 - 6) = 50 + 120 = 170$ тыс. руб.
$X_2 = 7 ; X_3 = 0$	$W_3 (X_3) = 30 (7 - 0) + 70 (7 - 0) = 700 + 150 = 850$ тыс. руб.
$X_2 = 7 ; X_3 = 1$	$W_3 (X_3) = 30 (7 - 1) + 70 (7 - 1) = 600 + 100 = 700$ тыс. руб.
$X_2 = 7 ; X_3 = 2$	$W_3 (X_3) = 30 (7 - 2) + 70 (7 - 2) = 500 + 50 = 550$ тыс. руб.
$X_2 = 7 ; X_3 = 3$	$W_3 (X_3) = 30 (7 - 3) + 70 (7 - 3) = 400 + 0 = 400$ тыс. руб.
$X_2 = 7 ; X_3 = 4$	$W_3 (X_3) = 30 (7 - 4) + 70 (7 - 4) = 300 + 30 = 330$ тыс. руб.
$X_2 = 7 ; X_3 = 5$	$W_3 (X_3) = 30 (7 - 5) + 70 (7 - 5) = 200 + 60 = 260$ тыс. руб.
$X_2 = 7 ; X_3 = 5$	$W_3 (X_3) = 30 (7 - 6) + 70 (7 - 6) = 100 + 90 = 190$ тыс. руб.
$X_2 = 7 ; X_3 = 7$	$W_3 (X_3) = 0 + 120 = 120$ тыс. руб.

Таблица 8.3

Расчетные данные

Производственные мощности во 2-м квартале	Минимальные затраты 3-го квартала	Условно-оптимальные производственные мощности в 3-м квартале	Условно-оптимальные производственные мощности в 4-м квартал
X_2	$W_3 (X_3)$	X_3	X_4
0	320	1	1
1	220	1	1
2	180	2	1
3	140	3	1
4	210	3	1
5	280	3	1

$$W_2 (X_2) = \min \{ f_2 (X_2) + \varphi_2 (X_2) + W_3 (X_3) \}$$

$$f_2 (X_2) = \begin{cases} 50 (X_2 - X_1), & \text{при } X_2 > X_1 \\ 30 (X_1 - X_2), & \text{при } X_2 < X_1 \end{cases}$$

$$\varphi_2 (X_2) = \begin{cases} 40 (X_2 - m), & \text{при } X_2 > m; X_2 > 6 \\ 70 (m - X_2), & \text{при } X_2 < m; X_2 < 6 \end{cases}$$

$X_1 = 0; X_2 = 0$	$W_2 (X_2) = 70 (6 - 0) = 420 + 430 = 850$ тыс. руб.
$X_1 = 0; X_2 = 1$	$W_2 (X_2) = 50 (1 - 0) + 70 (6 - 1) = 400 + 380 = 780$ тыс. руб.
$X_1 = 0; X_2 = 2$	$W_2 (X_2) = 50 (2 - 0) + 70 (6 - 2) = 380 + 330 = 710$ тыс. руб.
$X_1 = 0; X_2 = 3$	$W_2 (X_2) = 50 (3 - 0) + 70 (5 - 3) = 360 + 280 = 640$ тыс. руб.
$X_1 = 0; X_2 = 4$	$W_2 (X_2) = 50 (4 - 0) + 70 (6 - 4) = 340 + 240 = 580$ тыс. руб.
$X_1 = 0; X_2 = 5$	$W_2 (X_2) = 50 (5 - 0) + 70 (6 - 5) = 320 + 200 = 520$ тыс. руб.
$X_1 = 0; X_2 = 6$	$W_2 (X_2) = 50 (6 - 0) + 70 (6 - 6) = 300 + 160 = 460$ тыс. руб.
$X_1 = 0; X_2 = 7$	$W_2 (X_2) = 50 (7 - 0) + 40 (7 - 6) = 390 + 120 = 510$ тыс. руб.
$X_1 = 1; X_2 = 0$	$W_2 (X_2) = 30 (1 - 0) + 70 (6 - 0) = 450 + 430 = 880$ тыс. руб.
$X_1 = 1; X_2 = 1$	$W_2 (X_2) = 70 (6 - 1) = 350 + 380 = 730$ тыс. руб.
$X_1 = 1; X_2 = 2$	$W_2 (X_2) = 50 (2 - 1) + 70 (6 - 2) = 330 + 330 = 660$ тыс. руб.
$X_1 = 1; X_2 = 3$	$W_2 (X_2) = 50 (3 - 1) + 70 (6 - 3) = 310 + 280 = 590$ тыс. руб.
$X_1 = 1; X_2 = 4$	$W_2 (X_2) = 50 (4 - 1) + 70 (6 - 4) = 290 + 240 = 530$ тыс. руб.
$X_1 = 1; X_2 = 5$	$W_2 (X_2) = 50 (5 - 1) + 70 (6 - 5) = 270 + 200 = 470$ тыс. руб.
$X_1 = 1; X_2 = 6$	$W_2 (X_2) = 50 (6 - 1) + 70 (6 - 6) = 250 + 160 = 410$ тыс. руб.
$X_1 = 1; X_2 = 7$	$W_2 (X_2) = 50 (7 - 1) + 40 (7 - 6) = 340 + 120 = 460$ тыс. руб.
$X_1 = 2; X_2 = 0$	$W_2 (X_2) = 30 (2 - 0) + 70 (6 - 0) = 480 + 430 = 910$ тыс. руб.
$X_1 = 2; X_2 = 1$	$W_2 (X_2) = 30 (2 - 1) + 70 (6 - 1) = 380 + 380 = 760$ тыс. руб.
$X_1 = 6; X_2 = 2$	$W_2 (X_2) = 30 (6 - 2) + 70 (6 - 2) = 400 + 330 = 730$ тыс. руб.
$X_1 = 6; X_2 = 3$	$W_2 (X_2) = 30 (6 - 3) + 70 (6 - 3) = 300 + 280 = 580$ тыс. руб.
$X_1 = 6; X_2 = 4$	$W_2 (X_2) = 30 (6 - 4) + 70 (6 - 4) = 200 + 240 = 440$ тыс. руб.

$X_1 = 6; X_2 = 5$	$W_2 (X_2) = 30 (6 - 5) + 70 (6 - 5) = 100 + 200 = 300$ тыс. руб.
$X_1 = 6; X_2 = 6$	$W_2 (X_2) = 0 + 160 = 160$ тыс. руб.
$X_1 = 6; X_2 = 7$	$W_2 (X_2) = 50 (7 - 6) + 40 (7 - 6) = 90 + 120 = 210$ тыс. руб.
$X_1 = 7; X_2 = 0$	$W_2 (X_2) = 30 (7 - 0) + 70 (6 - 0) = 630 + 430 = 1060$ тыс. руб.
$X_1 = 7; X_2 = 1$	$W_2 (X_2) = 30 (7 - 1) + 70 (6 - 1) = 530 + 380 = 910$ тыс. руб.
$X_1 = 7; X_2 = 2$	$W_2 (X_2) = 30 (7 - 2) + 70 (6 - 2) = 430 + 330 = 760$ тыс. руб.
$X_1 = 7; X_2 = 3$	$W_2 (X_2) = 30 (7 - 3) + 70 (6 - 3) = 330 + 280 = 610$ тыс. руб.
$X_1 = 7; X_2 = 4$	$W_2 (X_2) = 30 (7 - 4) + 70 (6 - 4) = 230 + 240 = 470$ тыс. руб.
$X_1 = 7; X_2 = 5$	$W_2 (X_2) = 30 (7 - 5) + 70 (6 - 5) = 130 + 200 = 330$ тыс. руб.
$X_1 = 7; X_2 = 6$	$W_2 (X_2) = 30 (7 - 6) + 70 (6 - 6) = 30 + 160 = 190$ тыс. руб.
$X_1 = 7; X_2 = 7$	$W_2 (X_2) = 40 (7 - 6) = 40 + 120 = 160$ тыс. руб.

Таблица 5.4

Расчетные данные

Производственные мощности в 1-м квартале	Минимальные затраты 2-го квартала	Условно-оптимальные производственные мощности в 3-м квартале	Условно-оптимальные производственные мощности в 3-м квартале	Условно-оптимальные производственные мощности в 4-м квартал
X_1	$W_2 (X_2)$	X_2	X_3	X_4
0	660	3	1	1
1	560	3	1	1
2	460	3	2	1
3	360	3	3	1
4	320	4	3	1
5	280	5	3	1

$$W_1 (X_1) = \min \{ f_i (X_1) + \varphi_1 (X_1) + W_2 (X_2) \}$$

$$f_i (X_1) = 50 (X_1 - X_0), \text{ при } X_1 > X_0$$

$$30 (X_0 - X_1), \text{ при } X_1 < X_0$$

$$\varphi_1 (X_1) = 40 (X_1 - 1), \text{ при } X_1 > 1$$

$$70 (1 - X_1), \text{ при } X_1 < 1$$

Поскольку X_0 задана по условию задачи, то найдём условию – переменные затраты при $X_0 = 2$.

