d74ce93cd40e39275c3ba2f58486412a1c8ef96f

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ
Колледж Пятигорского института (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ
Директор Пятигорского института
(филиал) СКФУ
Т.А. Шебзухова

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ОД.07 Математика

Специальность 38.02.08 Торговое дело

Форма обучения очная

2024 г

1. Паспорт фонда оценочных средств

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств предназначен для оценивания знаний, умений, уровня сформированности компетенций студентов, обучающихся по специальности 38.02.08 Торговое дело по учебной дисциплине ОД.07 Математика.

ФОС составлен на основе ФГОС и рабочей программы дисциплины.

Промежуточная аттестация по учебной дисциплине предусмотрена в форме экзамена с выставлением отметки по системе «отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно».

1.2. Планируемые результаты освоения дисциплины

Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии общих компетенций в соответствии с ФГОС:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях.

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.

Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС:

ПК 4.1 Соблюдать правила эксплуатации контрольно-кассовой техники (ККТ) и выполнять расчетные операции с покупателями.

В рамках программы общеобразовательной дисциплины осваиваются личностные, метапредметные и предметные результаты в соответствии с требованиями ФГОС среднего общего образования.

Планируемые результаты освоения дисциплины: личностные (ЛР), метапредметные (МР), предметные для базового уровня изучения (ПР).

Личностные включают:

ЛР 05. Сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности.

ЛР 07. Навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

ЛР 08. Нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей.

ЛР 09. Готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

ЛР 13. Осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

ЛР 14. Сформированность экологического мышления, понимания влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды; приобретение опыта эколого-направленной деятельности.

Метапредметные:

МР 01. Самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне.

МР 02. Устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения.

МР 03. Определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения.

МР 04. Выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях.

МР 06. Владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем.

МР 07. Способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания.

МР 08. Овладение видами деятельности по получению нового знания, его интерпретации, преобразованию и применению в различных учебных ситуациях, в том числе при создании учебных и социальных проектов.

МР 09. Формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями и методами.

МР 11. Выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения.

Предметные:

ПР 01. Владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

ПР 02. Уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений.

ПР 03. Уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы.

ПР 04. Уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях в функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; Строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения.

ПР 05. Умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами.

ПР 06. Умение решать текстовые задачи различных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученные решения и оценивать правдоподобность результатов.

ПР 07. Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств.

ПР 08. Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятность реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях.

ПР 09. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, в пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира.

ПР 10. Умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники.

ПР 11. Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач.

ПР 12. Умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы.

ПР 13. Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками.

ПР 14. Умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий Российской и мировой математической науки.

1.3. Формы контроля и оценивания

Предметом оценки служит сформированность общих и профессиональных компетенций.

Таблица 1 Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

<table>
<tr><td rowspan="3">Элемент учебной дисциплины</td><td colspan="4">Формы контроля и оценивания</td></tr>
<tr><td colspan="2">Текущий контроль</td><td colspan="2">Промежуточная аттестация</td></tr>
<tr><td>Методы оценки (заполняется в соответствии с разделом 4 рабочей программы)</td><td>Проверяемые ПК, ОК, У, З (для общеобразовательных дисциплин ОК, Л, М, П)</td><td>Методы оценки</td><td>Проверяемые ПК, ОК, У, З (для общеобразовательных дисциплин ОК, Л, М, П)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Раздел 1. Повторение курса математики основной школы</td><td rowspan="6">Экзамен</td><td rowspan="6">ОК 01
ОК 02
ОК 03
ОК 04
ПК 4.1
ЛР 05
ЛР 07
ЛР 08
ЛР 09
ЛР 13
ЛР 14
МР 01
МР 02
МР 03
МР 04
МР 06
МР 07
МР 08
МР 09
МР 11
ПР 01
ПР 02
ПР 03
ПР 04
ПР 05
ПР 06
ПР 07
ПР 08
ПР 09
ПР 10
ПР 11
ПР 12</td></tr>
<tr><td>Тема 1.1
Цели и задачи математики при освоении специальности</td><td>Практическая работа №1
Цели и задачи математики при освоении специальности</td><td rowspan="4">ОК 01, 02, 03, 04
ПК 4.1
ЛР 05, 07, 08, 09
МР 01, 02, 03, 07, 09, 11
ПР 01, 02, 06, 09, 12, 14</td></tr>
<tr><td>Тема 1.2
Числа и вычисления. Выражения и преобразования. Процентные вычисления</td><td>Практическая работа №2
Числа и вычисления. Выражения и преобразования. Процентные вычисления</td></tr>
<tr><td>Тема 1.3
Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств</td><td>Практическая работа №3
Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств</td></tr>
<tr><td>Тема 1.4
Функции: линейная, обратная пропорциональность, квадратичная функция</td><td>Практическая работа №4
Функции: линейная, обратная пропорциональность, квадратичная функция</td></tr>
<tr><td>Тема 1.5
Геометрия на плоскости</td><td>Практическая работа №5
Геометрия на плоскости</td><td>ОК 01, 02, 03, 04
ЛР 05, 07, 08, 09
МР 01, 02, 03, 07, 09, 11</td></tr>
</table>

		ПР 01, 02, 06, 09, 12, 14		*ПР 13* *ПР 14*
Тема 1.6 Входная контрольная работа	Практическая работа №6 Входная контрольная работа	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 07, 08, 09 МР 01, 02, 03, 07, 09, 11 ПР 01, 02, 06, 09, 12, 14		
Раздел 2. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции				
Тема 2.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа. Радианная и градусная мера угла	Устный опрос Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 07, 08, 09 МР 01, 02, 03, 06, 07, 08, 09 ПР 01, 02, 03, 05, 14		
Тема 2.2 Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения	Практическая работа №7 Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения			
Тема 2.3 Синус, косинус, тангенс суммы и разности двух углов. Формулы двойного аргумента	Устный опрос			
Тема 2.4 Формулы половинного угла. Формулы понижения степени	Практическая работа №8 Формулы половинного угла. Формулы понижения степени			
Тема 2.5 Тригонометрические функции, их свойства и графики	Устный опрос Собеседование			
Тема 2.6 Преобразование графиков тригонометрических функций	Устный опрос			

Тема 2.7 Описание производственных процессов с помощью графиков функций	Практическая работа №9 Описание производственных процессов с помощью графиков функций Практическая работа №10 Описание производственных процессов с помощью графиков функций			
Тема 2.8 Обратные тригонометрические функции	Устный опрос			
Тема 2.9 Простейшие тригонометрические уравнения	Устный опрос Собеседование			
Тема 2.10 Простейшие тригонометрические неравенства	Практическая работа №11 Простейшие тригонометрические неравенства			
Тема 2.11 Системы тригонометрических уравнений	Устный опрос			
Тема 2.12 Контрольная работа по разделу 2 «Основы тригонометрии. Тригонометрические функции»	Практическая работа №12 Контрольная работа по разделу 2 «Основы тригонометрии. Тригонометрические функции»			
Раздел 3. Степени и корни. Степенная функция				
Тема 3.1 Степень. Свойства степени с рациональными и действительными показателями	Устный опрос Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 07, 08, 09 МР 01, 02, 03, 06, 07 ПР 02, 03, 04, 05, 14		
Тема 3.2 Степенные функции, их свойства и графики	Устный опрос			
Тема 3.3 Понятие корня n-ой степени из действительного числа. Свойства корня n-ой степени	Устный опрос Собеседование			
Тема 3.4	Практическая работа №13			

Преобразование иррациональных выражений	Преобразование иррациональных выражений Практическая работа №14 Преобразование иррациональных выражений			
Тема 3.5 Решение иррациональных уравнений и неравенств	Практическая работа №15 Решение иррациональных уравнений и неравенств			
Тема 3.6 Контрольная работа по разделу 3 «Степени и корни. Степенная функция»	Практическая работа №16 Контрольная работа по разделу 3 «Степени и корни. Степенная функция»			
Раздел 4. Показательная функция				
Тема 4.1 Показательная функция, ее свойства и график	Устный опрос Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 07, 09 МР 01, 02, 06, 07, 09, 11 ПР 01, 02, 03		
Тема 4.2 Решение показательных уравнений и неравенств	Практическая работа №17 Решение показательных уравнений и неравенств Практическая работа №18 Решение показательных уравнений и неравенств			
Тема 4.3 Системы показательных уравнений	Практическая работа №19 Системы показательных уравнений			
Тема 4.4 Контрольная работа по разделу 4 «Показательная функция »	Практическая работа №20 Контрольная работа по разделу 4 «Показательная функция»			
Раздел 5. Логарифмы. Логарифмическая функция				
Тема 5.1 Логарифм числа. Свойства логарифмов	Практическая работа №21 Логарифм числа. Свойства логарифмов Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 07, 09 МР 01, 02, 04, 06, 07 ПР 01, 02, 03		
Тема 5.2 Логарифмическая функция, ее свойства	Устный опрос Собеседование			
Тема 5.3 Решение	Практическая работа №22 Решение			

логарифмических уравнений и неравенств	логарифмических уравнений и неравенств Собеседование			
Тема 5.4 Системы логарифмических уравнений	Практическая работа №23 Системы логарифмических уравнений			
Тема 5.5 Логарифмы в природе и технике	Практическая работа №24 Логарифмы в природе и технике Практическая работа №25 Логарифмы в природе и технике			
Тема 5.6 Контрольная работа по разделу 5 «Логарифмы. Логарифмическая функция»	Практическая работа №26 Контрольная работа по разделу 5 «Логарифмы. Логарифмическая функция»			
Раздел 6. Уравнения и неравенства				
Тема 6.1 Равносильность уравнений и неравенств. Общие методы решения	Практическая работа №27 Равносильность уравнений и неравенств. Общие методы решения Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 07, 08, 09 МР 01, 02, 03, 06, 07, 08, 09 ПР 01, 02, 03, 05, 14		
Тема 6.2 Графический метод решения уравнений, неравенств	Практическая работа №28 Графический метод решения уравнений, неравенств			
Тема 6.3 Уравнения и неравенства с модулем	Практическая работа №29 Уравнения и неравенства с модулем			
Тема 6.4 Уравнения и неравенства с параметрами	Практическая работа №30 Уравнения и неравенства с параметрами			
Тема 6.5 Текстовые задачи профессиональног о содержания	Практическая работа №31 Текстовые задачи профессионального содержания Практическая работа №32 Текстовые задачи профессионального содержания Практическая работа №33 Текстовые задачи профессионального содержания	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 07, 08, 09 МР 01, 02, 03, 06, 07, 08, 09 ПР 01, 02, 03, 05, 14		
Тема 6.6	Практическая работа №34			

Контрольная работа по разделу 6 «Уравнения и неравенства»	Контрольная работа по разделу 6 «Уравнения и неравенства»			
Раздел 7. Производная функции, ее применение				
Тема 7.1 Числовая последовательность. Вычисление пределов последовательностей	Устный опрос Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 07, 08, 09 МР 02, 03, 04, 06, 07, 08, 09, 11 ПР 01, 04, 05, 12, 14		
Тема 7.2 Понятие о производной функции	Практическая работа №35 Понятие о производной функции			
Тема 7.3 Формулы и правила дифференцирования	Практическая работа №36 Формулы и правила дифференцирования Собеседование			
Тема 7.4 Производная сложной функции	Устный опрос Собеседование			
Тема 7.5 Понятие о непрерывности функции. Метод интервалов	Устный опрос			
Тема 7.6 Физический и геометрический смысл производной	Практическая работа №37 Физический и геометрический смысл производной			
Тема 7.7 Уравнение касательной к графику функции	Практическая работа №38 Уравнение касательной к графику функции			
Тема 7.8 Монотонность функции. Точки экстремума	Практическая работа №39 Монотонность функции. Точки экстремума			
Тема 7.9 Исследование функций и построение их графиков	Практическая работа №40 Исследование функций и построение их графиков			
Тема 7.10 Наибольшее и наименьшее значения функции	Практическая работа №41 Наибольшее и наименьшее значения функции			

Тема 7.11 Нахождение оптимального результата с помощью производной	Практическая работа №42 Нахождение оптимального результата с помощью производной Практическая работа №43 Нахождение оптимального результата с помощью производной Практическая работа №44 Нахождение оптимального результата с помощью производной			
Тема 7.12 Контрольная работа по разделу 7 «Производная функции, ее применение»	Практическая работа №45 Контрольная работа по разделу 7 «Производная функции, ее применение»			
Раздел 8. Первообразная функции, ее применение				
Тема 8.1 Первообразная функция. Правила нахождения первообразных	Практическая работа №46 Первообразная функция. Правила нахождения первообразных	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 07, 08, 09 МР 02, 03, 06, 07, 11 ПР 01, 03, 04, 06		
Тема 8.2 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница	Практическая работа №47 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница			
Тема 8.3 Неопределенный и определенный интегралы	Практическая работа №48 Неопределенный и определенный интегралы			
Тема 8.4 Определенный интеграл в жизни	Практическая работа №49 Определенный интеграл в жизни Практическая работа №50 Определенный интеграл в жизни	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 07, 08, 09 МР 02, 03, 06, 07, 11 ПР 01, 03, 04, 06		
Тема 8.5 Контрольная работа по разделу 8 «Первообразная функции, ее применение»	Практическая работа №51 Контрольная работа по разделу 8 «Первообразная функции, ее применение»	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 07, 08, 09 МР 02, 03, 06, 07, 11 ПР 01, 03, 04, 06		
Раздел 9. Множества. Элементы теории графов				

Тема 9.1 Множества. Действия над множествами. Диаграммы Венна	Устный опрос	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 07, 08, 09, 13, 14 МР 01, 02, 03, 07, 08, 09, 11 ПР 07, 08, 14		
Тема 9.2 Графы. Основные понятия и виды	Устный опрос			
Тема 9.3 Множество и графы. Решение прикладных задач	Практическая работа №52 Множество и графы. Решение прикладных задач Практическая работа №53 Множество и графы. Решение прикладных задач			
Тема 9.4 Контрольная работа по разделу 9 «Множества. Элементы теории графов»	Практическая работа №54 Контрольная работа по разделу 9 «Множества. Элементы теории графов»			
Раздел 10. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей				
Тема 10.1 Основные понятия комбинаторики	Устный опрос Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 07, 08, 09, 13, 14 МР 01, 02, 03, 04, 06, 07, 08, 09, 11 ПР 01, 07, 08, 14		
Тема 10.2 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей	Устный опрос Собеседование			
Тема 10.3 Вероятность в профессиональных задачах	Практическая работа №55 Вероятность в профессиональных задачах Практическая работа №56 Вероятность в профессиональных задачах			
Тема 10.4 Дискретная случайная величина, закон ее распределения	Устный опрос			
Тема 10.5 Задачи математической статистики	Практическая работа №57 Задачи математической статистики Собеседование			
Тема 10.6	Практическая работа №58			

Составление таблиц и диаграмм на практике	Составление таблиц и диаграмм на практике Практическая работа №59 Составление таблиц и диаграмм на практике Практическая работа №60 Составление таблиц и диаграмм на практике			
Тема 10.7 Контрольная работа по разделу 10 «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»	Практическая работа №61 Контрольная работа по разделу 10 «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»			
Раздел 11. Прямые и плоскости в пространстве				
Тема 11.1 Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей	Устный опрос Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 09 МР 02, 03, 04, 06, 07, 08, 09 ПР 01, 09		
Тема 11.2 Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	Практическая работа №62 Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей			
Тема 11.3 Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей	Устный опрос Собеседование			
Тема 11.4 Теорема о трех перпендикулярах. Решение задач	Практическая работа №63 Теорема о трех перпендикулярах. Решение задач			
Тема 11.5 Параллельные, перпендикулярные и скрещивающиеся прямые	Практическая работа №64 Параллельные, перпендикулярные и скрещивающиеся прямые Практическая работа №65 Параллельные, перпендикулярные и скрещивающиеся прямые			
Тема 11.6 Контрольная работа по разделу 11 «Прямые и плоскости в пространстве»	Практическая работа №66 Контрольная работа по разделу 11 «Прямые и плоскости в пространстве»			

Раздел 12. Многогранники и тела вращения				
Тема 12.1 Многогранник. Вершины, ребра, грани многогранника	Устный опрос Собеседование	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 09 МР 02, 04, 06, 07, 08, 11 ПР 10, 11, 12		
Тема 12.2 Призма, ее составляющие. Сечения призмы. Виды призмы	Устный опрос			
Тема 12.3 Параллелепипед, куб. Сечение куба, параллелепипеда	Устный опрос			
Тема 12.4 Пирамида, ее сечение. Правильная и усечённая пирамида	Устный опрос			
Тема 12.5 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды	Практическая работа №67 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды			
Тема 12.6 Симметрия в кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде	Устный опрос			
Тема 12.7 Примеры симметрий в профессии	Практическая работа №68 Примеры симметрий в профессии Практическая работа №69 Примеры симметрий в профессии	ОК 01, 02, 03, 04с ЛР 05, 09 МР 02, 04, 06, 07, 08, 11 ПР 10, 11, 12		
Тема 12.8 Правильные многогранники и их свойства	Устный опрос	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 09 МР 02, 04, 06, 07, 08, 11 ПР 10, 11, 12		
Тема 12.9 Цилиндр и его элементы. Сечение цилиндра	Устный опрос			
Тема 12.10 Конус и его элементы. Сечение конуса	Устный опрос			
Тема 12.11 Усеченный конус.	Устный опрос			

Сечение усеченного конуса				
Тема 12.12 Шар и сфера, их сечения	Устный опрос			
Тема 12.13 Объем тела. Отношение объемов подобных тел	Практическая работа №70 Объем тела. Отношение объемов подобных тел			
Тема 12.14 Объемы и площади поверхностей тел	Устный опрос			
Тема 12.15 Комбинации многогранников и тел вращения. Геометрические комбинации на практике	Практическая работа №71 Комбинации многогранников и тел вращения. Геометрические комбинации на практике Практическая работа №72 Комбинации многогранников и тел вращения. Геометрические комбинации на практике Практическая работа №73 Комбинации многогранников и тел вращения. Геометрические комбинации на практике			
Тема 12.16 Контрольная работа по разделу 12 «Многогранники и тела вращения»	Практическая работа №74 Контрольная работа по разделу 12 «Многогранники и тела вращения»			
Раздел 13. Координаты и векторы				
Тема 13.1 Декартовы координаты в пространстве. Простейшие задачи в координатах	Практическая работа №75. Декартовы координаты в пространстве. Простейшие задачи в координатах	ОК 01, 02, 03, 04 ЛР 05, 09 МР 02, 04, 06, 07, 08, 11 ПР 11, 12, 13, 14		
Тема 13.2 Векторы в пространстве. Угол между векторами. Скалярное произведение	Практическая работа №76 Векторы в пространстве. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов Собеседование			

векторов				
Тема 13.3 Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости	Практическая работа №77 Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости			
Тема 13.4 Контрольная работа по разделу 13 «Координаты и векторы»	Практическая работа №78 Контрольная работа по разделу 13 «Координаты и векторы»			

2. Оценочные средства текущего контроля успеваемости и критерии оценки

Вопросы для собеседования
по дисциплине «Математика»

Раздел 2. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции
Тема 2.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа. Радианная и градусная мера угла
1. Чему равен угол в один радиан?
2. В каких четвертях тригонометрического круга функция $y = sin\, x$ принимает положительные значения?
3. В каких четвертях тригонометрического круга функция $y = cos\, x$ принимает отрицательные значения?
4. Продолжите определение: «Синус острого угла – это…»
5. Продолжите определение: «Косинус острого угла – это…»
6. Продолжите определение: «Тангенс острого угла – это…»

Тема 2.9 Простейшие тригонометрические уравнения
1. Перечислите способы решения тригонометрических уравнений.
2. Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений первого порядка.
3. Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений второго порядка.

Раздел 3. Степени и корни. Степенная функция
Тема 3.1 Степень. Свойства степени с рациональными и действительными показателями
1. Сформулируйте определение степенной функции.
2. Перечислите свойства степени с целым показателем.
2. Перечислите свойства степени с действительным показателем. Приведите примеры.

Тема 3.3 Понятие корня n-ой степени из действительного числа. Свойства корня n-ой степени
1. На что необходимо обратить внимание при решении иррационального уравнения четной степени?
2. Чему равен корень четной степени из отрицательного числа? Приведите пример.
3. Чему равен корень нечетной степени из отрицательного числа? Приведите пример.

Раздел 4. Показательная функция
Тема 4.1 Показательная функция, ее свойства и график
1. Сформулируйте определение показательной функции.
2. Перечислите свойства показательной функции.

Раздел 5. Логарифмы. Логарифмическая функция
Тема 5.1 Логарифм числа. Свойства логарифмов
1. Продолжите определение: «Логарифм – это…».
2. Чему равен логарифм произведения?
3. Чему равен логарифм частного?

Тема 5.2 Логарифмическая функция, ее свойства
1. Сформулируйте определение логарифмической функции.
2. Перечислите свойства логарифмической функции.

Тема 5.3. Решение логарифмических уравнений и неравенств
1. Перечислите способы решения логарифмических уравнений.
2. Сформулируйте правило решения простейших логарифмических неравенств.

Раздел 6. Уравнения и неравенства
Тема 6.1 Равносильность уравнений и неравенств. Общие методы решения
1. Что называется уравнением?
2. Что значит решить уравнение?
3. Что такое корень уравнения?
4. Что называется неравенством?
5. Что значит решить неравенство?

Раздел 7. Производная функции, ее применение
Тема 7.1 Числовая последовательность. Вычисление пределов последовательностей
1. Продолжите определение: «Последовательность – это…».
2. Приведите пример арифметической прогрессии.
3. Приведите пример геометрической прогрессии.

Тема 7.3 Формулы и правила дифференцирования
1. Чему равна производная произведения?
2. Чему равна производная частного?
3. Чему равна производная сложной функции?

Раздел 10. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей
Тема 10.1 Основные понятия комбинаторики
1. Продолжите определение: «Сочетание – это…».
2. Продолжите определение: «Размещение – это…».
3. Продолжите определение: «Перестановки – это…».

Тема 10.2 Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей
1. Продолжите определение: «Случайное событие – это…». Приведите пример.
2. Продолжите определение: «Вероятность случайного события – это…».

Тема 10.5 Задачи математической статистики
1. Как найти среднее арифметическое числового ряда?
2. Как найти медиану числового ряда?
3. Как вычисляется размах числового ряда?

Раздел 11. Прямые и плоскости в пространстве
Тема 11.1 Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей
1. Перечислите взаимное расположение двух прямых в пространстве.
2. Какие прямые называются параллельными в пространстве?
3. Какие прямые называются скрещивающимися в пространстве?

4. Какие прямые называются перпендикулярными в пространстве?
5. Перечислите взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Тема 11.3 Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей
1. Раскройте понятие «перпендикулярность плоскостей».
2. Продолжите определение: «Перпендикуляр – это…».
3. Продолжите определение: «Наклонная – это…».
4. Продолжите определение: «Проекция наклонной – это…».

Раздел 12. Многогранники и тела вращения
Тема 12.1 Многогранник. Вершины, ребра, грани многогранника
1. Продолжите определение: «Многогранник – это…»
2. Продолжите определение: «Призма – это…»
3. Продолжите определение: «Прямоугольный параллелепипед – это…»
4. Продолжите определение: «Куб – это…»
5. Продолжите определение: «Пирамида – это…»

Раздел 13. Координаты и векторы
Тема 13.2. Векторы в пространстве. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов
1. Раскройте понятие «вектор».
2. Какие векторы называются коллинеарными?
3. Какие векторы называются перпендикулярными?
4. Чему равно скалярное произведение векторов?

