

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Фурсов Владимир Алексеевич

Должность: И.о. директора Пятигорского института (филиал) Северо-Кавказского
федерального университета

Дата подписания: 04.06.2026 09:11:25

Уникальный программный ключ:

1c378726a41fd0143ae5bccc8ba81860b00daa62

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по выполнению практических работ

по дисциплине «**Строительная механика**»

для студентов направления подготовки 08.03.01 Строительство
направленность (профиль) «Строительство зданий и сооружений»

Пятигорск, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	
Практическое занятие 1	
Практическое занятие 2	
Практическое занятие 3	
Практическое занятие 4	
Практическое занятие 5	
Практическое занятие 6	
Практическое занятие 7	
Практическое занятие 8	
Практическое занятие 9	
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	

ВВЕДЕНИЕ

В курсе дисциплины «Строительная механика» рассматривают типичные элементы конструкций: брус, пластинка, оболочка. Внешние нагрузки, действующие на элементы сооружений, подразделяют на сосредоточенные и распределенные, статические и динамические. Все реальные силы - это силы, распределенные по некоторой площади или объему. Однако распределенную нагрузку на небольшой площади, размеры которой очень малы по сравнению с размерами всего элемента, можно заменить сосредоточенной равнодействующей, силой, что упростит расчет. Распределенные нагрузки имеют единицы силы, отнесенной к единице длины, или к единице поверхности или объема.

При воздействии статических и динамических нагрузок на конструкцию все ее части находятся в равновесии; ускорения элементов конструкции отсутствуют или настолько малы, что ими можно пренебречь. Если же эти ускорения значительны, т. е. изменение скорости элементов машины происходит за сравнительно небольшой период времени, то мы имеем дело с приложением динамических нагрузок. Примерами таких нагрузок могут служить внезапно приложенные нагрузки, ударные и повторно-переменные. Действие таких нагрузок сопровождается возникновением колебаний конструкций или сооружений. Вследствие изменения скорости колеблющихся масс возникают силы инерции, пропорциональные (согласно второму закону Ньютона) колеблющимся массам и ускорениям.

Методы расчета элементов конструкций излагаются на основе следующих упрощений и допущений: материал тела имеет сплошное (непрерывное) строение, т. е. не принимается во внимание дискретная атомистическая структура вещества; материал тела однороден, т. е. обладает во всех точках одинаковыми свойствами; материал тела изотропен, т. е. обладает во всех направлениях одинаковыми свойствами; в теле до приложения нагрузки нет внутренних (начальных) усилий; результат воздействия на тело системы сил равен сумме результатов воздействия тех же сил, прилагаемых к телу последовательно и в любом порядке.

Практическое занятие 1

Тема 1. Общие понятия и определения.

Сооружения и их элементы; Кинематический анализ расчетных схем.

Цель: научиться определять вид шарнирной балки.

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положениями и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов многопролетной балки.

Теоретическая часть:

Многопролетные статически-определимые балки представляют собой комбинированные системы, состоящие из нескольких балок, соединенных шарнирами. Несколько расчетных схем таких балок показаны на рис.0.1.

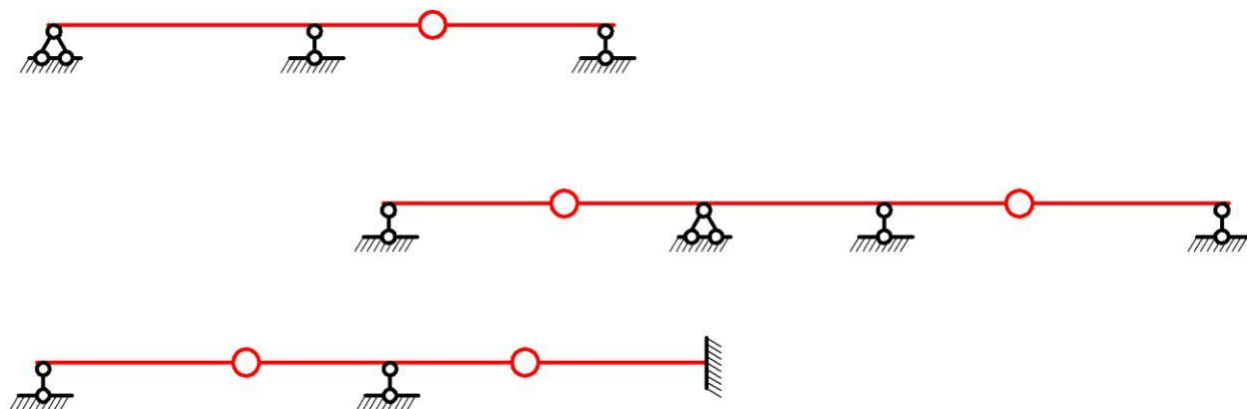


Рисунок 0.1

Многопролетные шарнирные балки объединяют преимущества однопролетной балки (простота расчета и изготовления, отсутствие стесненной деформации) с преимуществами неразрезной балки (меньшие моменты в пролетах из-за влияния опорных моментов, меньшие деформации). Они обладают и тем преимуществом, что, используя разгружающий эффект консоли, удачным выбором положения шарниров можно любым образом установить желаемое соотношение между изгибающими моментами на опоре и в пролете.

Из-за этих преимуществ шарнирные балки охотно применяют в разных конструкциях, например, в прогонах, мостовых переходах и т.д. Устройство шарниров, правда, связано с известными трудностями. Шарнирная балка статически определима, если число шарниров равно числу “лишних” опорных реакций.

«Поэтажная» схема. Порядок расчета многопролетной шарнирной балки.

Удобной расчетной моделью служит так называемая “поэтажная схема”. Для ее построения следует всю систему мысленно разделить по шарнирным сочленениям на отдельные балки и определить условия их опирания. При этом обнаружится, что отдельные балки имеют либо по два опорных закрепления, либо защемлены на одном из концов (консоли). Такие балки относят к “главным” (или несущим) и на схеме изображают на самом нижнем ярусе (балки ABC на рис.0.2 а, AB и CDE -на рис.0.2 б). Элементы поэтажной схемы, опирающиеся на главные балки или имеющие лишь по одной опоре на основание (“землю”) называют “второстепенными” (или несомыми) балками (балки CDE и EF - на рис 0.2 а, BC - на рис.0.2 б). Такие балки на поэтажной схеме располагаются выше балок, на которые они шарнирно опираются.

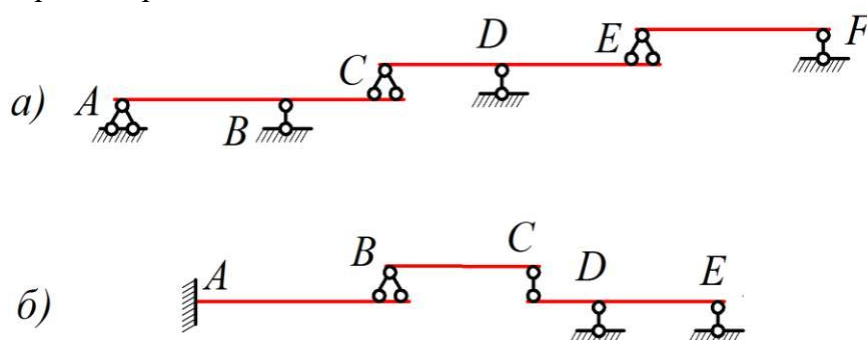


Рисунок 0.2

В “поэтажной схеме” взаимодействие элементов подчиняется принципу: усилия могут передаваться только с вышележащих балок на нижележащие, но не передаются в обратном направлении, то есть с нижних элементов на верхние.

Опорные реакции второстепенных (несомых) балок – это силы, с которыми “нижний этаж” действует на верхний. По третьему закону Ньютона верхний этаж действует на нижний с такими же силами.

Это позволяет выстроить простой алгоритм расчета многопролетных шарнирных балок

- 1) Строят поэтажную схему, выделяя несущие балки и несомые.
- 2) Рассчитывают несомую балку самого верхнего этажа: определяют опорные реакции и строят эпюры изгибающих моментов M и поперечных сил Q .
- 3) Последовательно рассчитывают балки нижних этажей на свою нагрузку и на силу, передающуюся с верхнего (“перевернутую” опорную реакцию балки верхнего этажа).
- 4) В одном масштабе строят эпюры M и Q для всей балки.

Прежде, чем приступить к решению задач, нужно вспомнить основные определения и правила построения эпюр в простых, однопролетных балках.

Изгибающим моментом M , действующим в сечении, называют алгебраическую сумму моментов всех внешних сил, приложенных к левой и правой части балки, относительно этого сечения. При этом опорные реакции включаются в состав внешних сил.

Изгибающий момент считается положительным, если он растягивает нижние волокна. Эпюру M строят со стороны растянутых волокон и знаков не ставят.

Поперечная сила Q численно равна алгебраической сумме проекций всех левых или правых сил от сечения на нормаль (перпендикуляр) к оси балки.

Знак Q принято считать положительным, если сумма проекций всех левых сил направлена вверх (или, соответственно, всех правых сил – вниз). На эпюре Q знаки ставят обязательно, откладывая положительные значения вверх от оси балки, а отрицательные – вниз.

При построении эпюр нужно помнить основные правила

1. На ненагруженном участке балки эпюра M прямолинейная, а Q – постоянная, то есть имеет вид прямоугольника

2. В точке приложения сосредоточенной силы на эпюре M образуется излом, направленный в сторону действия силы. На эпюре Q в этом сечении образуется скачок, равный по величине приложенной силе F

3. В точке приложения сосредоточенного момента m на эпюре M образуется скачок, равный по величине приложенному моменту m .

4. На участке с равномерно распределенной нагрузкой изгибающий момент M изменяется по закону квадратной параболы, обращенной выпуклостью в сторону действия нагрузки, а поперечная сила – по линейному закону

5. В сечениях, где эпюра Q пересекает ось балки, изгибающий момент принимает экстремальное значение.

6. Момент в шарнире или на шарнирной опоре равен нулю, если в сечении бесконечно близком к шарниру (или опоре) не приложен внешний сосредоточенный момент.

7. Если на прямолинейном участке балки длиной l , загруженной равномерно распределенной нагрузкой q , сосредоточенной силой F или сосредоточенным моментом m известны две крайние ординаты эпюры моментов, то эпюру M можно построить, подвесив на линию, соединяющую концы ординат, известные балочные эпюры моментов (рис. 0.3)

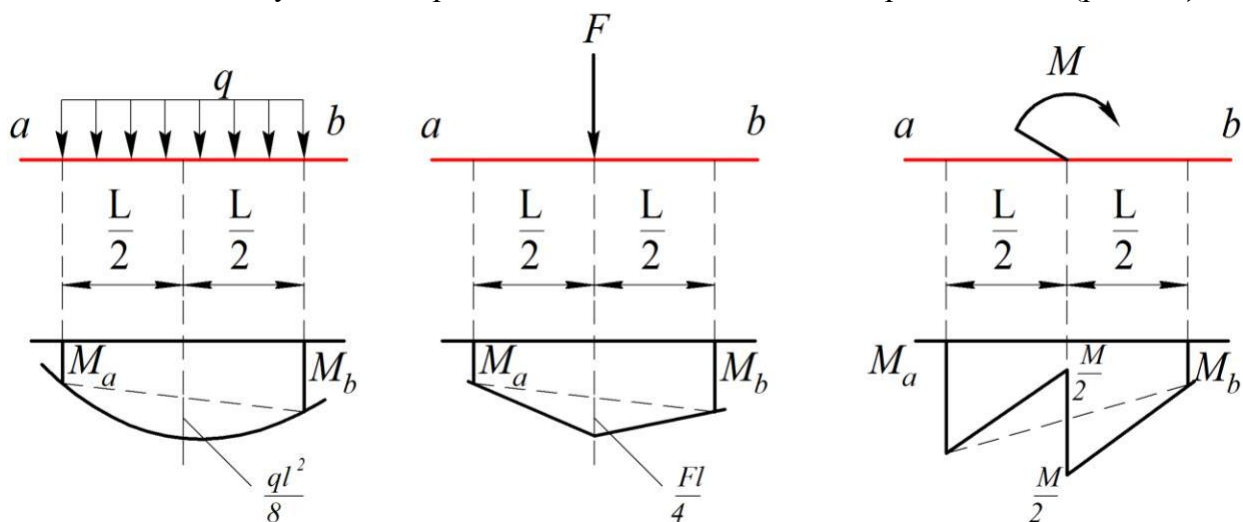


Рисунок 0.3

Пример Требуется построить эпюры M и Q в балке, изображенной на рис.0.4.

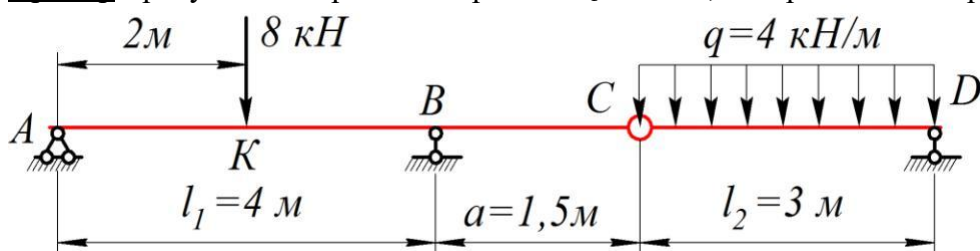


Рисунок 0.4

Балка ABC имеет две опоры “на землю” и является основной. Балка CD – второстепенная и на поэтажной схеме располагается “на втором этаже”.

Построив поэтажную схему начинают расчет (построение эпюр) с верхнего этажа.

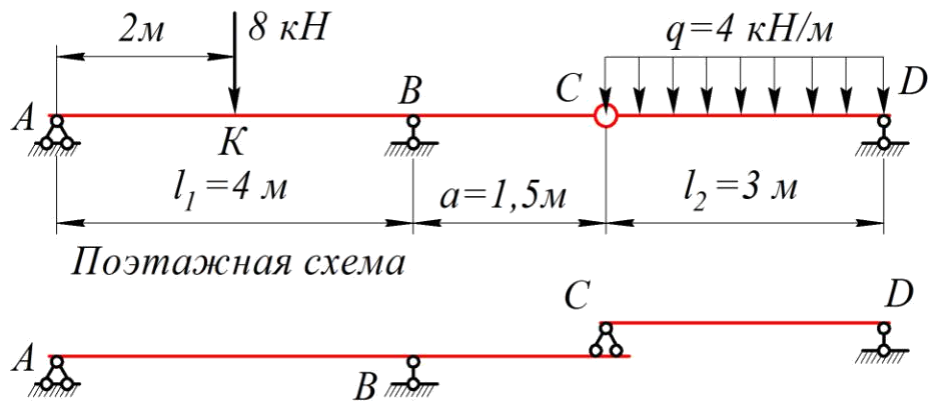


Рисунок 0.5

Расчет несомой балки CD (рис.0.6). Из условий симметрии

$$V_C = V_D = \frac{ql_2}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ кН.}$$

Момент в середине пролета равен

$$M = \frac{ql^2}{8} = \frac{4 \cdot 3^2}{8} = 4,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Эпюры M и Q – на рис.0.6.

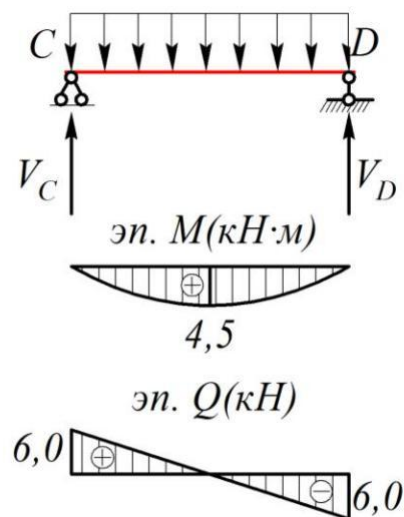


Рисунок 0.6

Расчет несущей балки AC. (рис.0.7)

Определяют опорные реакции

$$\sum M_A = 0; 8 \cdot 2 + 6 \cdot 5,5 - V_B \cdot 4 = 0;$$

$$V_B = \frac{49}{4} = 12,25 \text{ кН,}$$

$$\sum M_B = 0; V_A \cdot 4 - 8 \cdot 2 + 6 \cdot 1,5 = 0,$$

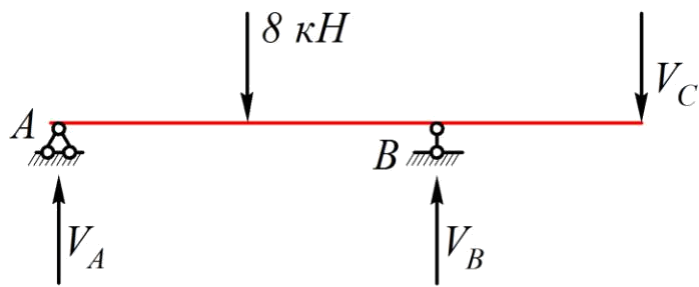
$$V_A = \frac{7}{4} = 1,75 \text{ кН.}$$

Проверка

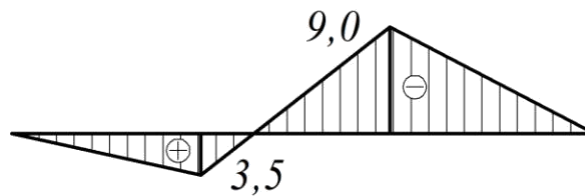
$$\sum y = 0; 1,75 - 8 + 12,25 - 6 = 14 - 14 = 0;$$

$$M_K = 1,75 \cdot 2 = 3,5 \text{ кН} \cdot \text{м,}$$

$$M_B = -6 \cdot 1,5 = -9,0 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$



эп. $M(\text{кН}\cdot\text{м})$



эп. $Q(\text{кН})$

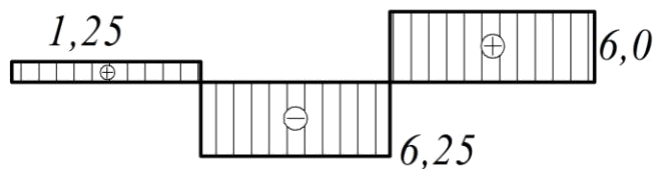
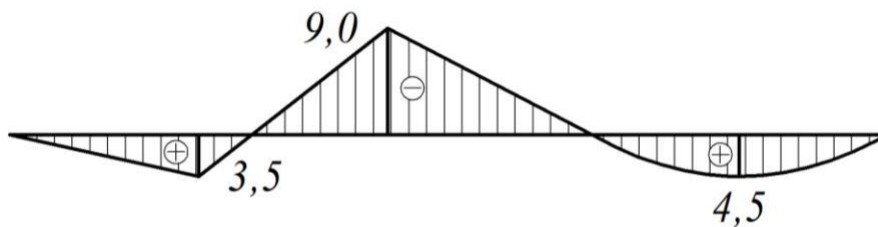


Рисунок 0.7

Окончательные эпюры M и Q показаны на рис.2.4с.