$X_1 = 2; X_2 = 2$	$W_2 (X_2) = 70 (6 - 2) = 280 + 430 = 710$ тыс. руб.
$X_1 = 2; X_2 = 5$	$W_2 (X_2) = 50 (5 - 2) + 70 (6 - 5) = 220 + 280 = 500$ тыс. руб.
$X_1 = 2; X_2 = 6$	$W_2 (X_2) = 50 (6 - 2) = 200 + 240 = 440$ тыс. руб.
$X_1 = 2; X_2 = 7$	$W_2 (X_2) = 50 (7 - 2) + 40 (7 - 6) = 290 + 200 = 490$ тыс. руб.
$X_1 = 3; X_2 = 0$	$W_2 (X_2) = 30 (3 - 0) + 70 (6 - 0) = 510 + 430 = 940$ тыс. руб.
$X_1 = 3; X_2 = 1$	$W_2 (X_2) = 30 (3 - 1) + 70 (6 - 1) = 410 + 380 = 790$ тыс. руб.
$X_1 = 3; X_2 = 2$	$W_2 (X_2) = 30 (3 - 2) + 70 (6 - 2) = 310 + 330 = 640$ тыс. руб.
$X_1 = 3; X_2 = 3$	$W_2 (X_2) = 30 (3 - 3) + 70 (6 - 3) = 210 + 280 = 490$ тыс. руб.
$X_1 = 3; X_2 = 4$	$W_2 (X_2) = 50 (4 - 3) + 70 (6 - 4) = 190 + 240 = 430$ тыс. руб.
$X_1 = 3; X_2 = 5$	$W_2 (X_2) = 50 (5 - 3) + 70 (6 - 5) = 170 + 200 = 370$ тыс. руб.
$X_1 = 3; X_2 = 6$	$W_2 (X_2) = 50 (6 - 3) = 150 + 160 = 310$ тыс. руб.
$X_1 = 3; X_2 = 7$	$W_2 (X_2) = 50 (7 - 3) + 40 (7 - 6) = 240 + 120 = 360$ тыс. руб.
$X_1 = 4; X_2 = 0$	$W_2 (X_2) = 30 (4 - 0) + 70 (6 - 0) = 540 + 430 = 970$ тыс. руб.
$X_1 = 4; X_2 = 1$	$W_2 (X_2) = 30 (4 - 1) + 70 (6 - 1) = 440 + 380 = 820$ тыс. руб.
$X_1 = 4; X_2 = 2$	$W_2 (X_2) = 30 (4 - 2) + 70 (6 - 2) = 340 + 330 = 670$ тыс. руб.
$X_1 = 4; X_2 = 3$	$W_2 (X_2) = 30 (4 - 3) + 70 (6 - 3) = 240 + 280 = 500$ тыс. руб.
$X_1 = 4; X_2 = 4$	$W_2 (X_2) = 30 (4 - 4) + 70 (6 - 4) = 140 + 240 = 380$ тыс. руб.
$X_1 = 4; X_2 = 5$	$W_2 (X_2) = 50 (5 - 4) + 70 (6 - 5) = 120 + 200 = 320$ тыс. руб.

$X_1 = 4; X_2 = 6 \quad W_2(X_2) = 50(6 - 4) + 70(6 - 6) = 100 + 160 = 260$ тыс. руб.
 $X_1 = 4; X_2 = 7 \quad W_2(X_2) = 50(7 - 4) + 40(7 - 6) = 190 + 120 = 310$ тыс. руб.
 $X_1 = 5; X_2 = 0 \quad W_2(X_2) = 30(5 - 0) + 70(6 - 0) = 570 + 430 = 1000$ тыс. руб.
 $X_1 = 5; X_2 = 1 \quad W_2(X_2) = 30(5 - 1) + 70(6 - 1) = 470 + 380 = 850$ тыс. руб.
 $X_1 = 5; X_2 = 2 \quad W_2(X_2) = 30(5 - 2) + 70(6 - 2) = 370 + 330 = 700$ тыс. руб.
 $X_1 = 5; X_2 = 3 \quad W_2(X_2) = 30(5 - 3) + 70(6 - 3) = 270 + 280 = 550$ тыс. руб.
 $X_1 = 5; X_2 = 4 \quad W_2(X_2) = 30(5 - 4) + 70(6 - 4) = 170 + 240 = 410$ тыс. руб.
 $X_1 = 5; X_2 = 5 \quad W_2(X_2) = 70(6 - 5) = 70 + 200 = 270$ тыс. руб.
 $X_1 = 5; X_2 = 6 \quad W_2(X_2) = 50(6 - 5) = 50 + 160 = 210$ тыс. руб.
 $X_1 = 5; X_2 = 7 \quad W_2(X_2) = 50(7 - 5) + 40(7 - 6) = 140 + 120 = 260$ тыс. руб.
 $X_1 = 6; X_2 = 0 \quad W_2(X_2) = 30(6 - 0) + 70(6 - 0) = 600 + 430 = 1030$ тыс. руб.
 $X_1 = 6; X_2 = 1 \quad W_2(X_2) = 30(6 - 1) + 70(6 - 1) = 500 + 380 = 880$ тыс. руб.
 $X_0 = 2; X_1 = 0 \quad W_1(X_1) = 30(2 - 0) + 70(1 - 0) = 130 + 460 = 590$ тыс. руб.
 $X_0 = 2; X_1 = 1 \quad W_1(X_1) = 30(2 - 1) + 70(1 - 1) = 30 + 410 = 440$ тыс. руб.
 $X_0 = 2; X_1 = 2 \quad W_1(X_1) = 40(2 - 1) = 40 + 440 = 480$ тыс. руб.

VII этап: общие затраты 440 при оптимальном управлении равном 1. В первом квартале затраты - 30 тыс. руб. при оптимальном управлении - 1. Во втором - 250 при управлении, равном 6; В третьем - 70 при управлении 6, В четвертом 90 при управлении 3.

Варианты индивидуальных заданий

Разработать методом динамического программирования оптимальный план управления производственными мощностями в соответствии с постановкой задачи, приведенной в вышерассмотренном примере при следующих исходных данных:

ВАРИАНТ 1

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	2
	2
	3
	4
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), C1	50
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), C2	70
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), C3	60
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), C4	85

ВАРИАНТ 2

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	6
	7
	4
	2
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), C1	45
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), C2	60
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), C3	50

Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	80
---	----

ВАРИАНТ 3

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	2
	5
	3
	2
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С1	68
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С2	70
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), С3	70
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	90

ВАРИАНТ 4

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	8
	12
	10
	9
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С1	70
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С2	75
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), С3	73
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	85

ВАРИАНТ 5

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	3
	4
	6
	2
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С1	80
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С2	95
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), С3	85
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	110

ВАРИАНТ 6

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	1
	6

	7
	3
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С1	30
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С2	50
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), С3	40
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	70

ВАРИАНТ 7

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	2
	5
	8
	2
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С1	40
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С2	60
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), С3	50
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	80

ВАРИАНТ 8

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	4
	4
	6
	3
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С1	60
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С2	70
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), С3	50
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	90

ВАРИАНТ 9

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	3
	4
	6
	1
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С1	70
Затраты по вводу новых производственных мощностей на	80

объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С2	
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), С3	75
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	85

ВАРИАНТ 10

Показатель	Значение
Распределение объема строительно-монтажных работ по кварталам года (млн.руб.)	5
	4
	5
	6
Затраты по переброске производственных мощностей с рассматриваемого объекта на другие (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С1	30
Затраты по вводу новых производственных мощностей на объекте (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С2	40
Потери от простоя оборудования (тыс. руб. на млн. руб. объеме работ), С3	35
Затраты при организации третьей смены (тыс. руб. на млн. руб. объема работ), С4	45

Тема 8. Моделирование систем массового обслуживания Практическая работа №9. Модели систем массового обслуживания

Цель: ознакомиться с основными методами СМО

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы:

Студент будет знать:

- методы построения моделей СМО.

Студент будет уметь:

- строить модель СМО;

- анализировать полученные результаты.

Формируемые компетенции: ИД-2 УК-2, ИД-5 ПК-4

Актуальность темы: Системы массового обслуживания имеют повсеместное распространение. Это телефонные сети, железнодорожные и авиационные кассы, автозаправочные станции и т. п.

Методические указания

Характерным примером стохастических задач являются модели систем массового обслуживания.