Критерии оценивания:

Оценку «отлично» студент получает, если:
– полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;
– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры;
– правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «хорошо» студент получает, если:
– допускает несущественные ошибки при ответе;
– может применить знания на практике, привести необходимые примеры;
– правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «удовлетворительно» студент получает, если:
– излагает материал недостаточно полно, допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
– затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

Оценку «неудовлетворительно» студент получает, если:
студент имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определение понятий, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал, не может применять знания для решения

практических задач; за полное незнание и непонимание учебного материала или отказ отвечать

Комплект заданий для контрольной работы
по дисциплине «Математика»

Задания для проведения контрольного среза №1 за 1 семестр
Вариант 1

1. Переведите градусную меру угла в радианную:
а) $60°$; б) $330°$; в) $50°$; г) $540°$; д) $100°$.

2. Переведите радианную меру угла в градусную:
а) 5π ; б) $\frac{7\pi}{3}$; в) $\frac{6\pi}{5}$; г) $\frac{3\pi}{4}$; д) $\frac{\pi}{8}$.

3. Вычислите, используя формулы приведения:
а) $cos\,780°$; б) $sin\frac{13\pi}{6}$.

4. Упростите выражения:
а) $(3\,sin\,t + 4\,cos\,t)^2 + (4\,sin\,t - 3\,cos\,t)^2$;
б) $2cos(2\pi + t) + sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right)$;
в) $\frac{cos(180°+\alpha)\cdot cos(-\alpha)}{sin(-\alpha)\cdot sin(90°+\alpha)}$.

5. Докажите тождества:
а) $\frac{tg\,t}{tg\,t+ctg\,t} = sin^2 t$; б) $\frac{tg(\pi-t)}{cos(\pi+t)} \cdot \frac{sin\left(\frac{3\pi}{2}+t\right)}{tg\left(\frac{3\pi}{2}+t\right)} = tg^2 t$.

Вариант 2

1. Переведите градусную меру угла в радианную:
а) $80°$; б) $320°$; в) $20°$; г) $600°$; д) $450°$.

2. Переведите радианную меру угла в градусную:
а) 8π ; б) $\frac{10\pi}{3}$; в) $\frac{7\pi}{5}$; г) $\frac{3\pi}{2}$; д) $\frac{\pi}{9}$.

3. Вычислите, используя формулы приведения:
а) $sin\,780°$; б) $cos\frac{13\pi}{6}$.

4. Упростите выражения:
а) $(tg\,t + ctg\,t)^2 - (tg\,t - ctg\,t)^2$;
б) $2sin(\pi + t) + cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$;
в) $\frac{sin(-\alpha)\cdot ctg(-\alpha)}{cos(360°-\alpha)\cdot tg(180°+\alpha)}$.

5. Докажите тождества:
а) $\frac{ctg\,t}{tg\,t+ctg\,t} = cos^2 t$; б) $\frac{sin(\pi-t)}{tg(\pi+t)} \cdot \frac{ctg\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{tg\left(\frac{\pi}{2}+t\right)} \cdot \frac{cos(2\pi-t)}{sin(-t)} = sin\,t$.

Задания для проведения контрольной работы за первый семестр

Вариант 1

1. Упростите выражения:

1) $(\sin x + \cos x)^2 - 1;$

2) $\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right)^2 - \sin^2 x;$

3) $\frac{sin^4x + sin^2xcos^2x}{sin^2xcos^2x}.$

2. Преобразуйте выражения:

1. $\left(\frac{a+2}{\sqrt{2a}} - \frac{a}{\sqrt{2a}+2} + \frac{2}{a-\sqrt{2a}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{2}}{a+2};$

2. $\frac{c-1}{c^{\frac{3}{4}}+c^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{c^{\frac{1}{2}}+c^{\frac{1}{4}}}{c^{\frac{1}{2}}+1} \cdot c^{\frac{1}{4}} + 1;$

3. $\frac{lg8 + lg18}{2lg2 + lg3}.$

3. Решите уравнения:

1) $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1;$

2) $cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1;$

3) $0{,}2^{x^2 - 16x - 37{,}5} = 5\sqrt{5};$

4) $log_3\sqrt{x-5} + log_3\sqrt{2x-3} = 1.$

Вариант 2

1. Упростите выражения:

1) $(\cos 2x + 1) \cdot tg^2x - 1;$

2) $\frac{1+ctg^2(-x)}{tg^2(x-\pi)} \cdot \frac{ctg\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}{ctg(\pi+x)};$

3) $\frac{sin^3x\cos x + cos^3x\sin x}{cos^2x}.$

2. Преобразуйте выражения:

1) $\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a+b}\right)^2;$

2) $\frac{3(ab)^{\frac{1}{2}}-3b}{a-b} + \frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^3+2a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}};$

3) $\frac{3lg2 + 3lg5}{lg13 - lg130}.$

3. Решите уравнения:

1) $\sqrt{17 + 2x - 3x^2} = x + 1;$

2) $sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \sqrt{3};$

3) $2^{x^2-6x+0,5}=\frac{1}{16\sqrt{2}}$;

4) $\frac{1}{2}lg(2x-1) = 1 - lg\sqrt{x-9}$.

Вариант 1			
Задания	1	2	3
Ответы:	1. $\sin 2x$ 2. cos^2x 3. $\frac{1}{cos^2x}$	1. $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{2}}$ 2. $\sqrt{c}$ 3. 2	1. 3 2. $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$ 3. – 2; 18 4. 6
Вариант 2			
Задания	1	2	3
Ответы:	1. $-\cos 2x$ 2. $\frac{1}{sin^2x}$ 3. $tg\ x$	1. $\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}$ 2. 3 3. – 3	1. 2 2. $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$ 3. 1; 5 4. 13

Задания для проведения контрольного среза №2 за 2 семестр

Вариант 1

1. Вычислите производную:

1) $f(x) = 2x^2 + 4x^4 + 6x + 3$;

2) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3}$;

3) $f(x) = (8x-10)^3$;

4) $f(x) = cos\frac{x}{5}$;

5) $f(x) = \frac{1}{(5-4x)^5}$.

2. Найдите координаты точек касания, в которых касательные к графику функции $y = 2x^2 + x + 4$ имеют угловой коэффициент, равный 1.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 3x^2 - 4x - 2$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 27t$. Найдите ускорение точки в момент времени $t = 2$ с.

5. Найдите общий вид первообразных для функции:

1) $f(x) = 3x + 5x^5 + 6x^6 - 2$;

2) $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} - \sqrt{x}$;

3) $f(x) = (5x-3)^5$;

4) $f(x) = sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$;

5) $f(x) = \frac{2}{(4x+3)^4}$.

6. Вычислите интегралы:

1) $\int_{-1}^{1} x^3dx$;

2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2x}$;

3) $\int_1^2 (1+2x)dx$.

Вариант 2

1. Вычислите производную:

1) $f(x) = 3x^2 + 6x^4 + 8x + 100$;

4) $f(x) = sin10x$;

2) $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^8}$;

3) $f(x) = (4x-5)^6$;

5) $f(x) = \frac{1}{(1-2x)^3}$.

2. Найдите координаты точек касания, в которых касательные к графику функции $y = x^2 + 2x - 1$ имеют угловой коэффициент, равный 2.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 2x^2 - 5x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 8t^2 - 2t^3$. Найдите ускорение точки в момент времени $t = 1$ с.

5. Найдите общий вид первообразных для функции:

1) $f(x) = 6x + 3x^3 + 2x^4 - 9$;

2) $f(x) = \frac{6}{x^4} + \frac{8}{x^5} - 2\sqrt{x}$;

3) $f(x) = (4x-13)^6$;

4) $f(x) = cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$;

5) $f(x) = \frac{4}{(2x+10)^6}$.

6. Вычислите интегралы:

1) $\int_{-1}^{1} x^5 dx$; 2) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{sin^2 x}$; 3) $\int_1^2 (4+2x)dx$.

Вариант 1						
Задания	1	2	3	4	5	6
Ответы:	1. $4x + 16x^3 + 6$ 2. $-\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} + \frac{9}{x^4}$ 3. $24(8x-10)^2$ 4. $-\frac{1}{5}\sin\frac{x}{5}$ 5. $\frac{20}{(5-4x)^6}$	(0; 4)	y = -10x – 5	24	1. $F(x) = 1{,}5x^2 + \frac{5x^6}{6} + \frac{6x^7}{7} - 2x + C$ 2. $F(x) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ 3. $F(x) = \frac{(5x-3)^6}{30} + C$ 4. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + C$ 5. $F(x) = -\frac{1}{6(4x+3)^3} + C$	1. 0 2. 1 3. 4
Вариант 2						
Задания	1	2	3	4	5	6
Ответы:	1. $6x + 24x^3 + 8$ 2. $-\frac{4}{x^2} - \frac{6}{x^4} + \frac{24}{x^9}$ 3. $24(4x-5)^5$ 4. $10\cos 10x$ 5. $\frac{6}{(1-2x)^4}$	(0; -1)	y = 3x – 7	4	1. $F(x) = 3x^2 + \frac{3x^4}{4} + \frac{2x^5}{5} - 9x + C$ 2. $F(x) = -\frac{2}{x^3} - \frac{2}{x^4} - 1\frac{1}{3}\sqrt{x^3} + C$ 3. $F(x) = \frac{(4x-13)^7}{28} + C$ 4. $F(x) = \frac{1}{3}\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) + C$	1. 0 2. 1 3. 7

					5. $F(x) = -\frac{2}{5(2x+10)^5} + C$	

Критерии оценивания:

Оценку «отлично» студент получает, если:

– обстоятельно и с теоретическим обоснованием решает данную контрольную работу;

– может обосновать свое решение, привести необходимые примеры;

– правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «хорошо» студент получает, если:

– неполно (не менее 70% от полного), но правильно решено задание;

– при решении были допущены 1-2 несущественные ошибки, которые он исправляет после замечания преподавателя;

– может обосновать свое решение, привести необходимые примеры;

– правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «удовлетворительно» студент получает, если:

– неполно (не менее 50% от полного), но правильно решено задание;

– при решении была допущена 1 существенная ошибка;

– знает и понимает основные положения данной темы, но допускает неточности в формулировке понятий;

– излагает выполнение задания недостаточно логично и последовательно;

– затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

Оценку «неудовлетворительно» студент получает, если:

– студент имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определение понятий, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал, не может применять знания для решения практических задач; за полное незнание и непонимание учебного материала или отказ отвечать.

Задания для проведения текущего контроля

Раздел 1. Повторение курса математики основной школы

Тема 1.4 Входная контрольная работа

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. Раскройте формулу сокращенного умножения $a^2 - b^2$:

а) $a^2 - 2ab + b^2$; в) $a^2 + 2ab - b^2$;

б) $(a - b)(a + b)$; г) $(a - b)(a + b)$.

2. Площадь треугольника вычисляется по формуле:

а) $S = a \cdot h$; в) $S = 2ab$;

б) $S = \frac{a \cdot h}{2}$; г) $S = \frac{a \cdot h}{3}$.

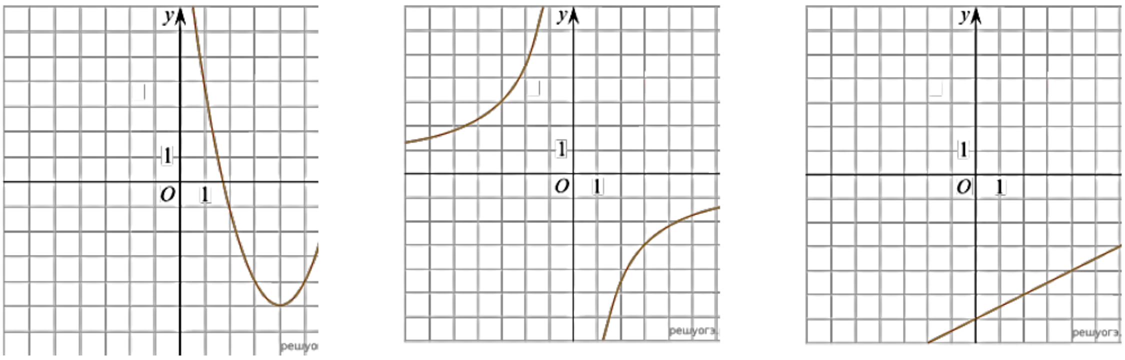
3. Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{10}{17}$ и $\frac{5}{8}$?

а) 0,4; в) 0,6;

б) 0,5; г) 0,7.

4. Даны графики функций. Какая формула соответствует графику 3):

1) 2) 3)



а) $y = \frac{1}{2}x - 6$; в) $y = -\frac{9}{x}$;

б) $y = x^2 - 8x + 11$; г) $y = x + 5$.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Вычислите $\frac{1}{2} + \frac{11}{5}$.

6. Решите уравнение $x^2 - 7x + 10 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

7. Площадь земель крестьянского хозяйства, отведенная под посадку кустарников и цветников, составляет 24 га и распределена между ними в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают цветники?

8. Высота BH параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки AH = 2 и HD = 32. Диагональ параллелограмма BD равна 40. Найдите площадь параллелограмма.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	Б	Б	В	А	2,7	2	9	816

Раздел 2. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Тема 2.10 Контрольная работа по разделу 2 «Основы тригонометрии. Тригонометрические функции»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. В △ABC $\sin C = \frac{\text{AB}}{\text{AC}}$. Какая из сторон является гипотенузой △ABC?

а) AB; в) BC;
б) AC; г) CB.

2. Углом какой четверти является $\angle\alpha = 400°$?

а) I; в) III;
б) II; г) IV.

3. Какая из функций является чётной?

а) $y = sin\, x$; в) $y = tg\, x$;
б) $y = cos\, x$; г) $y = ctg\, x$.

4. Какое число является корнем уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$?

а) $x = \frac{\pi}{6}$; в) $x = \frac{\pi}{2}$;
б) $x = \frac{\pi}{3}$; г) $x = \frac{2\pi}{3}$.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Вычислите: $sin\frac{\pi}{2} + cos\frac{\pi}{2}$.

6. Найдите значение выражения: $4\, arccos\frac{\sqrt{2}}{2} - 4\, arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

7. Упростите: $2sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + cos(\pi - \alpha)$.

8. Решите уравнение: $sin^2 x - 4\, sin\, x + 3 = 0$.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	Б	А	В	Б	1	2π	-	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k\epsilon Z$

Раздел 3. Степени и корни. Степенная функция

Тема 3.6 Контрольная работа по разделу 3 «Степени и корни. Степенная функция»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)1.

1. Между какими двумя натуральными числами находится число $\sqrt[3]{19}$?

а) 19 и 20; в) 18 и 19;
б) 2 и 3; г) 3 и 4.

2. Определите корень уравнения $x^3 = 125$.

а) 3; в) –5;
б) –3; г) 5.

3. Расположите в порядке возрастания числа: 2; $\sqrt[3]{5}$; $\sqrt[4]{17}$.

а) 2; $\sqrt[3]{5}$; $\sqrt[4]{17}$; в) $\sqrt[3]{5}$; 2; $\sqrt[4]{17}$;

б) 2; $\sqrt[4]{17}$; $\sqrt[3]{5}$; г) $\sqrt[4]{17}$; 2; $\sqrt[3]{5}$.

4. Умножая числа с одинаковым основанием, их степени:

а) делят; в) складывают;

б) умножают; г) вычитают.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Найдите значение выражения $\frac{a^{5,58} \cdot a^{2,9}}{a^{6,48}}$ при $a = 7$.

6. Найдите значение выражения $\frac{\left(\sqrt{12}+\sqrt{8}\right)^2}{10+\sqrt{96}}$.

7. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $I = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 48 километров? Ответ выразите в километрах.

8. Решите уравнение $\sqrt{-32 - x} = 2$.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	Б	Г	В	В	49	2	0,18	-36

Раздел 4. Показательная функция

Тема 4.4 Контрольная работа по разделу 4 «Показательная функция»

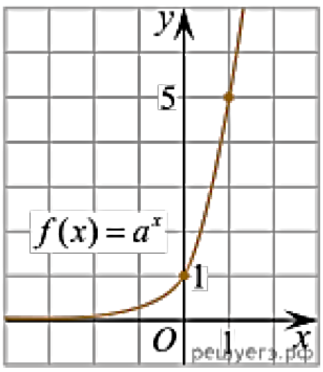
При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. При каком значении a функция $y = a^x$ убывает на всей области определения?

а) $a = \frac{4}{3}$; в) $a = \frac{1}{8}$;

б) $a = 8{,}25$; г) $a = \sqrt{3}$.

2. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(2)$.



а) 25; в) 32;

б) 5; г) нет верного ответа.

3. Функция задана формулой $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Чему равно $f(-2)$?

а) $-\frac{1}{4}$;

б) –4;

в) 4;

г) $\sqrt{2}$.

4. Чему равен корень уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3$?

а) 12,5;

б) 13;

в) 14;

г) 15.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Найдите корень уравнения $3^{x+2} - 5 \cdot 3^{x} = 12$.

6. Сколько целых решений имеет неравенство $1 < 7^{x-1} \leq 49$?

7. Найдите точку максимума функции $y = 2^{5-8x-x^2}$.

8. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 184 мг. Период его полураспада составляет 7 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	В	А	В	А	1	2	-4	21

Раздел 5. Логарифмы. Логарифмическая функция

Тема 5.6 Контрольная работа по разделу 5 «Логарифмы. Логарифмическая функция»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. Какая из функций возрастает на всей области определения?

а) $f(x) = \log_5 x$;

б) $f(x) = 0{,}7^{x}$;

в) $f(x) = x^2$;

г) $f(x) = log_{\frac{1}{2}} x$.

2. Укажите область определения функции $f(x) = lg\frac{2x-3}{x+7}$.

а) $(-7; 1{,}5)$;

б) $(-\infty; -1{,}5) \cup (7; +\infty)$;

в) $(-1{,}5; 7)$;

г) $(-\infty; -7) \cup (1{,}5; +\infty)$

3. Расположить в порядке возрастания: $\log_{0,5} 4$; $\log_{0,5} 0{,}4$; $\log_{0,5}\frac{1}{4}$.

а) $\log_{0,5} 4$; $\log_{0,5} 0{,}4$; $\log_{0,5}\frac{1}{4}$;

б) $\log_{0,5} 4$; $\log_{0,5}\frac{1}{4}$; $\log_{0,5} 0{,}4$;

в) $\log_{0,5}\frac{1}{4}$; $\log_{0,5} 0{,}4$; $\log_{0,5} 4$;

г) $\log_{0,5} 0{,}4$; $\log_{0,5}\frac{1}{4}$; $\log_{0,5} 4$.

4. Найдите корень уравнения $\log_4(5 - x) = 2$.

а) 11;

б) –11;

в) –3;

г) 3.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Определите значение выражения $\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4}$.
6. Укажите наименьшее целое решение неравенства: $\log_3(6x - 4) > 2$.
7. Найдите точку максимума функции $y = 8\ln(x + 7) - 8x + 3$.
8. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_п$=15° через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды m = 0,6 кг/с. Проходя по трубе расстояние x, вода охлаждается от начальной температуры $T_в$=91° до температуры T, причём $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_B - T_П}{T - T_П}$, где $c = 4200 \frac{Вт \cdot с}{кг \cdot °C}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 28 \frac{Вт}{м \cdot °C}$ — коэффициент теплообмена, а α = 0,8 — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 144 м.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	А	Г	А	Б	5	3	-6	34

Раздел 6. Уравнения и неравенства

Тема 6.6 Контрольная работа по разделу 6 «Уравнения и неравенства»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. Какое из чисел является корнем уравнения $\log_2(x + 1) = 1$?

а) –1; в) 1;
б) 2; г) 0.

2. Какое из уравнений имеет более одного корня?

а) $x^2 - 6x + 9 = 0$; в) $(x - 4)(x + 3)(x - 8) = 0$;
б) $3^{x+2} = 9$; г) $2x - 7 = 0$.

3. Определите вид уравнения $\sqrt{-32 - x} = 2$

а) линейное; в) иррациональное;
б) квадратное; г) рациональное.

4. Определите наибольшее целое решение неравенства $5^{x+2} < 1$.

а) –3; в) 3;
б) 0; г) –4.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Найдите корни уравнения $|x - 3| = 2$.
6. Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = 8, \\ 2^{x-3y} = 16. \end{cases}$
7. Решите неравенство $\frac{2x^2 - 5x}{x - 3} \leq x$.
8. Решите уравнение $(2x - 3)\sqrt{3x^2 - 5x - 2} = 0$.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	В	В	В	А	1; 5	(10; 2)	(-∞; 0]; [2; 3)	-1; 6

Раздел 7. Производная функции, ее применение

Тема 7.12 Контрольная работа по разделу 7 «Производная функции, ее применение»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. Чему равна производная функции $y = cos^2x$?

а) $y' = -sin^2x$; в) $y' = -2\cos x \sin x$;

б) $y' = -2sin^2x$; г) $y' = 2\cos x$

2. По какой из формул вычисляется производная произведения?

а) $(u+v)' = u' + v'$; в) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$;

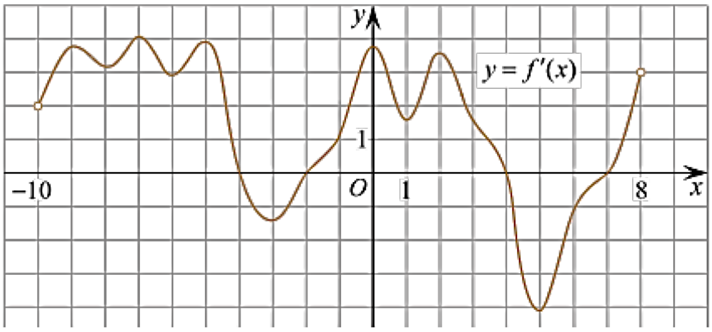
б) $(uv)' = u'v + uv'$; г) $\left(f\left(g(x)\right)\right)' = f'\left(g(x)\right) \cdot g'(x)$

3. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = 3x^2 - 6x + 4$.

а) 1; в) 4;

б) –1; г) –4.

4. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$на отрезке [–9;6].



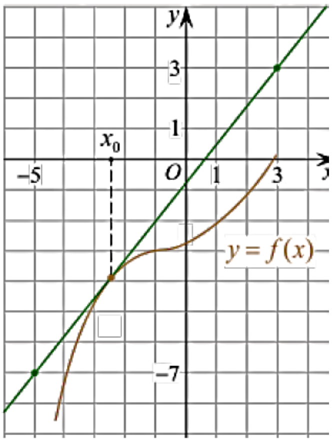
а) 5; в) 2;

б) 4; г) 3.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 - 4t^2 + 5t - 5$, (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.

6. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



7. Решите неравенство: $\frac{(x-2)(x+3)}{(x-8)} > 0$.

8. Построить график функции $f(x) = x^3 - 3x$.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	В	Б	А	В	8	1,25	$(3; 2) \cup (8; +\infty)$	-

Раздел 8. Первообразная функции, ее применение

Тема 8.5 Контрольная работа по разделу 8 «Первообразная функции, ее применение»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 2 балла)

1. Для какой из функций функция $F(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ является первообразной?

а) $f(x) = 3(x^2 - 2)$; в) $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$;

б) $f(x) = 3x(x^2 - 2)$; г) $f(x) = 3x^2 - 6x$

2. Дана функция $f(x) = 3x^2 + 1$. Чему равна $F(1)$?

а) 2; в) 6;

б) 4; г) $1\frac{1}{3}$.

3. Какой общий вид всех первоообразных для функции $f(x) = \sin x$?

а) $F(x) = \cos x + C$; в) $F(x) = tg\, x + C$;

б) $F(x) = -\cos x + C$; г) $F(x) = -tg\, x + C$

4. Вычислите определенный интеграл $\int_1^2 x dx$.