эп. $M(\text{кН}\cdot\text{м})$



эп. $Q(\text{кН})$

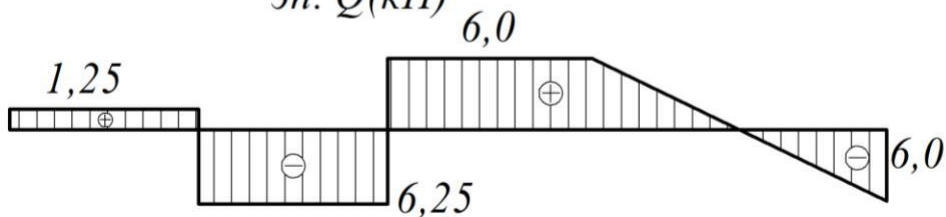


Рисунок 0.8

Вопросы:

1. Определение внутренних факторов балки.
2. Построение эпюр M .
3. Построение эпюр Q .
4. Поэтажная схема.
5. Построение поэтажной схемы.

Перечень основной литературы:

1. Готов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Готов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. :

ил., табл. – Режим доступа: по подписке. –
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

Практическое занятие 2

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Нагрузки и внутренние силовые факторы, Линии влияния в статически определимых балках.

Цель: научиться определять линии влияния опорных реакций и расчетных усилий в балках.

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положениями и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов многопролетной балки.

Теоретическая часть:

Линии влияния опорных реакций и расчетных усилий в балках.

При расчете строительных конструкций нередко приходится иметь дело с нагрузками, которые могут занимать на ней разные положения. Например, это может быть тележка крана на подкрановой балке, нагрузка проходящего поезда или скопления людей на ферме моста и т.п. Все эти нагрузки представляют собой, как правило, систему сосредоточенных вертикальных грузов с фиксированным расстоянием друг от друга. Предполагается, что нагрузки лишь изменяют свое положение, но не создают динамического эффекта.

Линией влияния (л.в.) какого-либо расчетного усилия (опорной реакции, изгибающего момента или поперечной силы) в заданном сечении балки называют график, отражающий закон изменения этого усилия в зависимости от положения на балке груза

$P = 1$.

Линии влияния позволяют легко определить усилия в сечении, для которого они построены от любых нагрузок в произвольной комбинации.

Проще всего построение л.в. можно осуществить, используя **статический способ**. Он состоит в том, что из уравнений равновесия находят формулу (закон) изменения усилия в рассматриваемом сечении, для которого строится л.в., при любом положении груза $P = 1$. Положение груза определяется в произвольно выбранной системе координат. В балках за начало отсчета принимают обычно левую опору A .

Л.в. опорных реакций V_A и V_B балки с консолями (рис.0.9).

Из уравнений равновесия можно получить формулы для V_A и V_B :

Уравнение л.в. V_A :

$$\sum M_B = 0; V_A \cdot l - 1(l - x) = 0;$$

$$V_A = \frac{l - x}{l}.$$

Уравнение л.в. V_B :

$$\sum M_A = 0; -V_B \cdot l + 1 \cdot x = 0;$$

$$V_B = \frac{x}{l}.$$

Каждое из этих уравнений - это уравнение прямой линии (x в первой степени). Графики можно построить, определив опорные реакции в двух точках:

при $x = 0; V_A = 1, V_B = 0$,

при $x = l; V_A = 0, V_B = 1$.

Положительный знак означает, что соответствующая реакция направлена вверх. При положении груза $P = 1$ на дальней от опоры консоли опорная реакция меняет знак, так как направлена вниз.

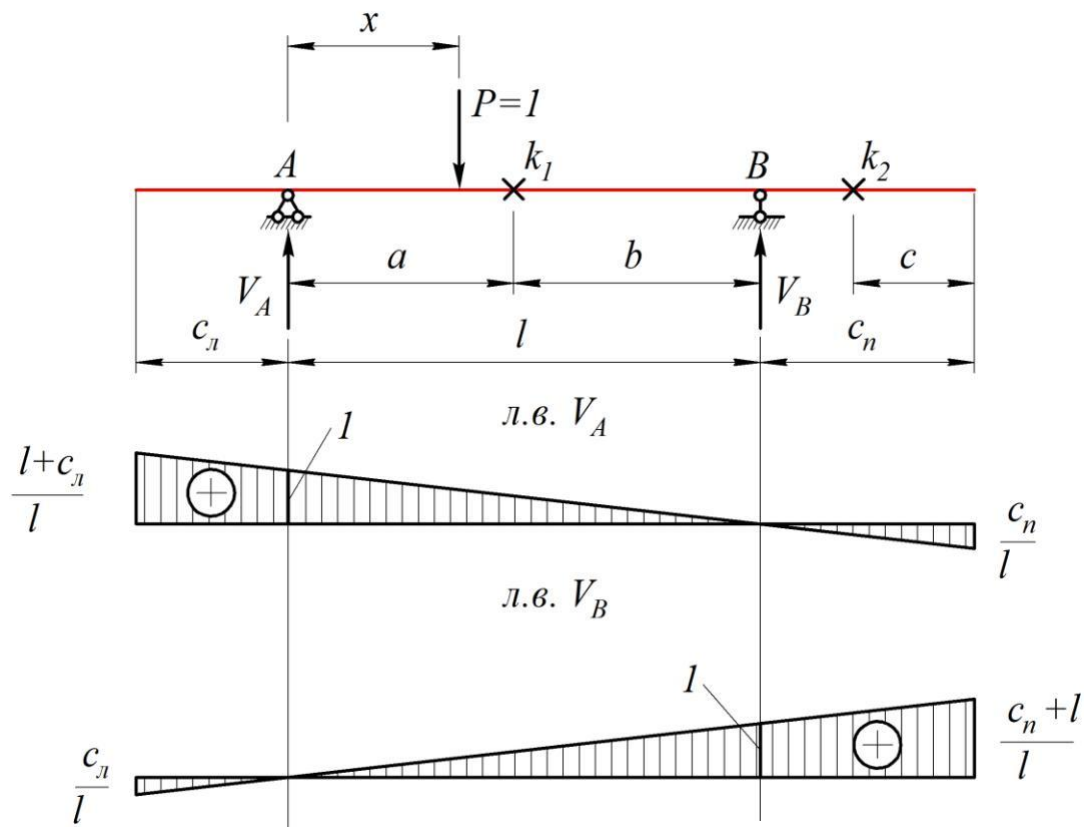


Рисунок 0.9

Чтобы сразу оценить полезность таких графиков, зададимся вопросом, что будет, если на балке в каком то месте стоит не единичный груз, а сосредоточенная сила, например, мешок с цементом 0,5 кН.? Нужно умножить эту силу на ординату линии влияния (например, л.в. V_A) под нагрузкой и сразу, без составления уравнений равновесия получить значение опорной реакции V_A .

Линии влияния изгибающего момента и поперечной силы в каком либо сечении балки получают аналогично. Они функционально связаны с линиями влияния опорных реакций.

Линия влияния изгибающего момента M_{k_1} в сечении k_1 , расположенного в пролете балки (рис.0.10).

Рассматривают два случая расположения единичного груза: левее заданного сечения k_1 и правее него. Выражение для момента M_{k_1} получают из уравнения равновесия. Составляют уравнение для той части балки, на которой груз $P = 1$ отсутствует:

1. Пусть груз $P = 1$ расположен левее сечения k_1 . Рассматривая равновесии правой части балки получим: $M_{k_1} = V_B \cdot b = \frac{x}{l} b$. Эта формула определяет левую ветвь л.в. M_{k_1} от сечений k_1 до конца левой консоли.

2. Пусть груз $P = 1$ расположен правее сечения k_1 . Тогда $M_{k_1} = V_A \cdot a = \frac{l-a}{l}$. Эта формула определяет правую ветвь л.в. M_{k_1} .

Таким образом, ординаты правой ветви равны увеличенным в a раз ординатам линии влияния опорной реакции V_A , а ординаты левой ветви – ординатам л.в. V_B , увеличенным в b раз. Левая и правая ветви пересекаются над сечением k_1 (рис. 0.10).

Каждая ордината этого графика дает значение изгибающего момента в сечении k_1 , когда груз располагается на балке в месте, соответствующем этой ординате. Отличие от эпюры моментов состоит и в том, что положительные ординаты откладываются над осью балки.

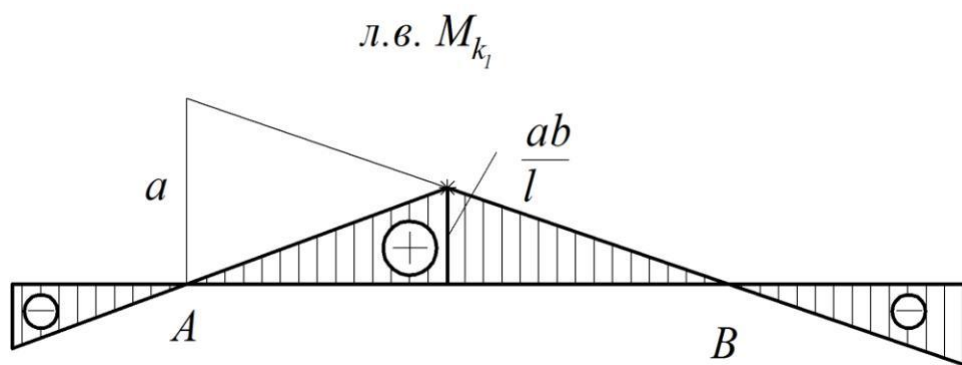


Рисунок 0.10

Итак, построение л.в. изгибающего момента в заданном сечении k двухопорной балки сводится к следующему простому алгоритму:

1. На левой опоре вверх откладывают отрезок, равный расстоянию от этой опоры до сечения. Этот отрезок можно откладывать в любом удобном масштабе.
2. Конец отрезка соединяют с правой опорой.
3. На полученную прямую сносят сечение. На рис. 0.10 эта точка показана звездочкой.
4. Точку пересечения соединяют с левой опорой.
5. Если у балки есть консольные участки, то правую ветвь л.в. продолжают по прямой до конца правой консоли, а левую ветвь – до конца левой консоли

Линия влияния поперечной силы Q_{k_1} (рис.0.11)

Опираясь на определение поперечной силы в балках, как проекции всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения на нормаль к оси балки, нетрудно получить формулы для левой и правой ветвей л.в. Q_{k_1} :

1. Груз $P = 1$ левее сечения k_1 :

$$Q_{k_1} = -(V_B) = -\frac{x}{l} \text{ — левая ветвь,}$$

2. Груз $P = 1$ правее сечения k_1 :

$$Q_{k_1} = V_A = \frac{l-x}{l} \text{ — правая ветвь.}$$

Порядок построения л.в. поперечной силы для сечения сводится к следующим действиям:

1. На левой опоре *вверх* откладывают отрезок равный единице (рис.0.11)
2. На правой опоре *вниз* откладывают отрезок равный единице.
3. Соединяют концы отрезков с противоположными опорами.
4. На полученный параллелограмм сносят сечение.
5. Если у балки есть консольные участки, то правую ветвь л.в. продолжают по прямой до конца правой консоли, а левую ветвь – до конца левой консоли

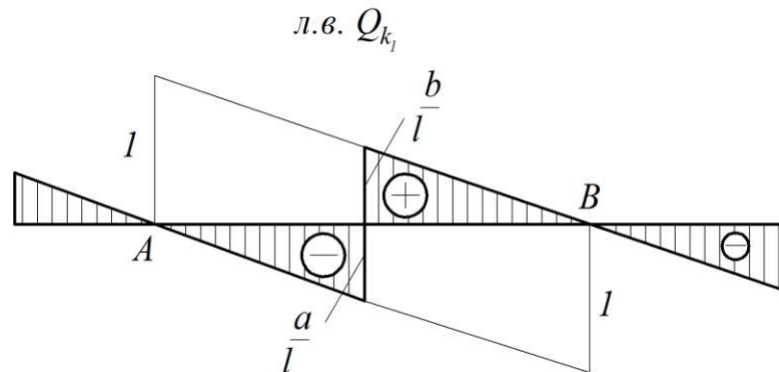


Рисунок 0.11

Линии влияния момента и поперечной сил для сечения k_2 , расположенного на консольной части балки (рис.0.12), легче всего строить, опираясь лишь на определения изгибающего момента и поперечной силы в балке.

Рассмотрим, например, сечение k_1 на правой консоли.

Будем задавать положение груза $P = 1$ координатой x с началом отсчета в сечении k_2 направляя ось вправо (см. рис.0.9)

Линия влияния M_{k_2} .

1. Груз $P = 1$ левее сечения k_2 . (Рассматривая правую ненагруженную часть консоли устанавливаем на основании определения момента, что $M_{k_2} = 0$)

2. Груз $P = 1$ правее сечения k_2 : $M_{k_2} = -1 \cdot x$.

Линия влияния M_{k_2} показана на рис.0.12

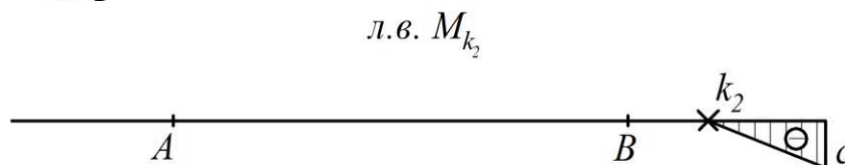


Рисунок 0.12

Линия влияния Q_{k_2} (рис.0.13)

1. Груз $P = 1$ левее сечения k_2 : $Q_{k_2} = 0$.

2. Груз $P = 1$ правее сечения k_2 : $Q_{k_2} = 1$.

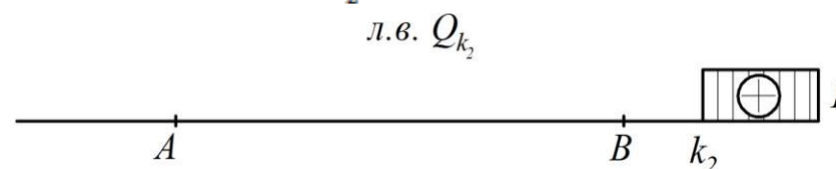


Рисунок 0.13

Сравнивая эпюры изгибающих моментов M и поперечных сил Q с линиями влияния M и Q , следует отметить, что они принципиально различны.

Ординаты эпюр усилий характеризуют напряженное состояние всей системы, в любом сечении от одной конкретной заданной нагрузки. При другом положении нагрузки расчет нужно проводить заново и строить новые эпюры.

Ординаты линии влияния, наоборот, характеризуют величину и изменение усилия в одном сечении, для которого построена эта линия влияния, в зависимости от положения единичной силы.

Вопросы:

1. Понятие линии влияния.
2. Построение линии влияния опор.
3. Построение линии влияния M .
4. Построение линии влияния Q .

Перечень основной литературы:

1. Готов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Готов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

Практическое занятие 3

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Нахождение усилий по линиям влияния.

Цель: научиться определять усилия по линиям влияния.

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положениями и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Формируемые компетенции:

Код	Формулировка:
ОПК-4	Способен применять методики определения технических параметров проектируемых объектов

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов многопролетной балки.

Теоретическая часть:

Определение усилий по линиям влияния.

Загружение линий влияния.

Ординаты различных линий влияния имеют разную размерность. Действительно, чтобы получить по линии влияния опорную реакцию или поперечную силу, нужно умножить эту силу на ординату л.в. под силой и не забыть о ее знаке этой ординаты. Отсюда следует, что ординаты линий влияния опорных реакций и поперечных сил безразмерны. Ординаты линий влияния изгибающих моментов имеют размерность длины.

Линии влияния, построенные от единичного вертикального груза, позволяют найти соответствующее усилие от любой реальной нагрузки, действующей на балку.

Рассмотрим три самые распространенные случая нагружения.

1. Влияние неподвижной цепочки сосредоточенных грузов (рис.0.14).

Применяя принцип независимости действия сил, можно выразить влияние всех сил, как сумму влияний каждой из них в отдельности. На рис.0.14 показан участок какой то линии влияния усилия S (это может быть опорная реакция, момент или поперечная сила).

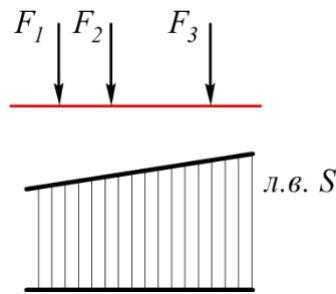


Рисунок 0.14

Влияние каждой силы определяется произведением этой силы на ординату л.в. в месте ее приложения. Влияние цепочки сил может быть представлено в виде суммы:

$$S = F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + \dots + F_n \cdot y_n = \sum_{i=1}^n F_i \cdot y_i. \quad (0.1)$$

Следовательно, надо сосредоточенные внешние нагрузки умножить на ординаты л.в., расположенные под этими нагрузками (со своим знаком!) и результаты сложить.

2. Влияние неподвижной равномерно распределенной нагрузки, интенсивностью q (рис.0.15).

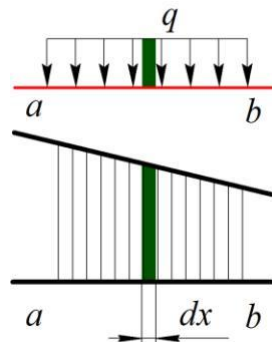


Рисунок 0.15

Распределенную нагрузку на участке л.в., отмеченной на рисунке ab , можно представить как цепочку сосредоточенных грузов qdx . Чтобы просуммировать влияние всех этих элементарных грузов qdx , нужно взять определенный интеграл в пределах от a до b

$$S = \int_a^b qydx = q \int_a^b ydx = q\omega. \quad (0.2)$$

Буквой ω обозначена площадь линии влияния под нагрузкой.

Итак, чтобы определить по л.в. усилие от равномерно распределенной нагрузки интенсивность нагрузки q нужно умножить на площадь л.в. под нагрузкой (площадь понимается алгебраически – учитываются знаки участков л.в.).

3. Влияние сосредоточенного момента (рис.0.16)

Задача сводится к загрузению сосредоточенными силами, если момент представить в виде пары сил с плечом, равным единице. В этом случае каждая сила будет равна по величине M .

Влияние момента записывается как для цепочки грузов:

$$S = M \cdot y_1 + M \cdot y_2,$$

Это выражение можно переписать так

$$S = M \frac{y_2 - y_1}{1}.$$

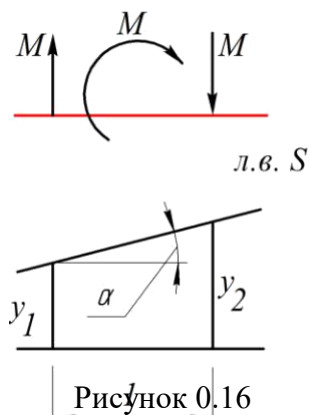


Рисунок 0.16

Из рис.0.16 видно, что второй (дробный) множитель равен $\text{tg} \alpha$ – тангенсу угла наклона л.в. к оси балки в месте приложения сосредоточенного момента, т.е

$$S = M \cdot \text{tg} \alpha. \quad (0.3)$$

Чтобы учесть влияние сосредоточенного момента нужно умножить его на тангенс угла наклона л.в. к оси балки в сечении, где он действует. При этом принимается следующее правило знаков: момент, действующий по часовой стрелке, считается положительным; угол α , отсчитываемый против часовой стрелки, принят положительным. На рис.0.16 угол α положительный.

Линии влияния расчетных усилий в многопролетных шарнирных балках.

Чтобы построить л.в. в многопролетной шарнирной балке, необходимо, прежде всего, построить поэтажную схему, схему взаимодействия отдельных ее элементов. Из поэтажной схемы следует, что единичная сила оказывает влияние на усилие в сечении только тогда, когда она находится на “этаже”, на котором это сечение задано, или на более высоких “этажах”.

Поэтому построение л.в. проводят в два этапа.

1. Строят л.в. на том этаже, на котором задано сечение по правилам построения л.в. для одиночной балки.