Системы массового обслуживания имеют повсеместное распространение. Это телефонные сети, железнодорожные и авиационные кассы, автозаправочные станции и т. п. Основным признаком систем массового обслуживания является наличие некоторой *обслуживающей системы*, которая предназначена для осуществления действий согласно требованиям поступающих в систему *заявок*. Заявки поступают в систему случайным образом. Поскольку обслуживающая система, как правило, имеет ограниченную пропускную способность, а заявки поступают нерегулярно, то периодически создается очередь заявок в ожидании обслуживания, а иногда обслуживающая система простаивает в ожидании заявок. И то и другое в экономических системах влечет непроизводительные издержки (потери), поэтому при проектировании систем массового обслуживания возникает задача нахождения рациональной пропускной способности системы, при которой достигается приемлемый compro-

мисс между издержками от простоя в очередях в ожидании выполнения заявки и простоя системы от недогрузки. Впервые задачи такого типа были решены в работах А. К. Эрланга в начале прошлого века и легли в основу «Теории массового обслуживания», которая успешно развивается в настоящее время.

Таким образом, система массового обслуживания состоит из *блока обслуживания, потока заявок и очереди* в ожидании обслуживания.

Блоки обслуживания в различных системах различаются между собой по многим показателям. Во-первых, блок обслуживания может состоять из одного или нескольких «приборов». Под прибором понимается устройство или человек, обслуживающий заявки. Например, в магазине может быть одна или несколько касс. В первом случае система называется *одноканальной*, во втором — *многоканальной*. Во-вторых, системы массового обслуживания могут быть *однофазными* и *многофазными*. В первом случае заявка обслуживается только одним прибором, во втором — последовательностью приборов. Например, касса в магазине — однофазная система, сберкасса — двухфазная, поскольку сначала клиент обслуживается контролером, а только затем получает деньги у кассира.

Вторая составляющая систем массового обслуживания — входной поток заявок. Обычно предполагают, что входной поток подчиняется некоторому вероятностному закону для длительности интервалов между двумя последовательно поступающими заявками, причем закон распределения считается не изменяющимся в течение некоторого достаточно продолжительного времени. Источник заявок — неограничен.

Третья составляющая — дисциплина очереди. Эта характеристика описывает порядок обслуживания заявок, поступающих на вход системы. Чаще всего применяется дисциплина: «первым пришел — первым обслужен». Но возможны и другие порядки обслуживания: «первым пришел — последним обслужен», случайный порядок обслуживания, обслуживание с приоритетами.

В качестве примера применения системы массового обслуживания рассмотрим задачу проектирования автозаправочной станции (АЗС).

Пусть необходимо выбрать один из нескольких вариантов строительства АЗС. Автомобили прибывают на станцию случайным образом и, если не могут быть обслужены сразу, становятся в очередь. Дисциплина очереди — «первым пришел — первым обслужен». Предположим для простоты, что во всех вариантах рассматривается только одна бензоколонка, а вариант от варианта отличается лишь ее мощностью.

Предположим, статистические наблюдения позволили получить ***величину среднего количества клиентов μ*** , обслуживаемых в единицу времени. Обратная величина $1/\mu$ определяет ***среднее время обслуживания одного клиента***.

Далее допускается стандартное предположение, что вероятность того, что обслуживание одного клиента, находящегося в процессе обслуживания в момент t , будет завершено в малом промежутке времени $[t, t + \tau]$, приблизительно равна $\mu\tau$, где $\mu > 0$. Вероятность того, что обслуживание не закончится, считается приблизительно равной $1 - \mu\tau$, а вероятность того, что будет закончено обслуживание двух или более клиентов, — пренебрежимо малой величиной. Тогда плотность распределения времени обслуживания имеет экспоненциальное распределение:

$$f(t) = \mu \exp(-\mu t), t \geq 0. \quad (1)$$

Далее, исходя из того, что клиенты прибывают на АЗС случайно, предполагается, что вероятность прибытия одного клиента за любой малый промежуток времени $[t, t + \tau]$, начинающийся в произвольный момент времени t и имеющий длину τ , с точностью до пренебрежимо малых величин пропорциональна τ с некоторым коэффициентом пропорциональности $\lambda > 0$. Величина λ интерпретируется как ***среднее число клиентов***, появляющихся в АЗС за единицу времени, а обратная ей величина $1/\lambda$ — как ***среднее время появления одного клиента***. Вероятность того, что за этот промежуток времени не прибудет ни одного клиента, считается приблизительно равной $1 - \lambda\tau$, а вероятность прибытия двух или более кли-

ентов — пренебрежимо малой величиной по сравнению со значением λt . Из выдвинутых предположений в теории вероятностей делаются следующие выводы. Во-первых, промежутки времени τ между двумя последовательными появлениями клиентов удовлетворяют экспоненциальному распределению:

$$\varphi(t) = \lambda \exp(-\lambda t), t \geq 0. \quad (2)$$

Во-вторых, вероятность того, что за любой, уже не малый период времени T придет n клиентов, подсчитывается по формуле

$$P(n) = (\lambda T)^n \exp(-\lambda T) / n!, n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

т. е. входной поток заявок является пуассоновским.

Отметим, что в отличие от среднего количества автомобилей, прибывающих в единицу времени на АЗС, т. е. величины λ , величина μ зависит от выбранного варианта строительства АЗС. Поэтому имеет смысл рассматривать те проекты АЗС, для которых среднее время обслуживания $1/\mu$ меньше среднего промежутка времени $1/\lambda$ между прибытием клиентов, ибо в противном случае очередь будет постоянно расти. В том же случае, когда $1/\mu < 1/\lambda$, через некоторое время после начала работы система перейдет в *стационарный режим*, т. е. ее показатели не будут зависеть от времени.

Обозначив отношение λ / μ через p , можно показать, что стационарный режим устанавливается при $p < 1$. Величину p называют **нагрузкой системы**. Тогда основные характеристики системы массового обслуживания определяются по формулам:

- коэффициент простоя системы.

$$E_1 = 1 - p, \quad (4)$$

- среднее число клиентов в системе

$$E_2 = p / (1 - p), \quad (5)$$

- средняя длина очереди

$$E_3 = p^2 / (1 - p), \quad (6)$$

- среднее время пребывания клиента в системе

$$E_4 = 1 / (\mu - \lambda), \quad (7)$$

- время пребывания клиента в очереди

$$E_5 = p / (\mu - \lambda). \quad (8)$$

На основе анализа значений приведенной системы показателей, характеризующих систему массового обслуживания, делается вывод о целесообразности выбора варианта строительства АЗС.

Пример

Пусть для общих условий постановки задачи по проектированию АЗС известны следующие данные: средний интервал между прибытиями автомобилей составляет 4 минуты. Варианты строительства АЗС имеют следующие средние времена обслуживания автомобилей: 5 мин, 3,5 мин, 2 мин, 1 мин, 0,5 мин. Результаты расчетов по исследованию различных вариантов строительства АЗС сведены в табл. 1:

Таблица 1

Характеристики СМО	1	2	3	4	5
$1/\lambda$	4 мин	4 мин	4 мин	4 мин	4 мин
λ	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$1/\mu$	5 мин	3,5 мин	2 мин	1 мин	0,5 мин
μ	0,2	0,286	0,5	1	2
p	1,25	0,875	0,5	0,25	0,125
E_1	-0,25	0,125	0,5	0,75	0,875
E_2	-5	7	1	0,333	0,143
E_3	-6,25	6,125	0,5	0,083	0,018

E_4	-20	27,477	4	1,333	0,571
E_5	-25	24,305	2	0,333	0,071

Из анализа результатов расчетов следует.

Первый вариант строительства АЗС не годен из-за того, что очередь в этом случае будет расти до бесконечности.

Второй вариант хорош по показателю загруженности оборудования $\rho = 0,875$ и, следовательно, малой средней доли простоя оборудования $E_I = 0,125$, но при этом варианте возникают большие очереди и, следовательно, большие средние времена простоя автомобилей $E_4 = 27$ мин 48 с.

Третий вариант приводит к тому, что оборудование в среднем половину времени простаивает, но среднее число автомобилей в системе равно только 1, а средние потери времени равны 4 мин при среднем времени обслуживания 2 мин.

В остальных вариантах очереди практически нет, но большую часть времени оборудование простаивает, поэтому эти варианты целесообразно отбросить как неэффективные.

Окончательный выбор варианта проекта АЗС, очевидно, принадлежит лицу, принимающему решение (ЛПР), но предварительная рекомендация по результатам анализа может состоять в предложении третьего варианта, если исходить из того, что наблюдается постоянная тенденция роста автомобильного парка в стране.