а) –1; в) –1,5;

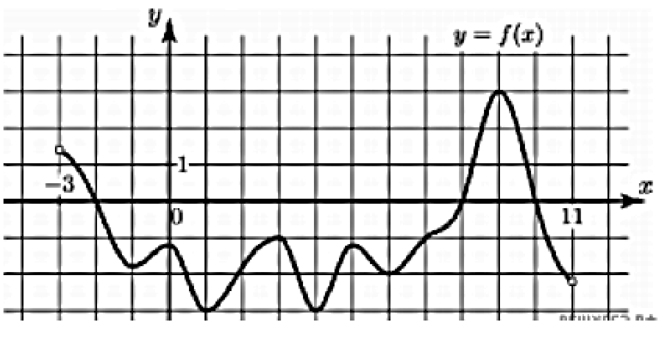
б) 1; г) 1,5.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

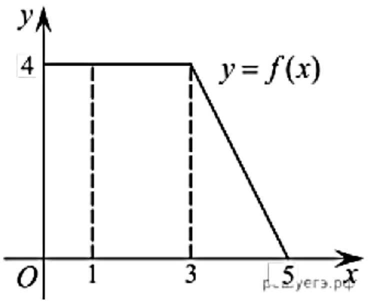
5. Является ли $F(x) = x^3 - 3x + 1$ первообразной для функции $f(x) = 3(x^2 - 1)$?

6. Задайте первообразную $F(x)$ для функции $f(x) = 3x^2 - 2x$, если известны координаты точки $M(1; 4)$ графика $F(x)$.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке [2; 9,5].



8. На рисунке изображен график некоторой функции y=f(x). Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл $\int_1^5 x dx$.



Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	Г	А	Б	Г	да	$x^3 - x^2 + 4$	-3	12

Раздел 9. Множества. Элементы теории графов

Тема 9.4 Контрольная работа по разделу 9 «Множества. Элементы теории графов»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 2 балла)

1. Укажите число, принадлежащее множеству M = {5, 10, 12, 37, 41}.

а) 6; в) 11;

б) 5; г) 40.

2. Укажите верное соотношение для множеств A = {5, 9, 11}; B = {4, 5, 10, 11, 12}; C = {4, 5, 9, 11}.

а) $A \subset B$; в) $A \subset C$;

б) $B \subset C$; г) $C \subset B$

3. Чему равна мощность множества, состоящего из всех букв русского алфавита?

а) 32; в) 28;

б) 33; г) 26.

4. Закончите определение: «Множество, содержащее только те элементы, принадлежащие и множеству A и множеству B, называют …»

а) пересечением множеств; в) разностью множеств;

б) объединением множеств; г) объединенностью множеств.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Запишите перечислением элементов пересечение множеств A и B, если: A = {3; 5;7; 27; 14; 9}, B = {9; 3; 7; 27; 14}.

6. Даны два множества A = {1, 2, 3, 4, 6, 12} и B = {1, 2, 3, 6, 9, 18}. Запишите объединение множеств.

7. Каждый ученик в классе изучает английский или немецкий язык, или оба этих языка. Английский язык изучают 30 человек, немецкий — 25 человек, а тот и другой — 15 человек. Сколько всего учеников в классе?

8. Выпишите все элементы множества F, если F – это множество корней уравнения $x^2 + 4x – 5 = 0$.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	Б	В	Б	А	$A \cap B = \{3; 7; 14; 27\}$	$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18\}$	40	F = {-5; 1}

Раздел 10. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей
Тема 10.7 Контрольная работа по разделу 10 «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. Комбинаторика – это раздел математики, отвечающий на вопрос, сколькими способами можно выбрать элементы:

а) заданного конечного множества; в) любого множества;
б) бесконечного множества; г) иррациональных чисел.

2. Соединения из n элементов, отличающиеся друг от друга только порядком расположения в них элементов, называются:

а) перестановками; в) размещениями;
б) сочетаниями; г) комбинациями.

3. Число всех возможных размещений вычисляется по формуле:

а) $A_n^m = n(n-m)$; в) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$;
б) $A_n^m = n(n-1)\dots(n-m+1)$; г) $A_n^m = n(n+m)$.

4. Группировка – это:

а) упорядочение единиц совокупности по признаку;
б) разбиение единиц совокупности на группы по признаку;
в) обобщение единичных фактов;
г) обобщение единичных признаков.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 6 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
6. Прибыль 5 магазинов составил за месяц: 30000 руб., 100000 руб., 50000 руб., 35000 руб., 60000 руб. Построить диаграмму, иллюстрирующие данные о прибыли магазинов.
7. Цветоводу предложили украсить клумбу цветами, используя 3 вида. Сколько различных вариантов есть у цветовода, если есть выбор из 5 видов разной рассады?
8. Сколькими способами можно посадить 4 кустарника в один ряд?

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	А	А	В	А	0,997	-	10	24

Раздел 11. Прямые и плоскости в пространстве

Тема 11.6 Контрольная работа по разделу 11 «Прямые и плоскости в пространстве»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. Расшифруйте краткую запись: $a \in \beta$.

а) точка a принадлежит плоскости β; в) прямая a принадлежит плоскости β;
б) точка a принадлежит прямой β; г) прямая a пересекает плоскость β.

2. Прямые *АВ* и *СД* скрещиваются. Какое расположение имеют прямые *АС* и *ВД*?

а) параллельные; в) скрещиваются;
б) перпендикулярные; г) пересекаются.

3. Плоскости α и β имеют одну общую точку. Каково их взаимное расположение?

а) параллельны; в) совпадают;
б) пересекаются по прямой; г) скрещиваются.

4. Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она:

а) перпендикулярна и самой наклонной;
б) параллельна и самой наклонной;
в) скрещивается с наклонной;
г) перпендикулярна основанию наклонной.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Через концы отрезка *АВ* и его середину *М* проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках A_1, B_1 и M_1. Найдите длину отрезка MM_1, если отрезок *АВ* не пересекает плоскость и если $AA_1 = 6{,}8$ см,
$BB_1 = 7{,}4$ см.

6. Прямые *AC, AB* и *AD* попарно перпендикулярны. Найдите отрезок *CD*, если *AB* = 5 см, *BC* = 13 см, *AD* = 9 см.

7. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины общего перпендикуляра, если проекции наклонных относятся как 2:3 и длины наклонных равны 23 см и 33 см.

8. Начертите куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Постройте точку К $\in$ АВ, точку М $\in$ DD_1C, отрезок РЕ $\in$ $A_1B_1C_1$.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	В	В	Б	А	7,1	15	9	-

Раздел 12. Многогранники и тела вращения

Тема 12.16 Контрольная работа по разделу 12 «Многогранники и тела вращения»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. В каких единицах измеряется площадь поверхности многогранника?

а) в градусах; в) в квадратных метрах;
б) в метрах; г) в двугранных углах.

2. Площадь боковой поверхности призмы вычисляется по формуле:

а) $S = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$; в) $S = B_{\text{бок.}} + S \cdot S_{\text{осн.}}$;

б) $S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot H$; г) $S_{\text{бок.}} = 2P_{\text{осн.}} \cdot H$.

3. Что является осевым сечением усеченного конуса?

а) равнобедренный треугольник; в) прямоугольник;

б) равнобедренная трапеция; г) прямоугольная трапеция.

4. Какая фигура получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из своих катетов?

а) конус; в) пирамида;

б) усеченный конус; г) усеченная пирамида.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Ребро основания правильной треугольной пирамиды 3 м, апофема 6м. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

6. Диагональ куба равна $\sqrt{588}$. Найдите его объем.

7. Прямоугольник со сторонами 8 см и 3 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объем, площади боковой и полной поверхностей полученного тела.

8. Вычислить поверхность кроны кустарника, имеющего форму шара, радиуса 0,5 м. В ответ запишите число, делённое на π.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	В	Б	Б	А	27	2744	72π; 48π; 64 π	1

Раздел 13. Координаты и векторы

Тема 13.4 Контрольная работа по разделу 13 «Координаты и векторы»

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных (верный ответ – 1 балл)

1. Даны точки $A(1,0,5), B(-2,0,4), C(0,-1,0), D(0,0,2)$. Какая из них лежит на координатной прямой Oy?

а) A; в) C;

б) B; г) D.

2. Какой из векторов $\bar{a}(1,0,-1), \bar{c}\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right), \bar{b}(1,1,1), \bar{p}(0,0,-2)$ является единичным?

а) $\bar{a}$; в) $\bar{b}$;

б) $\bar{c}$; г) $\bar{p}$.

3. Какие из векторов $\bar{a}(1,2,-3), \bar{c}(3,6,-6), \bar{b}(2,4,-6)$ коллинеарны?

а) $\bar{a}$ и $\bar{b}$; в) $\bar{a}$ и $\bar{c}$;

б) $\bar{c}$ и $\bar{b}$; г) коллинеарных векторов нет.

4. Даны точки $A(2,0,5), B(2,4,-2), C(-2,6,3)$.Серединой какого отрезка является точка $M(0,3,4)$?

а) AB; в) AC;

б) BC; г) CB.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ (верный ответ – 2 балла)

5. Даны векторы $\bar{a}(-6,0,8), \bar{b}(-3,2,-6)$. Найдите скалярное произведение векторов.
6. При каких значениях n векторы $\bar{a}(4, n, 2), \bar{b}(1,2, n)$ перпендикулярны?
7. Даны векторы $\bar{a}(-6,0,8), \bar{b}(-3,2,-6)$. Найдите косинус угла между векторами.
8. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ является ромбом, если: $A(6,7,8), B(8,2,6), C(4,3,2), D(2,8,4)$.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	В	В	А	В	-30	-1	-3/7	$\sqrt{30}$

Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100 % правильных ответов.

Оценка «хорошо» выставляется студенту за 75 – 89 % правильных ответов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту за 50 – 74 % правильных ответов;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за менее 50 % правильных ответов.

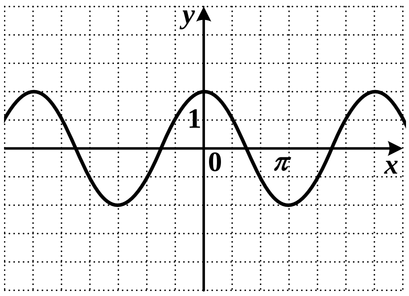
Критерии оценивания для представленных заданий:

- оценка «5»: 11 – 12 баллов;
- оценка «4»: 9 – 10 баллов;
- оценка «3»: 6 – 8 баллов;
- оценка «2»: 0 – 5 баллов.

Фонд тестовых заданий

по дисциплине «Математика»

1. График какой функции изображен на рисунке?



1) $y = 2\cos x$
2) $y = 2\sin x$
3) $y = \frac{1}{2}\cos x$
4) $y = -2\sin x$

2. Решите уравнение $\sin 2x = 1$.

1) $\pi k, k \in Z$;
3) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$;
2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$;
4) $2\pi k, k \in Z$.

3. Вычислите $64^{\log_8 \sqrt{3}}$.

1) 5; 2) 3; 3) 8; 4) 64.

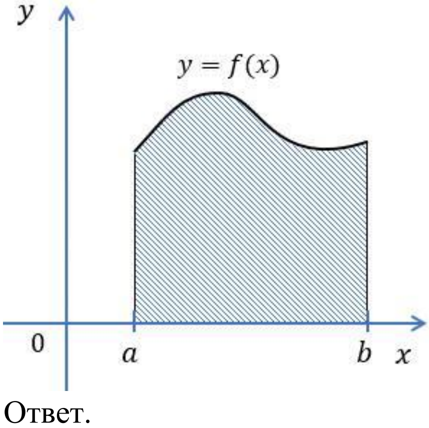
4. Из приведённых ниже формул дифференцирования выберите **не**верную:

1) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$;
3) $(x + km)' = k$;
2) $(kx + m)' = k$;
4) $(sin\, x)' = cos\, x$.

5. Решите уравнение: $2^{3x} \cdot 3^{x} = 576$.

Ответ. ________________________

6. Как называется фигура, изображенная на рисунке:



Ответ. ________________________

7. Товар, стоимостью 150000 рублей был уценен. Новая стоимость товара составила 120000 рублей. На сколько процентов уценили товар?

Ответ. ________________________

8. Установите соответствия между взаимным расположением прямых в пространстве:

А) Две прямые в пространстве называются параллельными, если…

Б) Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, если…

В) Две прямые в пространстве называются пересекающимися, если…

1) они не лежат в одной плоскости

2) они лежат в одной плоскости и пересекаются

3) они лежат в одной плоскости и не пересекаются

А	Б	В

9. Установите соответствие между формулами и видом функции.

Формула

1) $y = ax^2 + bx + c$

2) $y = (a - x)^2 + (a - y)^2$

3) $y = a^x$

Вид функции

А) экспонента

Б) парабола

В) окружность

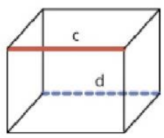
А	Б	В

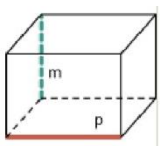
10. Установите соответствия:

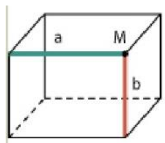
А) Пересекающиеся прямые

Б) Параллельные прямые

В) Скрещивающиеся прямые

1) 

2) 

3) 

А	Б	В

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	2	3	2	Криволи нейная трапеци	20	А - 3 Б - 1 В - 2	А - 3 Б - 1 В - 2	А - 3 Б - 1 В - 2

Критерии оценки фонда тестовых заданий:

При проведении тестовых работ по предмету критерии оценок следующие:

Оценка «отлично» выставляется студенту за 90 – 100 % правильных ответов.

Оценка «хорошо» выставляется студенту за 75 – 89 % правильных ответов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту за 50 – 74 % правильных ответов;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за менее 50 % правильных ответов.

«5» - 9 – 10 правильных ответов;

«4» - 7 – 8 правильных ответов;

«3» - 5 – 6 правильных ответов;

«2» - менее 5 правильных ответов.

3. Оценочные средства для промежуточной аттестации и критерии оценки

Вопросы к экзамену

по дисциплине «Математика»

1) Радианная мера угла.
2) Синус, косинус, тангенс и котангенс угла.
3) Основные тригонометрические тождества.
4) Формулы приведения.
5) Простейшие тригонометрические уравнения.
6) Определение и способы задания функции.
7) Свойства функции.
8) Алгоритм исследования функции.
9) Степенная функция, её свойства и график.
10) Показательная функция, её свойства и график.
11) Логарифмическая функция, её свойства и график.
12) Функция $y = \sin x$, ее свойства и график.
13) Функция $y = \cos x$, ее свойства и график.
14) Функции $y = \mathrm{tg}\, x$ и $y = \mathrm{ctg}\, x$, их свойства и графики.
15) Обратные тригонометрические функции.
16) Корень n-ой степени, свойства радикалов.
17) Решение иррациональных уравнений.
18) Степень с рациональным и действительным показателями.
19) Решение показательных уравнений и неравенств.
20) Логарифм. Правила действий с логарифмами.
21) Решение логарифмических уравнений и неравенств.
22) Последовательность. Способы задания и свойства числовых последовательностей.
23) Бесконечно убывающая геометрическая последовательность.
24) Предел последовательности.
25) Производная функции.
26) Правила дифференцирования.
27) Вычисление производной сложной функции.
28) Физический (механический) смысл производной
29) Геометрический смысл производной.
30) Уравнение касательной к графику функции.
31) Непрерывность функции и метод интервалов.
32) Связь производной с возрастанием и убыванием функции.
33) Критические точки функции, максимумы и минимумы.
34) Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.
35) Первообразная функции.
36) Правила нахождения первообразных.
37) Интеграл. Теорема Ньютона-Лейбница.
38) Площадь криволинейной трапеции.
39) Основные понятия комбинаторики: перестановки, сочетания и размещения.
40) Событие, вероятность события.
41) Определение вероятности: классическое, статистическое и геометрическое.
42) Основные статистические показатели: среднее арифметическое, размах, медиана и мода.

43) Основные понятия стереометрии.
44) Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.
45) Углы между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.
46) Параллельные прямые в пространстве.
47) Параллельность прямой и плоскости.
48) Признак параллельности плоскостей. Свойства параллельных плоскостей.
49) Перпендикулярные прямые в пространстве.
50) Перпендикулярность прямой и плоскости.
51) Признак перпендикулярности плоскостей.
52) Двугранный угол.
53) Теорема о трех перпендикулярах.
54) Понятие многогранника. Виды и элементы многогранников.
55) Взаимное расположение плоскости и многогранника.
56) Понятие тел вращения и их виды.
57) Призма и ее элементы.
58) Параллелепипед и его свойства.
59) Пирамида и ее элементы.
60) Цилиндр и его элементы.
61) Конус и его элементы.
62) Шар и сфера. Уравнение сферы.
63) Прямоугольная система координат. Координаты вектора.
64) Действия над векторами.
65) Скалярное произведение двух векторов.
66) Симметрия: центральная, осевая и зеркальная.

Критерии оценивания:

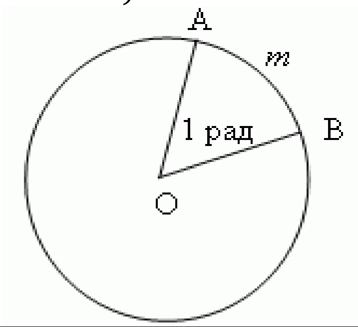
Оценка «отлично» выставляется студенту за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором студент легко ориентируется, владение понятийным аппаратом, за умение связывать теорию с практикой, высказывать и обосновывать свои суждения. Отличная отметка предполагает грамотное, логичное изложение ответа.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент полно освоил учебный материал, владеет понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет знания для решения практических задач, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют некоторые неточности.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, в применении знаний для решения практических задач, не умеет доказательно обосновать свои суждения.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определение понятий, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал, не может применять знания для решения практических задач; за полное незнание и непонимание учебного материала или отказ отвечать.

Таблица 2 Ключи к вопросам фонда оценочных средств

<table>
<tr><th>№
п/п</th><th>Вопрос</th><th>Ответ</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Чему равен угол в один радиан?</td><td>Угол в 1 радиан – это центральный угол, у которого длина дуги и радиус равны (дуга $AmB = OA$).

</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>В каких четвертях тригонометрического круга функция $y = sin\,x$ принимает положительные значения?</td><td><table><tr><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th><th>IV</th></tr><tr><td>$sin\,x$</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>В каких четвертях тригонометрического круга функция $y = cos\,x$ принимает отрицательные значения?</td><td><table><tr><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th><th>IV</th></tr><tr><td>$cos\,x$</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Продолжите определение: «Синус острого угла – это…»</td><td>Синус острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение противолежащего катета к гипотенузе.</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Продолжите определение: «Косинус острого угла – это…»</td><td>Косинус острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение прилежащего катета к гипотенузе.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Продолжите определение: «Тангенс острого угла – это…»</td><td>Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение противолежащего катета к прилежащему.</td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Перечислите способы решения тригонометрических уравнений.</td><td>Решение тригонометрического уравнения состоит из двух этапов:
1. Преобразование уравнения для получения его простейшего вида.
2. Решение полученного простейшего тригонометрического уравнения.
Стандартные методы решения тригонометрических уравнений:
✓ замена переменной;
✓ метод решения уравнения с помощью тригонометрического тождества;
✓ разложение на множители;
✓ функционально-графический способ;
✓ приведение к однородному тригонометрическому уравнению;
✓ введение вспомогательного угла;
✓ комбинирование методов.</td></tr>
</table>

8.	Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений первого порядка.	**Однородные тригонометрические уравнения 1 степени** — уравнения общего вида $a\sin x + b\cos x = 0$, где a и b являются некоторыми константами. Решение однородного тригонометрического уравнения первой степени заключается в делении уравнения на $\cos x$. В результате данной операции уравнение приобретает следующую форму: $a\,\mathrm{tg}\,x + b = 0$. Запись ответа данного уравнения предусматривает использование **арктангенса**. Важным условием является $\cos x \neq 0$. В противном случае, при подстановке на место косинуса нуля синус также примет нулевое значение. Известно, что в одно время косинус и синус не могут быть равны нулю, поэтому нулевое значение для косинуса недопустимо.
9.	Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений второго порядка.	**Однородное тригонометрическое уравнение 2 степени** представляет собой такое уравнение, которое имеет вид: $asin^2x + b\sin x\cos x + ccos^2x = 0$, где a, b, c – некие константы. Решить однородное тригонометрическое уравнение второй степени можно с помощью деления этого уравнения на cos^2x. При этом $cos^2x \neq 0$. В результате данной операции уравнение приобретает следующую форму: $a\,tg^2x + b\,tgx + c = 0$. Запись ответа данного уравнения предусматривает использование **арктангенса**.
10.	Сформулируйте определение степенной функции.	Степенной называется функция, заданная формулой $y = ax^p$, где $a \neq 0$, x^p – некоторое действительное число.
11.	Перечислите свойства степени с целым показателем.	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $\quad a^1 = a$ $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $\quad a^0 = 1$ $(a^m)^n = a^{mn}$ $\quad 1^n = 1$ $(ab)^n = a^nb^n$ $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

12.	Перечислите свойства степени с действительным показателем. Приведите примеры.	Определим число $2^{\sqrt{3}}$. Иррациональное число $\sqrt{3}$ можно представить в виде бесконечной непериодической десятичной дроби: $\sqrt{3} \approx 1{,}73205 \ldots$ Рассмотрим последовательность десятичных приближений числа $\sqrt{3}$: $1; 1{,}7; 1{,}73; 1{,}732; \ldots$ Очевидно, что чем больше знаков после запятой мы берём, тем полученный результат будет всё ближе и ближе приближаться к точному значению $\sqrt{3}$. В этом случае говорят, что последовательность десятичных дробей стремится или сходится к $\sqrt{3}$. Так как каждый член последовательности является рациональным числом, то определена последовательность чисел: $2^1;\ 2^{1,7};\ 2^{1,73};\ 2^{1,732}; \ldots$ Полученная последовательность не убывает и ограничена сверху (например, числом 2^2), следовательно, она имеет предел. Значение этого предела и называют степенью числа 2 с показателем $\sqrt{3}$ и обозначают $2^{\sqrt{3}}$. 1. Если $a < 0$, то выражение a^p, где p – иррациональное число, не имеет смысла. 2. Если $a = 0$, то $0^p = 0$ для всех $p > 0$. При $p \leq 0$ выражение 0^p не имеет смысла. 3. Если $a = 1$, то $1^p = 1$ для всех действительных p. Например, имеют ли смысл следующие выражения: а) $3^{\sqrt{2}}$; б) $(-5)^{\sqrt{3}}$; в) $-5^{\sqrt{2}}$. Решение: а) Имеет, так как основание степени $a = 3 > 0$. б) Не имеет, так как основание степени $a = -5 < 0$. в) Имеет, так как основание степени $a = 5 > 0$.
13.	Сформулируйте определение показательной функции.	**Функцию вида** $y = a^x$, где $a > 0$, $a \neq 1, x$ – любое число, называют **показательной функцией**.
14.	Перечислите свойства показательной функции.	**Область определения** показательной функции – **множество всех действительных чисел:** $D(y) = R$. **Область значений** показательной функции – **множество всех положительных чисел:** $E(y) = R_+$. Показательная функция

		$y = a^x$ **возрастает при** $a > 1$. Показательная функция $y = a^x$ **убывает при** $0 < a < 1$.
15.	Продолжите определение: «Логарифм – это…»	Логарифмом числа b по основанию a называют показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить b. $log_a b$, где $a > 0, a \neq 1, b > 0$. То есть, логарифм — это степень, в которую нужно возвести a для получения b.
16.	Чему равен логарифм произведения?	Логарифм произведения двух положительных чисел равен сумме логарифмов этих чисел: $log_a(bc) = log_a b + log_a c$.
17.	Чему равен логарифм частного?	Логарифм частного равен разности логарифмов числителя и знаменателя: $log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a b - log_a c$.
18.	На что стоит обратить внимание при решении логарифмических уравнений и неравенств?	При решении логарифмических уравнений и неравенств необходимо обратить внимание на определение области допустимых значений.
19.	Перечислите способы решения логарифмических уравнений.	Основные способы решения логарифмических уравнений: ✓ решение логарифмических уравнений по определению логарифма; ✓ потенцирование; ✓ метод введения новой переменной; ✓ логарифмирование.
20.	Сформулируйте правило решения простейших логарифмических неравенств.	Запомним правило: если в неравенстве присутствуют логарифмы — решение надо начинать с области допустимых значений.
21.	Что называется уравнением?	Равенство, содержащее неизвестное число, обозначенное буквой, называется уравнением.
22.	Что значит решить уравнение?	Решить уравнение — это значит найти все значения неизвестных, при которых оно обращается в верное числовое равенство, или установить (доказать), что таких значений нет.
23.	Что такое корень уравнения?	Корень уравнения — это число, которое при подстановке вместо буквы обращает уравнение в верное числовое равенство (тождество). Корень уравнения также называют решением уравнения.
24.	Что называется неравенством?	В математике неравенством называется отношение, связывающее два числа или иные математические объекты с помощью знаков $>, <, \geq, \leq$.