2. Учитывают влияние верхних этажей.

Построим, например, л.в. изгибающего момента для сечения $I-I$ в балке, показанной на рис 0.17, на котором изображена и поэтажная схема.

Так как сечение задано на основной балке AC , то строим л.в. момента как для однопролетной балки с консолью.

На втором этапе находятся нулевые точки л.в. на верхних “этажах”, которые и

позволяют довести решение задачи до конца. При перемещении груза по балке второго “этажа” вправо опорная реакция на опоре будет линейно уменьшаться и, следовательно будут уменьшаться давление на нижний этаж. Когда единичная сила, займет положение над опорой на “землю” D , то она будет воспринята этой опорой, опорная реакция на опоре C будет равна нулю, давление на нижний этаж передаваться не будет и момент в сечении $I-I$ будет равен нулю. Проведя прямую линию, соединяющую конец отрезка на консоли BC и найденную нулевую точку D , и продолжая ее до конца консоли второго этажа E , получают второй участок л.в.

Поднимем груз на третий “этаж”. Рассуждая аналогичным образом, устанавливаем, что при положении груза над опорой F опорная реакция на опоре E будет

$$M_{I-I}$$

равна нулю и нижние “этажи” выключаются из работы., то есть равен нулю. Соединим конец отрезка л.в. на конце консоли второго “этажа” E с нулем на опоре F , закончим построение л.в. M_{I-I} . (рис 0.17 с).

Все ординаты л.в. определяются из подобия треугольников. Опорными значениями служат ординаты на том этаже, на котором задано сечение.

Изложенные правила и приемы позволяют построить и л.в. поперечной силы Q в том же сечении $I-I$. (рис 0.17 d).

Построенные л.в. позволяют найти расчетные усилия в сечении $I-I$ от любой заданной нагрузки.

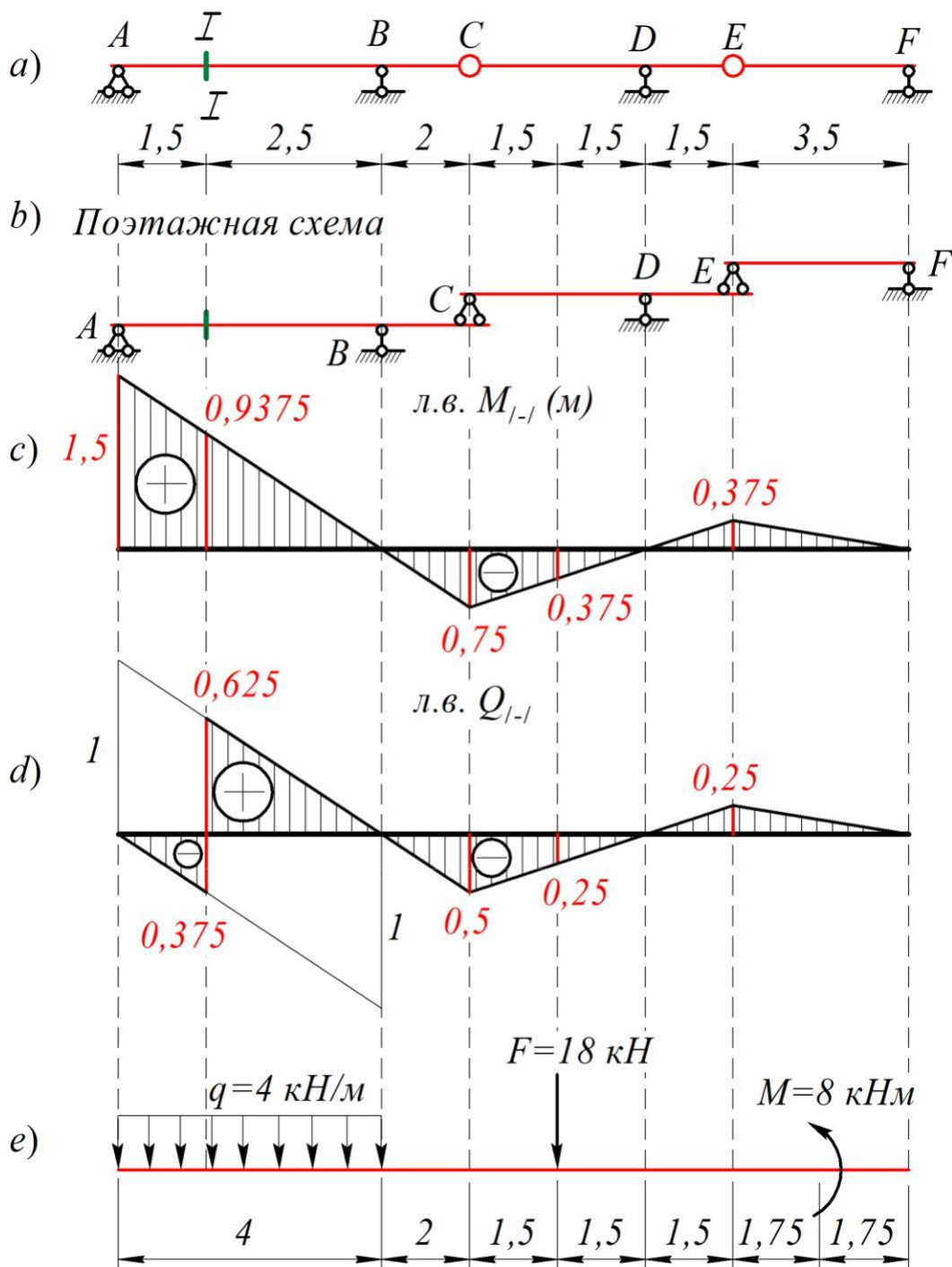


Рисунок 0.17

Найдем, например, M_{I-I} и Q_{I-I} от нагрузки, показанной на рис 0.17 е.

$$M_{I-I} = 4 \cdot \frac{0,9375 \cdot 4}{2} + 18(-0,375) + (-8) \left(-\frac{0,375}{3,5} \right) = 1,607 \text{ кНм}$$

$$Q_{I-I} = 4\left(-\frac{0,375 \cdot 1,5}{2} + \frac{0,625 \cdot 2,5}{2}\right) + 18(-0,25) + (-8)\left(-\frac{0,25}{3,5}\right) = -1,928 \text{ кН.}$$

Вопросы:

1. Какие усилия можно определить с помощью линий влияния.
2. Нахождение нулевых точек.
3. Что такое единичный груз?
4. Нахождение ординат линии влияния.

Перечень основной литературы:

1. Глотов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

Практическое занятие 4

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Общие сведения, Расчет трехшарнирных арок и рам, Расчет трехшарнирных арок на подвижную нагрузку,

Цель: научиться рассчитывать многопролетной шарнирной балки.

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положениями и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов многопролетной балки.

Теоретическая часть:

Пример. Расчет многопролетной статически определимой балки

Для многопролетной статически определимой балки требуется (рис.0.18):

1. Проверить геометрическую неизменяемость системы;
2. Построить эпюры изгибающих моментов M и поперечных сил Q от заданной нагрузки;
3. Построить линии влияния M и Q для заданного сечения 1 статическим способом;
4. Загрузить эти линии влияния заданной внешней нагрузкой и сравнить полученные результаты со значениями ординат эпюр M и Q в этом же сечении в п.2.

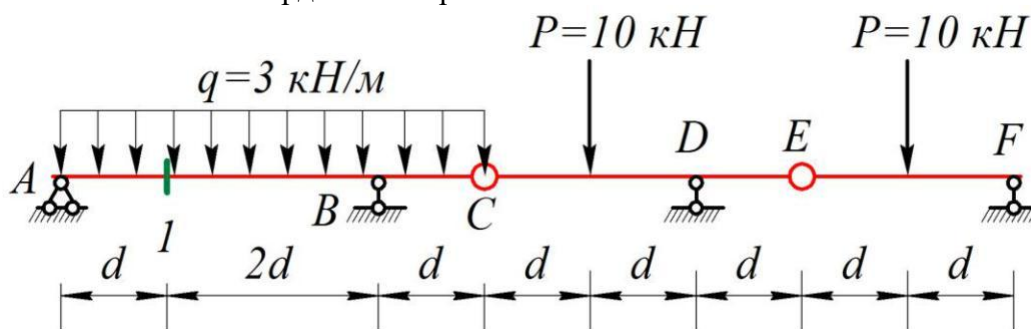


Рисунок 0.18 Исходные данные

Решение:

1. Проверка геометрической неизменяемости системы.

Размеры балки и заданная система внешних сил показаны на рис.0.18.

Многопролетная статически определимая балка (рис.0.18) состоит из трёх балок (дисков), соединенных между собой шарнирами C и E , и имеет 5 опорных стержней. Число степеней свободы рассматриваемой системы подсчитаем по формуле:

$$W = 3D - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0.$$

Следовательно, рассматриваемая статически определимая балка имеет необходимое количество связей и является геометрически неизменяемой системой. С методической целью проведем анализ геометрической неизменяемости балки и другим способом.

Для проверки неизменяемости данной многопролетной балки начнем геометрический анализ с рассмотрения балки ABC . Она соединена с землей тремя непараллельными и не пересекающимися в одной точке опорными стержнями и, следовательно, геометрически неизменяема, и может быть названа основной.

Балка CDE , являясь дополнительной по отношению к балке ABC , прикреплена к неизменяемой системе с помощью шарнира C кинематически эквивалентного двум связям, а к земле – с помощью одного опорного стержня D . Так как направление указанного опорного стержня не проходит через шарнир C , балка CDE является геометрически неизменяемой.

Балка EF является дополнительной и прикреплена к неизменяемой системе шарниром E , эквивалентным двум связям, а к земле – опорным стержнем F , направление которого не проходит через шарнир E , и поэтому эта балка также геометрически неизменяема.

Таким образом, данная многопролетная статически определимая балка является геометрически неизменяемой.

2. Построение эпюр изгибающих моментов M и поперечных сил Q от заданной нагрузки.

Для построения эпюр изгибающих моментов M и поперечных сил Q для многопролетной статически определимой балки необходимо отдельно построить эпюры для каждой балки (основной и дополнительных), а затем их совместить. При этом определение ординат изгибающих моментов и поперечных сил следует вначале проводить для таких дополнительных балок, опорные реакции которых не зависят от нагрузок на других балках.

По расчетной ("поэтажной") схеме (рис.0.19, б) видно, что такой балкой является балка EF .

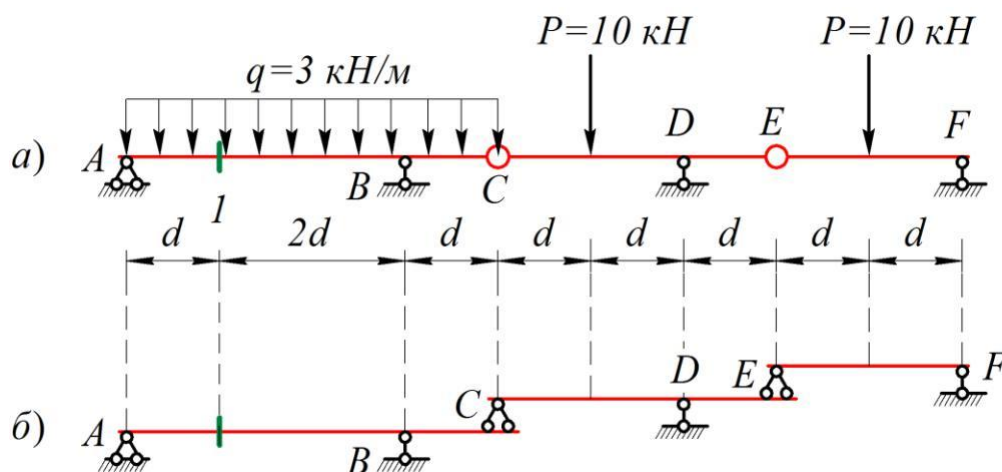


Рисунок 0.19

2.1. Построение эпюр M и Q для дополнительной балки EF .

Однопролетная балка EF имеет два участка. Так как сосредоточенная сила P приложена в середине пролета, то опорные реакции:

$$R_E = R_F = \frac{P}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ кН}.$$

Максимальный изгибающий момент будет под силой и определится по формуле:

$$M = \frac{P \cdot 2d}{4} = \frac{60}{4} = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Поперечная сила:

на I участке $Q = R_E = 5 \text{ кН}$,

на II участке $Q = -R_F = -5 \text{ кН}$.

По полученным значениям ординат строим для балки эпюры изгибающих моментов M (рис.0.20, б) и поперечных сил Q (рис.0.20, в).

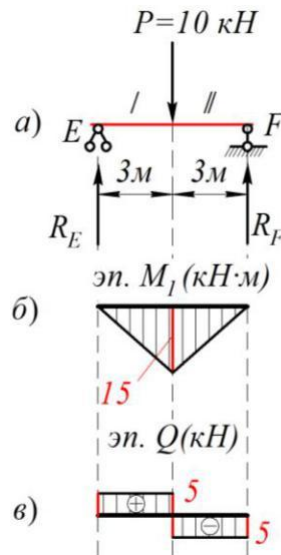


Рисунок 0.20 Однопролетная балка EF

2.2. Построение эпюр M и Q для консольной дополнительной балки CDE.

Данная однопролетная балка с консолью имеет три участка (рис.0.21). На консоли в точке E от дополнительной балки EF действует сила $\frac{P}{2} = 5 \text{ кН}$.

Опорные реакции определяем из уравнений равновесия балки:

$$\sum M_C = P \cdot d + \frac{P}{2} \cdot 3d - R_D \cdot 6 = 10 \cdot 3 + 5 \cdot 9 - R_D \cdot 6 = 0,$$

откуда

$$R_D = \frac{10 \cdot 3 + 5 \cdot 9}{6} = 12,5 \text{ кН};$$

$$\sum M_D = -P \cdot d + \frac{P}{2} \cdot d + R_C \cdot 6 = -10 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + R_C \cdot 6 = 0,$$

откуда

$$R_C = \frac{10 \cdot 3 - 5 \cdot 3}{6} = 2,5 \text{ кН}.$$

Обязательным является проверка правильности вычисления опорных реакций.

В нашем случае

$$\sum Y = R_C + R_D - P - \frac{P}{2} = 2,5 + 12,5 - 10 - 5 = 0.$$

Следовательно, реакции определены правильно. Экстремальные значения изгибающего момента возникают в сечении:

под действующей силой P :

$$M = R_C \cdot d = 2,5 \cdot 3 = 7,5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

в сечении D :

$$M = -\frac{P \cdot d}{2} = -5 \cdot 3 = -15 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Поперечная сила по участкам принимает значения:

на I участке: $Q = R_C = 2,5 \text{ кН}$;

на II участке: $Q = R_C - P = 2,5 - 10 = -7,5 \text{ кН}$;

на III участке: $Q = \frac{P}{2} = 5 \text{ кН}$.

По вычисленным ординатам строим эпюры M и Q (рис.0.21, б, в).

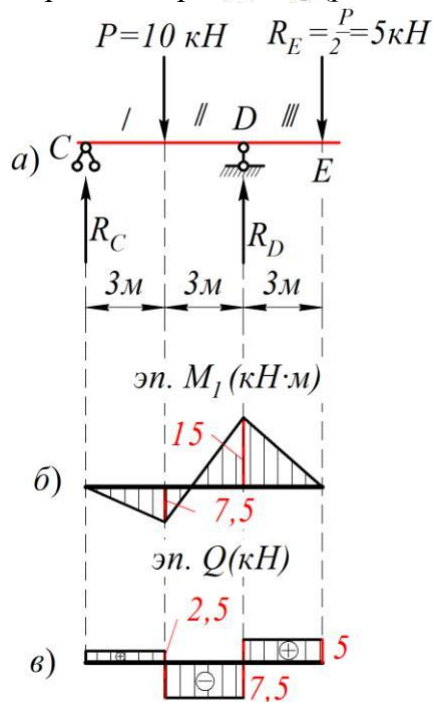


Рисунок 0.21 Дополнительная балка CDE

2.3. Построение эпюр M и Q для основной балки ABC.

Эту однопролетную балку разбиваем на три расчетных участка. Основной расчетной нагрузкой балки является равномерно распределенная нагрузка. Кроме того, на консоли в т.С действует реактивная сила $R'_C = 2,5 \text{ кН}$, возникшая от опорной реакции дополнительной балки CDE (рис.0.22, а).

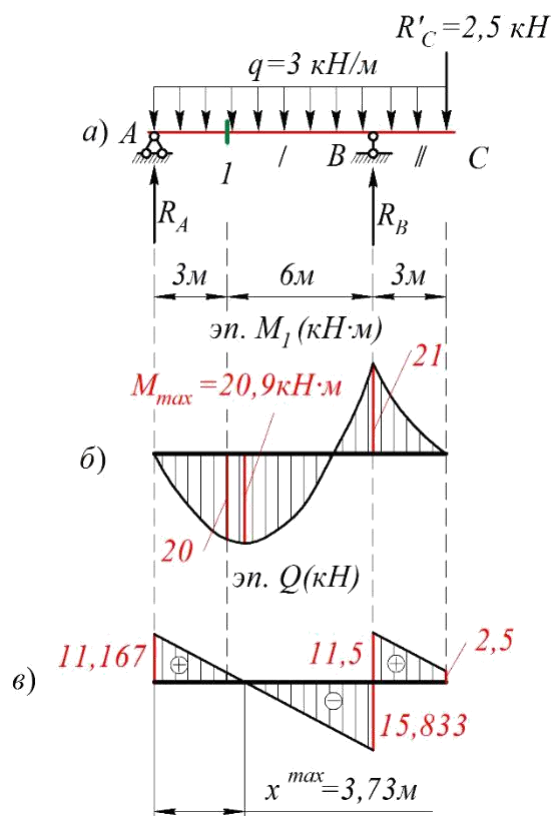


Рисунок 0.22 Основная балка ABC

Опорные реакции определяем из уравнений равновесия балки:

$$\sum M_A = R_C \cdot 12 - R_B \cdot 9 + \frac{q \cdot 12^2}{2} = 0,$$

откуда:

$$R_B = \frac{2,5 \cdot 12 + 1,5 \cdot 12^2}{9} = 27,333 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = R_A \cdot 9 + R_C \cdot 3 - \frac{q \cdot 9^2}{2} + \frac{q \cdot 3^2}{2},$$

откуда:

$$R_A = \frac{-2,5 \cdot 3 + 3 \cdot \frac{9^2}{2} - 3 \cdot \frac{3^2}{2}}{9} = 11,167 \text{ кН}.$$

Проверим правильность вычисления опорных реакций по уравнению:

$$\sum Y = R_A + R_B - 3q - R_C = 11,167 + 27,333 - 36 - 2,5 = 0.$$

Отсюда следует, что опорные реакции определены правильно. Для определения $M_{\max}$

в пролете балки найдем вначале значение $x^{\max}$, при котором $\frac{dM}{dx} = Q = 0$. Приравнявая выражение для Q на этом участке к нулю, получим:

$$R_A - qx^{\max} = 0, \text{ откуда:}$$

$$x^{\max} = \frac{R_A}{q} = \frac{11,167}{3} = 3,73 \text{ м}.$$

Подставляя найденное значение $x^{\max} = 3,73$ м в аналитическое выражение для изгибающего момента на 1 участке, найдем значение $M_{\max}$:

$$M_{\max} = R_A \cdot x^{\max} - \frac{q \cdot x^{\max 2}}{2} = 11,167 \cdot 3,73 - \frac{3 \cdot 3,73^2}{2} = 20,91 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Наибольший изгибающий момент на II участке будет в сечении B. Написав аналитическое выражение для M_B и подставив значение параметров, найдем:

$$M_B = -\frac{q \cdot d^2}{2} - R_C \cdot d = -\frac{3 \cdot 3^2}{2} - 2,5 \cdot 3 = -21 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим значение поперечной силы в характерных сечениях.