Контрольные задания

Исходя из общих условий приведенного выше примера провести анализ и определить наиболее предпочтительные варианты строительства АЗС при исходных данных из табл. 2. Результаты расчетов представить в форме табл. 1.

Таблица 2

Исходные данные по вариантам

№ п/п	Интервал прибытия клиентов	Варианты среднего времени обслуживания				
		1	2	3	4	5
1	4	6	6,5	5	3	2
2	5	4	4,4	5,3	6	6,2
3	8	12	10	8	7,8	5
4	6	7,5	7	5,5	4	2
5	3	6	5	4	3,3	2
6	2	3	2,5	2,2	1,6	1,4
7	5	7	6	4	3	2
8	6	7,6	6,2	5,8	5,2	4
9	3	4,3	2,8	2,9	3,7	2
10	5	5,1	4,8	3,7	4,2	3,9
11	9	10,5	8,7	11	7,5	6
12	10	8,5	8,9	11,2	9,3	9
13	4	3,3	2,1	4	4,1	3,8
14	7	6	6,5	7,5	5,2	3
15	8	7	7,5	8,1	9	4,5
16	6	5	5,5	5,9	4	12
17	4	4,5	3,5	3	2	5
18	8	7,6	7,9	8,2	6,7	5
19	9	4	6	7	8,5	9,2
20	13	8,5	6,6	5,3	11,3	11
21	24	27	26	22,3	22,9	22
22	22	21	20	20,5	23	27

23	3	3,9	3,4	2,9	2,2	2
24	2	1,3	1,5	1,7	1,8	2,1
25	12	12,5	11	10	10,5	13
26	9	10	10,3	11	8,5	7,5

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

1. Ващекин А.Н., Квачко В.Ю., Царькова Е.В. Математические методы и модели в экономике : Учебное пособие / А.Н. Ващекин , В.Ю. Квачко, Е.В. Царькова. – М. : Российский государственный университет правосудия, 2019. – 154 с. [Электронный ресурс]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=94185>, экземпляров – не ограничено
2. Протасов Д.Н., Пучков Н.П. Математическое моделирование экономических систем : Учебное пособие / . – Тамбов : Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2018. – 93 с. [Электронный ресурс]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=94348>, экземпляров – не ограничено
3. Лихтенштейн, В. Е. Математическое моделирование экономических процессов и систем [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Е. Лихтенштейн, Г. В. Росс. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 129 с. — 978-5-4486-0350-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74969.html>, экземпляров – не ограничено

Дополнительная литература:

1. Аксянова А.В. Математическое моделирование экономических процессов : Учебное пособие / Под ред. А.В. Аксяновой. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2016. – 92 с. [Электронный ресурс]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=62188>, экземпляров – не ограничено
2. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Порядина В.Л. Математические методы и модели в управлении и их реализация в MS Excel : Учебное пособие. – Воронеж : Воронежский ГАСУ, 2015. – 264 с. [Электронный ресурс]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=55007>, экземпляров – не ограничено

Информационные справочные системы:

Информационно-справочные и информационно-правовые системы, используемые при изучении дисциплины:

1	http://catalog.ncstu.ru/catalog – Официальный сайт библиотеки ФГАОУ ВО СКФУ.
2	http://biblioclub.ru - «Университетская библиотека онлайн»
3	http://www.iprbookshop.ru - ЭБС «IPRbooks»
4	http://www.consultant.ru – Официальный сайт Консультант плюс
5	https://www.garant.ru/ – Информационно-правовой портал «Гарант»
6	http:// www.gks.ru – Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики Российской Федерации

Программное обеспечение:

1.	Microsoft Windows Professional Russian Upgrade/Software Assurance Pack Academic OPEN 1 License No Level
2.	Microsoft Office Russian License/Software Assurance Pack Academic OPEN 1 License No Level

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЯТИГОРСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) СКФУ

Методические указания

для студентов по организации самостоятельной работы
по дисциплине «МОДЕЛИРОВАНИЕ В УПРАВЛЕНИИ БИЗНЕСОМ»
для студентов направления подготовки
38.03.02 «Менеджмент»
Направленность (профиль):
«Управление бизнесом»

**Пятигорск
2024**

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	69
1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МОДЕЛИРОВАНИЕ В УПРАВЛЕНИИ БИЗНЕСОМ»	70
2. ПЛАН-ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	71
3. КОНТРОЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ВИДЫ ОТЧЕТНОСТИ ПО НИМ	72
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА	73
5.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ	76
6.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	77
7. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	89

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Моделирование в управлении бизнесом» является формирование основополагающих представлений о законах, принципах и механизмах моделирования бизнес процессов.

Задачи освоения дисциплины заключаются в приобретении студентами прочных знаний теоретических основ моделирования в области управления бизнеса, умений и навыков применения полученных знаний при решении профессиональных, образовательных и научных задач.

Дисциплина «Моделирование в управлении бизнесом» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений ОВ ВО учебного плана подготовки бакалавров направления 38.03.02 Менеджмент. Ее освоение происходит в 7 семестре у студентов очной формы обучения и в 8 семестре у студентов очно-заочной формы обучения.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МОДЕЛИРОВАНИЕ В УПРАВЛЕНИИ БИЗНЕСОМ»

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. В связи с этим, обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной финансовой ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента – подготовкой специалиста и бакалавра с высшим образованием. При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности.

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. В соответствии с рабочей программой дисциплины «Моделирование в управлении бизнесом» предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студента:

- самостоятельное изучение литературы;
- самостоятельное решение задач;
- выполнение контрольной работы.

Цель самостоятельного изучения литературы – самостоятельное овладение знаниями, опытом исследовательской деятельности.

Задачами самостоятельного изучения литературы являются:

1. углубление и расширение теоретических знаний;
2. формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
3. развитие познавательных способностей и активности студентов.

Цель самостоятельного решения задач - овладение профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю будущей деятельности.

Задачами самостоятельного решения задач являются:

4. систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
5. формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
6. развитие исследовательских умений.

Целью самостоятельного выполнения контрольной работы по дисциплине является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Задачами данного вида самостоятельной работы студента являются:

7. систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
8. углубление и расширение теоретических знаний;
9. формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
10. развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
11. формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
12. развитие исследовательских умений;
13. использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсового проекта.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.	ИД-2. УК-2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений, в том числе с помощью цифровых инструментов.	Использует системный подход при решении задач моделирования в управлении бизнесом
ПК-4. Способен использовать основные теории управления, мотивации, лидерства и власти для решения стратегических и оперативных управленческих задач	ИД-5. ПК-4. Способен строить экономические, финансовые и организационно-управленческие модели путем их адаптации к конкретным задачам управления	На основе методов линейного программирования строит оптимизационные модели для различных сфер ведения бизнеса
ПК-6. Способен использовать количественные и качественные методы анализа информации для проведения прикладных и научных исследований, принятия управленческих решений в области бизнеса	ИД-3. ПК-6. Способен использовать навыки построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления.	Осуществляет построение сетевых графиков, рассчитывает их параметры, проводит оптимизацию; использует методы динамического и имитационного моделирования для конкретных управленческих задач

2. ПЛАН-ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Очная форма обучения

Код реализуемых компетенций	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
7семестр					
ИД-2 УК-2 ИД-5 ПК-4 ИД-3 ПК-6	Самостоятельное изучение литературы	Собеседование	19,8	2,2	22
	Самостоятельное решение задач	Письменный отчет о решении практических работ	18,0	2,0	20
	Выполнение контрольной работы	Защита контрольной работы	18,0	2,0	20
	Подготовка к тестированию	Тестирование	9,0	1,0	10
Итого за 7 семестр			64.8	7.2	72

Очно-заочная форма обучения

Код реализуемых компетенций	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
8 семестр					
ИД-2 УК-2 ИД-5 ПК-4 ИД-3 ПК-6	Самостоятельное изучение литературы	Собеседование	68,4	7,6	76
	Самостоятельное решение задач	Письменный отчет о решении практических работ	18,0	2,0	20
	Выполнение контрольной работы	Защита контрольной работы	18,0	2,0	20
	Подготовка к тестированию	Тестирование	9,0	1,0	10
Итого за 8 семестр			113,4	12,6	126

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ВИДЫ ОТЧЕТНОСТИ ПО НИМ

В рамках рейтинговой системы успеваемость студентов по каждой дисциплине оценивается в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации. Промежуточная аттестация проводится в форме **зачета с оценкой**.

Процедура зачета как отдельное контрольное мероприятие не проводится, оценивание знаний обучающегося происходит по результатам текущего контроля.

Зачет с оценкой выставляется по результатам работы в семестре, при сдаче всех заданий, предусмотренных текущим контролем успеваемости.