		Неравенства делятся на строгие неравенства (используют отношения больше или меньше) и нестрогие неравенства (используют отношения меньше или равно, больше или равно).
25.	Что значит решить неравенство?	Решить неравенство – это значит найти все значения переменной, при которой неравенство обращается в верное.
26.	В чем заключается «метод интервалов»?	Метод интервалов применяется для решения рациональных неравенств. Он заключается в определении знака произведения по знакам сомножителей на различных промежутках.
27.	Что называется решением системы уравнений?	Решением системы уравнений называется упорядоченный набор чисел, при подстановке которых вместо переменных каждое из уравнений обращается в верное равенство.
28.	Что значит решить систему уравнений?	Решить систему уравнений – значит найти не просто решение, а комплекты решений, то есть такие значения всех переменных, которые, будучи одновременно подставленными в систему, обращают каждое ее уравнение в тождество.
29.	При решении каких уравнений и неравенств, следует обратить внимание на область допустимых значений?	Запомним правило: если в уравнении или неравенстве присутствуют корни, дроби или логарифмы — решение надо начинать с области допустимых значений.
30.	Продолжите определение: «Последовательность – это…»	Числовая последовательность – это функция, область определения которой является множеством натуральных чисел или его частью.
31.	Приведите пример арифметической прогрессии.	Арифметической прогрессией называют числовую последовательность, каждый последующий член которой равен предшествующему, сложенному с одним и тем же числом. Например: 1: 3, 5, 7, 9, 11, ...
32.	Приведите пример геометрической прогрессии.	Геометрическая прогрессия — это числовая последовательность $b_1, b_2, \ldots, b_n$, для которой для каждого натурального n выполняется равенство $b_{n+1} = b_1 \cdot q$, где q – это знаменатель геометрической прогрессии, $q \neq 0$, $b_n \neq 0$. Пример: последовательность чисел 3, 12, 48, 192, 768, ... является геометрической прогрессией со знаменателем q = 4.

33.	Перечислите правила вычисления производных.	1. Постоянный множитель c можно выносить за знак производной: $$\left(cu(x)\right)' = cu'(x).$$ 2. Если существуют производные $cu'(x)$ и $cv'(x)$, то производная от суммы (разности) функций $cu'(x)$ и $cv'(x)$ равна сумме (разности) производных: $$\left(cu(x) \pm cv(x)\right)' = cu'(x) \pm cv'(x).$$ 3. Если существуют производные $cu'(x)$ и $cv'(x)$, то выполняются следующие правила дифференцирования произведения функций и частного от их деления: $$(uv)' = u'v + uv'$$ $$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \text{где } v(x) \neq 0.$$
34.	Чему равна производная степенной функции?	$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$
35.	Чему равна производная сложной функции?	Производная сложной функции равна произведению производной внешней функции, умноженной на производную от внутренней функции: $$\left(u\left(v(x)\right)\right)' = u'(v) \cdot v'(x)$$
36.	Продолжите определение: «Сочетание – это…»	Сочетание — это набор элементов, который можно выбрать из множества без учёта порядка.
37.	Продолжите определение: «Размещение – это…»	Размещение — это упорядоченный набор элементов, который можно выбрать из конечного множества.
38.	Продолжите определение: «Перестановки – это…»	Перестановка — это способ последовательно расположить элементы во множестве.
39.	Продолжите определение: «Случайное событие – это…». Приведите пример.	В математике событие, которое в одних и тех же условиях может произойти, а может и не произойти, называется случайным. Примеры случайных событий: Я выиграю в лотерее. При телефонном звонке абонент ответил на звонок. При бросании игральной кости выпало 5 очков. В пятницу начался дождь.
40.	Приведите пример достоверного события.	После понедельника наступит вторник. При бросании игральной кости выпало число очков, меньше семи. После ночи наступает день. Учебный год когда-нибудь закончится.

41.	Приведите пример невозможного события.	Достать из мешка с черными шарами белый шар. Завтра будет красный снег. Вода в реке Волге замёрзла при температуре + 30°С. При бросании игральной кости появилось 8 очков.
42.	Продолжите определение: «Вероятность случайного события – это…»	**Вероятности случайных событий** представляют собой величины, которые можно сравнивать. Величины выражаются дробями. Дробь показывает шанс наступления **благоприятного** случайного события, то есть события, которое нас интересует. **Вероятность случайного события может быть выражена любым числом от 0 до 1 включительно.** **Вероятность случайного события равна отношению числа благоприятных исходов к общему числу всех равновозможных исходов:** $P(A) = \frac{m}{n}$.
43.	Сформулируйте правило нахождения сложения вероятностей.	Вероятность суммы двух несовместимых событий равна сумме вероятностей этих событий.
44.	Сформулируйте правило умножения вероятностей.	Если возможно, что произойдет одно И другое событие вместе, тогда вероятности этих событий умножаются. Если бы мы вытягивали шары из одной корзины И из другой одновременно, тогда вероятности вынимания конкретных цветов перемножаются. Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.
45.	Перечислите основные фигуры в пространстве.	Основными (простейшими) фигурами в пространстве являются точки, прямые и плоскости.
46.	Перечислите взаимное расположение двух прямых в пространстве.	Существует три варианта взаимного расположения двух прямых в пространстве: прямые могут быть пересекающимися, параллельными и скрещивающимися.
47.	Какие прямые называются параллельными в пространстве?	В стереометрии две прямые называются параллельными, если лежат в одной плоскости и не пересекаются.
48.	Какие прямые называются скрещивающимися в пространстве?	Скрещивающиеся прямые — это прямые, которые не лежат в одной плоскости и не имеют общих точек. Если одна из двух

		прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся (не лежат в одной плоскости).
49.	Какие прямые называются перпендикулярными в пространстве?	Две прямые в пространстве перпендикулярны друг другу, если они соответственно параллельны некоторым двум другим взаимно перпендикулярным прямым, лежащим в одной плоскости.
50.	Перечислите взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.	Существуют три случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве: 1) прямая лежит (находится) в плоскости; 2) прямая и плоскость имеют только одну общую точку (прямая и плоскость пересекаются); 3) прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки.
51.	Перечислите взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.	Две плоскости в пространстве либо параллельны, либо пересекаются. Если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой.
52.	Продолжите определение: «Многогранник – это…»	Многогранник – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело.
53.	Продолжите определение: «Призма – это…»	Призма — это многогранник, две грани которого являются равными многоугольниками, находящимися в параллельных плоскостях, а остальные грани являются параллелограммами. Грани, которые находятся в параллельных плоскостях, называются основаниями призмы, а остальные грани — боковыми гранями призмы.
54.	Продолжите определение: «Прямоугольный параллелепипед – это…»	Прямоугольный параллелепипед —это многогранник с шестью гранями, каждая из которых является в общем случае прямоугольником. Противолежащие грани параллелепипеда равны.
55.	Продолжите определение: «Куб – это…»	Куб — многогранник, поверхность которого состоит из шести квадратов. Куб является правильным многогранником.
56.	Продолжите определение: «Пирамида – это…»	Пирамида — это многогранник, одна из граней которого — произвольный многоугольник, а остальные грани — треугольники, имеющие общую вершину. По числу углов основания различают пирамиды треугольные, четырёхугольные и т. д. Если в основании лежит n-угольник,

		пирамида называется n-угольной. Она имеет n боковых граней.
57.	Раскройте понятие «правильная пирамида».	Правильная пирамида – это пирамида, в основании которой лежит правильный многоугольник, а её высота падает в центр основания (в точку пересечения биссектрис многоугольника в основании). Все грани правильной пирамиды – равнобедренные треугольники, а все её боковые ребра равны между собой.
58.	Что такое апофема правильной пирамиды?	Высота боковой грани правильной пирамиды называется апофемой.
59.	Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности прямой призмы.	Теорема. Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту.
60.	Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности правильной пирамиды.	Теорема. Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению периметра основания на половину апофемы.
61.	Назовите предметы из вашей профессиональной деятельности, которые имеют формы многогранников.	В форме куба кристаллизуется поваренная соль. Форму октаэдра имеет алмаз, хлорид натрия, флюорит, шпинель. Многогранные формы окружают нас в повседневной жизни повсюду: книга, комната, молочные пакеты в форме тетраэдра или параллелепипеда. Почти все сооружения, возведённые человеком, от древнеегипетских пирамид до современных небоскрёбов, имеют форму многогранников.
62.	Какие многогранники называются правильными? Перечислите правильные многогранники.	Правильными многогранниками называют выпуклые многогранники, все грани и углы которых равны, причём гранями являются правильные многоугольники. В каждой вершине правильного многогранника сходится одно и тоже число рёбер. Все двугранные углы при рёбрах и все многогранные углы при вершинах равны. Тетраэдр – правильная треугольная пирамида. Икосаэдр – поверхность, ограниченная двадцатью правильными треугольниками. Октаэдр – многогранник, поверхность которого состоит из восьми правильных треугольников.

		Додекаэдр – поверхность, ограниченная двенадцатью правильными пятиугольниками. Гексаэдр (куб) – правильная четырёхугольная призма с равными рёбрами, ограниченная шестью квадратами.
63.	Из чего состоит прямоугольная система координат в пространстве?	Прямоугольная система координат в пространстве задана, если выбрана точка – начало координат, через эту точку проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление (оно обозначается стрелкой) и задана единица измерения отрезков.
64.	Раскройте понятие «вектор».	Вектор — это направленный отрезок. Если начало и конец вектора совпадают, то такой вектор называется **нулевым**. Векторы называются **коллинеарными**, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых. **Длиной (модулем)** вектора называется расстояние между его началом и концом. Вектор, длина которого равна единице, называется **единичным вектором** или **ортом**. Векторы называются **равными**, если они лежат на одной или параллельных прямых; их направления совпадают и длины равны.
65.	Как найти координаты вектора?	Чтобы найти координаты вектора AB, зная координаты его начальной точки A и конечной точки B, необходимо из координат конечной точки вычесть соответствующие координаты начальной точки.
66.	Какие векторы называются коллинеарными?	Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.
67.	Какие векторы называются перпендикулярными?	Перпендикулярные векторы — это векторы, которые образуют прямой угол между собой.
68.	Чему равно скалярное произведение векторов?	Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними. Формула вычисления скалярного произведения векторов по определению: $\vec{a}\cdot\vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert cos\alpha$
69.	Чему равен угол между векторами?	Угол между двумя векторами находится в промежутке [0°; 180°]. Если векторы перпендикулярны, то угол между ними равен 90º. Если векторы сонаправлены, в

		частности один из них или оба нулевые, то угол между ними равен 0º. Если противоположно направленные векторы, то угол между ними равен 180º.
70.	Раскройте формулу сокращенного умножения $a^2 - b^2$.	$(a-b)(a+b)$
71.	Площадь треугольника вычисляется по формуле:	$S = \frac{a \cdot h}{2}$
72.	Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{10}{17}$ и $\frac{5}{8}$?	0,6
73.	Вычислите $\frac{1}{2} + \frac{11}{5}$.	2,7
74.	Решите уравнение $x^2 - 7x + 10 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.	2
75.	Площадь земель крестьянского хозяйства, отведенная под посадку кустарников и цветников, составляет 24 га и распределена между ними в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают цветники?	9
76.	Высота BH параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки AH = 2 и HD = 32. Диагональ параллелограмма BD равна 40. Найдите площадь параллелограмма.	816
77.	В △ABC $\sin C = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}$. Какая из сторон является гипотенузой △ABC?	AC
78.	Углом какой четверти является $\angle\alpha = 400°$?	I четверть
79.	Какое число является корнем уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$?	$x = \frac{\pi}{3}$
80.	Вычислите $sin\frac{\pi}{2} + cos\frac{\pi}{2}$.	1
81.	Найдите значение выражения: $4\,arccos\frac{\sqrt{2}}{2} - 4\,arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.	2π
82.	Упростите: $2sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + cos(\pi - \alpha)$.	$\cos\alpha$
83.	Решите уравнение: $sin^2x - 4\,sin\,x + 3 = 0$.	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z.$

84.	Между какими двумя натуральными числами находится число $\sqrt[3]{19}$?	2 и 3
85.	Определите корень уравнения $x^3 = 125$.	5
86.	Расположите в порядке возрастания числа: 2; $\sqrt[3]{5}$; $\sqrt[4]{17}$.	$\sqrt[3]{5}; 2; \sqrt[4]{17}$
87.	Умножая числа с одинаковым основанием, их степени:	складывают
88.	Найдите значение выражения $\frac{a^{5,58} \cdot a^{2,9}}{a^{6,48}}$ при $a = 7$.	49
89.	Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{12}+\sqrt{8})^2}{10+\sqrt{96}}$.	2
90.	Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $I = \sqrt{2Rh}$, где R=6400 км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 48 километров? Ответ выразите в километрах.	0,18
91.	Решите уравнение $\sqrt{-32 - x} = 2$.	–36
92.	При каком значении a функция $y = a^x$ убывает на всей области определения?	при $a = \frac{1}{8}$
93.	Функция задана формулой $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Чему равно $f(-2)$?	4
94.	Чему равен корень уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3$?	12,5
95.	Найдите корень уравнения $3^{x+2} - 5 \cdot 3^x = 12$.	1
96.	Сколько целых решений имеет неравенство $1 < 7^{x-1} \leq 49$?	два
97.	Найдите точку максимума функции $y = 2^{5-8x-x^2}$.	–4
98.	В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 184 мг. Период его полураспада	21

	составляет 7 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.	
99.	Укажите область определения функции $f(x) = lg\,\frac{2x-3}{x+7}$.	$(-\infty; -7) \cup (1{,}5; +\infty)$
100.	Расположите в порядке возрастания: $\log_{0,5} 4\,;\ \log_{0,5} 0{,}4\,;\ \log_{0,5} \frac{1}{4}$.	$\log_{0,5} 4\,;\ \log_{0,5} 0{,}4\,;\ \log_{0,5} \frac{1}{4}$
101.	Найдите корень уравнения $\log_4(5 - x) = 2$.	–11
102.	Определите значение выражения: $log_6 2 + log_6 3 + 2^{log_2 4}$.	5
103.	Укажите наименьшее целое решение неравенства $log_3(6x - 4) > 2$.	3
104.	Найдите точку максимума функции $y = 8\,ln(x + 7) - 8x + 3$.	–6
105.	Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_B = 15°$ через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды m = 0,6 кг/с. Проходя по трубе расстояние x, вода охлаждается от начальной температуры $T_B = 91°$ до температуры T, причём $x = \alpha\frac{cm}{\gamma}\log_2\frac{T_B - T_П}{T - T_П}$, где $c = 4200\,\frac{Вт\cdot с}{кг\cdot°C}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 28\,\frac{Вт}{м\cdot°C}$ — коэффициент теплообмена, а α = 0,8 — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 144 м.	34
106.	Какое из чисел является корнем уравнения $log_2(x + 1) = 1$?	1
107.	Определите вид уравнения $\sqrt{-32 - x} = 2$.	иррациональное
108.	Определите наибольшее целое решение неравенства $5^{x+2} < 1$.	–3
109.	Найдите корни уравнения $\|x - 3\| = 2$.	1; 5

110.	Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = 8, \\ 2^{x-3y} = 16. \end{cases}$	$(10; 2)$
111.	Решите неравенство $\frac{2x^2-5x}{x-3} \le x$.	$(-\infty; 0] \cup [2;3)$
112.	Решите уравнение $(2x-3)\sqrt{3x^2-5x-2} = 0$.	$-1; 6$
113.	Чему равна производная функции $y = cos^2 x$?	$y' = -2\sin x \cos x$
114.	По какой формуле вычисляется производная произведения?	$(uv)' = u'v + uv'$
115.	Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = 3x^2 - 6x + 4$.	1
116.	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 - 4t^2 + 5t - 5$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.	8
117.	Решите неравенство $\frac{(x-2)(x+3)}{(x-8)} > 0$.	$(-3; 2) \cup (8; +\infty)$
118.	Для какой из функций функция $F(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ является первообразной?	$f(x) = 3x^2 - 6x$.
119.	Дана функция $f(x) = 3x^2 + 1$. Чему равна $F(1)$?	2
120.	Какой общий вид всех первообразных для $f(x) = sin\, x$?	$F(x) = -cos\, x + C$
121.	Вычислите определенный интеграл $\int_1^2 x dx$.	1,5
122.	Является ли $F(x) = x^3 - 3x + 1$ первообразной для функции $f(x) = 3(x^2 - 1)$?	да
123.	Задайте первообразную $F(x)$ для функции $f(x) = 3x^2 - 2x$, если известны координаты точки М (1; 4) графика $F(x)$.	$x^3 - x^2 + 4$
124.	Укажите число, принадлежащее множеству М = {5, 10, 12, 37, 41}.	5
125.	Укажите верное соотношение для множеств А = {5, 9, 11}; В = {4, 5, 10, 11, 12}; С = {4, 5, 9, 11}.	$A \subset C$

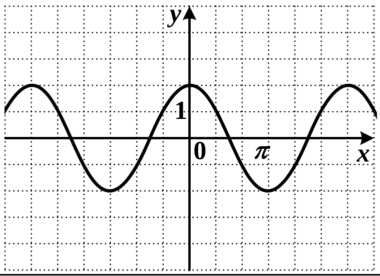
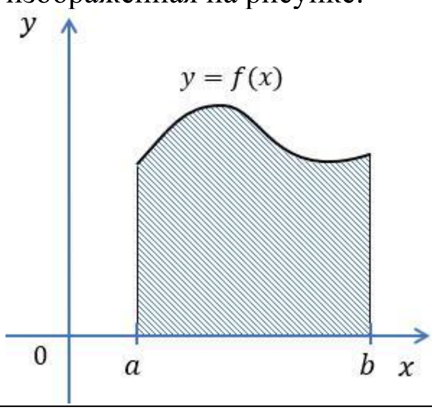
126.	Чему равна мощность множества, состоящего из всех букв русского алфавита?	33
127.	Закончите определение: «Множество, содержащее элементы, принадлежащие и множеству А, и множеству В, называют …»	пересечением множеств
128.	Запишите перечислением элементов пересечение множеств А и В, если: А = {3; 5;7; 27; 14; 9}, В = {9; 3; 7; 27; 14}.	$A \cap B = \{3; 7; 9; 14; 27\}$
129.	Даны два множества А = {1, 2, 3, 4, 6, 12} и В = {1, 2, 3, 6, 9, 18}. Запишите объединение множеств.	$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18\}$
130.	Каждый ученик в классе изучает английский или немецкий язык, или оба этих языка. Английский язык изучают 30 человек, немецкий — 25 человек, а тот и другой — 15 человек. Сколько всего учеников в классе?	40
131.	Выпишите все элементы множества F, если F – это множество корней уравнения $x^2 + 4x - 5 = 0$.	$F = \{-5; 1\}$
132.	Комбинаторика – это раздел математики, отвечающий на вопрос, сколькими способами можно выбрать элементы:	заданного конечного множества
133.	Соединения из n элементов, отличающиеся друг от друга только порядком расположения в них элементов, называются…	перестановками
134.	Число всех возможных размещений вычисляется по формуле:	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$
135.	Группировка – это:	упорядочение единиц совокупности по признаку
136.	В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 6 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.	0,997
137.	Цветоводу предложили украсить клумбу цветами, используя 3 вида. Сколько различных вариантов есть у цветовода, если есть выбор из 5 видов разной рассады?	10

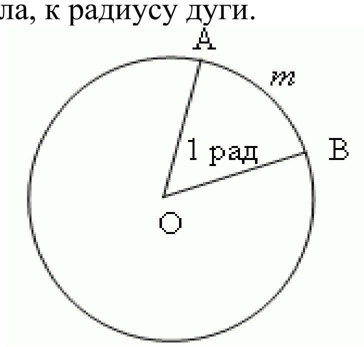
138.	Сколькими способами можно посадить 4 кустарника в один ряд?	24
139.	Расшифруйте краткую запись: $a \in \beta$.	прямая a принадлежит плоскости β
140.	Прямые *АВ* и *СД* скрещиваются. Какое расположение имеют прямые *АС* и *ВД*?	скрещиваются
141.	Плоскости α и β имеют одну общую точку. Каково их взаимное расположение?	пересекаются по прямой
142.	Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она:	перпендикулярна и самой наклонной
143.	Через концы отрезка *АВ* и его середину *М* проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках A_1, B_1 и M_1. Найдите длину отрезка MM_1, если отрезок *АВ* не пересекает плоскость и если AA_1 = 6,8 см, BB_1 = 7,4 см.	7,1
144.	Прямые *AC, AB* и *AD* попарно перпендикулярны. Найдите отрезок *CD*, если *AB* = 5 см, *BC* = 13 см, *AD* = 9 см.	15
145.	Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины общего перпендикуляра, если проекции наклонных относятся как 2:3 и длины наклонных равны 23 см и 33 см.	9
146.	В каких единицах измеряется площадь поверхности многогранника?	в квадратных метрах
147.	Площадь боковой поверхности призмы вычисляется по формуле:	$S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot H$
148.	Что является осевым сечением усеченного конуса?	равнобедренная трапеция
149.	Какая фигура получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из своих катетов?	конус
150.	Ребро основания правильной треугольной пирамиды 3 м, апофема 6м. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.	27
151.	Диагональ куба равна $\sqrt{588}$. Найдите его объем.	2744