В опорном сечении A: $Q_A = R_A = 11,167 \text{ кН}.$

Левее опоры B: $Q_B^{\text{слева}} = R_A - q \cdot 9 = 11,167 - 3 \cdot 9 = -15,833 \text{ кН}.$

Правее опоры B: $Q_B^{\text{справа}} = R_B - Q_B^{\text{слева}} = 27,333 - 15,833 = 11,5 \text{ кН}.$

По полученным значениям M и Q в характерных сечениях участков строим эпюры. При этом необходимо иметь в виду, что ординаты эпюры M откладываем со стороны «растянутых волокон», а эпюры Q - положительные ординаты откладываем вверх, а отрицательные - вниз.

Совместив эпюры M и Q всех трех балок, получим эпюры M и Q для многопролетной шарнирной балки (рис.0.23, в, г).

2.4. Определение изгибающего момента M и поперечной силы Q в сечении 1.

$$M_1 = R_A \cdot 3 - \frac{q \cdot 3^2}{2} = 11,167 \cdot 3 - \frac{3 \cdot 3^2}{2} = 20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_1 = R_A - q \cdot 3 = 11,167 - 3 \cdot 3 = 2,167 \text{ кН}.$$

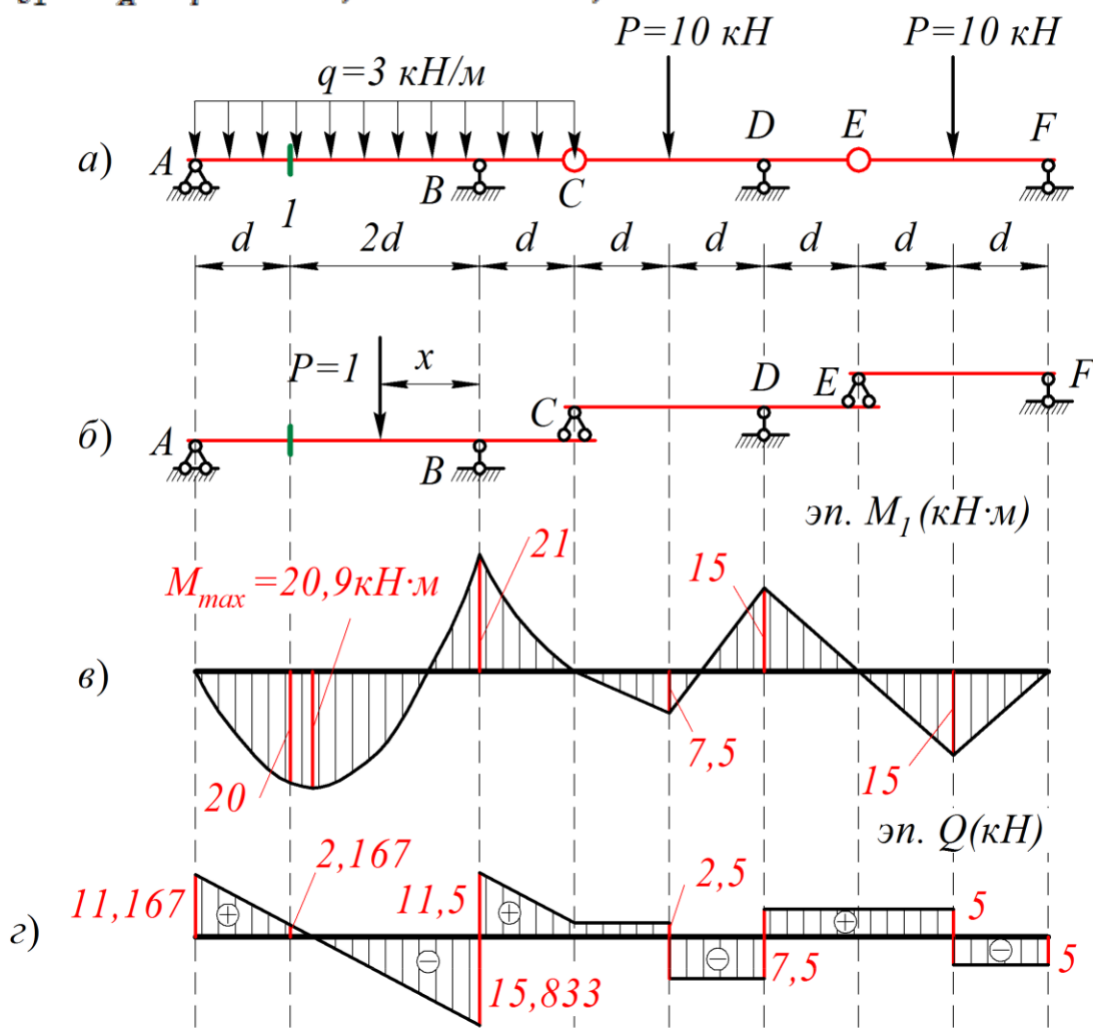


Рисунок 0.23

3. Построение линий влияния R_A и R_B .

Линия влияния опорной реакции R_A

При расположении груза $P = 1$ в т. A нагрузка полностью воспринимается этой опорой и $R_A = P = 1$.

При расположении груза в т. B нагрузка полностью воспринимается этой опорой и $R_A = 0$.

При расположении груза $P = 1$ в т. C

$$\sum M_B = P \cdot d + R_A \cdot 3d = 0;$$

$$R_A = -\frac{P \cdot d}{3d} = -\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = -0,33.$$

Далее линию влияния распространяем на дополнительные балки CE и EF с учетом узловой передачи нагрузок. При положении груза над опорами балок внутренние усилия в т. A равно нулю (рис. 0.24 б).

Линия влияния опорной реакции R_B .

При расположении груза в т. B нагрузка полностью воспринимается этой опорой и $R_B = P = 1$.

При расположении груза $P = 1$ в т. A нагрузка полностью воспринимается этой опорой и $R_B = 0$. При расположении груза $P = 1$ в т. C $\sum M_A = P \cdot 4d - R_B \cdot 3d = 0$;

$$R_B = \frac{P \cdot 4d}{3d} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 1,33.$$

Далее линию влияния распространяем на дополнительные балки CE и EF аналогично линии влияния опорной реакции R_A (рис. 0.24 в).

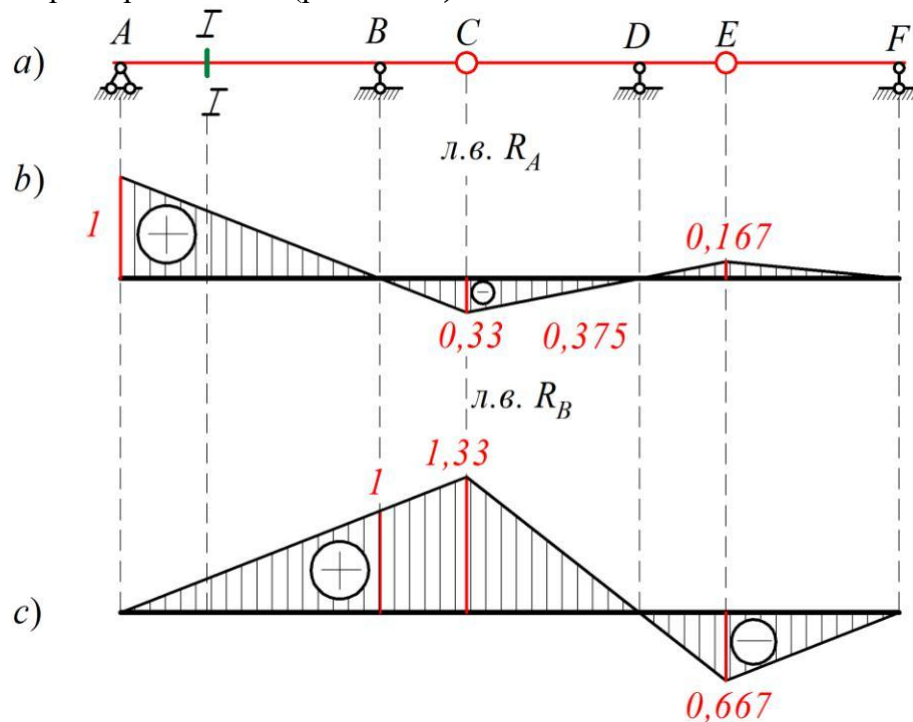


Рисунок 0.24 Линии влияния R_A и R_B .

4. Построение линий влияния M и Q для сечения 1.

Построение линий влияния внутренних силовых факторов M и Q выполним статическим способом в следующем порядке:

- устанавливаем взаимодействие основной и дополнительных балок по “этажной” схеме (рис.0.19, б);
- строим линии влияния внутренних усилий для однопролетной балки, в которой находится рассматриваемое сечение;
- полученную линию влияния распространяем на всю длину многопролетной балки с учетом узловой передачи нагрузок. При этом следует иметь в виду, что при положении груза $P = 1$ над опорами балок внутренние усилия во всех сечениях равны нулю;
- определяем из подобия треугольников значения ординат.

Характерные из них указываем на линиях влияния, причем положительные ординаты откладываем вверх. Характерными точками линий влияния являются точки перелома под шарнирами.

Построим линии влияния M_1 и Q_1 в сечении 1 (рис.0.25, д, е). Сечение 1 находится в основной однопролетной балке с консолью. Поэтому для нее линии влияния строятся, как для однопролетной балки с консолью. При их построении необходимо рассмотреть положение груза $P = 1$ правее и левее сечения 1.

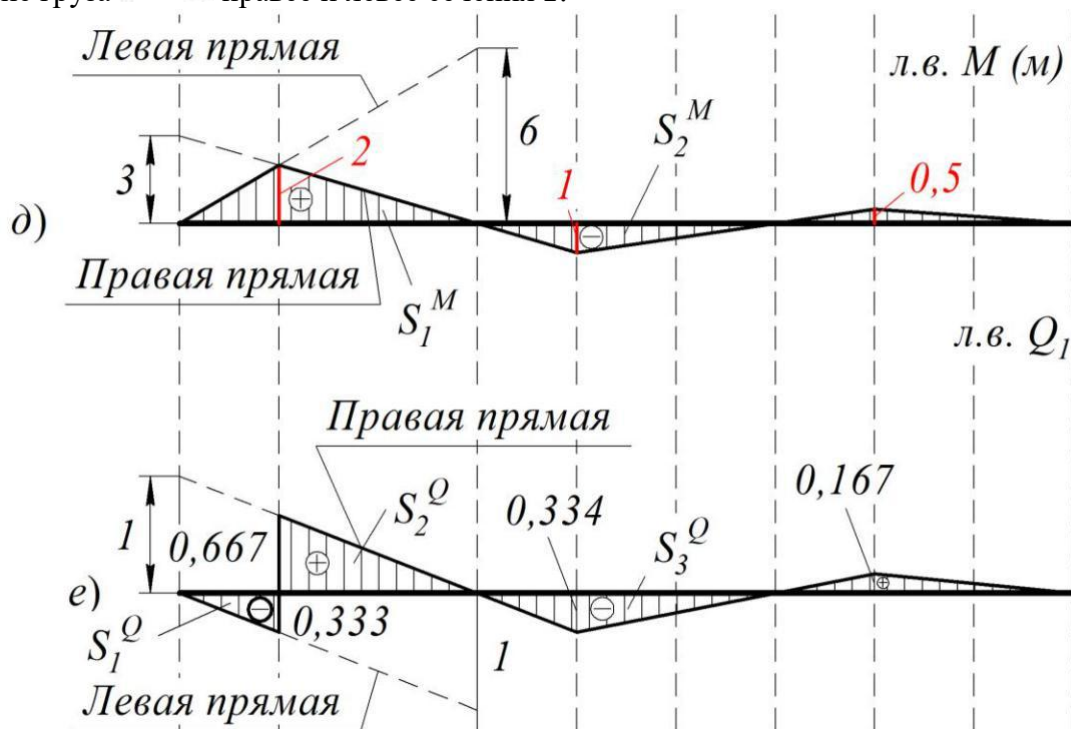


Рисунок 0.25

Левая и правая прямые линии влияния момента пересекаются под сечением 1, а линии влияния поперечной силы в этом случае имеют скачок на величину, равную единице.

Ордината изгибающего момента под сечением определяется по формуле

$$M_1 = \frac{a}{l} \cdot b \cdot P$$

соответственно; $l = 9$ м - пролет балки.

Далее линии влияния M_1 и Q_1 распространяются на правую панель, т.е. правую прямую следует продлить до конца консоли. Влияние дополнительных балок учитываем по правилу узловой передачи нагрузок следующим образом.

Так как ордината линии влияния в сечении 1 равна нулю, когда груз расположен над опорами D и F , то с конца консоли балки ABC проводим прямую, проходящую через нуль в сечении D и продолжаем до конца консоли балки CDE , откуда проводим прямую, проходящую через нуль в сечении F .

5. Определение M_1 и Q_1 от заданной внешней нагрузки с помощью построенных линий влияния.

Для вычисления изгибающего момента и поперечной силы по линиям влияния от нагрузки q ее интенсивность умножаем на алгебраическую сумму площадей S соответствующих участков линии влияния. От сосредоточенных сил величину моментов и поперечных сил вычисляем как алгебраическую сумму произведений P_i на величину ординаты y_i , взятых на линиях влияния под точками приложения грузов.

Так как в данной задаче многопролетная статически определимая балка загружена равномерно распределенной нагрузкой q и сосредоточенными силами, то изгибающий момент в сечении 1 определяем, пользуясь линией влияния (рис.0.25, д), по формуле:

$$M_1 = \sum_k S_i^M \cdot q_k + \sum_i P_i \cdot y_i$$

где

$$\sum_k S_i^M = S_1^M - S_2^M = \frac{2 \cdot 9}{2} - \frac{1 \cdot 3}{2} = 7,5 \text{ м}^2;$$

$$\sum_k S_i^M \cdot q = 7,5 \cdot 3 = 22,5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\sum_i P_i \cdot y_i = -10 \cdot 0,5 + 10 \cdot 0,25 = -2,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_1 = 22,5 - 2,5 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Тогда полученное значение изгибающего момента в сечении 1 соответствует определенному аналитически.

Определим значение поперечной силы в сечении 1 по линии влияния Q_1 (рис.0.25, е), пользуясь формулой:

$$Q_1 = \sum_k S_i^Q \cdot q_k + \sum_i P_i \cdot y_i$$

где

$$\sum_k S_i^Q = -S_1^Q + S_2^Q - S_3^Q = -\frac{0,333 \cdot 3}{2} + \frac{0,667 \cdot 6}{2} - \frac{0,334 \cdot 3}{2} = 1 \text{ м};$$

$$\sum_k S_i^Q \cdot q = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\sum_i P_i \cdot y_i = 10 \cdot (-0,167) + 10 \cdot 0,0835 = -0,835 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$\text{Тогда } Q_1 = 3 - 0,835 = 2,165 \text{ кН}.$$

Полученные значения Q_1 вычисленные аналитически и с применением линий влияния практически совпали: разница составляет всего 0,09%.

Вопросы:

1. Понятие линии влияния.
2. Построение линии влияния опор на примере балки.
3. Построение линии влияния M .
4. Построение линии влияния Q .
5. Отличия линии влияния от эпюр.

Перечень основной литературы:

1. Готов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Готов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

Практическое занятие 5

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Классификация ферм, Аналитические методы расчета ферм.

Цель: научиться определять линии влияния в простых балках

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положениями и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов ферм.

Теоретическая часть:

Подвижной нагрузкой называется вертикальная нагрузка, которая может перемещаться в пределах сооружения. Подобная нагрузка создается, например, движущимся по мосту транспортом или перемещающимися по подкрановым путям мостовыми кранами. При этом усилия, возникающие в сооружении, будут зависеть от положения нагрузки. Будем считать, что нагрузка перемещается по сооружению с небольшими ускорениями, поэтому динамическими эффектами, возникающими при этом, можно пренебречь.

Задача расчета сооружений на подвижную нагрузку состоит в определении внутренних усилий в ее сечениях при любом ее положении. В частности, важно найти *невыгоднейшее* или *опасное положение нагрузки*, т. е. такое положение, при котором усилие в данном элементе конструкции достигает максимального по модулю значения. По усилиям, возникающим при опасном положении нагрузки, и выполняется подбор сечения стержней в системе.

Поскольку фермы часто используются в пролетных строениях мостов, в качестве несущих конструкций эскалаторов в метро, как стрелы подъемных кранов, то их часто приходится рассчитывать на действие подвижной нагрузки.

Расчет стержневых систем на подвижную нагрузку выполняется при помощи линий влияния. *Линией влияния* (л. в.) называется график, показывающий закон изменения какого-либо фактора в одном заданном сечении сооружения при движении безразмерного груза $P = 1$ по всей системе.

Линии влияния в простых балках.

Рассмотрим простую балку на двух опорах, перекрывающую пролет l (рисунок 1.18, а). Построим линии влияния опорных реакций V_A , V_B и изгибающего момента M_c в сечении в центре балки.

Пусть единичная подвижная сила $P = 1$ приложена на расстоянии z от левой опоры. Она вызовет в опорах A и B вертикальные реакции. Определим их из уравнений статики:

$$\sum M_B = 0, V_A \cdot l - P(l - z) = 0;$$

$$\sum M_A = 0, -V_B \cdot l + P \cdot z = 0,$$

отсюда

$$V_A = \frac{l - z}{l}; V_B = \frac{z}{l}.$$

Строим линии влияния балочных опорных реакций V_A и V_B (рисунок 1.18, б, в). Положительные ординаты откладываем вверх.

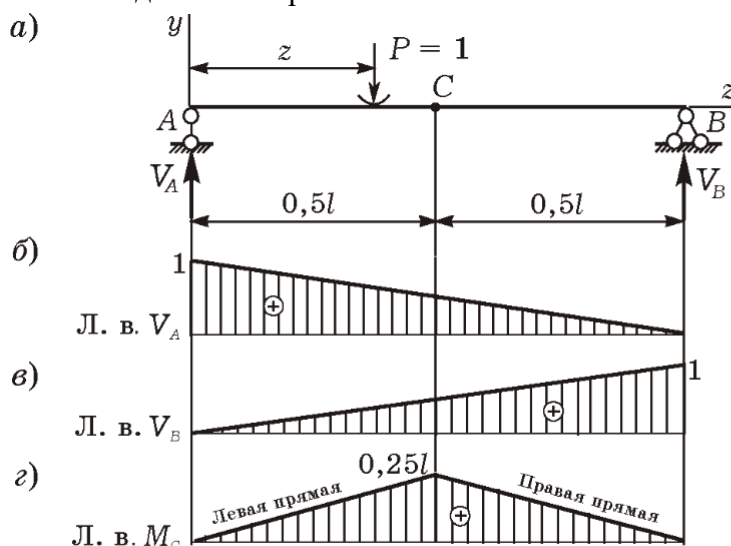


Рисунок 1.18

При перемещении груза от левой опоры к правой величина опорной реакции V_A уменьшается от единицы до нуля по линейному закону.