При проведении текущего контроля рейтинговая оценка знаний студента оценивается следующим образом:

Контрольная точка	Неделя семестра	Изученные темы теоретического курса	Вид деятельности студентов	Количество баллов
1	6	1-3	Практические работы №№1, 2,3,4; Собеседование по темам №1-3	25

2	12	4-5	Практические работы №5,6; Собеседование по темам №4-5	25
-	18	1-8	Выполнение контрольной работы	5
			Итого 7 семестр	55

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55**. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

Рейтинговая система оценки не предусмотрена для студентов, обучающихся на образовательных программах уровня высшего образования бакалавриата очно-заочной формы обучения.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Самостоятельная работа студента начинается с внимательного ознакомления с содержанием учебного курса.

Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной теме. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие вопросы темы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в конкретном учебном материале, а какие вообще опущены. Требуется творческое отношение и к самому содержанию дисциплины.

Вопросы, составляющие ее содержание, обладают разной степенью важности. Есть вопросы, выполняющие функцию логической связки содержания темы и всего курса, имеются вопросы описательного или разъяснительного характера, а также исторического экскурса в область изучаемой дисциплины. Все эти вопросы не составляют сути понятийного, концептуального содержания темы, но необходимы для целостного восприятия изучаемых проблем.

Изучаемая дисциплина имеет свой категориально-понятийный аппарат. Научные понятия — это та база, на которой строится каждая наука. Понятия — узловые, опорные пункты как научного, так и учебного познания, логические ступени движения в учебе от простого к сложному, от явления к сущности. Без ясного понимания понятий учеба крайне затрудняется, а содержание приобретенных знаний становится тусклым, расплывчатым.

Студент должен понимать, что самостоятельное овладение знаниями является главным, определяющим. Высшая школа создает для этого необходимые условия, помогает будущему высококвалифицированному специалисту овладеть технологией самостоятельного производства знаний.

В самостоятельной работе студентам приходится использовать литературу различных видов: первоисточники, монографии, научные сборники, хрестоматии, учебники, учебные пособия, журналы и др. Изучение курса предполагает знакомство студентов с большим объемом научной и учебной литературы, что, в свою очередь, порождает необходимость выработки у них рационально-критического подхода к изучаемым источникам.

Чтобы не «утонуть» в огромном объеме рекомендованных ему для изучения источников, студент, прежде всего, должен научиться правильно их читать. Правильное чтение рекомендованных источников предполагает следование нескольким несложным, но весьма полезным правилам.

Предварительный просмотр книги включает ознакомление с титульным листом книги, аннотацией, предисловием, оглавлением. При ознакомлении с оглавлением необходимо выделить разделы, главы, параграфы, представляющие для вас интерес, бегло их просмотреть, найти места, относящиеся к теме (абзацы, страницы, параграфы), и познакомиться с ними в общих чертах.

Научные издания сопровождаются различными вспомогательными материалами — научным аппаратом, поэтому важно знать, из каких основных элементов он состоит, каковы его функции.

Знакомство с книгой лучше всего начинать с изучения аннотации — краткой характеристики книги, раскрывающей ее содержание, идейную, тематическую и жанровую направленность, сведения об авторе, назначение и другие особенности. Аннотация помогает составить предварительное мнение о книге.

Глубже понять содержание книги позволяют вступительная статья, в которой дается оценка содержания книги, затрагиваемой в ней проблематики, содержится информация о жизненной и творческой биографии автора, высказываются полемические замечания, разъясняются отдельные положения книги, даются комментарии и т.д. Вот почему знакомство с вступительной статьей представляется очень важным: оно помогает студенту сориентироваться в тексте работы, обратить внимание на ее наиболее ценные и важные разделы.

Той же цели содействует знакомство с оглавлением, предисловием, послесловием. Весьма полезными элементами научного аппарата являются сноски, комментарии, таблицы, графики, списки литературы. Они не только иллюстрируют отдельные положения книги или статьи, но и сами по себе являются дополнительным источником информации для читателя.

Если читателя заинтересовала какая-то высказанная автором мысль, не нашедшая подробного освещения в данном источнике, он может обратиться к тексту источника, упоминаемого в сноске, либо к источнику, который он может найти в списке литературы, рекомендованной автором для самостоятельного изучения.

Существует несколько форм ведения записей:

- план (простой и развернутый) — наиболее краткая форма записи прочитанного, представляющая собой перечень вопросов, рассматриваемых в книге или статье. Развернутый план представляет собой более подробную запись прочитанного, с детализацией отдельных положений и выводов, с выпиской цитат, статистических данных и т.д. Развернутый план — неоценимый помощник при выступлении с докладом на конкретную тему на семинаре, конференции;

- тезисы — кратко сформулированные положения, основные положения книги, статьи. Как правило, тезисы составляются после предварительного знакомства с текстом источника, при его повторном прочтении. Они помогают запомнить и систематизировать информацию.

Составление конспектов

Большую роль в усвоении и повторении пройденного материала играет хороший конспект, содержащий основные идеи прочитанного в учебнике и услышанного в лекции. Конспект — это, по существу, набросок, развернутый план связного рассказа по основным вопросам темы.

В какой-то мере конспект рассчитан (в зависимости от индивидуальных особенностей студента) не только на интеллектуальную и эмоциональную, но и на зрительную память, причем текст конспекта нередко ассоциируется еще и с текстом учебника или записью лекции. Поэтому легче запоминается содержание конспектов, написанных разборчиво, с подчеркиванием или выделением разрядкой ключевых слов и фраз.

Самостоятельно изученные темы предоставляются преподавателю в форме конспекта, по которому происходит собеседование. Теоретические темы курса (отдельные вопросы), выносимые на самостоятельное изучение, представлены ниже.

Тема самостоятельного изучения № 1
«Общие принципы построения математических моделей»

Вид деятельности студентов: самостоятельное изучение литературы

Итоговый продукт самостоятельной работы: конспект

Средства и технологии оценки: собеседование

План конспекта:

21. Сущность моделирования
22. Понятия относящиеся к дисциплине
23. Сферы применения моделирования
24. Возможности применения моделирования в системе управления
25. Понятие системы
26. Понятие экономической системы
27. Виды и типы экономических систем

Работа с литературой:

Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет-ресурсы
1-3	1-2	1	1-5

Тема самостоятельного изучения № 2
«Линейное программирование в оптимальном планировании»

Вид деятельности студентов: самостоятельное изучение литературы

Итоговый продукт самостоятельной работы: конспект

Средства и технологии оценки: собеседование

План конспекта:

- Рисунок Двойственная задача линейного программирования.
 Рисунок Модели транспортной задачи.

Работа с литературой:

Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет-ресурсы
1-3	1-2	1	1-5

Тема самостоятельного изучения № 3
«Оптимальное управление производством»

Вид деятельности студентов: самостоятельное изучение литературы

Итоговый продукт самостоятельной работы: конспект

Средства и технологии оценки: собеседование

План конспекта:

- а) Модель оптимизации рецептуры смеси.
- б) Модель оптимизации раскроя материалов.
- в) Модель оптимизации производственных запасов

Работа с литературой:

Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет-ресурсы
1-3	1-2	1	1-5

Тема самостоятельного изучения № 4
«Сетевое планирование и управление»

Вид деятельности студентов: самостоятельное изучение литературы

Итоговый продукт самостоятельной работы: конспект

Средства и технологии оценки: собеседование

План конспекта:

1.Сетевое планирование в условиях неопределенности

Работа с литературой:

Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет-ресурсы
1-3	1-2	1	1-5

Тема самостоятельного изучения № 5

«Динамическое программирование и имитационное моделирование»

Вид деятельности студентов: самостоятельное изучение литературы

Итоговый продукт самостоятельной работы: конспект

Средства и технологии оценки: собеседование

План конспекта:

1) Метод Монте-Карло как разновидность имитационного моделирования

Работа с литературой:

Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет-ресурсы
1-3	1-2	1	1-5

5.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

По следующим темам выполняются Практические работы в соответствии с рабочей программой дисциплины. Отдельные задания по этим задачам выполняются студентом самостоятельно.

Методические указания по выполнению этих заданий представлены в «Методических указания по выполнению практических работ».