152.	Прямоугольник со сторонами 8 см и 3 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объем, площади боковой и полной поверхностей полученного тела.	$72\pi; 48\pi; 64\pi$
153.	Вычислить поверхность кроны кустарника, имеющего форму шара, радиуса 0,5 м. В ответ запишите число, делённое на π.	1
154.	Даны точки $A(1,0,5), B(-2,0,4), C(0,-1,0), D(0,($ Какая из них лежит на координатной прямой Oy?	C
155.	Какой из векторов $\bar{a}(1,0,-1), \bar{c}\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right)$, $\bar{b}(1,1,1), \bar{p}(0,0,-2)$ является единичным?	$\bar{b}$
156.	Какие из векторов $\bar{a}(1,2,-3), \bar{c}(3,6,-6)$, $\bar{b}(2,4,-6)$ коллинеарны?	$\bar{a}$ и $\bar{b}$
157.	Даны точки $A(2,0,5), B(2,4,-2), C(-2,6,3)$.Серединой какого отрезка является точка $M(0,3,4)$?	AC
158.	Даны векторы $\bar{a}(-6,0,8), \bar{b}(-3,2,-6)$. Найдите скалярное произведение векторов.	-30
159.	При каких значениях n векторы $\bar{a}(4,n,2), \bar{b}(1,2,n)$ перпендикулярны?	-1
160.	Даны векторы $\bar{a}(-6,0,8), \bar{b}(-3,2,-6)$. Найдите косинус угла между векторами.	$-\frac{3}{7}$
161.	Переведите градусную меру угла в радианную: а) 60°; г) 540°; б) 330°; д) 100°. в) 50°;	а) $\frac{\pi}{3}$; г) 3π; б) $\frac{11\pi}{6}$; д) $\frac{5\pi}{9}$. в) $\frac{5\pi}{18}$;
162.	Переведите радианную меру угла в градусную: а) 5π; г) $\frac{3\pi}{4}$; б) $\frac{7\pi}{3}$; д) $\frac{\pi}{8}$. в) $\frac{6\pi}{5}$;	а) 900°; г) 135°; б) 420°; д) 22,5°. в) 216°;
163.	Вычислите, используя формулы приведения: а) $\cos 780°$; б) $\sin\frac{13\pi}{6}$.	а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{2}$.
164.	Упростите выражения: а) $(3\sin t + 4\cos t)^2 + (4\sin t - 3$	а) 25; б) $3\cos t$;

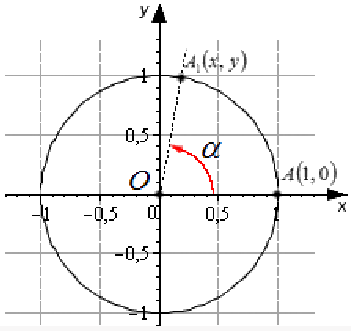
	б) $2cos(2\pi + t) + sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right)$; в) $\frac{cos(180° + \alpha)\cdot cos(-\alpha)}{sin(-\alpha)\cdot sin(90° + \alpha)}$.	в) $ctg\ \alpha$.
165.	Переведите градусную меру угла в радианную: а) 80°; г) 600°; б) 320°; д) 450°. в) 20°;	а) $\frac{4\pi}{9}$; г) $\frac{10\pi}{3}$; б) $\frac{16\pi}{9}$; д) $\frac{5\pi}{2}$. в) $\frac{\pi}{9}$;
166.	Переведите радианную меру угла в градусную: а) 8π; г) $\frac{3\pi}{2}$; б) $\frac{10\pi}{3}$; д) $\frac{\pi}{9}$. в) $\frac{7\pi}{5}$;	а) 1440°; г) 270°; б) 600°; д) 20°. в) 252°;
167.	Вычислите, используя формулы приведения: а) $sin\,780°$; б) $cos\,\frac{13\pi}{6}$.	а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
168.	Упростите выражения: а) $(tg\ t + ctg\ t)^2 - (tg\ t - ctg\ t)^2$ б) $2sin(\pi + t) + cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$; в) $\frac{sin(-\alpha)\cdot ctg(-\alpha)}{cos(360° - \alpha)\cdot tg(180° + \alpha)}$.	а) 4; б) $-sin\,t$; в) $ctg\ \alpha$.
169.	Упростите выражение: 1. $(\sin x + \cos x)^2 - 1$ 2. $\left(\cos^2 x\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right)^2 - \sin^2 x$ 3. $\frac{\sin^4 x + \sin^2 x\cos^2 x}{\sin^2 x\cos^2 x}$	1. $\sin 2x$ 2. $cos^2 x$ 3. $\frac{1}{cos^2 x}$
170.	Преобразуйте выражение: 1. $\left(\frac{a+2}{\sqrt{2a}} - \frac{a}{\sqrt{2a}+2} + \frac{2}{a-\sqrt{2a}}\right)\cdot\frac{\sqrt{a}-\sqrt{2}}{a+2}$ 2. $\frac{c-1}{c^{\frac{3}{4}}+c^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{c^{\frac{1}{2}}+c^{\frac{1}{4}}}{c^{\frac{1}{2}}+1}\cdot c^{\frac{1}{4}} + 1$ 3. $\frac{lg8 + lg18}{2lg2 + lg3}$	1. $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{2}}$ 2. $\sqrt{c}$ 3. 2
171.	Решите уравнение: 1. $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$ 2. $cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1$ 3. $0{,}2^{x^2 - 16x - 37{,}5} = 5\sqrt{5}$ 4. $log_3\sqrt{x-5} + log_3\sqrt{2x-3} = 1$	1. 3 2. $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$ 3. – 2; 18 4. 6
172.	Упростите выражение:	1. $-\cos 2x$ 2. $\frac{1}{sin^2 x}$ 3. $tg\ x$

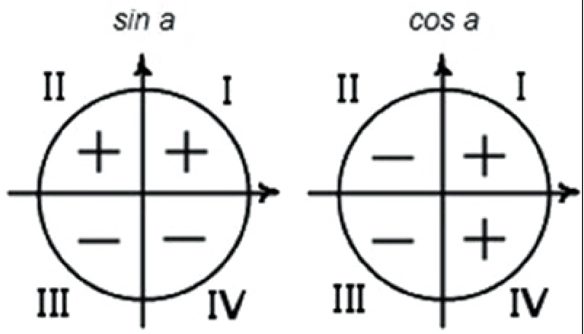
	1. $(\cos 2x+1)tg^2x-1$ 2. $\frac{1+ctg^2(-x)}{tg^2(x-\pi)}\cdot\frac{ctg\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}{ctg(\pi+x)}$ 3. $\frac{\sin^3 x\cos x+\cos^3 x\sin x}{\cos^2 x}$	
173.	Преобразуйте выражение: 1. $\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right)\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a+b}\right)^2$ 2. $\frac{3(ab)^{\frac{1}{2}}-3b}{a-b}+\frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^3+2a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}$ 3. $\frac{3lg2+3lg5}{lg13-lg130}$	1. $\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}$ 2. 3 3. – 3
174.	Решите уравнение: 1. $\sqrt{17+2x-3x^2}=x+1$ 2. $sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)-sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\sqrt{3}$ 3. $2^{x^2-6x+0,5}=\frac{1}{16\sqrt{2}}$ 4. $\frac{1}{2}lg(2x-1)=1-lg\sqrt{x-9}$	1. 2 2. $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$ 3. 1; 5 4. 13
175.	Вычислите производную: 1. $f(x)=2x^2+4x^4+6x+3$ 2. $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}-\frac{3}{x^3}$ 3. $f(x)=(8x-10)^3$ 4. $f(x)=cos\frac{x}{5}$ 5. $f(x)=\frac{1}{(5-4x)^5}$	1. $4x+16x^3+6$ 2. $-\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x^3}+\frac{9}{x^4}$ 3. $24(8x-10)^2$ 4. $-\frac{1}{5}\sin\frac{x}{5}$ 5. $\frac{20}{(5-4x)^6}$
176.	Найдите координаты точек касания, в которых касательные к графику функции $y=2x^2+x+4$ имеют угловой коэффициент, равный 1.	$(0;4)$
177.	Составьте уравнение касательной к графику функции $y=3x^2-4x-2$ в точке с абсциссой $x_0=-1$.	$y=-10x-5$
178.	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=t^3-27t$. Найдите ускорение точки в момент времени $t=2$ с.	24
179.	Вычислите производную: 1. $f(x)=3x^2+6x^4+8x+100$ 2. $f(x)=\frac{4}{x}+\frac{2}{x^3}-\frac{3}{x^8}$ 3. $f(x)=(4x-5)^6$ 4. $f(x)=sin10x$	1. $6x+24x^3+8$ 2. $-\frac{4}{x^2}-\frac{6}{x^4}+\frac{24}{x^9}$ 3. $24(4x-5)^5$ 4. $10\cos 10x$ 5. $\frac{6}{(1-2x)^4}$

	5. $f(x)=\frac{1}{(1-2x)^3}$	
180.	Найдите координаты точек касания, в которых касательные к графику функции $y=x^2+2x-1$ имеют угловой коэффициент, равный 2.	$(0;-1)$
181.	Составьте уравнение касательной к графику функции $y=2x^2-5x+1$ в точке с абсциссой $x_0=2$.	$y=3x-7$
182.	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=8t^2-2t^3$. Найдите ускорение точки в момент времени $t=1$ с.	4
183.	График какой функции изображен на рисунке?  	$y=2\cos x$
184.	Решите уравнение $\sin 2x=1$.	$\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z.$
185.	Вычислите $64^{\log_8\sqrt{3}}$	3
186.	Из приведённых ниже формул дифференцирования выберите **не**верную: 1) $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$; 2) $(kx+m)'=k$; 3) $(x+km)'=k$; 4) $(\sin x)'=\cos x$.	$(x+km)'=k$
187.	Решите уравнение: $2^{3x}\cdot 3^x=576$.	2
188.	Как называется фигура, изображенная на рисунке:  	криволинейная трапеция

189.	Товар, стоимостью 150000 рублей был уценен. Новая стоимость товара составила 120000 рублей. На сколько процентов уценили товар?	20
190.	Установите соответствия между взаимным расположением прямых в пространстве: А) Две прямые в пространстве называются параллельными, если… Б) Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, есл В) Две прямые в пространстве называются пересекающимися, есл	1)-Б) они не лежат в одной плоскости 2)-В) они лежат в одной плоскости и пересекаются 3)-А) они лежат в одной плоскости и не пересекаются
191.	Установите соответствие между формулами и видом функции: 1) $y = ax^2 + bx + c$ 2) $y = (a - x)^2 + (a - y)^2$ 3) $y = a^x$	А)-3) экспонента Б)-1) парабола В)-2) окружность
192.	Радианная мера угла.	Длина дуги *l*, радиус *r* и соответствующий центральный угол α связаны соотношением: $\alpha = \frac{l}{r}$. Если $l = r$, то $\alpha = 1$, и мы говорим, что угол α равен 1 радиану, что обозначается: $\alpha = 1$ рад. Таким образом, мы имеем следующее определение радианной меры. Радиан есть центральный угол, у которого длина дуги и радиус равны. Радианная мера измерения угла есть отношение длины дуги, проведенной произвольным радиусом и заключённой между сторонами этого угла, к радиусу дуги.  Следуя этой формуле, длину окружности *C* и её радиус *r* можно выразить следующим образом: 2 π = C / r . Так, полный оборот, равный 360 в градусном измерении, соответствует 2 π в радианном измерении. Откуда мы получаем значение одного радиана: $1 \text{ рад} = \frac{360°}{2\pi} \approx 57°, 2958 \approx 57°17'45''$.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>Обратно, $1° = \frac{2\pi}{360°} \approx 0.017453$ рад.
Полезно помнить следующую сравнительную таблицу значений наиболее часто встречающихся углов в градусах и радианах:
<table><tr><td>Углы в градусах</td><td>360°</td><td>180°</td><td>90°</td><td>60°</td><td>45°</td></tr><tr><td>Углы в радианах</td><td>2π</td><td>π</td><td>$\pi/2$</td><td>$\pi/3$</td><td>$\pi/4$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>193.</td><td>Синус, косинус, тангенс и котангенс угла.</td><td>Определение.
Синус острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение противолежащего катета к гипотенузе.
Определение.
Косинус острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение прилежащего катета к гипотенузе.
Определение.
Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение противолежащего катета к прилежащему.
Определение.
Котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение прилежащего катета к противолежащему.
В тригонометрии на угол начинают смотреть более широко - вводят понятие угла поворота. Величина угла поворота, в отличие от острого угла, не ограничена рамками от 0 до 90 градусов, угол поворота в градусах (и в радианах) может выражаться каким угодно действительным числом от $-\infty$ до $+\infty$.
В этом свете дают определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса уже не острого угла, а угла произвольной величины - угла поворота. Они даются через координаты x и y точки A_1, в которую переходит так называемая начальная точка A(1, 0) после ее поворота на угол α вокруг точки O – начала прямоугольной декартовой системы координат и центра единичной окружности.</td></tr>
</table>

		 Определение. Синус угла поворота α - это ордината точки A_1, то есть, sinα=y. Определение. Косинусом угла поворота α называют абсциссу точки A_1, то есть, cosα=x. Определение. Тангенс угла поворота α - это отношение ординаты точки A_1 к ее абсциссе, то есть, tgα=y/x. Определение. Котангенсом угла поворота α называют отношение абсциссы точки A_1 к ее ординате, то есть, ctgα=x/y. Синус и косинус определены для любых углов поворота, тангенс определен для всех углов, кроме 90°+180°·k, k∈Z (π/2+π·k рад), а котангенс – для всех углов, кроме 180°·k, k∈Z (π·k рад).
194.	Основные тригонометрические тождества.	Основные тригонометрические тождества — это равенства, которые устанавливают связь между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного угла. Это значит, что любую из этих функций можно найти, если известна другая функция. Основные тригонометрические тождества: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\mathrm{tg}\ \alpha \cdot \mathrm{ctg}\ \alpha = 1$ $\mathrm{tg}\ \alpha = \sin \alpha \div \cos \alpha$ $\mathrm{ctg}\ \alpha = \cos \alpha \div \sin \alpha$ $1 + \mathrm{tg}^2 \alpha = 1 \div \cos^2 \alpha$ $1 + \mathrm{ctg}^2 \alpha = 1 \div \sin^2 \alpha$
195.	Формулы приведения.	Необходимо уяснить «закон», который здесь работает с формулами приведения: 1. Определите знак функции в соответствующей четверти.

		 2. Запомните следующее: - при 90° и 270° функция изменяется на кофункцию; - при 180° и 360° функция на кофункцию не изменяется. Что означает понятие — функция изменяется на кофункцию? Ответ: синус меняется на косинус или наоборот, тангенс на котангенс или наоборот. $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \mathrm{si}$ $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\mathrm{si}$ $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\mathrm{c}$ $\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = -\mathrm{c}$ $\sin(270^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$ $\cos(270^\circ - \alpha) = -\mathrm{s}$ $\sin(270^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$ $\cos(270^\circ + \alpha) = \mathrm{si}$ $\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(360^\circ - \alpha) = \mathrm{c}$ $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin\alpha$ $\cos(360^\circ + \alpha) = \mathrm{c}$ $\mathrm{tg}(90^\circ - \alpha) = \mathrm{ctg}\,\alpha$ $\mathrm{ctg}(90^\circ - \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$ $\mathrm{tg}(90^\circ + \alpha) = -\mathrm{ctg}\,\alpha$ $\mathrm{ctg}(90^\circ + \alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$ $\mathrm{tg}(180^\circ - \alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$ $\mathrm{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\mathrm{ctg}\,\alpha$ $\mathrm{tg}(180^\circ + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$ $\mathrm{ctg}(180^\circ + \alpha) = \mathrm{ctg}\,\alpha$ $\mathrm{tg}(270^\circ - \alpha) = \mathrm{ctg}\,\alpha$ $\mathrm{ctg}(270^\circ - \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$ $\mathrm{tg}(270^\circ + \alpha) = -\mathrm{ctg}\,\alpha$ $\mathrm{ctg}(270^\circ + \alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$ $\mathrm{tg}(360^\circ - \alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$ $\mathrm{ctg}(360^\circ - \alpha) = -\mathrm{ctg}\,\alpha$ $\mathrm{tg}(360^\circ + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$ $\mathrm{ctg}(360^\circ + \alpha) = \mathrm{ctg}\,\alpha$
196.	Простейшие тригонометрические уравнения.	**Простейшими тригонометрическими уравнениями** называют уравнения вида: $sin\,x = a$ $tg\,x = a$ $cos\,x = a$ $ctg\,x = a$ где a– произвольное число. Решение уравнения $sin\,x = a.$

		Обычная форма записи решения: $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$ Более удобная форма записи решения: $x_1 = \mathbf{arcsin}\ a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\mathbf{arcsin}\ a + \pi + 2\pi n, n \in Z$ В случае, когда $a \notin [-1; 1]$, уравнение решений не имеет. **Частные случаи решения уравнения** $sin\, x = a.$ $sin\, x = -1, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k\epsilon Z.$ $sin\, x = 0, x = \pi k, k\epsilon Z.$ $sin\, x = 1, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k\epsilon Z.$ Решение уравнения $cos\, x = a.$ Обычная форма записи решения: $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$ Более удобная форма записи решения: $x_1 = \mathbf{arccos}\ a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = -\mathbf{arccos}\ a + 2\pi n, n \in Z$ В случае, когда $a \notin [-1; 1]$, уравнение решений не имеет. **Частные случаи решения уравнения** $cos\, x = a.$ $cos\, x = -1, x = -\pi + 2\pi k, k\epsilon Z.$ $cos\, x = 0, x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k\epsilon Z.$ $cos\, x = 1, x = 2\pi k, k\epsilon Z.$ Решение уравнения $tg\, x = a.$ Обычная форма записи решения: $x = \mathrm{arctg}\, a + \pi n, n \in Z$ Более удобная форма записи решения: $x_1 = \mathbf{arctg}\ a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \mathbf{arctg}\ a + \pi + 2\pi n, n \in Z$ Ограничений на число a нет. Решение уравнения с$tg\, x = a.$ Обычная форма записи решения: $x = \mathrm{arcctg}\, a + \pi n, n \in Z$ Более удобная форма записи решения:

		$x_1 = \mathbf{arcctg}\ a + 2\pi n, n \in Z,$ $x_2 = \mathbf{arcctg}\ a + \pi + 2\pi n, n \in Z$ Ограничений на число a нет.
197.	Определение и способы задания функции.	Функцией называется закон, по которому числу x из заданного множества X, поставлено в соответствие только одно число y, пишут $y = f(x)$, при этом x называют аргументом функции, y называют значением функции. Задать функцию означает установить правило (закон), с помощью которого по данным значениям независимой переменной следует находить соответствующие им значения функции. Рассмотрим некоторые способы задания функций. Табличный способ. Довольно распространенный, заключается в задании таблицы отдельных значений аргумента и соответствующих им значений функции. Такой способ задания функции применяется в том случае, когда область определения функции является дискретным конечным множеством. При табличном способе задания функции можно приближенно вычислить не содержащиеся в таблице значения функции, соответствующие промежуточным значениям аргумента. Для этого используют способ интерполяции. Преимущества табличного способа задания функции состоят в том, что он дает возможность определить те или другие конкретные значения сразу, без дополнительных измерений или вычислений. Однако, в некоторых случаях таблица определяет функцию не полностью, а лишь для некоторых значений аргумента и не дает наглядного изображения характера изменения функции в зависимости от изменения аргумента. Графический способ. Графиком функции $y = f(x)$ называется множество всех точек плоскости, координаты которых удовлетворяют данному уравнению. Графический способ задания функции не всегда дает возможность точно определить численные значения аргумента. Однако он

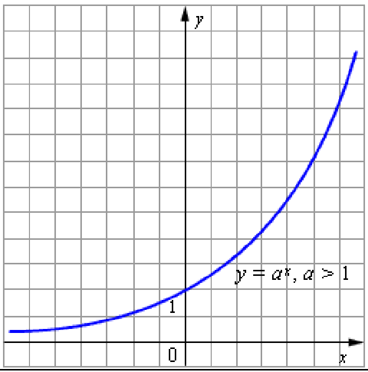
		имеет большое преимущество перед другими способами - наглядность. В технике и физике часто пользуются графическим способом задания функции, причем график бывает единственно доступным для этого способом. Чтобы графическое задание функции было вполне корректным с математической точки зрения, необходимо указывать точную геометрическую конструкцию графика, которая, чаще всего, задается уравнением. Это приводит к следующему способу задания функции. Аналитический способ. Чаще всего закон, устанавливающий связь между аргументом и функцией, задается посредством формул. Такой способ задания функции называется аналитическим. Этот способ дает возможность по каждому численному значению аргумента x найти соответствующее ему численное значение функции y точно или с некоторой точностью. Функция может быть определена разными формулами на разных участках области своего задания. Аналитический способ является самым распространенным способом задания функций. Компактность, лаконичность, возможность вычисления значения функции при произвольном значении аргумента из области определения, возможность применения к данной функции аппарата математического анализа — основные преимущества аналитического способа задания функции. К недостаткам можно отнести отсутствие наглядности, которое компенсируется возможностью построения графика и необходимость выполнения иногда очень громоздких вычислений. Словесный способ. Этот способ состоит в том, что функциональная зависимость выражается словами. Основными недостатками словесного способа задания функции являются невозможность вычисления значений функции при произвольном значении аргумента и отсутствие наглядности. Главное преимущество же заключается в

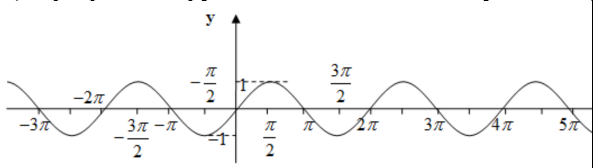
		возможности задания тех функций, которые не удается выразить аналитически.
198.	Свойства функции.	Основные свойства функций. 1) Область определения функции и область значений функции. Область определения функции – это множество всех допустимых действительных значений аргумента x (переменной x), при которых функция $y = f(x)$ определена. 2) Область значений функции – это множество всех действительных значений y, которые принимает функция. В элементарной математике изучаются функции только на множестве действительных чисел. 3) Нули функции. Нуль функции – такое значение аргумента, при котором значение функции равно нулю. 4) Промежутки знакопостоянства функции – такие множества значений аргумента, на которых значения функции только положительны или только отрицательны. 5) Монотонность функции. Возрастающая функция (в некотором промежутке) – функция, у которой большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее значение функции. Убывающая функция (в некотором промежутке) – функция, у которой большему значению аргумента из этого промежутка соответствует меньшее значение функции. 6) Четность (нечетность) функции. Четная функция – функция, у которой область определения симметрична относительно начала координат и для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = f(x)$. График четной функции симметричен относительно оси ординат. Нечетная функция – функция, у которой область определения симметрична относительно начала координат и для любого x из области определения справедливо равенство $f(-x) = -f(x)$. 7) Ограниченная и неограниченная функции.

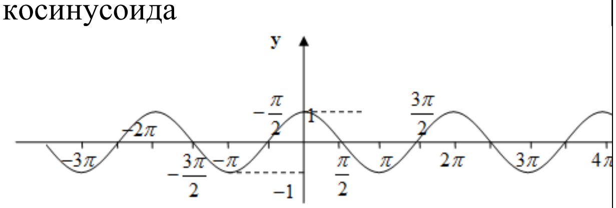
		Функция называется ограниченной, если существует такое положительное число М, что $\|f(x)\| \leq M$ для всех значений x. Если такого числа не существует, то функция – неограниченная. 7) Периодичность функции. Функция $f(x)$ – периодическая, если существует такое отличное от нуля число Т, что для любого x из области определения функции имеет место: $f(x+T) = f(x)$. Такое наименьшее число называется периодом функции. Все тригонометрические функции являются периодическими. Изучив данные свойства, без труда можно исследовать функцию и построить ее график.
199.	Алгоритм исследования функции.	Вся работа по исследованию функции и построению выполняется поэтапно, то есть существует алгоритм построения графика функции. Если следовать этому алгоритму, вероятность ошибки будет сведена к минимуму. Для исследования возьмем функцию $y = f(x)$. Пошаговая реализация алгоритма выглядит следующим образом: 1. Нахождение области определения функции $D(f)$. Речь идет об определении интервалов, на которых эта функция существует. 2. Определение четности или нечетности. График четной функции является симметричным относительно оси OY. График нечетной функции симметричен относительно начала координат. Когда функцию считают четной либо нечетной, есть возможность построить часть ее графика для $x \geqslant 0$, а потом отразить ее соответствующим образом. 3. Нахождение точек пересечения с осями координат. Чтобы это сделать, надо решить уравнение $f(x) = 0$. Корни данного уравнения будут абсциссами точек пересечения графика с осью OX. Чтобы найти точку пересечения графика с OY (осью ординат) надо найти значение функции при $x = 0$. 4. Нахождение промежутков знакопостоянства. Для обнаружения промежутков знакопостоянства надо решить такие неравенства, как $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$.