Для построения линии влияния изгибающего момента M_C необходимо рассмотреть два случая, когда груз находится левее и правее рассматриваемого сечения C . Результаты удобнее вести в табличной форме (таблица 1.1).

Изгибающий момент в середине пролета балки равен нулю при нахождении груза на опорах (рисунок 1.18, г) и достигает максимального значения, когда положение единичной силы совпадает с рассматриваемым сечением (при $z = 0,5 \cdot l$; $M_C = 0,25 \cdot l$).

Существует разница между эпюрой и линией влияния. При построении *эпюры*, определяются внутренние усилия в различных сечениях балки при неподвижной нагрузке, а при построении *линии влияния* определяется усилие в каком-то одном сечении при разных положениях единичной силы, действующей на систему.

Таблица 1

Груз $P = 1$ левее т. C ($z \leq l/2$)	Груз $P = 1$ правее т. C ($z \geq l/2$)
$M_C^{\text{прав}} = 0; -M_C + V_B \cdot 0,5 \cdot l = 0;$ $M_C = V_B \cdot 0,5 \cdot l = 0,5l$ (уравнение левой прямой) $M_C _{z=0} = 0; M_C _{z=0,5l} = 0,25l.$	$M_C^{\text{лев}} = 0; M_C - V_A \cdot 0,5 \cdot l = 0;$ $M_C = V_A \cdot 0,5 \cdot l = 0,5(l - z)$ (уравнение правой прямой) $M_C _{z=0,5l} = 0,25l; M_C _{z=l} = 0.$

Линии влияния при узловой передаче нагрузки.

В фермах нагрузка обычно передается на узлы посредством вспомогательных конструкций, например через настил и систему продольных и поперечных балок (рисунок 1.19).

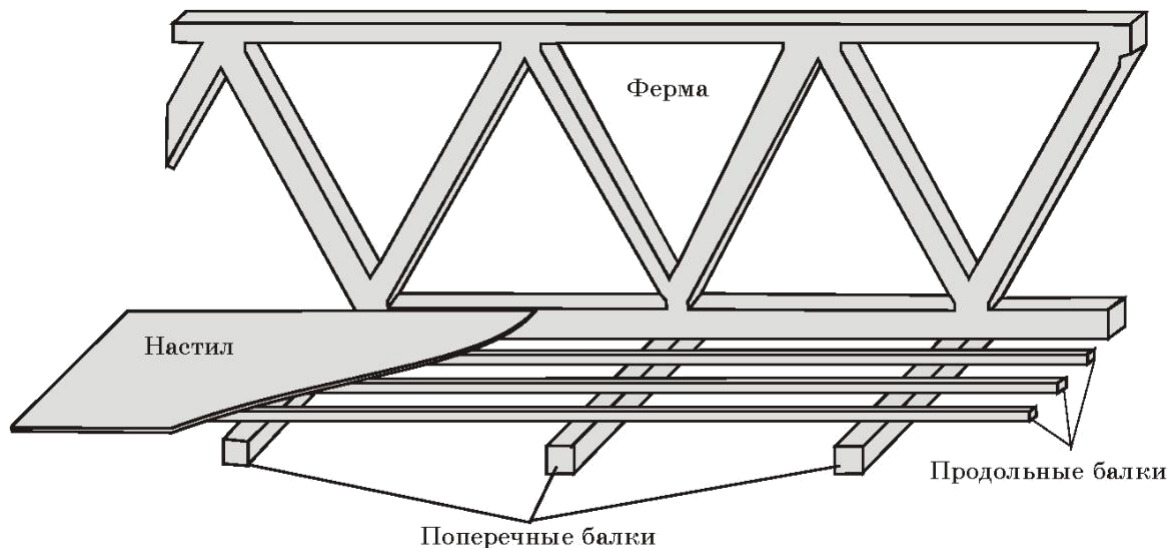


Рисунок 1.19

Пояс, по которому передвигается подвижная нагрузка, называется *грузовым*.

Для построения линий влияния в стержнях ферм применяют те же приемы, что и при определении усилий в них от действия неподвижной нагрузки (способ сечений, способ вырезания узлов). Необходимо только ввести координату единичной силы на грузовом поясе и проанализировать зависимость величины усилия в стержне от положения груза.

Линии влияния усилий в панелях верхнего и нижнего поясов фермы строятся, как правило, с помощью уравнений равновесия моментов. На протяжении рассеченной панели, по которой движется груз, проводится передаточная прямая, соединяющая проекции узлов фермы на линии влияния.

При построении линий влияния следует различать два вида сечений: *междуопорное* и *консольное*. Междуопорное сечение разделяет ферму на две части, в каждой из которых находится одна из опор. Консольное сечение также делит ферму на две части, причем одна из них свободна от опорных реакций. Способ построения линии влияния зависит от вида сечения.

Порядок построения линий влияния продольных сил в стержнях **междуопорной** части:

- 1) строят линии влияния опорных реакций;
- 2) проводят сечение не более чем через три стержня, в том числе и рассматриваемый;
- 3) составляют уравнения $\sum Y = 0$ или $\sum M = 0$ правой части фермы, когда груз $P = 1$ слева от сечения, и левой части, когда груз справа от сечения. При этом в уравнение должны входить только искомая продольная сила и одна из опорных реакций;
- 4) под узлами рассеченного стержня грузового пояса строят передаточную прямую, слева от передаточной прямой проводят левую прямую, справа - правую.

Порядок построения линий влияния продольных сил в стержнях **консоли**:

- 1) проводят сечение не более чем через три стержня, в том числе и рассматриваемый;
- 2) составляют уравнения $\sum Y = 0$ или $\sum M = 0$, когда груз $P = 1$ слева и справа от сечения, всегда рассматривая равновесие отсеченной консоли. Если используют уравнение моментов, то координату z груза отсчитывают от моментной точки;
- 3) под узлами рассеченного стержня грузового пояса строят передаточную прямую, слева от передаточной проводят левую прямую, справа - правую.

В качестве примера рассмотрим построение линий влияния опорных реакций и усилий в стержнях 1-2, 3-4 и 3-2 для фермы, изображенной на рисунке 1.20, а. Опорные реакции в балочной ферме совпадают с опорными реакциями соответствующей простой балки. Значит,

и линии влияния опорных реакций в ферме будут такие же, как в балке. На рисунке 1.20, б показаны линии влияния V_A и V_B .

Рассечем ферму сечением $I-I$ и поочередно рассмотрим равновесие ее левой и правой частей (рисунок 1.21).

Усилие в стержне 1-2 определяем из уравнения моментов относительно узла 3, где пересекаются оси двух других стержней. Продольную силу в стержне 3-4 получим, составляя уравнения равновесия моментов относительно точки 2. Проецируя силы на вертикальную ось y , получим продольное усилие в стержне 3-2. Все усилия выражаются через реакции опор, и линии влияния будут подобны линиям влияния соответствующих опорных реакций. Результаты сведем в таблицу 1.2.

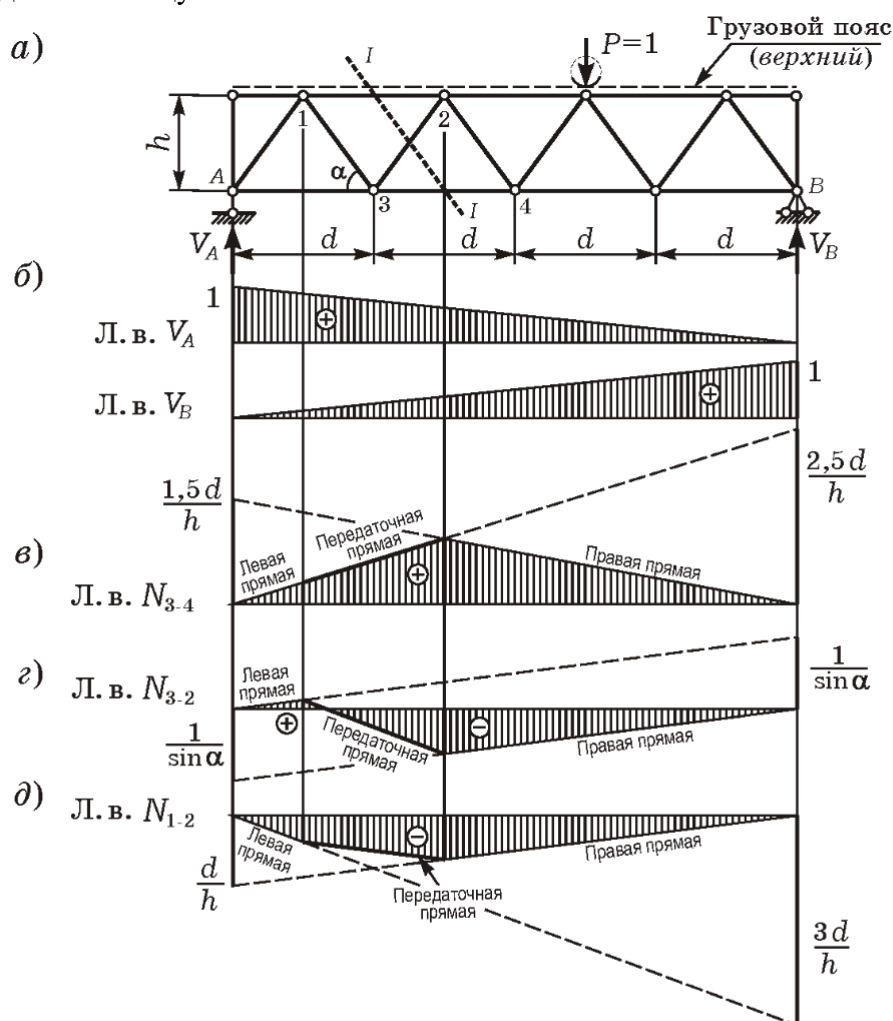


Рисунок 1.20

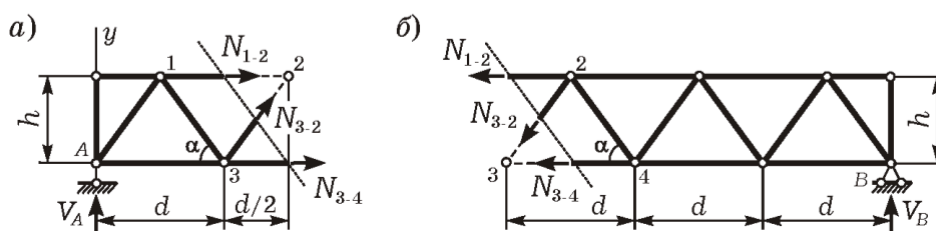


Рисунок 1.21

В общем случае, чтобы построить линии влияния, необходимо учитывать расположение грузового пояса, т. е. пояса, по которому перемещается подвижная нагрузка.

Таблица 2

Груз $P = 1$ левее сечения I-I	Груз $P = 1$ правее сечения I-I
$\sum M_2^{\text{прав}} = 0; V_B \cdot 2,5d - N_{3-4}h = 0;$ $N_{3-4} = \frac{2,5d}{h} V_B$ (уравнение левой прямой)	$\sum M_2^{\text{лев}} = 0; -V_A \cdot 1,5d + N_{3-4}h = 0;$ $N_{3-4} = \frac{1,5d}{h} V_A$ (уравнение правой прямой)
$\sum Y^{\text{прав}} = 0; V_B - N_{2-3} \sin \alpha = 0;$ $N_{2-3} = \frac{1}{\sin \alpha} V_B$ (уравнение левой прямой)	$\sum Y^{\text{лев}} = 0; V_A + N_{2-3} \sin \alpha = 0;$ $N_{2-3} = -\frac{1}{\sin \alpha} V_A$ (уравнение правой прямой)
$\sum M_3^{\text{прав}} = 0; V_B \cdot 3d + N_{1-2}h = 0;$ $N_{1-2} = -\frac{3d}{h} V_B$ (уравнение левой прямой)	$\sum M_3^{\text{лев}} = 0; -V_A \cdot d - N_{1-2}h = 0;$ $N_{1-2} = -\frac{d}{h} V_A$ (уравнение правой прямой)

Предположим, что грузовым является верхний пояс. Рассмотрим построение линии влияния. Для этого, согласно таблице 1.2, отложим над левой опорой величину $\frac{1,5d}{h}$ и построим скорректированную линию влияния опорной реакции V_A (штриховая линия на рисунке 1.20, в). Над правой опорой вверх отложим отрезок $\frac{2,5d}{h}$ и построим левую ветвь линии влияния N_{3-4} .

Проецируем узлы 1 и 2 на линии влияния и полученные точки соединяем прямой линией. Таким образом, линия влияния усилия N_{3-4} состоит из 3 участков: левее точки 1 справедливы уравнения для левой прямой, правее точки 2 справедливы уравнения для правой прямой, в пределах рассеченной грузовой панели 1-2 располагается передаточная прямая.

Аналогично строятся линии влияния усилий N_{2-3} и N_{1-2} (рисунок 1.20, г, д).

Рассмотрим движение нагрузки $P = 1$ по нижнему поясу (рисунок 1.22, а). Линии влияния опорных реакций будут такими же, как на рисунке 1.20, б, т. к. они не зависят от того, какой пояс грузовой.

Уравнение левой прямой справедливо левее точки 3, а уравнение правой прямой - правее точки 4. Проецируем эти узлы на линии влияния и соединяем полученные точки между собой передаточной прямой. Линии влияния для усилий в стержнях показаны на рисунке 1.22, в, г, д.

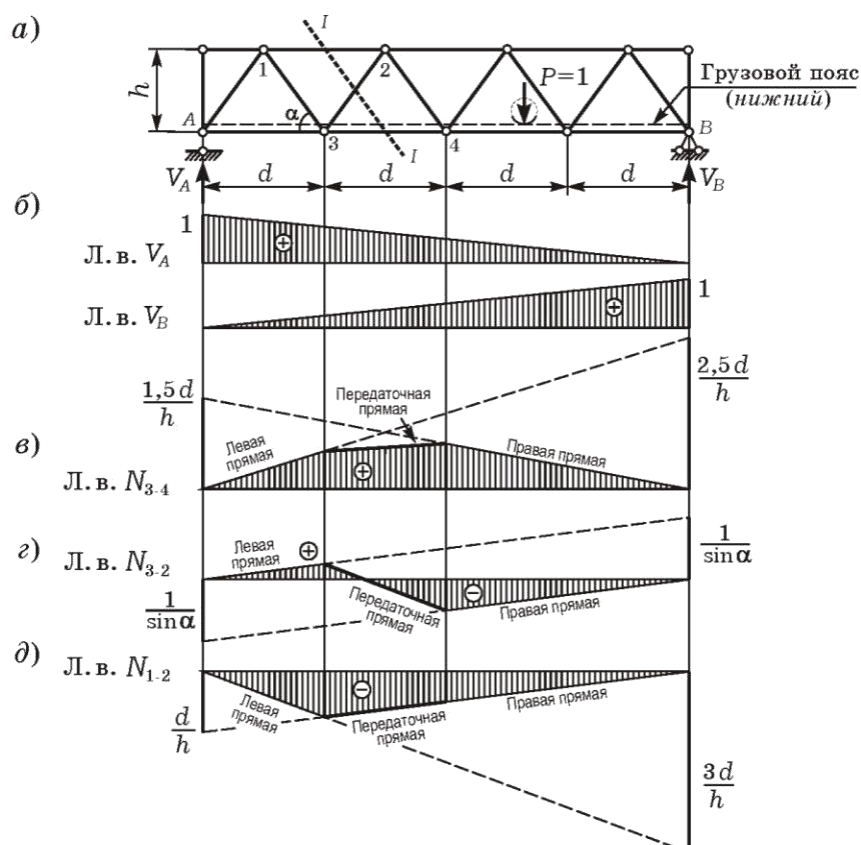


Рисунок 1.22

Вопросы:

1. Определение ферм.
2. Виды Ферм.
3. Построение линии влияния M .
4. Построение линии влияния Q .
5. Построение линии влияния опор.

Перечень основной литературы:

1. Глотов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

Практическое занятие 6

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Метод двух или нескольких сечений, Метод замкнутых сечений, Метод замены стержней.

Цель: научиться рассчитывать фермы на подвижную нагрузку

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положениями и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов ферм.

Теоретическая часть:

Определение усилий по линиям влияния

С помощью линий влияния можно определить усилия в стержнях фермы при действии неподвижной нагрузки.

Загружение сосредоточенными силами.

Пусть по грузовому поясу движется груз весом P . Тогда усилие в стержне

$$N = Py,$$

где y – ордината линии влияния под точкой приложения силы P .

Действительно, N – усилие, возникающее в стержне от действия приложенной в данной точке единичной силы. В силу линейности задачи, при увеличении нагрузки в P раз, усилие в стержне тоже возрастет во столько же раз.

Если грузовой пояс фермы загружен несколькими сосредоточенными силами (рисунок 1.23), то на основании принципа суперпозиции усилие в стержне будет определяться по формуле

$$N = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n = \sum_{i=1}^n P_i y_i$$

где y_i – ордината линии влияния под силой P_i , (см. рисунок 1.23), взятая со своим знаком. При этом для нагрузок, направленных вниз, произведение берется со знаком, совпадающим со знаком ординаты линии влияния.

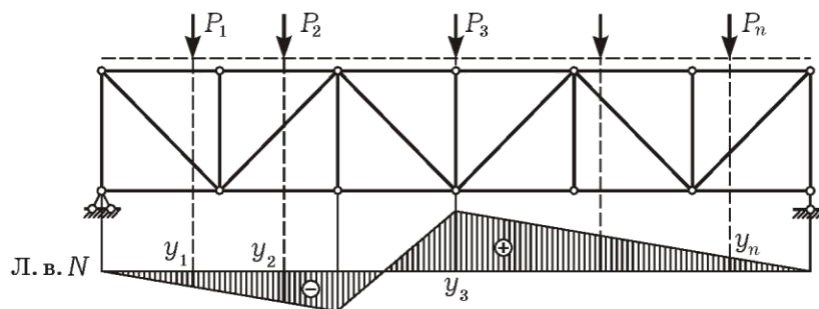


Рисунок 1.23

Загружение распределенной нагрузкой.

Пусть на участке длиной L грузового пояса действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q .

Во избежание недоразумений подчеркнем, что здесь, как ранее, так и далее, считается, что нагрузка приложена к вспомогательным конструкциям, а с них - передается на узлы фермы. В этом случае усилие в стержне фермы определяется по формуле

$$N = q\omega,$$

где ω – площадь, ограниченная линией влияния под зоной действия нагрузки q .