№ темы	Название темы	Название практической работы	Номер задания, выносимого на самостоятельную проработку
1	Основы методологии принятия управленческих решений	Системный подход к анализу ОТЭП предприятия	✓ Определите тип и формы расширенного воспроизводства ✓ Предложите мероприятия по повышению эффективности работы предприятия
2	Линейное программирование в оптимальном планировании	Решение задач линейного программирования	1. Решение задач линейного программирования графическим методом по вариантам 2. Решение задач линейного программирования симплексным методом по вариантам
4	Оптимальное управление производством	Нахождение оптимальной производственной программы предприятия	1.Составить математическую модель задачи 2. Сформулировать вывод
6	Сетевое планирование	Расчет параметров сетевого графа	✓ Рассчитать коэффициенты напряженности

	и управление		сетевого графа ✓ Сформулировать выводы
7	Динамическое программирование и имитационное моделирование	Построение модели управления производственной мощностью	4. Осуществить 4 этап расчета 5. Сформулировать выводы

Работа с литературой:

Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет-ресурсы
1-3	1-2	1	1-5

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

6.1 Цель, задачи и реализуемые компетенции

Целью выполнения контрольной работы по дисциплине «Моделирование в управлении предпринимательской деятельностью» для студентов направления подготовки 38.03.02 «Менеджмент» является закрепление теоретических знаний студентов по дисциплине и выработка навыков решать конкретные практические и теоретические задачи.

Задачи выполнения контрольной работы:

- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

6. Формулировка задания и его объем

Выполняемая в соответствии с учебным планом контрольная работа по дисциплине «Моделирование в управлении предпринимательской деятельностью» состоит из двух частей - теоретической и практической, включающей решение четырех задач.

Выбор индивидуального домашнего задания по вариантам определяется последней цифры зачетной книжки студента.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант 1

1. Сущность и классификация математических моделей
2. Решить задачу линейного программирования графическим методом:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = x_1 + x_2 - 2x_3 - 3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_3 \leq 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 1, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 15, \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	7	8	1	3	110
A_2	2	4	5	9	110
A_3	6	3	5	2	80
$\sum b_j$	50	90	90	70	

5. Предприятие химической промышленности в соответствии с полученным гос. заказом должно выпустить удобрения для сельского хозяйства 4 наименований в следующем объеме: удобрение А – 1000 т, удобрение Б – 2000 т, удобрение В – 1500 т, удобрение Г – 1500 т. Годовой объем реализованной продукции должен составлять не менее 4 млн. руб.

От сельскохозяйственных предприятий поступили заявки на поставку удобрений в следующем объеме: по удобрению А – 1100 т, по удобрению Б – 2100 т, по удобрению В – 2000 т, по удобрению Г – 1800 т.

Годовой фонд времени работы оборудования составляет:

- по оборудованию 1 группы – 56000 часов;
- по оборудованию 2 группы – 139000 часов.

Годовой лимит одного из главнейших видов сырья, входящего во все удобрения, составляет 7000 т, а остальное сырье не лимитируется.

Норма затрат производственных ресурсов для изготовления различных удобрений, себестоимость их производства и оптовая цена реализации приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Ресурсы и стоимостные показатели	Ед. изм.	Выпускаемые удобрения			
		А*	Б*	В	Г
Оборудование 1 группы	час /т	5	10	8	10
Оборудование 2 группы	час /т	20	10	12	10
Основное сырье	т/т	0,8	1,2	1	1,4
Себестоимость	руб./т	460	540	650	740
Оптовая цена	руб./т	500	600	700	800

Звездочкой отмечены удобрения высшей категории качества

Составить оптимальный план производственной программы выпуска различных удобрений при условии получения предприятием максимальной прибыли, выпуска удобрений высшей категории качества не менее 40% от общего их объема и затрат на рубль товарной продукции не более – 0,93.

Вариант 2

1. Модель оперативно-календарного планирования
2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$Z = x_1 - x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = x_1 + x_2 - 3x_3 - 2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_3 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 15, \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	2	2	3	4	60
A_2	6	4	3	1	80
A_3	1	2	2	1	100
$\sum b_j$	40	60	80	60	

5. Цементный завод получил государственный заказ от Министерства промышленности стройматериалов произвести в течение года цемента марки «300» - 10000 тн, марки «400» - 120000 тн, марки «500» - 150000 тн, марки «600» - 160000 тн. При аттестации цемент последних двух марок удостоен высшей категории качества.

С различных строек на завод поступили заявки на производство и поставку цемента в следующем объеме и ассортименте:

Марки «100» - 80000 тн, марки «200» - 80000 тн, марки «300» - 120000 тн, марки «400» - 120000 тн, марки «500» - 180000 тн, марки «600» - 200000 тн.

Для производства цемента завод снабжается двумя видами лимитируемого сырья. Предельное значение поставки сырья «А» составляет 520000 тн, а сырья «Б» - 500000 тн.

Годовой фонд времени работы дробильного оборудования составляет 52100 часов, а цементных печей – 19000 часов.

Затраты производственных ресурсов на единицу изготавливаемого цемента каждой марки, а также себестоимость производства и оптовая цена реализации продукции приводятся в таблице 2.1:

Таблица 2.1

Ресурсы и стоимостные показатели	Ед. изм.	Марки производимого цемента					
		100	200	300	400	500	600
Сырье А	т/т	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,2
Сырье Б	т/т	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0
Дробильное оборудование	час/т	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
Цементные печи	час/т	0,015	0,016	0,02	0,025	0,03	0,04
Себестоимость	руб/т	2,0	2,2	2,5	3,0	4,0	5,0
Оптовая цена	руб/т	2,5	2,8	3,2	3,6	4,8	6,0

Предложить оптимальную производственную программу изготовления цемента по объему и ассортименту, если реализация продукции должна составлять не менее 2,5 млн. руб., удельный вес продукции высшей категории качества – 65%, затраты на рубль товарной продукции – не менее 0,83 руб., а прибыль должна достичь максимально возможного значения.

Вариант 3

1. Имитационное моделирование
2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$Z = 2x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq -12, \\ x_1 + x_2 \leq 4, \quad x_1 \leq 6. \end{cases}$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 1 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 5x_3 \leq 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 16, \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	10	3	5	8	12
A_2	5	7	6	4	5
A_3	1	4	3	7	18
$\sum b_j$	10	11	8	6	

5. Машиностроительный завод выпускает три типа редукторов – шестеренчатые, червячные и фрикционные. Годовой государственный заказ на производство редукторов составляет:

- по шестеренчатым – 10000 штук;
- по червячным – 12000 штук;
- по фрикционным – 8000 штук.

Завод получил заявки от потребителей на производство 16000 шестеренчатых, 12000 червячных и 8000 фрикционных редукторов.

Обработка и изготовление редукторов производится на оборудовании шести групп (табл. 3.1):

Таблица 3.1

Оборудование	Норма на производство редуктора			Полезный годовой фонд, час.
	шестеренчатые	червячные	фрикционные	
Токарное	2	6	4	140000
Фрезерное	1	2	1	54000
Зуборезное	2	4	1	100000
Строгальное	1	1	2	42000
Сверлильное	1	2	2	52000
Шлифовальное	2	3	4	100000

Оптовая цена шестеренчатого редуктора составляет 100 рублей, червячного – 120 рублей, фрикционного - 150 рублей.

Определить производственную мощность предприятия и плановый коэффициент ее использования, если ведущим является шлифовальное оборудование, а плановая величина объема реализации составляет 3,73 млн. рублей.

Вариант 4

1. Производственные функции

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$Z = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 &\leq 1, \\ x_1 &\leq 1.5.\end{aligned}$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = 5x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 1 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_1 + 3x_3 \leq 8, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	2	4	5	1	60
A_2	2	3	9	4	70
A_3	3	4	2	5	20
$\sum b_j$	40	30	30	50	

5. Для производства химического красителя, в состав которого входят три элемента – А, Б и В, можно использовать четыре различных вида сырья, как отдельно друг от друга, так и совместно в любой пропорции. Соотношение отдельных элементов в готовом красителе будет следующим: А:Б:В=1 : 4 : 5.

Составить оптимальную рецептуру использования сырья для производства красителя, если известно, что излишки какого-либо элемента в реакцию не вступают, но извлекаются с помощью специальных фильтров и могут быть реализованы на сторону как отходы основного производства.

Данные о составе сырья, его стоимости и стоимости реализуемых отходов приведены в таблице 4.1:

Таблица 4.1

Сырье	Содержание элементов, %			Стоимость сырья, руб/кг
	А	Б	В	
1	-	20	80	1,5
2	40	60	-	1
3	20	20	60	1,2
4	20	30	50	0,8
Стоимость отходов, руб/кг	0,4	0,3	0,2	-

Определить годовой экономический эффект от применения оптимальной рецептуры сырья при годовом производстве красителя 100 т и срок окупаемости капитальных затрат на установку специальных фильтров, если известно, что затраты на сырье при применявшейся ранее рецептуре составляли 120 000 руб. в год, а фильтрующая установка обошлась предприятию в 10 000 руб.