		5. Поиск асимптот. Асимптота — прямая, к которой приближается график функции, делая это бесконечно. Бывают горизонтальные асимптоты, вертикальные асимптоты, наклонные асимптоты. 6. Нахождение периода функции (утверждение справедливо для периодических функций). Также стоит добавить, что если функция тригонометрическая, то надо сначала определить, является ли она периодической либо нет. 7. Исследование с помощью производной. Исследование заключается в поиске промежутков убывания и возрастания и поиске точек экстремума (точек минимума и максимума). Это делается следующим образом: а) ищем производную функции *f(x);* б) второй этап — приравнивание производной к нулю с нахождением корней уравнения *f(x) = 0* — в данном случае это стационарные точки; в) третий шаг — найти промежутки знакопостоянства производной. Промежутки, где производная является положительной, — это промежутки возрастания, где она отрицательна — убывания. Точки, где производная меняет знак с «+» на «-» — точки максимума, если же с минуса на плюс — это точки минимума. 8. Последний шаг алгоритма — поиск точек перегиба и промежутков вогнутости и выпуклости.
200.	Степенная функция, её свойства и график.	Степенной называется функция, заданная формулой $y = ax^p$, где $a \neq 0$, x^p – некоторое действительное число. Важно! Если показатель p является четным натуральным числом, то степенная функция $y = ax^{2n}$ обладает следующими свойствами: 1) Область определения функции – множество всех действительных чисел, то есть $D(y) = (-\infty; +\infty)$. 2) Область значений функции – множество неотрицательных чисел, если $a > 0$: $E(y) = [0; +\infty)$; множество неположительных чисел, если $a < 0$: $E(y) = (-\infty; 0]$.

		3) Функция $y = ax^{2n}$ является четной, ее график симметричен относительно оси Oy. 4) Если $a > 0$, то функция убывает при $x \in (-\infty; 0]$ и возрастает при $x \in [0; +\infty)$; Если $a < 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; 0]$ и убывает при $x \in [0; +\infty)$. 5) Графиком степенной функции $y = ax^{2n}$ с четным натуральным показателем является парабола n-ой степени, симметричная оси ординат, с вершиной в начале координат, ветви которой направлены вверх, если $a > 0$, и вниз, если $a < 0$. Важно! Если показатель p является нечетным натуральным числом, то степенная функция $y = ax^{2n+1}$ обладает следующими свойствами: 1) Область определения функции – множество всех действительных чисел, то есть $D(y) = (-\infty; +\infty)$. 2) Область значений функции – множество всех действительных чисел, то есть $E(y) = (-\infty; +\infty)$. 3) Функция $y = ax^{2n+1}$ является нечетной, ее график симметричен относительно начала координат. 4) Если $a > 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$; Если $a < 0$, то функция убывает при $x \in (-\infty; +\infty)$. Графиком степенной функции $y = ax^{2n+1}$ с нечетным натуральным показателем является парабола n-ой степени, с вершиной в начале координат, симметричная относительно начала координат, ветви которой расположены в I и III четвертях, если $a > 0$; и во II и IV четвертях, если $a < 0$.
201.	Показательная функция, её свойства и график.	**Функцию вида *y=a*^{x}**, где *a>0, a≠1*, *x* – любое число, называют **показательной функцией**. **Область определения** показательной функции: *D (y)=**R*** – **множество всех действительных чисел**. **Область значений** показательной функции: *E (y)=**R**$_{+}$* - **множество всех положительных чисел**. Показательная функция ***y=a***^{x} **возрастает при *a>1***.

		Показательная функция ***y=a^x* убывает при *0<a<1***. 
202.	Логарифмическая функция, её свойства и график.	Логарифмической функцией называется функция вида $y = log_a x$, где $a > 0$, $a \neq 1$. Свойства функции 1) Областью определения функции является множество всех положительных чисел $D(y)$: $(0;\ +\infty)$ 2) Множеством значений функции являются все действительные числа *R*. 3) Наименьшего и наибольшего значений функция не имеет. 4) Функция не является ни нечетной, ни четной. Имеет общий вид. 5) Функция непериодическая. 6) Нули функции. График функции пересекает координатную ось *Ox* в точке (1; 0). 7) При *a>1* функция возрастает; при *0<a<1* функция убывает.
203.	Функция $y = sin\, x$, ее свойства и график.	Рассмотрим основные свойства функции y=sinx: 1) Область определения функции - множество всех действительных чисел $D(f)$: R 2) Множеством значений функции является промежуток $E(f)$: $[-1;\ 1]$ 3) Функция является нечетной, график симметричен относительно начала координат (0;0). 4) Функция периодическая. Наименьший положительный период равен $T_0 = 2\pi$ 5) График функции пересекает ось Ox (нули функции) в точках $(\pi k;\ 0)$, $k \in Z$

		6) График функции пересекает ось Oy в точке (0; 0). 7) Функция принимает положительные значения на промежутках $\left(2\pi k;\ \pi+2\pi k\right),\ k\in Z$ 8) Функция принимает отрицательные значения на промежутках $\left(-\pi+2\pi k;\ 2\pi k\right),\ k\in Z$ 9) Функция возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right],\ k\in Z$ 10) Функция убывает на промежутках $\left[\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right],\ k\in Z$ 11) Точки минимума: $\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ -1\right),\ k\in Z$ 12) Точки максимума: $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ 1\right),\ k\in Z$ 13) Графиком функции является синусоида 
204.	Функция $y=cos\,x$, ее свойства и график.	Основные свойства функции y=cosx: 1) Область определения функции - множество всех действительных чисел $D(f):\ R$ 2) Множеством значений функции является промежуток $E(f):\ [-1;\ 1]$ 3) Функция является четной, график симметричен относительно оси Oy. 4) Функция периодическая. Наименьший положительный период равен $T_0=2\pi$ 5) График функции пересекает ось Ox (нули функции) в точках $\left(\frac{\pi}{2}+\pi k;\ 0\right),\ k\in Z$ 6) График функции пересекает ось Oy в точке (0; 1).

		7) Функция принимает положительные значения на промежутках $\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{\pi}{2}+2\pi k\right),\ k\in Z$ 8) Функция принимает отрицательные значения на промежутках $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{2}+2\pi k\right),\ k\in Z$ 9) Функция возрастает на промежутках $\left[-\pi+2\pi k;\ 2\pi k\right],\ k\in Z$ 10) Функция убывает на промежутках $\left[2\pi k;\ \pi+2\pi k\right],\ k\in Z$ 11) Точки минимума: $\left(\pi+2\pi k;\ -1\right),\ k\in Z$ 12) Точки максимума: $\left(2\pi k;\ 1\right),\ k\in Z$ 13) Графиком функции является косинусоида 
205.	Функции $y = tg\ x$ и $y = ctg\ x$, их свойства и графики.	Основные свойства функции y=tgx: 1) Область определения функции: $D(y):\ x\neq\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$ 2) Множеством значений функции: $E(y): R$ 3) Функция является нечетной, график симметричен относительно начала координат (0;0). 4) Функция периодическая. Наименьший положительный период равен π 5) График функции пересекает ось Ox (нули функции) в точках $x=\pi k, k\in Z$ 6) График функции пересекает ось Oy в точке (0; 0). 7) Функция принимает положительные значения на промежутках $x\in\left(\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right), k\in Z$

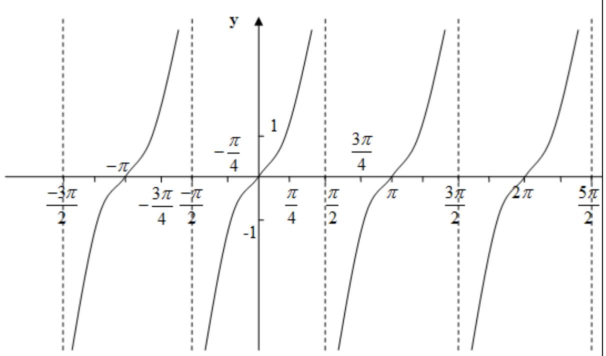
8) Функция принимает отрицательные значения на промежутках

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi k;\ \pi k\right), k \in Z$$

9) Функция возрастает на промежутках

$$\left(-\frac{\pi}{2}+\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right), k \in Z$$

10) Промежутки убывания отсутствуют.
11) Точек минимума нет.
12) Точек максимума нет.
13) Графиком функции является тангенсоида:



Основные свойства функции y=ctgx:
1) Область определения функции:

$$D(y):\ \ x \neq \pi k, k \in Z$$

2) Множеством значений функции:

$$E(y):\ \ R$$

3) Функция является нечетной, график симметричен относительно начала координат (0;0).
4) Функция периодическая. Наименьший положительный период равен π
5) График функции пересекает ось Ox (нули функции) в точках

$$x = \frac{\pi}{2}+\pi k, k \in Z$$

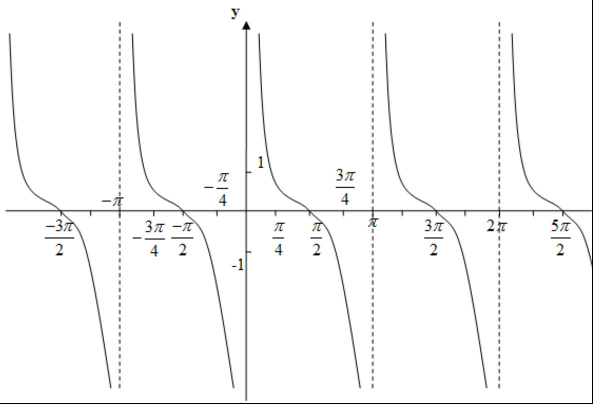
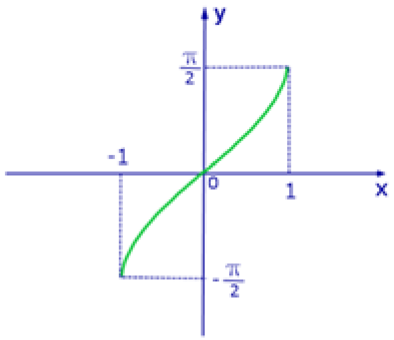
6) Функции не пересекает ось Oy.
7) Функция принимает положительные значения на промежутках

$$x \in \left(\pi k;\ \frac{\pi}{2}+\pi k\right), k \in Z$$

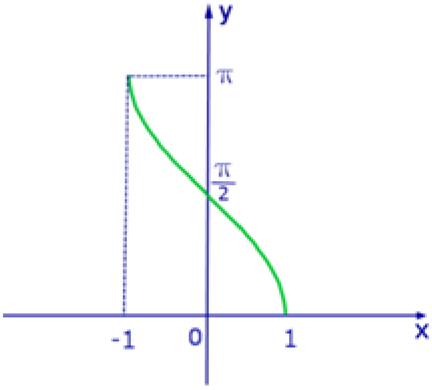
8) Функция принимает отрицательные значения на промежутках

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi k;\ \pi k\right), k \in Z$$

9) Функция не имеет промежутков возрастания.

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>10)Промежутки убывания:
$x \in \left(\pi k;\ \pi+\pi k\right), k \in Z$
11) Точек минимума нет.
12) Точек максимума нет.
13) Графиком функции является котангенсоида:

</td>
</tr>
<tr>
<td>206.</td>
<td>Обратные тригонометрические функции.</td>
<td>Рассмотрим свойства функции y=arcsin x и построим ее график.
Арксинус (y = arcsin x) – это функция, обратная к синусу (x = sin y).
<table>
<tr><td>Свойства</td><td>Функция y=arcsin x</td></tr>
<tr><td>E(f)</td><td>$-1 \leq x \leq 1$</td></tr>
<tr><td>D(f)</td><td>$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$</td></tr>
<tr><td>Чётность</td><td>Нечётная, т.к. arcsin(-x) = - arcsin x</td></tr>
<tr><td>Промежутки монотонности</td><td>Возрастающая</td></tr>
</table>


Рассмотрим свойства функции y=arccos x и построим ее график.
Арккосинус (y = arccos x) – это функция, обратная к косинусу (x = cosy)
<table>
<tr><td>Свойства</td><td>Функция y=arccos x</td></tr>
<tr><td>E(f)</td><td>$-1 \leq x \leq 1$</td></tr>
<tr><td>D(f)</td><td>$0 \leq y \leq \pi$</td></tr>
<tr><td>Чётность</td><td>Ни чётная, ни нечётная</td></tr>
<tr><td>Промежутки монотонности</td><td>Убывающая</td></tr>
</table></td>
</tr>
</table>



Рассмотрим свойства функции *y=arctgx* и *y=arcctgx* и построим их графики.
Арктангенс *(y = arctg x)* – это функция, обратная к тангенсу *(x = tg y)*.
Арккотангенс *(y = arcctg x)* – это функция, обратная к котангенсу
(x = ctg y).

Свойства	*y=arctg x*	*y=arcctg x*
E(f)	R	R
D(f)	$(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$	$(0;\pi)$
Чётность	Нечётная	Нечётная
Промежутки монотонности	Возрастающая	Убывающа

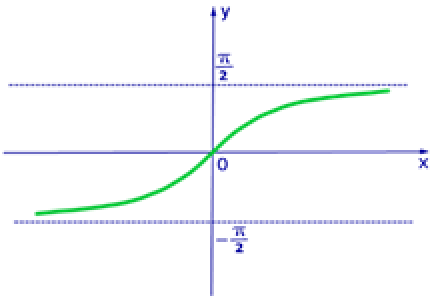


Рис.3 График функции *y=arctgx*

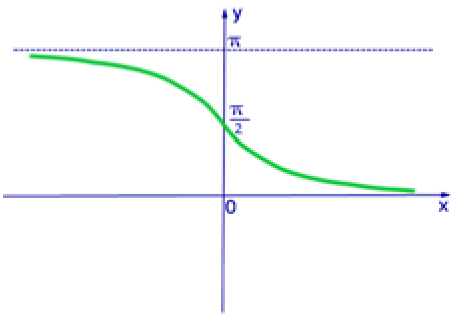


Рис.4 График функции *y=arcctgx*

207.	Корень n-ой степени, свойства радикалов.	Корнем n-ой степени из числа a называют такое число, n-ая степень которого будет равна a, где $n \in N$ $(n \geq 2)$. Для записи корня n-ой степени используют знак $\sqrt[n]{\ }$, который называется знаком корня n -ой степени или радикалом. Выражение, стоящее под знаком корня n-ой степени, называется подкоренным выражением, а число n — показателем корня. Если при вычислении корня n-ой степени из числа a не удается найти его точного значения, то либо корень не считают и записывают его как есть, либо записывают его приближенное значение, найденное с помощью калькулятора (например, $\sqrt[6]{10} \approx 1{,}467$). В случаях, когда показатель степени n — нечётное натуральное число, на подкоренное выражение не накладывается никаких ограничений. Если же показатель степени n — чётное натуральное число, то подкоренное выражение должно быть неотрицательным, то есть обязательно нужно помнить, что извлекать корень чётной степени из отрицательного числа нельзя. Чтобы избежать такой неоднозначности, в математике, как правило, для удобства вычислений и преобразований, изначально накладывается ограничение на подкоренное выражение, то есть считают, что $a \geq 0$. В этом случае корень n-ой степени называют арифметическим. Арифметическим корнем n-ой степени из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число, n-ая степень которого будет равна a. Для записи корня n-ой степени и арифметического корня n-ой степени используют один и тот же знак $\sqrt[n]{\ }$. Но запись $\sqrt[2n]{a}$, где $n \in N$, то есть запись, где показатель степени — чётное число, используют только для записи арифметического корня n-ой степени. 1º. $\sqrt[2n]{a^{2n}} = \|a\|$ и $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a$ 2º. $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$, где n – нечетно. 3º. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ 4º. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

		5^0. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ 6^0. $\sqrt[n\cdot k]{a^k} = \sqrt[n]{a}$ 7^0. $\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k$ 8^0. Если $a > 0, b > 0$ и $a < b$, то $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$
208.	Решение иррациональных уравнений.	Иррациональное уравнение – это уравнения, в которых неизвестное находится под знаком корня. Свойство: при возведении обеих частей уравнения в натуральную степень получается уравнение – следствие данного. Рассмотрим виды иррациональных уравнений $\sqrt{f(x)} = a$ В этом случае мы можем воспользоваться определением квадратного корня. Из него следует, что a≥0, тогда $(\sqrt{a})^2 = a$ Для нашего случая получим $(\sqrt{f(x)})^2 = a^2$ или $f(x) = a^2$ $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = 0$ Мы знаем, что сумма положительных чисел равна нулю тогда и только тогда, когда каждое из слагаемых равно нулю. Т.е. $\{f(x) = 0\ g(x) = 0$ $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ По определению квадратного корня $f(x) > 0$. Таким образом, чтобы найти такие значения неизвестной, при которых выполняются следующие условия: $\{f(x) \geq 0\ g(x) \geq 0\ f(x) = g(x)$ Примеры: $\sqrt{x} = 2$ $x = 2^2$ $x = 4$ Ответ: x=4 $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 0$ $\begin{cases} x+2=0 \\ x-4=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2x \\ x=4 \end{cases}$ следовательно, решений нет Ответ: решений нет.
209.	Степень с рациональным и действительным показателями.	Для любых рациональных чисел p и q и любых $a > 0$ и $b > 0$ справедливы следующие равенства: 1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$; 2. $a^p : a^q = a^{p-q}$; 3. $(a^p)^q = a^{pq}$; 4. $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$;

		5. $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$ $b \neq 0$ Разберем несколько примеров, воспользовавшись данными свойствами: Вычислим: $9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{3}}$ $(9 \cdot 81)^{\frac{1}{3}} = (3^2 \cdot 3^4)^{\frac{1}{3}} = (3^6)^{\frac{1}{3}} = 3^2 = 9.$ Упростим выражение: $\frac{a^{\frac{5}{4}}b - ab^{\frac{5}{4}}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ В числителе вынесем общий множитель ab за скобки, в знаменателе представим корни в виде дробных показателей степени: $\frac{ab(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}} = ab.$ Для степени с действительным показателем сохраняются все известные свойства степени с рациональным показателем. Пример 1. Сравнить числа $5^{2\sqrt{3}}$ и $5^{3\sqrt{2}}$ Сравним показатели $2\sqrt{3}$ и $3\sqrt{2}$ Т.к. $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ и 12 < 18, то $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$. Поэтому $5^{2\sqrt{3}} < 5^{3\sqrt{2}}$ Пример 2. Решим уравнение $4x = 2^{4\sqrt{3}}$ $4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$. Поэтому уравнение можно записать так: $2^{2x} = 2^{4\sqrt{3}}$ Получим, $2x = 4\sqrt{3}$, разделим на 2 обе части уравнения. Следовательно, $x = 2\sqrt{3}$
210.	Решение показательных уравнений и неравенств.	*Показательными* называются уравнения, в которых неизвестная переменная находится только в показателях каких-либо степеней. Для решения *показательных уравнений* требуется знать и уметь использовать следующую несложную теорему. Показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0$, $a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$. Помимо этого, полезно помнить об основных формулах и действиях со степенями:

		$a>0,\, b>0:$ $a^0=1, 1^x=1;$ $a^{\frac{k}{n}}=\sqrt[n]{a^k}\ (k\in Z,\, n\in N);$ $a^{-x}=\frac{1}{a^x};$ $a^x\cdot a^y=a^{x+y};$ $\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y};$ $(a^x)^y=a^{xy};$ $a^x\cdot b^x=(ab)^x;$ $\frac{a^x}{b^x}=\left(\frac{a}{b}\right)^x.$ Решение показательных неравенств *Показательными* называются неравенства, в которых неизвестная переменная содержится только в показателях каких-либо степеней. Для решения *показательных неравенств* требуется знание следующей теоремы. **Теорема.** Если $a > 1$, то неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству того же смысла: $f(x) > g(x)$. Если $0 < a < 1$, то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству противоположного смысла: $f(x) < g(x)$.
211.	Логарифм. Правила действий с логарифмами.	Логарифмом числа b по основанию a называют показатель степени с основанием a, равной b. То есть, логарифм — это степень, в которую нужно возвести a для получения b. Однако у логарифма есть условия или ограничения: основание a больше нуля и не равно единице, а также показатель b больше нуля. Свойства логарифмов $a^{\log_a b}=b$ $\log_a a=1$ $\log_a 1=0$ $\log_a(b\cdot c)=\log_a b+\log_a c$ $\log_a\left(\frac{b}{c}\right)=\log_a b-\log_a c$ $\log_a b^n=n\cdot\log_a b$ $\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\cdot\log_a b$ $\log_a b=\frac{\log_k b}{\log_k a}$
212.	Решение логарифмических уравнений и неравенств.	Логарифмические уравнения Уравнение вида $log_a\, x=b$, где $a>0, a\neq 1$ называют простейшим логарифмическим уравнением.

		Данное уравнение имеет единственное решение, которое мы можем получить графически или по определению логарифма: $x = a^b$. Основные способы решения логарифмических уравнений: 1. Решение логарифмических уравнений по определению логарифма; 2. Потенцирование; 3. Метод введения новой переменной; 4. Логарифмирование; 5. Графический способ решения. Логарифмические неравенства Логарифмические неравенства – это неравенства вида $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, где $a > 0, a \neq 1$ и неравенства, сводящиеся к этому виду. Способы решения логарифмических неравенств основаны на монотонности логарифмической функции в зависимости от основания логарифма. Функция возрастает, если $a > 1$ и убывает, если $0 < a < 1$. Если $a > 1$, то: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ (знак неравенства сохраняется). Если $0 < a < 1$, то: $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ (знак неравенства меняется). Решить неравенство: $\log_3(2x - 4) > \log_3(14 - x)$. Решение: Основание логарифма 3 > 1, значит используем 1 схему. $\begin{cases} 2x - 4 > 14 - x \\ 2x - 4 > 0 \\ 14 - x > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 6 \\ x > 2 \\ x < 14 \end{cases}$; $6 < x < 14$. Ответ: (6; 14)
213.	Последовательность. Способы задания и свойства числовых последовательностей.	Функции, область определения которых является множеством натуральных чисел или его частью, называются числовыми последовательностями. Например, числовой последовательностью является 1,3,5,7,9... Числа, записанные в последовательности, называются членами последовательности.

		Общий вид последовательности: (a_n) или $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ Последовательность возможно задать, указав все её члены или указав общую формулу. Формула показывает, как найти любой член последовательности, если известен порядковый номер n. Числовая последовательность бесконечна, если вместо n можно подставлять любые другие натуральные числа (бесконечное множество). Последовательности можно задавать: 1. Словесно — когда правило последовательности описано словами, без указания формулы. Пример: последовательность простых чисел: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31... 2. Аналитически — когда указана формула её n-го члена. 3. Рекуррентно — когда указывают правило, позволяющее вычислить n-й член последовательности, если известны её предыдущие члены.
214.	Бесконечно убывающая геометрическая последовательность.	Геометрическая прогрессия, знаменатель которой по модулю меньше 1 $(\lvert q\rvert < 1)$, называется бесконечно убывающей геометрической прогрессией. Все свойства и формулы, относящиеся к геометрической прогрессии, справедливы и для бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Сумма всех членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии $S = \frac{b_1}{1-q}$. Задача №1. Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии (b_n): 3; 0,3; ... Решение: $S = \frac{b_1}{1-q}$, $q = \frac{0,3}{3} = 0,1.$ $$S = \frac{3}{1-0,1} = \frac{3}{0,9} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}.$$ Ответ: $3\frac{1}{3}$.
215.	Предел последовательности.	Число a называют **предел числовой последовательности** $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ если для любого положительного числа ε найдется такое натуральное число N, что при всех $n > N$ выполняется неравенство $\lvert a_n - a\rvert < \varepsilon$.