Действительно, выделим в зоне действия нагрузки q участок бесконечно малой длиной dz (рисунок 1.24). Элементарная равнодействующая сила, действующая на ферму, с этого участка составляет

$$dF = q \cdot dz,$$

а усилие, возникающее от ее действия в стержне,

$$dN = dF \cdot y(z) = q \cdot dz \cdot y(z).$$

Для того чтобы найти усилие в стержне от действия всей нагрузки, необходимо проинтегрировать dN по длине:

$$N = \int_L dN = \int_L qy(z)dz = q \int_L y(z)dz = q\omega.$$

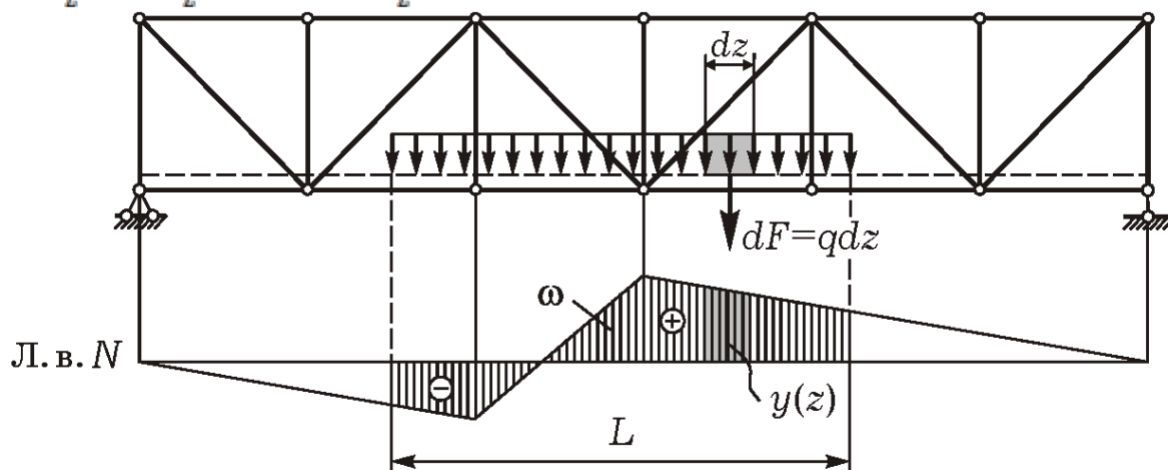


Рисунок 1.24

Площадь необходимо определять с учетом знака, т. е. часть площади ω снизу от горизонтальной оси берется со знаком минус.

Примеры расчетов ферм на подвижную нагрузку

ПРИМЕР 1. Для фермы, показанной на рисунке 2.10, требуется построить линии влияния опорных реакций и продольных сил в стержнях 2-3, 2-8, 7-8, 3-8, 8-9. Груз движется по верхнему поясу.

Линии влияния опорных реакций в ферме будут такими же, как в балке (рисунок 2.10, б).

Рассечем ферму сечением $I-I$ и поочередно рассмотрим равновесие ее левой и правой частей (таблица 2.1).

Усилие в стержне 3-2 определяем из уравнения моментов относительно узла 8, где пересекаются оси двух других стержней. Продольную силу в стержне 8-7 получим, составляя уравнения равновесия моментов относительно точки 2. Спроецировав силы на вертикальную ось V , определим продольное усилие в стержне 8-2.

Все усилия выражаются через реакции опор, и линии влияния соответствующих ветвей (правой и левой прямых) будут подобны линиям влияния соответствующих опорных реакций.

Левую прямую проводим левее узла 2, правую прямую – правее узла 3. На линии влияния проецируем узлы 2, 3 и соединяем переходной прямой. Из подобия вычисляем характерные координаты линий влияния.

Проведем сечение $II-II$ (таблица 2.2).

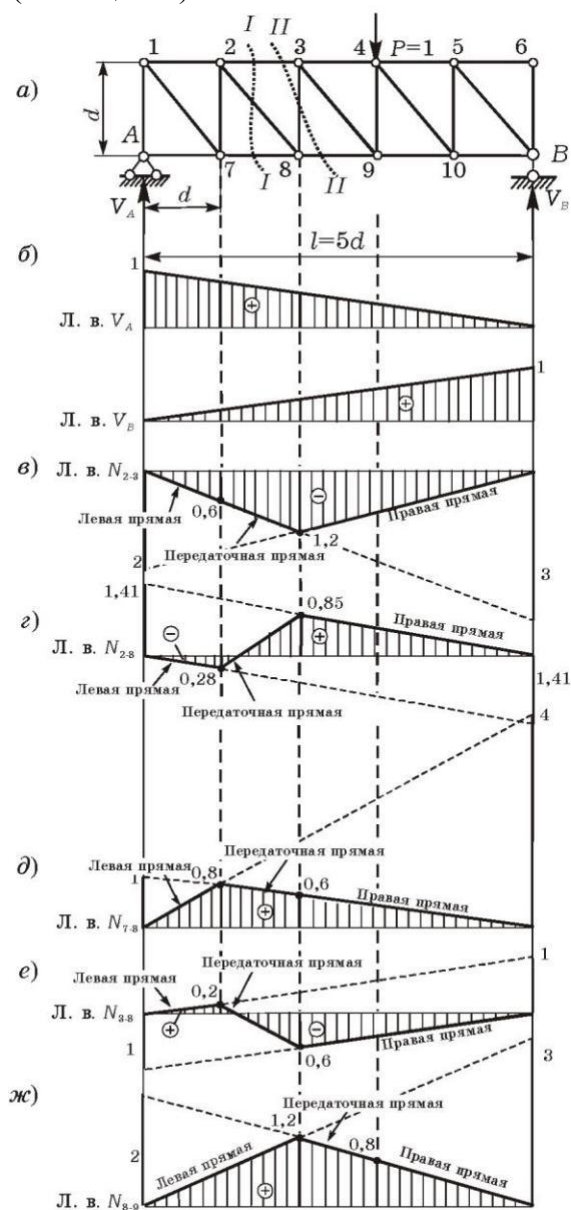


Рисунок 2.10

Таблица 2,1

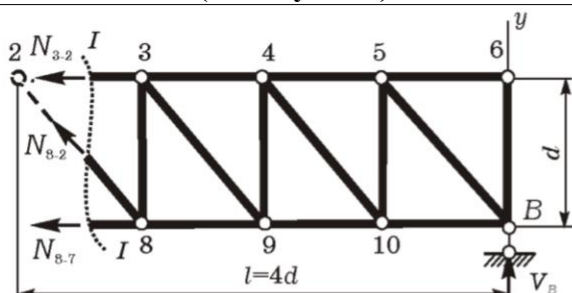
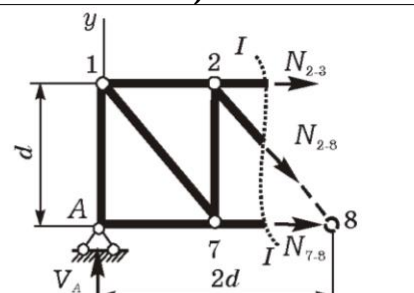
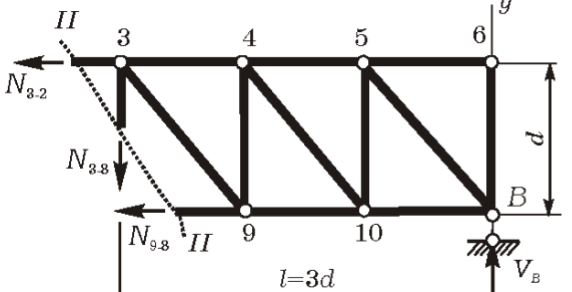
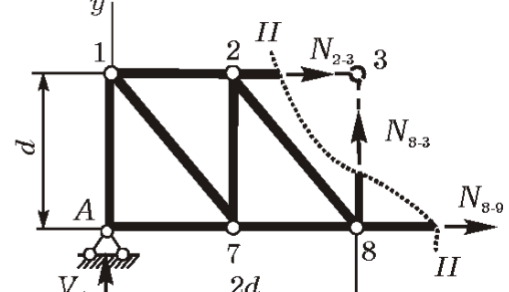
Груз $P = 1$ левее сечения I-I (левее узла 2)	Груз $P = 1$ правее сечения I-I (правее узла 3)
	
$\sum M_8^{\text{прав}} = 0; N_{3-2}d + V_B \cdot 3d = 0;$ $N_{3-2} = -3V_B$ уравнение левой прямой	$\sum M_8^{\text{лев}} = 0; -N_{2-3}d - V_A \cdot 2d = 0;$ $N_{2-3} = -2V_A$ уравнение правой прямой
$\sum M_2^{\text{прав}} = 0; -N_{8-7}d + V_B \cdot 4d = 0;$ $N_{8-7} = 4V_B$ уравнение левой прямой	$\sum M_2^{\text{лев}} = 0; N_{7-8}d - V_A \cdot d = 0;$ $N_{7-8} = V_A$ уравнение правой прямой
$\sum Y^{\text{прав}} = 0; N_{8-2} \sin \alpha + V_B = 0;$ $N_{8-2} = -\frac{V_B}{\sin \alpha} = -\frac{V_B}{0,707} = -1,41 \cdot V_B$ уравнение левой прямой	$\sum Y^{\text{лев}} = 0; -N_{2-8} \sin \alpha + V_A = 0;$ $N_{2-8} = \frac{V_A}{\sin \alpha} = \frac{V_A}{0,707} = 1,41 \cdot V_A$ уравнение правой прямой

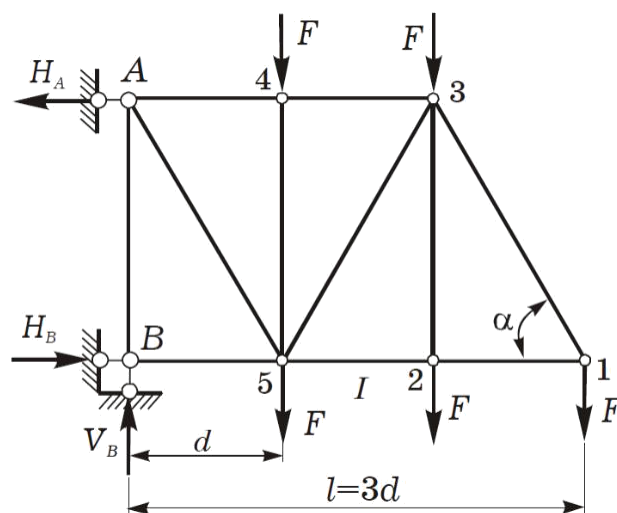
Таблица 2,2

Груз $P = 1$ левее сечения II-II	Груз $P = 1$ правее сечения II-II
	
$\sum M_3^{\text{прав}} = 0; -N_{9-8}d + V_B \cdot 3d = 0;$ $N_{9-8} = 3V_B$ (уравнение левой прямой)	$\sum M_3^{\text{лев}} = 0; N_{9-8}d - V_A \cdot 2d = 0;$ $N_{9-8} = 2V_A$ (уравнение правой прямой)
$\sum Y^{\text{прав}} = 0; -N_{3-8} + V_B = 0;$ $N_{3-8} = V_B$ (уравнение левой прямой)	$\sum Y^{\text{лев}} = 0; N_{3-8} + V_A = 0;$ $N_{3-8} = -V_A$ (уравнение правой прямой)

Усилие в стержне 3-8 находим из уравнения проекций всех сил на вертикальную ось. Приняв за моментную точку узел 3, определим усилие в стержне 9-8. Так как грузовым поясом является верхний, то правую прямую проводим правее узла 3, левую – левее узла 2. Проекции узлов на линию влияния соединяем переходной прямой.

Заметим, что вид линии влияния усилия в стержне 3-8 зависит от положения грузового пояса. Передаточная прямая в этом случае распространяется в пределах рассеченной панели грузового пояса.

ПРИМЕР 2. Для расчетной схемы фермы



требуется: а) построить линии влияния в стержнях 3-4, 3-5, 2-5; б) при помощи линий влияния определить значения N_{3-5} , N_{3-4} , N_{2-4} от действия узловых сосредоточенных нагрузок ($F = 450 \text{ кН}$) (рисунок 2.11). Груз движется по нижнему поясу.

Построение линий влияния в стержнях консольных ферм имеет некоторые особенности.

Для построения линии влияния усилия в стержне 3-4, изображенной на рисунке 2.11, *а*, рассмотрим равновесие части консоли справа от сечения *I-I*, полагая, что на ней находится груз $P = 1$. Систему координат свяжем с узлом 2, ось y направим вверх, z - вправо. Составим уравнения равновесия правой части фермы. Результаты вычислений сведем в таблицу 2.3.

Таблица 2,3

Груз $P = 1$ левее сечения I-I (левее узла 5)	Груз $P = 1$ правее сечения I-I (правее узла 2)
$\sum M_5^{\text{прав}} = 0;$ $N_{3-4} = 0.$ (уравнение левой прямой)	$\sum M_5^{\text{прав}} = 0; N_{3-4} \cdot d - P(z + d) = 0;$ $N_{3-4} = \frac{P(z + d)}{d} = \frac{z}{d} + 1$ (уравнение правой прямой) $N_{3-4} _{z=0} = 1; N_{3-4} _{z=d} = 2.$
$\sum M_3^{\text{прав}} = 0;$ $N_{2-5} = 0.$ (уравнение левой прямой)	$\sum M_3^{\text{прав}} = 0; -N_{2-5} \cdot d - Pz = 0;$ $N_{2-5} = -\frac{Pz}{d} = -\frac{z}{d}$ (уравнение правой прямой) $N_{2-5} _{z=0} = 0; N_{2-5} _{z=d} = -1.$
$\sum Y^{\text{прав}} = 0; -N_{3-5} \sin \alpha = 0;$ $N_{3-5} = 0$ (уравнение левой прямой)	$\sum Y^{\text{лев}} = 0; -N_{3-5} \sin \alpha - P = 0;$ $N_{3-5} = -\frac{P}{\sin \alpha} = -\frac{1}{\sin \alpha} = -1,155$ (уравнение правой прямой)

При нахождении груза левее узла 5 правая часть фермы будет не нагруженной, поэтому рассеченные стержни станут нулевыми.

Спроецируем узлы 2 и 5 на линии влияния. Полученные таким образом точки соединим передаточной прямой. Линии влияния показаны на рисунке 2.11, б.

Используя линии влияния, вычислим усилия в стержнях от заданной нагрузки. Для этого значение силы умножим на ординату линии влияния под ней (с учетом знака) и полученные произведения сложим:

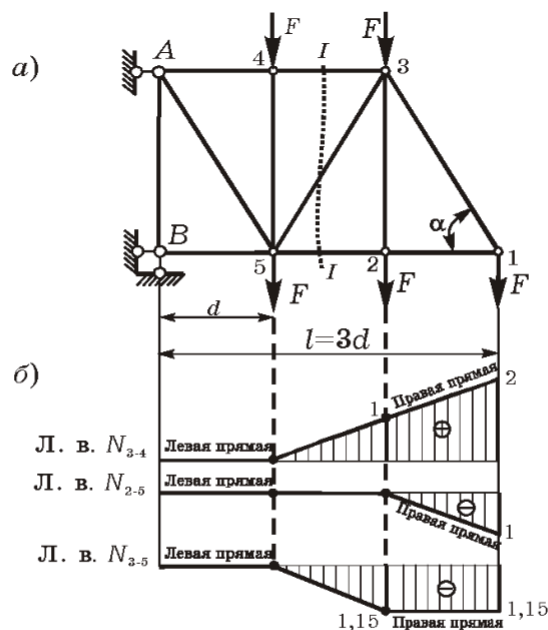


Рисунок 2.11

$$N_{2-5} = F \cdot (-1) = -450 \text{ кН};$$

$$N_{3-4} = F \cdot 1 + F \cdot 1 + F \cdot 2 = 4F = 4 \cdot 450 = 1800 \text{ кН};$$

$$N_{3-5} = -F \cdot 1,155 - F \cdot 1,155 - F \cdot 1,155 = -3,465F = -3,465 \cdot 450 = -1559 \text{ кН}.$$

Вопросы:

1. Понятие линии влияния.
2. Построение линии влияния опор.
3. Построение линии влияния M .
4. Построение линии влияния Q .
5. Отличия линии влияния от эпюр.

Перечень основной литературы:

1. Глотов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке.

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

Практическое занятие 7

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Понятие грузового пояса, Построение линии влияния опорных реакций.

Цель: научиться рассчитывать трехшарнирные арки.

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положениями и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов трехшарнирных арок и рам.

Теоретическая часть:

Расчет трехшарнирной арки.

Требуется определить изгибающий момент M , поперечную силу Q и продольную силу N в сечении K арки (рис 3.3), пролетом $l = 30$ м, очерченной по параболе $y = \frac{4f}{l^2}x(l-x)$.

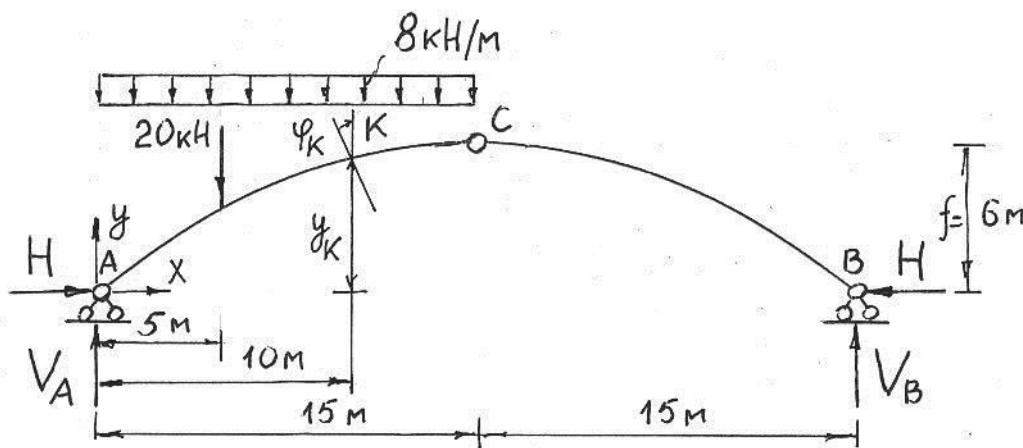


Рис.3.3

1. Определение опорных реакций.

Вертикальные составляющие опорных реакций V_A и V_B находим, составляя уравнения равновесия арки:

- 1) $\sum M_A = 0, 20 \cdot 5 + 8 \cdot 15 \cdot 7,5 - V_B \cdot 30 = 0, V_B = 33,3$ кН,
- 2) $\sum M_B = 0, V_A \cdot 30 - 20 \cdot 25 - 8 \cdot 15 \cdot 22,5 = 0, V_A = 106,6$ кН,

Проверка $\sum y = 0,33,3 - 20 - 8 \cdot 15 + 106,6 = 0$.

Вычисляем распор на правой опоре, рассматривая равновесие правой половины арки (выбираем ту часть на которой меньше действующих сил).

$$2) \sum M_c^{\text{прав}} = 0, H \cdot 6 - 33,3 \cdot 15 = 0, H = 83,3 \text{ кН.}$$

Распоры на обеих опорах одинаковы, так как на арку действует только вертикальная нагрузка.

2. Вычисление балочных изгибающего момента и поперечной силы для сечения K .

$$M_K^0 = 106,6 \cdot 10 - 20 \cdot 5 - 8 \cdot 10 \cdot 5 = 666 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$Q_K^0 = 106,6 - 20 - 8 \cdot 10 = 6,6 \text{ кН.}$$

3. Вычисление внутренних усилий в сечении K .