Вариант 5

1. Модель межотраслевого баланса (МОБ)

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$\begin{cases} Z=2x_1+2x_2 \rightarrow \max \\ -2x_1+3x_2 \leq 12, \end{cases}$$

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 &\leq 4, \\x_1 &\leq 6, \\x_1 &\geq 0, x_2 \geq 0\end{aligned}$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = 4x_1 + x_2 - x_3 - 1 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 1, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2, \\ 2x_1 + x_3 \leq 7, \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	1	3	2	1	300
A_2	2	2	3	1	400
A_3	3	1	1	2	500
$\sum b_j$	100	300	400	400	

5. В механическом цехе производится изготовление двух изделий. В соответствии с программой в течение квартала необходимо отправить потребителям 4000 первых и 8000 вторых изделий.

При этом поставка изделий по месяцам квартала должна составить:

Таблица 5.1

№ изделия	1 месяц	2 месяц	3 месяц	4 месяц
1	1000	2000	1000	4000
2	2000	3000	3000	8000

На начало квартального периода в цехе имелось 500 первых готовых изделий и 800 вторых. На конец периода требуется обеспечить соответственно 700 и 400 готовых изделий. Себестоимость каждого из этих изделий составляет 10 рублей.

Обработка и изготовление изделий осуществляется с помощью оборудования трех групп. Располагаемый фонд рабочего времени оборудования (час.) по месяцам квартала приводится в таблице 5.2:

Таблица 5.2

Месяцы квартала	Оборудование		
	I гр.	II гр.	III гр.
1	50000	60000	42000
2	65000	60000	55000
3	60000	65000	52000

Затраты станочного времени на изготовление изделия по каждой группе оборудования (час./изд.) составляет:

Таблица 5.3

№ изделия	Оборудование		
	I гр.	II гр.	III гр.
1	20	10	15
2	10	15	10

Требуется составить план производства изделий по месяцам квартала с точным расчетом, чтобы удовлетворить потребность потребителя и обеспечить минимальную величину остатков готовой продукции за весь плановый период.

Вариант 6

1. Сетевое планирование и управление (СПУ)

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$Z = 3x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq -3, \\ x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 \leq 1.5. \end{cases}$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 11 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 18, \\ 3x_2 - 2x_3 \leq 9, \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	2	3	5	6	160
A_2	9	4	5	2	220
A_3	3	8	1	7	220
$\sum b_j$	140	180	180	100	

5. Предприятие химической промышленности производит катализатор, ускоряющий производство синтетических смол. В состав катализатора входят три элемента в следующей пропорции: элемент А – 20%, элемент Б- 30%, элемент В – 50%. Для получения катализатора можно использовать четыре различных вида сырья как отдельно друг от друга, так и совместно в любой пропорции.

Составить оптимальную рецептуру использования сырья для производства катализатора, если известно, что излишки какого-либо элемента в реакцию не вступают и безвозвратно теряются как отходы производства.

Данные о стоимости сырья и его составе приводятся в таблице:

Таблица 6.1

Сырье	Содержание элементов, %			Стоимость сырья, руб./кг
	А	Б	В	
1	30	30	40	1
2	20	50	30	1,2
3	50	20	30	0,8
4	10	40	50	1

Определить годовой экономический эффект от применения оптимальной рецептуры смеси при годовом объеме производства катализатора 100 т, если известно, что затраты на сырье по применявшейся ранее рецептуре составляли 130 тыс. руб. в год.

Вариант 7

1. Теория массового обслуживания

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$Z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ -2x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - x_2 \geq 2. \end{cases}$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = x_1 + x_2 + 2x_3 - 1 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 \leq 5, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 3, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 \leq 5, \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	1	22	2	1	200
A_2	1	4	3	6	160
A_3	4	2	3	2	120
$\sum b_j$	120	120	160	80	

5. Для производства химического красителя, в состав которого входят три элемента А, Б и В, можно использовать четыре различных вида сырья как отдельно друг от друга, так и совместно в любой пропорции. Соотношение отдельных элементов в готовом красителе будет следующим: А:Б:В=1:4:5.

Составить оптимальную рецептуру использования сырья для производства красителя, если известно, что излишки какого-либо элемента в реакцию не вступают, но извлекаются с помощью специальных фильтров и могут быть реализованы на сторону как отходы основного производства.

Данные о составе сырья, его стоимости и стоимости реализуемых отходов приводятся в таблице 7.1:

Таблица 7.1

Сырье	Содержание элементов, %			Стоимость сырья, руб./кг
	А	Б	В	
1	-	20	80	1,5
2	40	60	-	1
3	20	20	60	1,2
4	20	30	50	0,8
Стоимость отходов, руб./кг	0,4	0,3	0,2	-

Определить годовой экономический эффект от применения оптимальной рецептуры сырья при годовом производстве красителя 100 т и срок окупаемости капитальных затрат на установку специальных фильтров, если известно, что затраты на сырье по применявшейся ранее рецептуре составляли 120 тыс. руб. в год, а фильтрующая установка обошлась предприятию в 10 тыс. руб.

Вариант 8

1. Модель оптимизации производственной программы

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$Z = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 4, \\ -4x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 4. \end{cases}$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = 16x_1 + 14x_2 + 16x_3 - 1 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 \leq 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 3, \\ x_1 + 2x_3 \leq 4, \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	7	4	3	1	160
A_2	4	7	6	5	220
A_3	8	3	5	10	220
$\sum b_j$	160	110	230	100	

5. В соответствии с годовой программой объем производства химического реактива должен составлять 50000 т. по данным технических условий реактив должен иметь следующий химический состав:

Таблица 8.1

Содержание элементов	Б	В	Г	Д
Нижний предел (%)	10	18	30	14
Верхний предел (%)	13	25	34	20

При этом удельный вес контролируемых элементов (Б,В,Г,Д) в готовом реактиве должен составлять 85%.

При изготовлении реактива могут быть использованы в любой пропорции пять различных видов сырья. Их химический состав и стоимость приводятся в таблице 8.2:

Таблица 8.2

Сырье	Содержание элементов, %						Стоимость сырья, руб./кг
	А	Б	В	Г	Д	Е	
1	15	15	15	15	20	20	3,5
2	40	-	-	50	10	-	3,8
3	20	30	30	-	-	20	3,3
4	-	8	12	30	-	50	3,1
5	6	24	20	18	32	-	3,4

Составить оптимальную рецептуру используемого для производства реактива сырья, определить его годовой расход по видам и годовые затраты на сырье в целом. Каков будет экономический эффект от внедрения оптимальной рецептуры, если по ранее применявшейся технологии затраты на сырье, приходящиеся на одну тонну готового реактива, составляли 5500 руб./т? Установить, каковы будут отходы производства.

Вариант 9

1. Модель оптимизации производственных запасов

2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$Z = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 5,$$

$$x_1 \leq 3,$$

$$x_2 \leq 2,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = 3x_1 + 10x_2 + 2x_3 - 5 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 1,$$

$$-2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 3,$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 8,$$

$$x_j \geq 0$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	5	4	2	3	40
A_2	4	3	9	2	140
A_3	1	4	5	2	120
$\sum b_j$	100	60	60	80	

5. Химический комбинат должен за год произвести синтетические моющие средства 1 вида – 120000 т, 2 вида – 150000 т, 3 вида – 210000 т.

В соответствии с действующими стандартами моющие средства должны иметь следующий химический состав:

Таблица 9.1

Моющее средство	Удельный вес контролируемых компонентов	Контролируемые компоненты	А	Б	В	Г	Д
1 вида	85%	Нижний предел (%)	18	14	6	25	12
		Верхний предел (%)	25	18	12	27	15
2 вида	90%	Нижний предел (%)	4	32	16	7	18
		Верхний предел (%)	6	35	24	12	20
3 вида	95%	Нижний предел (%)	10	14	28	25	8
		Верхний предел (%)	12	18	32	28	9

При изготовлении моющих средств может быть использовано в любой пропорции пять различных видов сырья. Их химический состав, стоимость и ограничение поставки приводятся в таблице 9.2:

Таблица 9.2

Сырье	Содержание элементов, %						Стоимость сырья, руб./кг	Годовая поставка не более, т
	А	Б	В	Г	Д	Е		
1	15	15	15	15	20	20	0,1	50000
2	40	-	-	50	10	-	0,12	80000
3	20	30	30	-	-	20	0,08	120000
4	-	8	12	30	40	10	0,11	100000
5	6	24	20	18	32	-	0,12	Не огран.

Составить оптимальную рецептуру используемого сырья для производства моющих средств, определить его годовой расход по видам и годовые затраты на сырье в целом.