		Условие того, что число a является пределом числовой последовательности $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ **записывают** с помощью обозначения $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ и **произносят** так: «Предел a_n при n, стремящемся к бесконечности, равен a». Говорят, что последовательность $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ **стремится к бесконечности,** если для любого положительного числа C найдется такое натуральное число N, что при всех $n > N$ выполняется неравенство $\|a_n\| > C$. Условие того, что числовая последовательность $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ стремится к бесконечности, **записывают** с помощью обозначения $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \infty$. Для любого числа $k > 0$ справедливо равенство $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n^k} = 0$. Для любого числа $k > 0$ справедливо равенство $\lim\limits_{n\to\infty} n^k = \infty$. Для любого числа a такого, что $\|a\| < 1$, справедливо равенство $\lim\limits_{n\to\infty} a^n = 0$. Для любого числа a такого, что $\|a\| > 1$, справедливо равенство $\lim\limits_{n\to\infty} a^n = \infty$.
216.	Производная функции.	Производной функции $y = f(x)$, заданной на некотором интервале (a, b) в точке x этого интервала, называется предел, к которому стремится отношение приращения функции f в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю. Производную принято обозначать так: $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$. Широко употребляются и другие обозначения: $y', \frac{dy}{dx}, \frac{d}{dx}f(x)$. О функции f, заданной на отрезке [a, b] принято говорить, что она имеет на этом отрезке производную, если она имеет производную в любой точке интервала (a, b) и, кроме того, правую производную в точке a и левую в точке b. Физический смысл производной – это мгновенная скорость в момент времени, а геометрический – это тангенс угла наклона

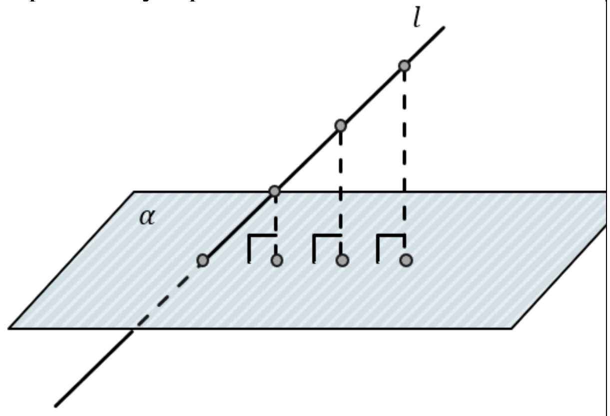
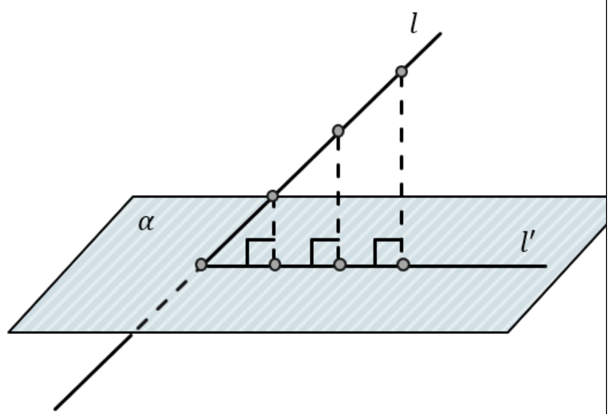
		касательной, которая проведена к кривой в точке с абсциссой x_0.
217.	Правила дифференцирования.	1. Постоянный множитель с можно выносить за знак производной: $$\left(cu(x)\right)' = cu'(x).$$ 2. Если существуют производные $cu'(x)$ и $cv'(x)$, то производная от суммы (разности) функций $cu'(x)$ и $cv'(x)$ равна сумме (разности) производных: $$\left(cu(x)\ \pm\ cv(x)\right)' = cu'(x)\ \pm\ cv'(x).$$ 3. Если существуют производные $cu'(x)$ и $cv'(x)$, то выполняются следующие правила дифференцирования произведения функций и частного от их деления: $$(uv)' = u'v + uv'$$ $$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2},\text{где } v(x) \neq 0.$$
218.	Вычисление производной сложной функции.	Производная сложной функции равна произведению производной внешней функции, умноженной на производную от внутренней функции: $$\left(u\left(v(x)\right)\right)' = u'(v) \cdot v'(x)$$
219.	Физический (механический) смысл производной.	Физический (механический) смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость материальной точки в определенный момент времени t_0 равна производной закона движения $s\ (t_0)$ этой точки в момент времени t_0: $$s'(t_0) = v\ (t_0)$$
220.	Геометрический смысл производной.	Геометрический смысл производной заключается в следующем: если к графику функции $y = f(x)$в некоторой точке x_0проведена касательная, непараллельная оси y, то значение производной в точке касания есть тангенс угла α, образованного этой касательной с положительным направлением оси абсцисс или угловой коэффициент касательной: $$f'(x_0) = tg\alpha = k$$
221.	Уравнение касательной к графику функции.	Уравнение касательной имеет вид: $$y = f(a) + f'(a)(x - a), \text{где}$$ $y = f\ (x)$ – исходная функция, $a -$ абсцисса точки касания, $f(a) -$ ордината точки касания, значение функции $f'(a)$ −значение производной функции в точке a
222.	Непрерывность функции и метод интервалов.	Пусть $f(x)$ определена в некоторой окрестности точки x_0. Функция $f(x)$

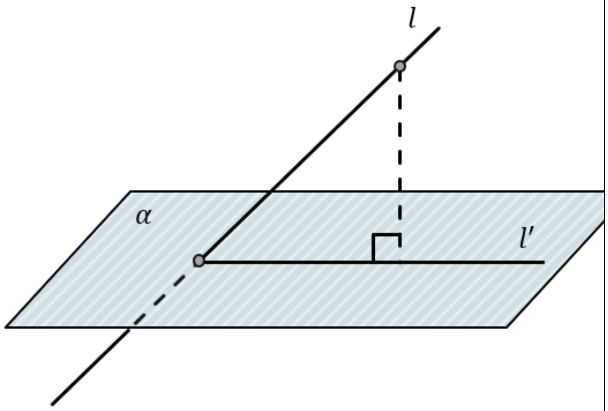
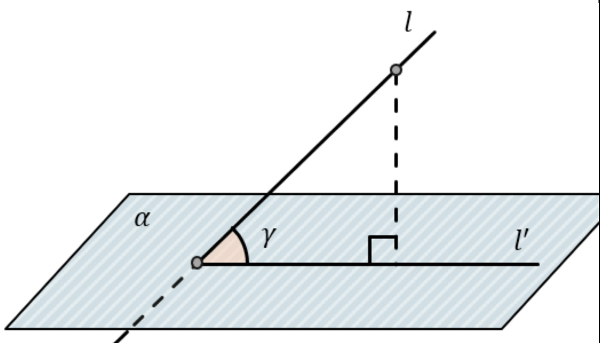
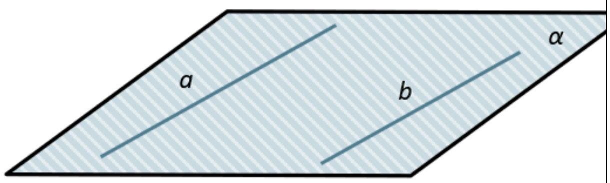
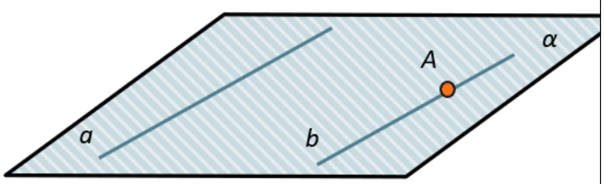
		называется непрерывной в точке x_0, если справедливо равенство: $$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$ Функция $f(x)$ называется непрерывной на интервале $(a; b)$, если она непрерывна в каждой точке этого интервала. Функция $f(x)$ называется непрерывной на отрезке $[a; b]$, если она непрерывна на интервале $(a; b)$, и имеет одностороннюю непрерывность в граничных точках (т.е. непрерывна в точке a справа, в точке b – слева).
223.	Связь производной с возрастанием и убыванием функции.	Если производная положительна на промежутке $(a; b)$, то функция на нем строго возрастает. Если производная отрицательна на промежутке $(a; b)$, то функция на нем строго убывает.
224.	Критические точки функции, максимумы и минимумы.	Критическими точками функции называются точки, в которых производная равна нулю, либо производной в этой точке не существует, то есть функция в этой точке не дифференцируема. Пусть $f(x)$ некоторая дифференцируемая на интервале $(a; b)$функция. Точка x_0 принадлежит этому интервалу и $f(x_0) = 0$. Тогда: 1. Если при переходе через стационарную точку x_0 функция $f(x)$ и её производная меняет знак, с + на -, тогда точка x_0 является точкой максимума функции. 2. Если при переходе через стационарную точку x_0 функция $f(x)$ и её производная меняет знак, с - на +, тогда точка x_0 является точкой минимума функции.
225.	Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.	Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$: 1. Найти область определения функции $D(f)$. 2. Найти производную $f'(x)$. 3. Найти стационарные и критические точки функции, принадлежащие интервалу $(a;\ b)$. 4. Найти $f(a), f(b)$ и значения функции в стационарных точках, принадлежащих интервалу $(a;\ b)$. 5. Среди полученных значений выбрать наибольшее и наименьшее.
226.	Первообразная функции.	Первообразной для функции $f(x)$ называют такую функцию $F(x)$,

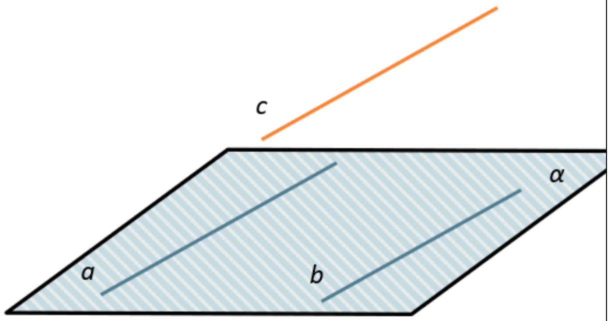
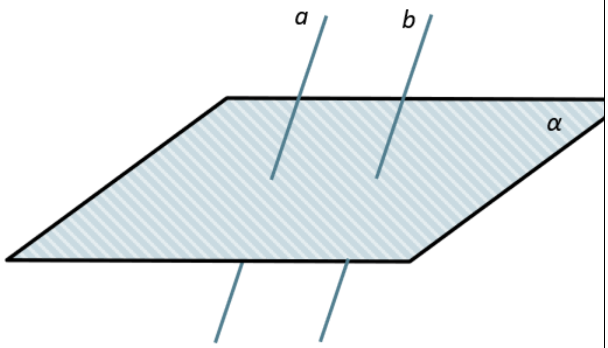
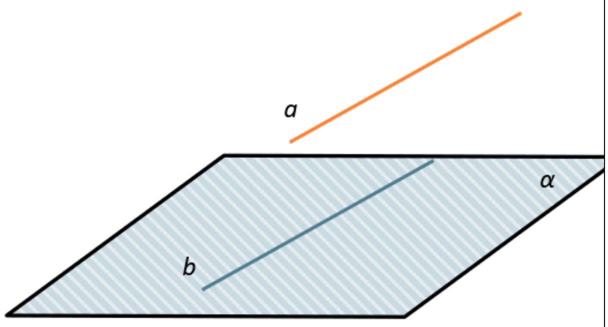
		производная которой равна f (на всей области определения), то есть: $F'(x) = f(x)$. Нахождение первообразной является операцией, обратной дифференцированию.
227.	Правила нахождения первообразных.	Существует три основных правила нахождения первообразных функций. Правило 1. Если F есть первообразная дл некоторой функции f, а G есть первообразная для некоторой функции g, то $F + G$ будет являться первообразной для $f + g$. По определению первообразной $F' = f$. $G' = g$. А так как эти условия выполняются, то по правилу вычисления производной для суммы функций будем иметь: $$(F + G)' = F' + G' = f + g.$$ Правило 2. Если F есть первообразная для некоторой функции f, а k – некоторая постоянная. Тогда $k \cdot F$ есть первообразная для функции $k \cdot f$: $$(k \cdot F)' = k \cdot F' = k \cdot f.$$ Правило 3. Если $F(x)$ есть первообразная для функции $f(x)$, а k и b есть некоторые постоянные, причем k не равняется нулю, тогда $\left(\frac{1}{k}\right) \cdot F \cdot (kx + b)$ будет первообразной для функции $f(kx + b)$: $$\left(\left(\frac{1}{k}\right) \cdot F \cdot (kx + b)\right)' = \left(\frac{1}{k}\right) \cdot F'(kx + b) \cdot k = f(kx + b).$$
228.	Интеграл. Теорема Ньютона-Лейбница.	Первообразные важны тем, что позволяют вычислять определённые интегралы. Если F - первообразная интегрируемой непрерывной функции f (на отрезке $[a; b]$), то: $$\int_b^a f(x)dx = F(b) - F(a).$$ Это соотношение называется формулой Ньютона - Лейбница.
229.	Площадь криволинейной трапеции.	Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a; b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x =$ a, $x = b$ и отрезком $[a; b]$. Площадь криволинейной трапеции вычисляется по формуле Ньютона-Лейбница:

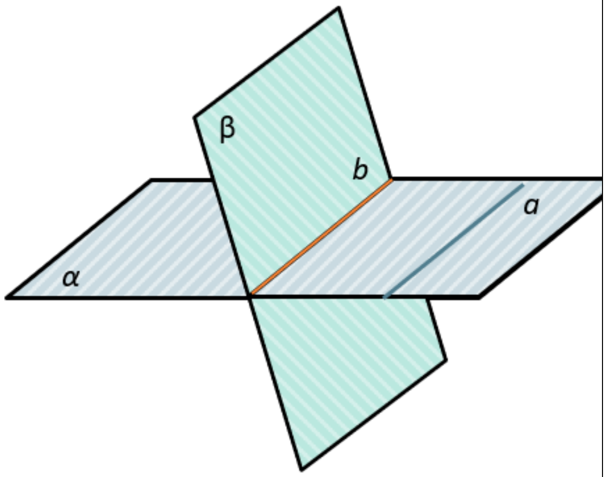
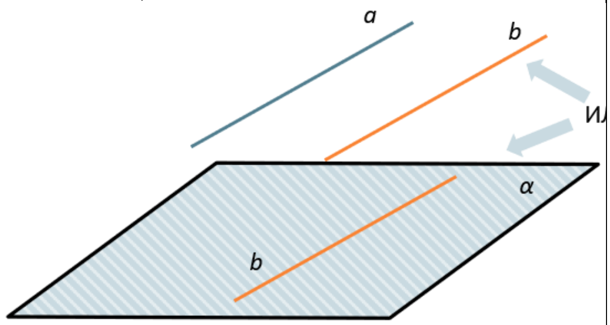
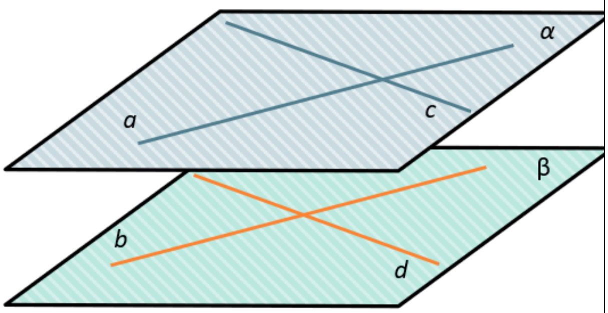
		$$S = \int_b^a f(x)dx = F(b) - F(a).$$ Выражается площадь в квадратных единицах.
230.	Основные понятия комбинаторики: перестановки, сочетания и размещения.	В комбинаторике рассматриваются три базовых понятия. 1. Перестановка — это способ последовательно расположить элементы во множестве. 2. Сочетание — это набор элементов, который можно выбрать из множества без учёта порядка. 3. Размещение — это упорядоченный набор элементов, который можно выбрать из конечного множества.
231.	Событие, вероятность события.	Вероятность события А — отношение количества благоприятствующих событию А исходов к общему количеству всех равновозможных исходов. m — количество исходов испытания, в которых наступает событие А, n — количество всех равновозможных исходов: $P(A) = \frac{m}{n}$. События бывают: достоверные, невозможные и случайные. Примеры достоверных событий: После понедельника наступит вторник. При бросании игральной кости выпало число очков, меньше семи. После ночи наступает день. Учебный год когда-нибудь закончится. Примеры невозможных событий: Достать из мешка с черными шарами белый шар. Завтра будет красный снег. Вода в реке Волге замёрзла при температуре + 30°С. При бросании игральной кости появилось 8 очков.
232.	Определение вероятности: классическое, статистическое и геометрическое.	Классическое. Вероятностью появления события А называют отношение числа исходов, благоприятствующих наступлению этого события, к общему числу всех единственно возможных и несовместных элементарных исходов. Статистическое. Статистической вероятностью события А называется относительная частота (частость) этого события, вычисленная по результатам большого числа испытаний. Геометрическое. Вероятность события А определяется отношением:

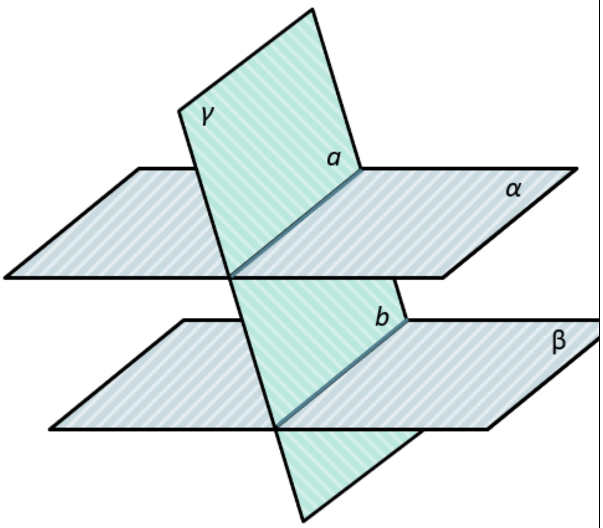
		P(A)=m(A)m(G), где m(G), m(A) – геометрические меры (длины, площади или объемы) всего пространства элементарных исходов G и события A соответственно.
233.	Основные статистические показатели: среднее арифметическое, размах, медиана и мода.	Основные статистические показатели включают в себя: 1. Среднее арифметическое: это сумма всех значений, деленная на количество этих значений. Это показатель центральной тенденции набора данных. 2. Размах: это разница между наибольшим и наименьшим значениями в наборе данных. Он показывает разброс значений. 3. Медиана: это значение, которое делит упорядоченный набор данных на две равные половины. Если количество значений нечетное, то медиана - это серединное значение; если четное, то медиана - это среднее арифметическое двух средних значений. 4. Мода: это значение или значения, которые встречаются наиболее часто в наборе данных. Мода используется для описания наиболее типичных значений в наборе данных. Эти показатели помогают понять распределение и характеристики набора данных.
234.	Основные понятия стереометрии.	Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость.
235.	Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	В пространстве взаимное расположение прямых и плоскостей может быть описано с помощью нескольких основных концепций: 1. Параллельность. Прямые или плоскости называются параллельными, если они не пересекаются и не лежат на одной прямой или плоскости. 2. Пересечение. Прямые или плоскости пересекаются, если они имеют одну общую точку. 3. Скрещивание. Прямые или плоскости скрещиваются, если они пересекаются, но не лежат на одной прямой или плоскости. 4. Взаимное положение в пространстве. Прямые могут быть скрещивающимися, параллельными или совпадающими. Плоскости могут быть скрещивающимися, параллельными, совпадающими, или пересекающимися по прямой.

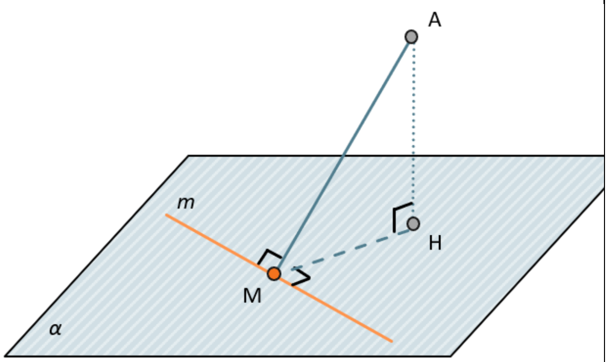
		Для более сложных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве используются методы аналитической геометрии, векторного анализа и линейной алгебры.
236.	Углы между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.	Чтобы найти угол между прямой и плоскостью, нужно построить *проекцию* этой прямой на плоскость. **Проекция геометрической фигуры** – это изображение, построенное посредством проведения перпендикуляров из каждой точки этой фигуры на плоскость. Проекция прямой на плоскость – прямая, если угол между этой прямой и плоскостью меньше 90°. Представим, что у нас есть прямая l, которая пересекает плоскость α. Чтобы построить проекцию этой прямой, проведем из каждой её точки перпендикуляр к этой плоскости:  Тогда точки пересечения этих перпендикуляров с плоскостью выстроятся в одну прямую. Эта прямая и будет проекцией l'.  Но мы знаем, что для построения прямой достаточно всего две точки. Одна точка у нас уже есть – это точка пересечения прямой l и плоскости α. Тогда, если мы проведем лишь один перпендикуляр из

		любой точки прямой l, этого будет остаточно, чтобы построить проекцию:  **Угол между прямой и плоскостью** – это угол, между прямой и её проекцией на эту плоскость.  $\angle(l;\alpha)=\gamma$ $0° \leq \gamma \leq 90°$
237.	Параллельные прямые в пространстве.	**Параллельные прямые** – это прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие общих точек.  $a, b \in \alpha,\ a \parallel b$ **Теоремы, связанные с параллельными прямыми** **Теорема о параллельных прямых** *Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.*  **Теорема о трёх прямых в пространстве**

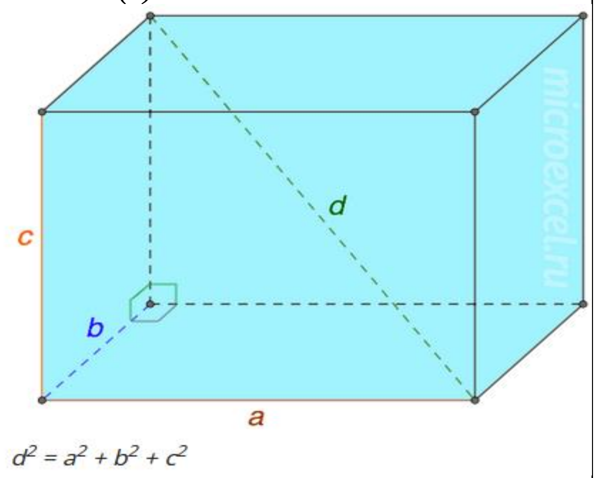
		Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны между собой: $a \parallel c,\ b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$  **Лемма о пересечении плоскостью параллельными прямыми.** *Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость:* $a \cap \alpha,\ a \parallel b \Rightarrow b \cap \alpha$ 
238.	Параллельность прямой и плоскости.	**Признак параллельности прямой и плоскости** *Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.*  $a \parallel b,\ b \in \alpha \Rightarrow a \parallel \alpha$ **Теоремы, связанные с прямой, параллельной плоскости** **Теорема 1.** *Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия*