Вычислим вначале значения, и формулам $\sin \varphi_K$ и $\cos \varphi_K$, необходимые для вычислений по (3.6 – 3.8)

$$tg \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{l^2} x(l-x) = \left(\frac{4f}{l^2} (lx - x^2) \right)' = \frac{4f}{l^2} (l - 2x),$$

$$tg \varphi_K = \frac{4 \cdot 6}{30^2} (30 - 2 \cdot 10) = 0,2666.$$

Согласно тригонометрическим тождествам:

$$\sin \varphi = \frac{tg \varphi}{\sqrt{1 + (tg \varphi)^2}};$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + (tg \varphi)^2}};$$

$$\sin \varphi_K = \frac{0,2666}{\sqrt{1 + 0,2666^2}} = 0,2576,$$

$$\cos \varphi_K = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,2666^2}} = 0,9662.$$

$$y_K = \frac{4f}{l^2} x(l-x) = \frac{4 \cdot 6}{30^2} 10(30-10) = 5,33 \text{ м.}$$

$$M_K = M_K^0 - H \cdot y_K = 666 - 83,3 \cdot 5,33 = 222,0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$Q_K = Q_K^0 \cos \varphi_K - H \sin \varphi_K = 6,6 \cdot 0,9662 - 83,3 \cdot 0,2576 = -15,08 \text{ кН.}$$

$$N_K = -(Q_K^0 \sin \varphi_K + H \cos \varphi_K) = -(6,6 \cdot 0,2576 + 83,3 \cdot 0,9662) = -82,18 \text{ кН.}$$

Вопросы:

1. Определение реакций опор арок.
2. Построение линии влияния опор.
3. Построение линии влияния M .
4. Построение линии влияния Q .

Перечень основной литературы:

1. Глотов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

Практическое занятие 8

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Построение линии влияния усилия.

Цель: научиться рассчитывать трехшарнирные рамы

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положениями и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов трехшарнирных арок и рам.

Теоретическая часть:

Требуется найти изгибающий момент M , поперечную силу Q и продольную силу N в заданных сечениях трехшарнирной рамы 1, 2 и 3 (Рис.3.4).

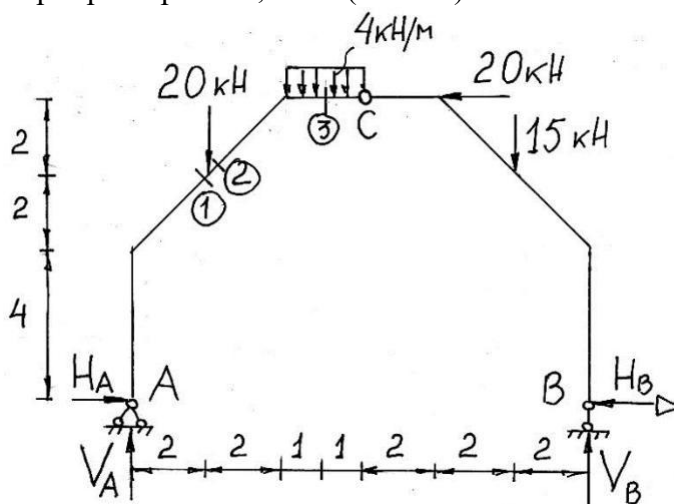


Рис.3.4

Вычисляют опорные реакции.

1) $\sum M_A = 0;$

$$20 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 5 - 20 \cdot 8 + 15 \cdot 10 - V_B \cdot 12 = 0,$$

$$V_B = \frac{40 + 40 - 160 + 150}{12} = 5,83 \text{ кН.}$$

2) $\sum M_B = 0;$

$$V_A \cdot 12 - 20 \cdot 10 - 4 \cdot 2 \cdot 7 - 20 \cdot 8 - 15 \cdot 2 = 0,$$

$$V_A = \frac{200 + 56 + 160 + 30}{12} = 37,17 \text{ кН.}$$

Из равновесия правой половины рамы находим распор H_B

$$3) \sum M_{\text{с}}^{\text{прав}} = 0; 15 \cdot 4 - H_B \cdot 8 - 5,83 \cdot 6 = 0; H_B = -3,25 \text{ кН.}$$

Знак минус означает, что реакция H_B направлена в сторону, противоположную первоначально заданной. Удобно показать правильное направление полученного распора (показано стрелкой вправо) и знак минус в дальнейших расчетах не учитывать.

Из равновесия рамы в целом находят распор H_A .

$$4) \sum x = 0;$$

$$H_A - 20 + 3,25 = 0, H_A = 16,75 \text{ кН.}$$

Сечения 1 и 2 находятся в непосредственной близости от силы 20 кН слева и справа соответственно.

Значения изгибающего момента в этих сечениях одинаковы, так как сила 20 кН в вычислении этого момента не участвует. Проще всего вычислить этот момент, рассматривая левую часть арки относительно этих сечений.

$$M_1 = M_2 = 37,17 \cdot 2 - 16,75 \cdot 6 = -26,16 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Поперечные и продольные силы в сечениях 1 и 2 разные

Проектируя все силы слева от сечения на нормаль к оси рамы, получаем поперечную силу Q . (Проекцию всех левых сил, направленную вверх принято считать положительной). Угол наклона оси в сечениях 1 и 2 равен 45° .

Проецируя все силы слева от сечения на ось рамы, получаем продольную силу.

(Проекцию всех левых сил, направленных в сторону сечения (сжатие) принято считать отрицательной)

$$Q_1 = V_A \cdot \cos 45 - H_A \cdot \cos 45 = 37,17 \cdot 0,707 - 16,75 \cdot 0,707 = 14,44 \text{ кН.}$$

$$Q_2 = V_A \cdot \cos 45 - H_A \cdot \cos 45 - 20 \cdot \cos 45 = 37,17 \cdot 0,707 - 16,75 \cdot 0,707 - 20 \cdot 0,707 = 0,30 \text{ кН.}$$

$$N_1 = -V_A \cdot \cos 45 - H_A \cdot \cos 45 = -37,17 \cdot 0,707 - 16,75 \cdot 0,707 = -28,58 \text{ кН.}$$

$$N_2 = -V_A \cdot \cos 45 - H_A \cdot \cos 45 - 20 \cdot \cos 45 = -37,17 \cdot 0,707 - 16,75 \cdot 0,707 + 20 \cdot 0,707 = -14,44 \text{ кН.}$$

В сечении 3 значения расчетных усилий определяется также

$$M_3 = V_A \cdot 5 - H_A \cdot 8 - 20 \cdot 3 - q \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 37,17 \cdot 5 - 16,75 \cdot 8 - 20 \cdot 3 - 4 \cdot 1 \cdot 0,5 = 10,15 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$Q_3 = V_A = 37,17 - 20 - 4 \cdot 1 = 13,17 \text{ кН.}$$

$$N_3 = -H_A = -16,75 \text{ кН.}$$

Вопросы:

1. Определение реакций опор рам.
2. Построение линии влияния опор.
3. Построение линии влияния M .
4. Построение линии влияния Q .

Перечень основной литературы:

1. Глотов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

Практическое занятие 9

Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

Фермы с простой решеткой, Шпренгельные фермы.

Цель: Определение кривой давления.

Знать: основные положения строительной механики; расчетные методы строительной механики; методы, расчета устойчивости и динамики сооружений, методики разработки расчетных схем, методики разработки статистического и кинематического анализа.

Уметь: самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики; применять теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью жесткость строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений; определять с необходимыми точностью и надежностью устойчивость отдельных строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.

Владеть: основными положения и расчетными методами строительной механики; методами расчета устойчивости; методами расчета динамики сооружений; методами расчета строительных конструкций; способностью определять различные виды нагрузок.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов трехшарнирных арок и рам.

Теоретическая часть:

Кривая давления. Рациональная ось арки

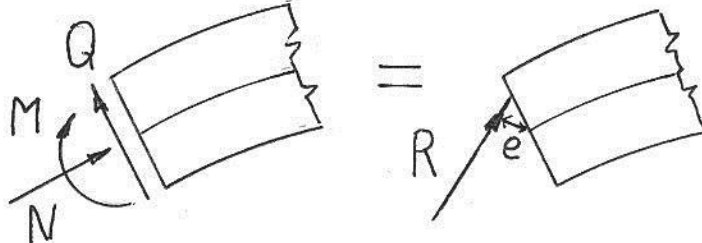


Рис.3.5

Три усилия в каждом сечении арки M , Q и N статически эквивалентны одной равнодействующей R , приложенной с эксцентриситетом e относительно оси арки (рис.3.5).

Направление и величина равнодействующей опорной реакции на любой из опор определяется как векторная сумма H и V (рис.3.6a)

$$R_A = H + V_A \text{ и } R_B = H + V_B \quad (9.3)$$

Далее величины и направления промежуточных равнодействующих можно определить из силового многоугольника (рис.3.6b)

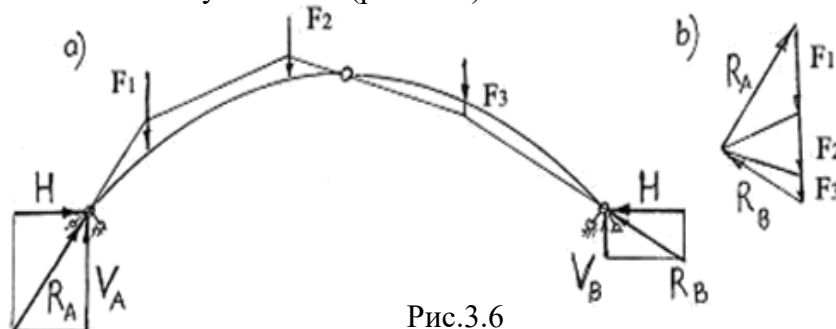


Рис.3.6

Линия, соединяющая точки приложения равнодействующих в сечениях арки называют **многоугольником давления**. При действии на арку распределенной нагрузки многоугольник давления превращается в **кривую давления**.

Очертание многоугольника (кривой) давления повторяет очертание эпюры изгибающих моментов: чем дальше уходит равнодействующая от оси арки, чем больше ее эксцентриситет, тем больше и изгибающий момент.

Если ось арки совпадает с многоугольником давления, то в арке не возникают ни изгибающие моменты, ни поперечные силы. Такое очертание оси арки называют **рациональным**. В этом случае при действии вертикальной нагрузки арка оказывается сжатой во всех сечениях.

Выясним, какое очертание должна иметь арка при действии на нее равномерно распределенной нагрузки? (рис.3.7)

Очертание будет рациональным, если в каждом сечении изгибающий момент будет равен нулю, т.е.

$$M = M_0 - H \cdot y = 0$$

$$y = \frac{M_0}{H}. (10.3)$$

Следовательно, если арка будет иметь очертание, совпадающее с очертанием балочной эпюры изгибающих моментов от действующей на нее нагрузки, то оно будет рациональным.

Уравнение для вычисления изгибающего момента в балке под равномерно распределенной нагрузкой имеет вид квадратной параболы:

$$M^0 = V_A x - \frac{qx^2}{2} = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} = \frac{q}{2}x(l-x)$$

Вопросы:

1. Что называют многоугольником давления.
2. Какое очертание оси арки называют рациональным.
3. Построение линии влияния M .
4. Построение линии влияния Q .
5. Отличия линии влияния от эпюр.

Перечень основной литературы:

1. Глотов, В.А. Строительная механика и металлические конструкции машин / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. – 95 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4475-5266-4. – DOI 10.23681/426940. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы:

1. Старцева, Л.В. Строительная механика в примерах и задачах / Л.В. Старцева, В.Г. Архипов, А.А. Семенов. – Москва : Издательство АСВ, 2014. – 222 с. : ил., табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=274344>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-93093-985-9. – Текст : электронный.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «**Строительная механика**»
для студентов направления подготовки 08.03.01 Строительство
направленность (профиль) «Строительство зданий и сооружений»

Пятигорск, 2026

Содержание

Введение	
Лабораторное занятие 1.....	
Лабораторное занятие 2.....	
Лабораторное занятие 3.....	
Лабораторное занятие 4.....	
Лабораторное занятие 5.....	
Лабораторное занятие 6.....	
Лабораторное занятие 7.....	
Лабораторное занятие 8.....	
Лабораторное занятие 9.....	
Лабораторное занятие 10.....	
Лабораторное занятие 11.....	
Лабораторное занятие 12.....	
Лабораторное занятие 13.....	
Лабораторное занятие 14.....	
Лабораторное занятие 15.....	
Лабораторное занятие 16.....	
Лабораторное занятие 17.....	
Лабораторное занятие 18.....	
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	

Введение

Целью методических указаний по изучению дисциплины является закрепление и углубление знаний, полученных при изучении теоретического материала по дисциплине «Строительная механика».

Целью проведения практических занятий является:

- Обобщение, систематизация, закрепление полученных теоретических знаний по темам конкретным требованиям дисциплины
- Формирование умений применять полученные знания на практике
- Выработка оптимальных решений при решении практических задач предметной области

Ведущей целью практических занятий по дисциплине Сопротивление материалов является формирование профессиональных компетенций и умений – выполнение определенных действий, необходимых в предметной области.

Методические указания призваны обеспечить эффективность самостоятельной работы студентов с литературой, на основе рациональной организации

ее изучения, облегчить подготовку студентов к сдаче экзамена, сориентировать их в направлении изучения материала по поставленным вопросам, дать возможность отработать навыки составления и оформления различных видов документов, как под контролем преподавателя, так и самостоятельно.

Перед подготовкой к занятию студенты должны ознакомиться с планом практического занятия, а также с учебной программой по данной теме что поможет студенту сориентироваться при проработке вопроса и правильно составить план ответа. Следующий этап – изучение конспекта лекций, разделов учебников, ознакомление с дополнительной литературой, рекомендованной к занятию. Студенты должны готовить краткий конспект ответов на все вопросы, знать определения основных категорий.

Разработано для очной формы обучения.

Лабораторное занятие 1

Тема 1. Общие понятия и определения.

Сооружения и их элементы;

Цель: дать студенту знания в области основ кинематики.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

общие теоремы динамики

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы заключается в применении знаний в области кинематики на практике.

Теоретическая часть:

Классификация движения точки:

1. Если в течение некоторого времени $a_{\tau} = 0$ и $a_n = 0$, то точка движется равномерно и прямолинейно;

2. Если в течение некоторого времени $a_{\tau} \neq 0$ и $a_n = 0$, то точка движется неравномерно и прямолинейно;

3. Если в течение некоторого времени $a_{\tau} = 0$ и $a_n \neq 0$, то точка движется равномерно и криволинейно;

4. Если в течение некоторого времени $a_{\tau} \neq 0$ и $a_n \neq 0$, то точка движется неравномерно и криволинейно.

Виды движения твердого тела:

1. *Простейшие движения твердого тела:*

а. *Поступательное движение:* любой отрезок тела перемещается параллельно самому себе;

б. *Вращательное движение вокруг неподвижной оси:* две точки, неразрывно связанные с телом, остаются неподвижны;

2. *Плоскопараллельное (плоское) движение:* каждая точка тела движется в одной и той же плоскости;

3. *Сферическое движение:* одна точка, неразрывно связанная с телом, остается неподвижна;

4. *Свободное движение:* любое перемещение тела ничем не ограничено.

Плоскопараллельное (плоское), сферическое и свободное движения являются совокупностью простейших движений.

При **поступательном движении** все точки тела описывают одинаковые (при наложении совпадающие) траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения.

При поступательном движении кинематическими характеристиками тела являются линейная скорость и линейное ускорение этого тела

При **вращательном движении** для определения положения вращающегося тела используют понятие *угла поворота тела* φ (рисунок 5). Угол поворота связан со временем зависимостью, называемой уравнением вращательного движения

$$\varphi = f(t).$$

Кинематическими характеристиками вращательного движения являются *угловая скорость* ω и *угловое ускорение* ε .

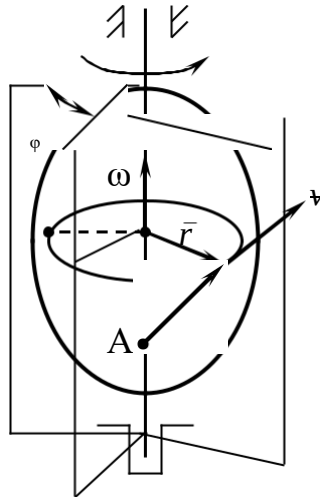


Рисунок 5.

Угловая скорость тела равна первой производной по времени от угла поворота тела

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Вектор угловой скорости направлен по оси вращения тела в ту сторону, откуда вращение видно происходящим против хода часовой стрелки.

Угловое ускорение тела равно первой производной от его угловой скорости или второй производной от угла поворота тела по времени

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Вектор углового ускорения направлен по оси вращения в ту же сторону, что и вектор угловой скорости, когда вращение ускоренное, и в обратную сторону, когда вращение замедленное.

Величина скорости точки вращающегося тела равна произведению угловой скорости на расстояние от точки до оси вращения

$$v = \omega \cdot OM$$

Вектор скорости точки вращающегося тела направлен перпендикулярно прямой, соединяющей эту точку с осью вращения, и перпендикулярно самой оси вращения и определяется по формуле Эйлера

$$\mathbf{v} = \vec{\omega} \cdot \vec{r},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из любой точки, лежащей на оси вращения, к рассматриваемой точке твердого тела.

Полное ускорение точки вращающегося тела разлагается на две составляющие: *вращательное* (a_ε) и *осеостремительное* (a_ω), и его величина равна корню квадратному из суммы квадратов этих составляющих

$$a = \sqrt{a_\varepsilon^2 + a_\omega^2}.$$

Вращательное ускорение направлено в ту же сторону, что и скорость, когда движение ускоренное и в обратную сторону, когда движение замедленное.

Величина вращательного ускорения точки равна произведению углового ускорения тела на расстояние от точки до оси вращения

$$a_\varepsilon = \varepsilon \cdot OM.$$

В векторной форме: $\mathbf{a}_\varepsilon = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}.$

Осестремительное ускорение направлено к оси вращения. Величина осестремительного ускорения точки равна произведению квадрата угловой скорости тела на расстояние от точки до оси вращения

$$a_{\omega} = \omega^2 \cdot OM.$$

В векторной форме: $\vec{a}_{\omega} = \vec{\omega} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{r})$.

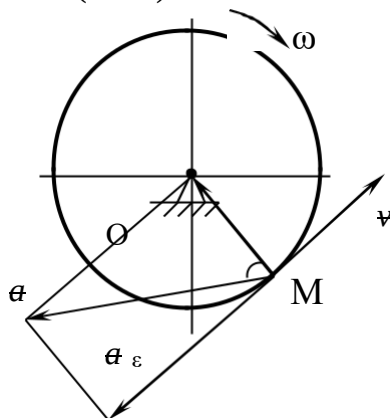


Рисунок 6. Направление векторов скорости и ускорений при замедленном движении вращающегося тела.

Вектор полного ускорения любой точки вращающегося тела направлен под углом φ к прямой, соединяющей эту точку с осью вращения. Тангенс этого угла равен отношению углового ускорения тела к квадрату его угловой скорости

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\varepsilon}{\omega^2}.$$

При **плоскопараллельном (плоском) движении**:

Всякое непоступательное перемещение плоской фигуры в ее плоскости может быть осуществлено как совокупность простейших движений: *поступательного* вместе с выбранной точкой фигуры, называемой полюсом и *вращения* вокруг оси, проходящей через полюс.

Кинематическими характеристиками являются мгновенная угловая скорость ω , мгновенное угловое ускорение ε плоской фигуры, линейная скорость и линейное ускорение, точки выбранной за полюс.

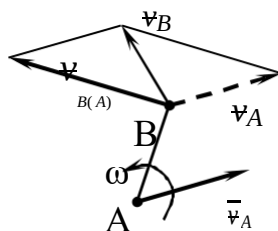


Рисунок 7. Определение скоростей точек плоской фигуры.