Вариант 10

1. Решение задач линейного программирования
2. Решить задачу линейного программирования графическим методом

$$Z = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Составить двойственную задачу по отношению к данной. Найти оптимальное решение симплексным методом для одной из них.

$$Z = 2x_1 + x_2 - x_3 - 1 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 4, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 9, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 10, \\ x_j \geq 0. \end{cases}$$

4. Найти оптимальный план для следующей транспортной задачи:

A_i, B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	$\sum a_i$
A_1	2	1	1	3	120
A_2	1	2	3	2	80
A_3	1	3	2	1	40
$\sum b_j$	80	60	80	20	

5. В механическом цехе производится изготовление двух изделий. В соответствии с программой в течение квартала необходимо отправить потребителям 4000 первых и 8000 вторых изделий.

При этом поставки изделий по месяцам квартала должны составлять:

Таблица 10.1

№ изделия	1 месяц	2 месяц	3 месяц	Итого
1	1000	2000	1000	4000
2	2000	3000	3000	8000

На начало квартального периода в цехе имелось 500 первых готовых изделий и 800 вторых. На конец периода требуется обеспечить соответственно 700 и 400 готовых изделий. Себестоимость каждого из этих изделий составляет 10 руб.

Обработка и изготовление изделий осуществляется с помощью оборудования трех групп. Располагаемый фонд рабочего времени оборудования (час) по месяцам квартала приводится в таблице 10.2:

Таблица 10.2

Месяцы квартала	Оборудование		
	1 группы	2 группы	3 группы
1	50000	60000	42000
2	65000	60000	55000
3	60000	65000	52000

Затраты станочного времени на изготовление изделия по каждой группе оборудования (час/изд) составляют:

Таблица 10.3

№ изделия	Оборудование
-----------	--------------

	1 группы	2 группы	3 группы
1	20	10	15
2	10	15	10

Требуется составить план производства изделий по месяцам квартала с таким расчетом, чтобы удовлетворить потребности потребителя и обеспечить минимальную величину остатков готовой продукции за весь плановый период.

6.3. Общие требования к написанию и оформлению работы

Тематика контрольных работ разрабатывается преподавателем, читающим данную дисциплину. Вариант контрольной работы определяется в порядке, установленном преподавателем: по последней цифре номера зачетной книжки.

В контрольной работе должны быть даны обстоятельные ответы на теоретические вопросы, правильно выполненные тесты.

При написании контрольной работы студент должен использовать новейшую литературу по данному курсу, а также литературные и нормативные источники, рекомендованные преподавателем.

Замечания, выявленные преподавателем в ходе проверки, фиксируются на полях работы. К рассмотрению не принимаются ксерокопии контрольных работ и работы, которые выполнены с нарушением установленных требований. Студент, контрольная работа которого не получила положительную оценку, не допускается к сдаче зачета по дисциплине.

Объем контрольной работы – 10 печатных страниц. Текст работы должен быть напечатан через 1,5 интервала на одной стороне стандартного листа белой бумаги (А-4). Текст и другие отпечатанные элементы работы должны быть черными, контуры букв и знаков четкими, без ореола и затенения. Шрифт Times New Roman, кегель 14. Названия вопросов выделяются полужирным шрифтом. Лист с текстом должен иметь поля: слева - 30 мм, справа - 10 мм, сверху - 20 мм, снизу 20 мм. Нумерация страниц текста делается в правом верхнем углу листа.

Список использованной литературы обязателен.

Контрольная работа регистрируется на кафедре «Экономики, менеджмента и государственного управления» в установленные сроки лаборантами кафедры.

Непредставление работы в срок является основанием не допуска студента к экзамену по данной дисциплине.

6.4. Указания по выполнению задания

Выполняемая в соответствии с учебным планом контрольная работа по дисциплине «Моделирование в управлении предпринимательской деятельностью» состоит из двух частей:

- ✓ теоретической, включающей один вопрос, на который необходимо дать полный, развернутый ответ;
- ✓ практической, предполагающей решение задач.

При выполнении теоретической части следует иметь в виду, что изложение должно носить конспективный характер, быть систематизированным, иллюстрироваться схемами, рисунками и графиками. При выполнении теоретической части следует иметь в виду, что изложение должно носить конспективный характер, быть систематизированным, иллюстрироваться схемами, рисунками и графиками. Практическая часть выполняется по темам, не совпадающим с темами теоретической части, что позволяет охватить домашним заданием, как минимум, три темы курса. Практическая часть включает решение задач и анализ полученных результатов.

6.4. План-график выполнения задания

Работа над контрольной работой может быть представлена в виде выполнения следующих этапов:

№ п/п	Наименование этапа	Сроки выполнения
1	Получение задания	Первое практическое занятие

2	Первичная консультация с преподавателем	Первое практическое занятие
3	Работа с информационными источниками	5 семестр
4	Написание контрольной работы	5 семестр
5	Предоставление контрольной работы на кафедру	5 семестр, 16-я неделя семестра
6	Защита контрольной работы	На последнем практическом занятии

6.5. Критерии оценивания работы

Проверка контрольной работы позволяет выявить насколько глубоко и полно студент усвоил соответствующие разделы или темы курса, имеются ли недоработки, пробелы в усвоении изучаемого материала.

Положительной оценкой работы является «зачтено». За работы, не удовлетворяющие предъявляемым требованиям, выставляется «не зачтено».

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он своевременно выполнил работу; использовал актуальную основную и дополнительную литературу; представил обоснование выбранной методики расчета; выбрал верную последовательность выполнения работы; произвел точные расчеты; предоставил обоснованные выводы по работе; выполненная работа соответствует индивидуальному варианту студента.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он своевременно выполнил работу; использовал достаточно актуальную основную и дополнительную литературу; представил верную методику расчета; выбрал верную последовательность выполнения работы; произвел точные расчеты; предоставил выводы по работе; выполненная работа соответствует индивидуальному варианту студента.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он выполнил работу не вовремя; использовал неактуальную основную и дополнительную литературу; представил верную методику расчета; выбрал верную последовательность выполнения работы; произвел неточные расчеты; не предоставил обоснованные выводы по работе; выполненная работа соответствует индивидуальному варианту студента.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он несвоевременно выполнил работу; использовал неактуальную основную и дополнительную литературу; отсутствует обоснование выбранной методики расчета; выбрал неверную последовательность выполнения работы; произвел неточные расчеты со значительными ошибками; не предоставил обоснованные выводы по работе; выполненная работа не соответствует индивидуальному варианту студента.

6.6. Порядок защиты работы

Проверенная преподавателем контрольная работа допускается к защите.

Защита контрольной работы происходит во время последнего практического занятия по дисциплине «Моделирование в управлении предпринимательской деятельностью».

Студент в течение 5 минут докладывает основные теоретические аспекты по выполненным заданиям. Отвечает на вопросы преподавателя, если это необходимо для уточнения ответа.

Работа с литературой:

Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет-ресурсы
1-3	1,2	1	1-5

7. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Ващекин А.Н., Квачко В.Ю., Царькова Е.В. Математические методы и модели в экономике : Учебное пособие / А.Н. Ващекин, В.Ю. Квачко, Е.В. Царькова. – М. : Российский госу-

- дарственный университет правосудия, 2019. – 154 с. [Электронный ресурс]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=94185>, экземпляров – не ограничено
2. Протасов Д.Н., Пучков Н.П. Математическое моделирование экономических систем : Учебное пособие / . – Тамбов : Издательский центр ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2018. – 93 с. [Электронный ресурс]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=94348>, экземпляров – не ограничено
3. Лихтенштейн, В. Е. Математическое моделирование экономических процессов и систем [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Е. Лихтенштейн, Г. В. Росс. — Электрон. текстовые данные. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 129 с. — 978-5-4486-0350-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74969.html>, экземпляров – не ограничено

Дополнительная литература:

1. Аксянова А.В. Математическое моделирование экономических процессов : Учебное пособие / Под ред. А.В. Аксяновой. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2016. – 92 с. [Электронный ресурс]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=62188>, экземпляров – не ограничено
2. Баркалов С.А., Моисеев С.И., Порядина В.Л. Математические методы и модели в управлении и их реализация в MS Excel : Учебное пособие. – Воронеж : Воронежский ГАСУ, 2015. – 264 с. [Электронный ресурс]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/epd-reader?publicationId=55007>, экземпляров – не ограничено

Методическая литература:

1. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Моделирование в управлении бизнесом» для студентов направления подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (направленность (профиль): Управление бизнесом), Штапова И.С., 2024 г.

Интернет-ресурсы:

2. <http://biblioclub.ru> - «Университетская библиотека онлайн»
3. <http://www.iprbookshop.ru> - ЭБС «IPRbooks»
4. <http://www.consultant.ru> - Справочно-правовая система (СПС, КонсультантПлюс
5. <http://catalog.ncstu.ru/> - Электронная библиотека СКФУ.
6. Корпоративный менеджмент [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.cfin.ru/>
7. Моделирование в управлении бизнесом: информационно-аналитический журнал [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.pmmagazine.ru/>