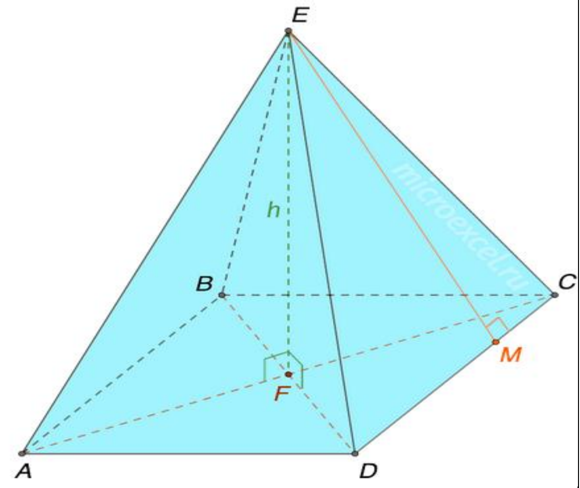
		пересечения плоскостей параллельна данной прямой.  **Теорема 2.** *Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.* 
239.	Признак параллельности плоскостей. Свойства параллельных плоскостей.	**Признак параллельности плоскостей** *Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то плоскости параллельны.*  **Теорема о пересечении параллельных плоскостей третьей плоскостью** *Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии*

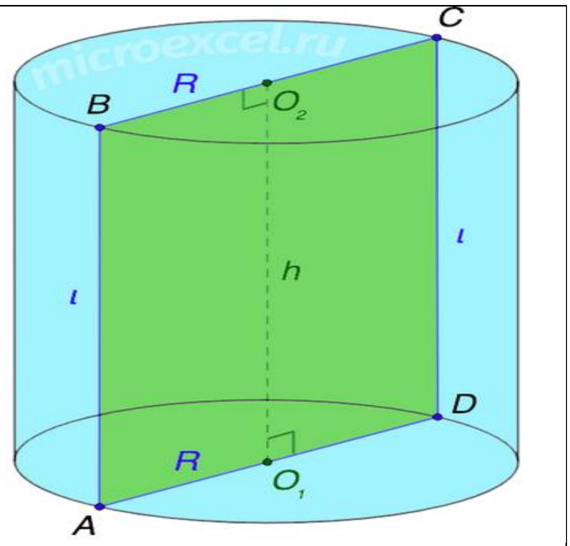
		пересечения плоскостей параллельны. 
240.	Перпендикулярные прямые в пространстве.	В планиметрии две прямые перпендикулярны, если угол между ними – прямой (то есть его величина составляет 90°). Однако в стереометрии угол измеряется и между скрещивающимися двумя прямыми в пространстве, у которых общих точек нет. Если он составляет 90°, то прямые также называются перпендикулярными.
241.	Перпендикулярность прямой и плоскости.	Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90º. Перпендикулярные прямые могут пересекаться и могут быть скрещивающимися. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости. Лемма о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой. *Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.* Признак перпендикулярности прямой и плоскости. *Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в одной плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.* Теорема о прямой перпендикулярной к плоскости. *Через любую точку пространства проходит плоскость, перпендикулярная к данной прямой.*
242.	Признак перпендикулярности плоскостей.	Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к

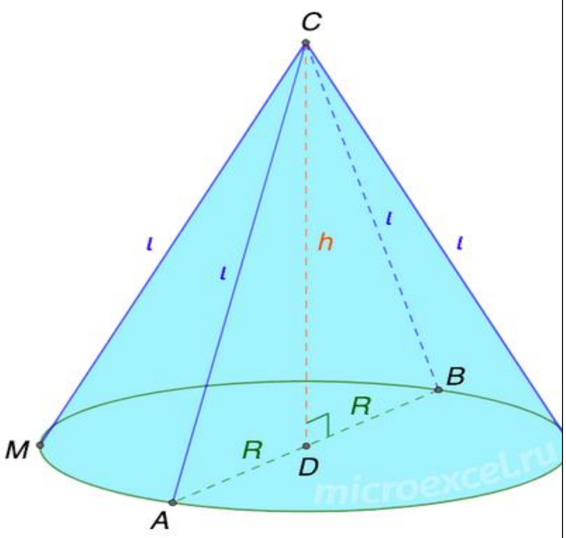
		другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны. Следствие из признака перпендикулярности плоскостей *Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.*
243.	Двугранный угол.	Двугранным углом называется фигура, образованная прямой *a* и двумя полуплоскостями с общей границей в виде прямой *a*, не принадлежащими одной плоскости. Перпендикуляры к ребру двугранного угла образуют линейный угол двугранного угла. Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.
244.	Теорема о трех перпендикулярах.	Если проекция наклонной на данную плоскость перпендикулярна прямой этой плоскости, то и наклонная перпендикулярна этой прямой.  Теорема (обратная теореме о трёх перпендикулярах) Если наклонная к данной плоскости перпендикулярна прямой этой плоскости, то и её проекция на эту плоскость перпендикулярна этой прямой.
245.	Понятие многогранника. Виды и элементы многогранников.	Геометрические тела, стороны которых в трёхмерном пространстве образованы ограниченными плоскостями (гранями), называются многогранниками. Все они имеют три неотъемлемых компонента: грань (поверхность многоугольника), вершина (углы, образовавшиеся в местах соединения граней), ребро (сторона фигуры или отрезок, образованный в месте стыка двух граней). Многогранники можно условно разделить на:

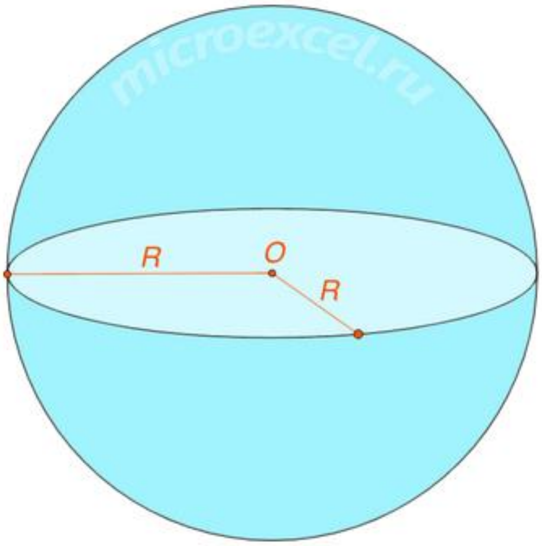
		1) Выпуклые многогранники, состоящие из следующих классов: обычные или классические (призма, пирамида, параллелепипед), правильные (также называемые Платоновыми телами), полуправильные (второе название – Архимедовы тела). 2) Невыпуклые многогранники (звёздчатые).
246.	Взаимное расположение плоскости и многогранника.	Плоскость и многогранник могут не иметь общих точек, иметь одну общую точку, иметь общий отрезок – ребро многогранника, иметь общий многоугольник – сечение.
247.	Понятие тел вращения и их виды.	Тело вращения – это геометрическая фигура, которая образуется путем вращения некоторой кривой вокруг оси. Кривая, которая вращается, называется образующей, а ось вращения – осью симметрии. Тела вращения могут иметь различные формы, включая цилиндры, конусы, шары и торы. Форма тела вращения зависит от формы образующей и оси вращения. Основное свойство тела вращения заключается в том, что объем и площадь поверхности такого тела можно вычислить с использованием определенных формул, которые зависят от формы образующей и оси вращения.
248.	Призма и ее элементы.	Призма – это геометрическая фигура в пространстве; многогранник с двумя параллельными и равными гранями (многоугольниками), а другие грани при этом являются параллелограммами. Элементы призмы Основания – равные многоугольники. Это могут быть треугольники, четырех-, пяти-, шестиугольники и т.д. Боковые грани – это параллелограммы Боковое ребро – отрезок, соединяющий соответствующие друг другу вершины разных оснований. Является общей стороной двух боковых граней. Высота (h) – это перпендикуляр, проведенный от одного основания к другому, т.е. расстояние между ними. Если боковые ребра расположены под прямым углом к основаниям фигуры, значит они одновременно являются и высотами призмы.

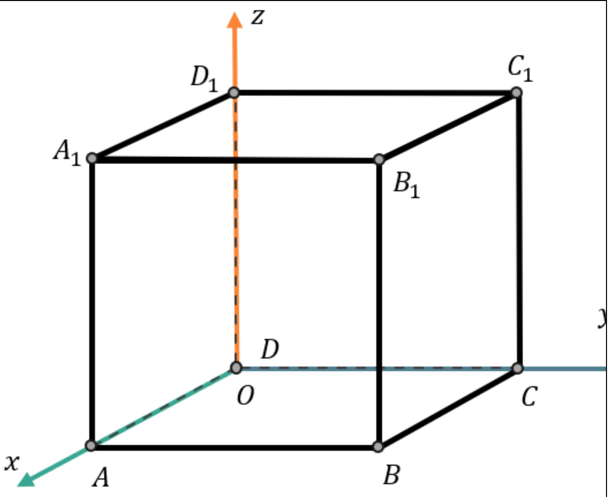
		Диагональ основания – отрезок, который соединяет две противолежащие вершины одного и того же основания. У треугольной призмы данного элемента нет. Диагональ боковой грани – отрезок, который соединяет две противолежащие вершины одной и той же грани. Диагональ призмы – отрезок, соединяющий две вершины разных оснований, не принадлежащих одной боковой грани. Поверхность призмы – суммарная поверхность двух ее оснований и боковых граней.
249.	Параллелепипед и его свойства.	Параллелепипед – это геометрическая фигура в пространстве; шестигранник, гранями которого являются параллелограммы. Фигура имеет 12 ребер и 6 граней. Свойства параллелепипеда 1. Противоположные грани параллелепипеда взаимно параллельны и являются равными параллелограммами. 2. Все диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и в ней делятся пополам. 3. Квадрат диагонали *(d)* прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений: длины *(a)*, ширины *(b)* и высоты *(c)*.  К параллелепипеду применимы все свойства призмы.
250.	Пирамида и ее элементы.	Пирамида – это геометрическая фигура в пространстве; многогранник, который состоит из основания и боковых граней (с общей вершиной), количество которых зависит от количества углов основания.

		 Элементы пирамиды Для рисунка выше Основание (четырехугольник ABCD) – грань фигуры, являющая многогранником. Ей не принадлежит вершина. Вершина пирамиды (точка E) – общая точка всех боковых граней. Боковые грани – треугольники, которые сходятся в вершине: AEB, AED, BEC и CED. Боковые ребра – стороны боковых граней, за исключением тех, которые принадлежат основанию. Т.е. это AE, BE, CE и DE. Высота пирамиды (EF или h) – перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на ее основание. Высота боковой грани (EM) – высота треугольника, являющегося боковой гранью фигуры. В правильной пирамиде называются апофемой. Площадь поверхности пирамиды – площадь основания и всех ее боковых граней.
251.	Цилиндр и его элементы.	Прямой круговой цилиндр – это геометрическая фигура в пространстве, полученная путем вращения прямоугольника вокруг своей стороны или оси симметрии. Поэтому такой цилиндр иногда называют цилиндром вращения.

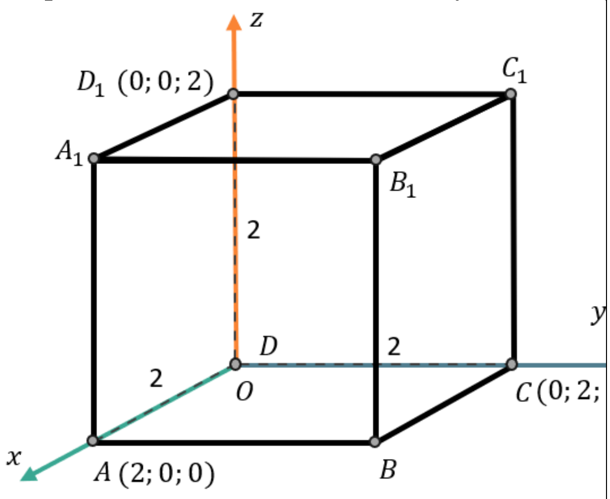
		 Основные элементы цилиндра Основания цилиндра – два одинаковых по размеру/площади круга с центрами в точках O1 и O2. R – радиус оснований цилиндра, отрезки AD и BC – диаметры (d). O1O2 – ось симметрии цилиндра, одновременно является его высотой (h). (AB, CD) – образующие цилиндра и одновременно с этим стороны прямоугольника ABCD. Равны высоте фигуры. Развёртка цилиндра – боковая (цилиндрическая) поверхность фигуры, развернутая в плоскость; является прямоугольником.
252.	Конус и его элементы.	Прямой круговой конус – это трехмерная геометрическая фигура, полученная путем вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из своих катетов, который в данном случае будет являться осью фигуры. Ввиду этого иногда такой конус называют конусом вращения.

		 Основные элементы конуса R – радиус круга, являющегося основанием конуса. Центр круга – точка D, диаметр – отрезок AB. h (CD) – высота конуса, одновременно являющаяся осью фигуры и катетом прямоугольных треугольников ACD или BCD. Точка C – вершина конуса. (CA, CB, CL и CM) – образующие конуса; это отрезки, соединяющие вершину конуса с точками на окружности его основания. Осевое сечение конуса – это равнобедренный треугольник ABC, который образуется в результате пересечения конуса плоскостью, проходящей через его ось. Поверхность конуса – состоит из его боковой поверхности и основания.
253.	Шар и сфера. Уравнение сферы.	Шар – это совокупность всех точек в трехмерном пространстве, которые находятся на расстоянии не больше заданного от точки, называемой центром шара (на рисунке ниже – это точка *O*). Другими словами, это совокупность точек, ограниченных сферой. Шар образуется путем вращения круга вокруг своего диаметра (оси) на 180° или полукруга – на 360°.

		 Сфера – это поверхность шара. Образуется путем вращения окружности вокруг своего диаметра на 180° или полуокружности – на 360°. Уравнение сферы $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$
254.	Прямоугольная система координат. Координаты вектора.	**Вектор в пространстве** – это отрезок, имеющий длину и направление. Каждый вектор в пространстве имеет три координаты, разложенные по осям *Ox, Oy, и Oz:* Взаимная перпендикулярность осей системы координат позволяет нам просто расположить в ней прямоугольные геометрические тела. Для того, чтобы сделать это верно, не нужно доказывать перпендикулярность осей – это аксиома. Например, поставим в прямоугольную систему координат куб со стороной a=2a=2. Мы знаем, что три ребра куба, выходящие из одной вершины, взаимно перпендикулярны (как и оси системы координат), тогда пусть одна из вершин куба находится в точке O(0;0) так, чтобы каждая точка куба имела положительные координаты:



Таким образом, стороны DA, DC и DD1 лежат на осях Ox, Oy и Oz соответственно, при этом каждая из этих сторон равна 2. Если точка D имеет координаты (0;0), а все остальные вершины куба имеют положительные координаты, тогда координаты точек A, C и D1 следующие:

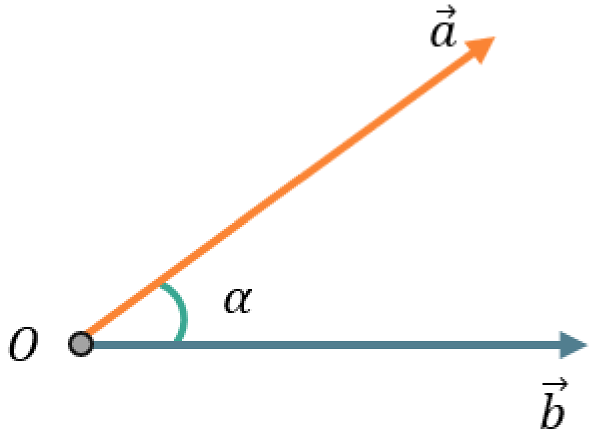
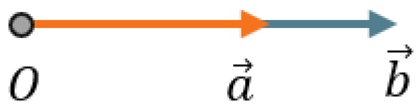
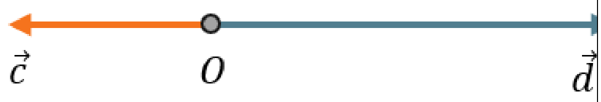


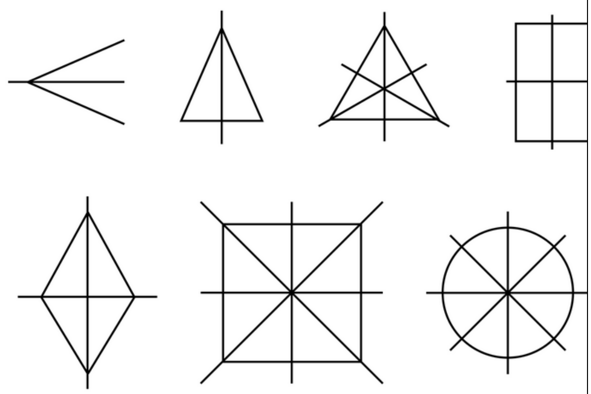
A (2;0;0), C (0;2;0), D1(0;0;2)

Методом координат можно найти:

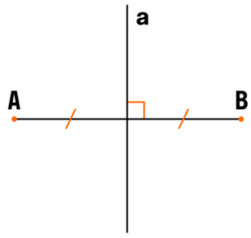
- расстояние между вершинами;
- координаты середины отрезка;
- расстояние между вершиной и серединой отрезка (медиану);
- расстояние между точкой и прямой (высоту);
- расстояние между прямыми;
- расстояние между плоскостью и прямой;
- угол между прямыми;
- площадь поверхности.

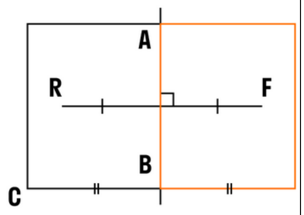
В общем можно заменить большинство формул, теорем и методов решения стереометрических задач методом координат в пространстве при условии

		верной постановки геометрического тела в систему координат. В высшей математике часто именно методом координат решаются сложные задачи по нахождению расстояний, углов, площадей и прочих характеристик.
255.	Действия над векторами.	К линейным действиям с векторами относят сложение векторов, вычитание векторов и умножение вектора на число. Необходимо сложить (вычесть) их соответствующие координаты, умножить на это число: Сочетая действия сложения и вычитания векторов, а также умножение вектора на число, получим линейную комбинацию векторов.
256.	Скалярное произведение двух векторов.	**Угол между векторами** можно определить, если оба вектора выходят из одной точки. Тогда, если представить векторы как отрезки, то угол будет иметь своё стандартное определение – будет состоять из вершины и двух сторон:  **Угол между сонаправленными векторами** равен 0^{o}  **Угол между противоположно направленными векторами** равен 180^{o}.  **Скалярное произведение векторов** можно найти двумя способами: 1) Это произведение длин векторов на косинус угла между ними: $\bar{a} \cdot \bar{b} = \lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot \cos \bar{a}\bar{b}$

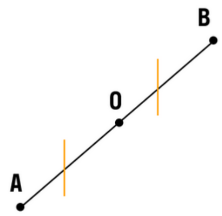
		Если угол между векторами равен 90⁰, то векторы перпендикулярны, а их скалярное произведение равно 0: $\bar{a} \cdot \bar{b} = \lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot \cos 90° = \lvert\bar{a}\rvert \cdot \lvert\bar{b}\rvert \cdot 0 = 0.$ Таким образом *если скалярное произведение двух ненулевых векторов равно нулю, то эти векторы перпендикулярны.* 2) Это сумма произведений соответствующих координат. Если $\bar{a}\{x_1;y_1;z_1\}$, $\bar{b}\{x_2;y_2;z_2\}$, то: $\bar{a} \cdot \bar{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2.$
257.	Симметрия: центральная, осевая и зеркальная.	Симметрия — это соразмерность, пропорциональность частей чего-либо, расположенных по обе стороны от центра. Говоря проще, если обе части от центра одинаковы, то это симметрия. Ось симметрии фигуры — это прямая, которая делит фигуру на две симметричные части. Чтобы наглядно понять, что такое ось симметрии, внимательно рассмотрите рисунок.  Центр симметрии — это точка, в которой пересекаются все оси симметрии. На рисунке изображены фигуры, имеющие ось и центр симметрии. Ось симметрии угла — биссектриса. Ось симметрии равностороннего треугольника — биссектриса, медиана, высота. Оси симметрии прямоугольника проходят через середины его сторон. У ромба две оси симметрии — прямые, содержащие его диагонали. У квадрата 4 оси симметрии, так как он сразу и квадрат, и ромб. Ось симметрии окружности — любая прямая, проведенная через ее центр. *Осевой симметрией* называется симметрия, проведенная относительно

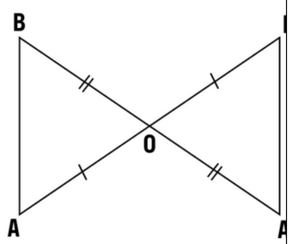
прямой. При осевой симметрии любой точке, расположенной по одну сторону прямой, всегда соответствует другая точка на второй стороне этой прямой.
При этом отрезки, соединяющие эти точки, перпендикулярны оси симметрии.





На рисунках осевая симметрия: точки A и B симметричны относительно прямой *a*; точки R и F симметричны относительно прямой AB.
Осевая симметрия часто встречается в повседневной жизни: в половинках авокадо, на морде кота или в зданиях вокруг.
Осевая симметрия — неотъемлемая часть архитектуры.
Центральной симметрией называется симметрия относительно точки.
На картинках центральная симметрия: точка O здесь — центр симметрии.





Фигуры с центральной симметрией, как и фигуры с осевой симметрией, окружают нас повсюду. Центральную симметрию можно заметить в живой природе, в разрезе фруктов и в цветах.

Темы индивидуальных проектов
по дисциплине «Математика»

1. Из истории мер длины.
2. Как учились математике дети в прошлые времена.
3. Курьезы, софизмы, парадоксы в математике.
4. Происхождение геометрических терминов.
5. Галерея великих математиков.
6. Пифагор и пифагорейское учение о числе и гармонии.
7. Декарт и его система координат.
8. Значение исследований Эйлера в математике для развития науки.
9. Мир Леонардо Фибоначчи.
10. Н.И. Лобачевский и его геометрия.
11. Арифметическая и геометрическая прогрессия в нашей жизни.
12. Любимые рисунки на координатной плоскости.
13. Функции в математике и в жизни.
14. Магический квадрат — магия или наука?
15. Графы. Теория графов и её применение при решении задач, головоломок.
16. Комплексные числа и их применение.
17. От натурального числа до мнимой единицы.
18. Гармония золотого сечения.
19. Геометрическая иллюзия и обман зрения.
20. Многоликая симметрия в окружающем нас мире.
21. Мир правильных многогранников.
22. События и вероятности.
23. Математика в играх.
24. Шахматы и математика.

Критерии оценивания:

Оценка «Отлично»:

– работа носит практический характер, содержит грамотно изложенную теоретическую базу, характеризуется логичным, последовательным изложением материала с соответствующими выводами и обоснованными предложениями;

– при защите работы обучающийся показывает достаточно глубокие знания вопросов темы, свободно оперирует данными исследованиями, вносит обоснованные предложения, во время выступления использует наглядные пособия (таблицы, схемы, графики, электронные презентации и т.д.) или раздаточный материал, легко отвечает на поставленные вопросы.

Оценка «Хорошо»:

– носит практический характер, содержит грамотно изложенную теоретическую базу, характеризуется последовательным изложением материала с соответствующими выводами, однако с не вполне обоснованными предложениями;

– при защите обучающийся показывает знания вопросов темы, оперирует данными исследования, вносит предложения, во время выступления использует наглядные пособия (таблицы, схемы, графики, электронные презентации и т.д.) или раздаточный материал, без особых затруднений отвечает на поставленные вопросы.

Оценка «Удовлетворительно»:

– носит практический характер, содержит теоретическую базу, базируется на практическом материале, но отличается поверхностным анализом и недостаточно критическим разбором, в ней просматривается непоследовательность изложения материала, представлены необоснованные предложения;

– имеются замечания по содержанию работы и оформлению;

– при защите обучающийся проявляет неуверенность, показывает слабое знание вопросов темы, не дает полного, аргументированного ответа на заданные вопросы.

Оценка «Неудовлетворительно»:

– индивидуальный проект не завершен;

– к защите обучающийся не допускается.