Формула распределения скоростей точек при плоском движении (рисунок 7):

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B(A)},$$

где v_A – скорость полюса A;

v_B – скорость любой точки B;

$v_{B(A)}$ – скорость, которую получает точка B при вращении плоской фигуры вокруг полюса A;

$$v_{A(B)} = \omega \cdot AB;$$

Вектор скорости $v_{B(A)}$ перпендикулярен прямой AB.

Скорость любой точки B плоской фигуры геометрически складывается из скорости какой-нибудь другой точки A , принятой за полюс, и скорости, которую точка B получает при вращении фигуры вокруг этого полюса.

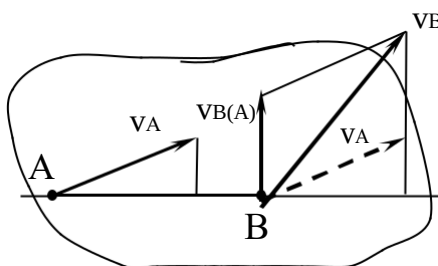


Рисунок 8.

Для определения скоростей плоской фигуры используют наиболее простой и удобный метод, основанный на **теореме о проекциях скоростей двух точек тела**: проекции скоростей двух точек на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу (рисунок 8)

$$v_B \cos \beta = v_A \cos \alpha.$$

Другой простой и наглядный способ определения скоростей точек плоской фигуры (или тела при плоском движении) основан на понятии о *мгновенном центре скоростей*.

Мгновенный центр скоростей – точка, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Скорость точек плоской фигуры равна произведению мгновенной угловой скорости фигуры (ω , рад/с) на расстояние от точки до МЦС (рисунок 9, а)

$$v_A = \omega \cdot PA,$$

где PA – расстояние от МЦС (т.Р) до точки A .

Вектор скорости плоской фигуры *направлен перпендикулярно прямой*, соединяющей эту точку с МЦС, и лежит в плоскости фигуры.

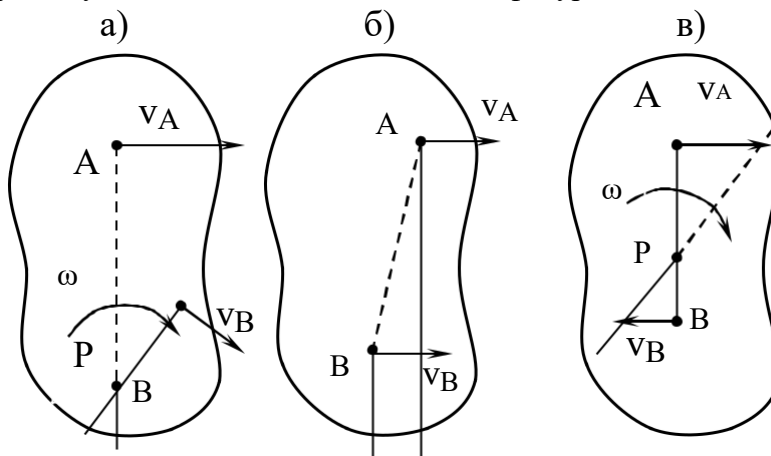


Рисунок 9. Нахождение мгновенного центра скоростей.

Отношение величин скоростей точек плоской фигуры к расстоянию от этих точек до МЦС является величиной постоянной для всех точек плоской фигуры и равно мгновенной угловой скорости фигуры (рисунок 9, а и в)

$$\frac{v_A}{AP} = \frac{v_B}{BP} = \dots = \omega.$$

Для определения МЦС необходимо к известным векторам скоростей двух точек, если они не параллельны, провести перпендикуляры – точка пересечения перпендикуляров будет МЦС (т.Р).

Если векторы скоростей двух точек плоской фигуры равны друг другу и располагаются параллельно, то МЦС находится в бесконечно удаленной точке (рисунок 9, б).

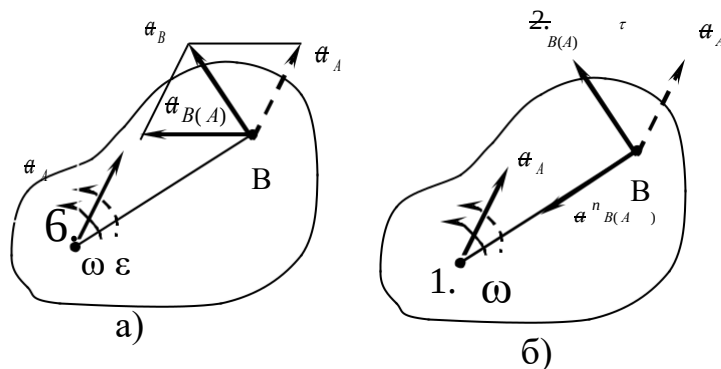


Рисунок 10. Определение ускорений точек плоской фигуры.

1. На рисунке сплошная дуговая стрелка показывает направление угловой скорости ω (направление вращения), а пунктирная – направление углового ускорения ε . При ускоренном вращении обе стрелки будут направлены в одну сторону, а при замедленном – в разные.

Для определения ускорений точек плоской фигуры (рисунок 10, а) используют выражение

$$a_B = a_A + a_{B(A)},$$

где a_A – ускорение полюса A ;

a_B – ускорение любой точки B плоской фигуры;

$a_{B(A)}$ – ускорение, которое получает точка B при вращении плоской фигуры вокруг полюса A .

Ускорение любой точки B плоской фигуры геометрически складывается из ускорения какой-нибудь другой точки A , принятой за полюс, и ускорения, которое точка B получает при вращении фигуры вокруг этого полюса.

При решении задач более удобно вектор $a_{B(A)}$ заменить на его составляющие: касательную $a^{\tau}_{B(A)}$ и нормальную $a^n_{B(A)}$ (рисунок 10, б), получая выражение следующего вида

$$a_B = a_A + a^{\tau}_{B(A)} + a^n_{B(A)},$$

где вектор $a^{\tau}_{B(A)}$ направлен перпендикулярно AB в сторону вращения, если оно ускоренное, и против вращения, если оно замедленное и определяется

$$a^{\tau}_{B(A)} = AB \cdot \varepsilon;$$

вектор $a^n_{B(A)}$ всегда направлен от точки B к полюсу A и определяется

$$a^n_{B(A)} = AB \cdot \omega^2.$$

Если полюс A движется не прямолинейно, то его ускорение можно представить как

сумму касательной a^{τ}_A и нормальной a^n_A составляющих, тогда

$$a_B = a_A + a^{\tau}_A + a^n_A + a^{\tau}_{B(A)} + a^n_{B(A)}.$$

Если точка B движется криволинейно и ее траектория известна, то a_B можно представить в виде суммы касательной и нормальной составляющих

$$a_B = a^{\tau}_B + a^n_B.$$

При непоступательном движении плоской фигуры для определения ускорений используют понятие *мгновенный центр ускорений* (МЦУ).

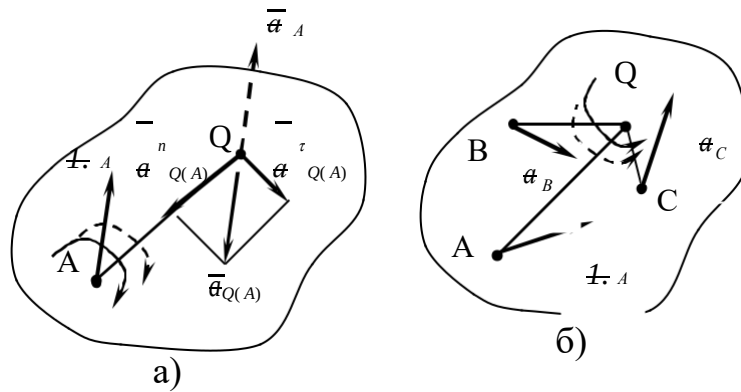


Рисунок 11. Определение мгновенного центра ускорений.

Мгновенный центр ускорений (Q) – точка, ускорение которой в данный момент времени равно нулю.

Положение мгновенного центра ускорений Q (рисунок 11) определяется формулами:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2} ;$$

$$AQ = \frac{a_A}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}} .$$

Откладываем угол α от ускорения $\vec{a}_A$ (в сторону мгновенного вращения, если оно ускоренное, и в противоположную сторону, если оно замедленное), получаем полупрямую, на которой на расстоянии AQ лежит мгновенный центр ускорений Q (рисунок 11, а).

Если мгновенный центр ускорений принять за полюс, то ускорение любой точки B плоской фигуры (рисунок 11, б) определяется по формуле

$$a_B = BQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} .$$

Ускорения точек плоской фигуры определяются в данный момент времени так, как если бы движение фигуры было вращением вокруг мгновенного центра ускорений Q.

Отношение величин ускорений точек плоской фигуры к расстоянию от этих точек до МЦУ определяется отношением

$$\frac{a_B}{BQ} = \frac{a_A}{AQ} = \dots = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} .$$

Ускорения точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям от мгновенного центра скоростей.

Вопросы и задания:

2. Что изучает кинематика?
3. Перечислите способы задания движения точки.
4. Запишите формулу определения полного ускорения точки, движущейся вращательно.
5. Дайте определение мгновенного центра ускорения.

Лабораторное занятие 2

Тема 1. Общие понятия и определения.

Кинематический анализ расчетных схем.

Цель: приобретение умений приводить плоскую произвольную систему сил к заданному центру.

Знать: реакции связей,

условий равновесия плоской и пространственной систем сил,

Уметь: составлять и решать уравнения равновесия;

Актуальность темы объясняется сведением системы с несколькими силами к заданному центру, тем самым упрощая схему и расчет.

Теоретическая часть:

1. Рассмотрим произвольную систему сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$. Выберем

произвольную точку O за центр приведения и, воспользовавшись теоремой о параллельном переносе силы, перенесем все силы системы в данную точку, не забывая при переносе каждой силы добавлять присоединенную пару сил.

Полученную таким образом систему сходящихся сил заменим одной силой R , равной главному вектору исходной системы сил. Образовавшуюся при переносе систему

пар сил заменим одной парой с моментом M_O , равным геометрической сумме моментов всех пар сил (т.е. геометрической суммой моментов исходной системы сил относительно центра O).

Такой момент называется **главным моментом системы сил относительно центра O** (рис. 1.30).

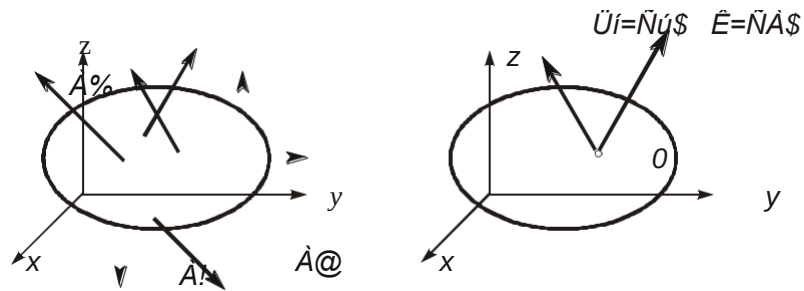


Рис. 1.30. Приведение системы сил к центру

Итак, любую систему сил всегда можно заменить всего двумя силовыми факторами - **главным вектором и главным моментом относительно произвольно выбранного центра приведения**. Очевидно, что главный вектор системы сил не зависит от выбора центра приведения (говорят, что главный вектор инвариантен по отношению к выбору центра приведения). Очевидно также, что главный момент таким свойством не обладает, поэтому необходимо всегда указывать, относительно какого центра определяется главный момент.

Вопросы и задания:

1. Что такое главный вектор?
2. Что такое главный момент системы?
3. Приведение системы к заданному центру.
4. Параллельный перенос сил это...?

Лабораторное занятие 3

Тема 1. Общие понятия и определения.

Кинематический анализ сооружений.

Цель: научиться решать задачи на растяжение - сжатие

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов возникающих в задачах на растяжение – сжатие..

Теоретическая часть:

2. природе различают упругое, упругопластичное и вязкопластичное твердые тела. Упругое тело после снятия внешней нагрузки восстанавливает свои первоначальные размеры и форму. В этом случае деформация тела называется упругой. Упругопластичное тело восстанавливает свои первоначальные размеры и форму не полностью, т. е. имеет место остаточная деформация. В инженерных сооружениях и механических машинах не допустимо появление остаточных деформаций.

От действия внешних нагрузок в поперечных сечениях возникают внутренние силовые факторы, которые определяют, используя метод сечений. Твердое тело, находящееся под действием внешних нагрузок мысленно рассекают на две части и рассматривают равновесие одной из частей. Действие отброшенной части на оставшуюся заменяют внутренними нагрузками, приложенными в рассматриваемом сечении. Составляя уравнения равновесия оставшейся части от действия внешних и внутренних силовых факторов, находят последние.

Важнейшими понятиями являются напряжения и деформации.

При нагружении тела растягивающими или сжимающими силами определяются напряжения, деформации и удлинения. Внутренняя сила взаимодействия, отнесенная к единице площади, выделенной в окрестности какой-либо точки поперечного сечения тела, называется напряжением в этой точке. Таким образом величина напряжений в каждой точке сечения является мерой внутренних сил, которые возникают в материале в результате воздействия внешних нагрузок. Нормальные напряжения σ при растяжении-сжатии в поперечных сечениях тела определяются из соотношения $\sigma = N/S$, где N - действующее в сечении внутренняя продольная (нормальная) сила; S - площадь поперечного сечения. Напряжения и деформации в пределах упругой деформации связаны между собой законом Гука, т. е. $\sigma = \varepsilon E$, где E - модуль упругости материала (модуль Юнга), ε – относительная продольная деформация.

Расчетные значения напряжений сравнивают с допускаемыми $[\sigma]$, которые определяют путем деления некоторых предельных значений на коэффициент запаса прочности $s([\sigma] = \sigma_{np}/s)$. За предельные значения напряжений принимают предел прочности (для хрупких материалов) или предел текучести (для пластичных материалов), которые

получают при испытаниях стандартных образцов на разрывных машинах. При этом строят 3. координатах напряжение-деформация условную диаграмму растяжения. Условной диаграмму называют потому, что напряжения и деформации вычисляют соответственно по отношению к первоначальной площади сечений и длине образца. Используя условную диаграмму растяжения, необходимо уметь определять механические характеристики материала: предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести и предел прочности и относительное остаточное удлинение при разрыве.

Иногда для изучения значительных пластических деформаций необходимо знать истинную диаграмму растяжения, получаемую путем деления растягивающей силы на истинную площадь поперечного сечения образца (с учетом уменьшения поперечных размеров сечения при растяжении).

Необходимо обратить внимание, что закон Гука, связывающий напряжения и деформации через модуль упругости материала, справедлив только до предела пропорциональности. Продольные деформации при растяжении связаны с поперечными деформациями с помощью коэффициента Пуассона.

При определении напряжений и деформаций в статически неопределимых системах необходимо учитывать, что возникающие при этом в стержнях силы зависят от жесткости стержня, т.е. от площадей поперечных сечений и модулей упругости материала.

Вопросы и задания:

- Какие твердые тела встречаются в природе?
- Какие внутренние силовые факторы возникают в стержнях?
- В чем заключается метод сечений?
- Сформулируйте закон Гука.
- , Что такое истинная диаграмма растяжения?

Лабораторное занятие 4

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Нагрузки и внутренние силовые факторы,

Цель: научиться определять внутренние усилия

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов возникающих в задачах на растяжение – сжатие..

Теоретическая часть:

Пример решения задачи на тему «растяжение и сжатие»

Построить по длине бруса, согласно схеме нагружения (рис. 1.1), эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и перемещений поперечных сечений. Сделать вывод о прочности бруса, сравнив значения нормальных напряжений в опасном сечении с допустимым, если материал бруса — сталь 3 ($E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $[\sigma] = 240 \text{ МПа}$).

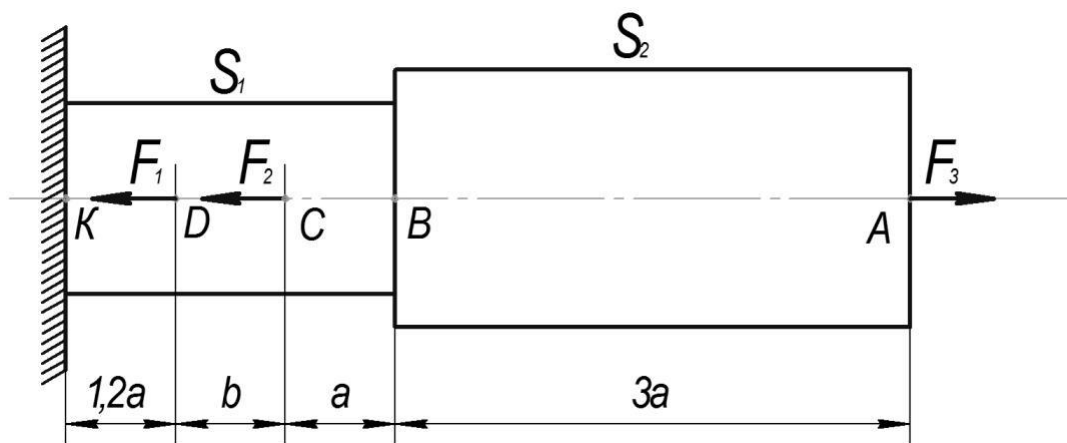


Рисунок 1.1

Дано: $F_1 = 10 \text{ кН}$; $F_2 = 12 \text{ кН}$; $F_3 = 30 \text{ кН}$; $S_1 = 200 \text{ мм}^2$; $S_2 = 300 \text{ мм}^2$;
- $a = 0,3 \text{ м}$, $b = 0,4 \text{ м}$.

Решение:

Имеем четыре участка нагружения (AB , BC , CD , DK), в пределах которых напряжения будут иметь постоянные значения.

Участок 1 (AB). Рассечём, мысленно, стержень в местах, где необходимо определить значения внутренних усилий и внутренних напряжений. Одну из частей (левую) отбросим (рис. 1.2), а для оставшейся составим уравнение равновесия $\sum F_i = N_1 - F_3 = 0$, заменив при этом действие отброшенной части на оставшуюся неизвестной внутренней силой N_1 .

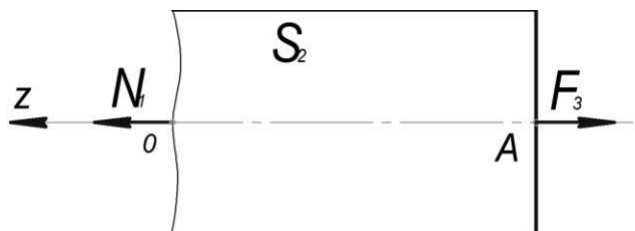


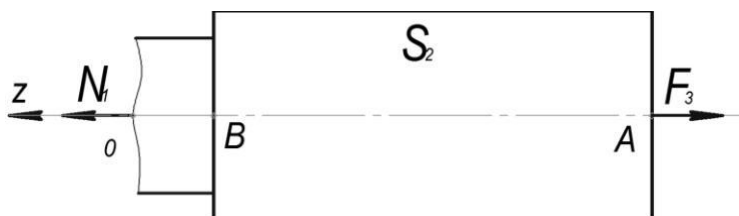
Рисунок 1.2

Тогда, $N_1 = F_3 = 30 \text{ кН}$.

Значение напряжений на участке: $\sigma_1 = \frac{N_1}{S_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{300} = 100 \text{ МПа}$.

Абсолютная деформация участка (относительные перемещения концов участка):
 $\Delta l_{AB} = \frac{\sigma_1 \cdot l_{AB}}{E} = \frac{100 \cdot 900}{2,0 \cdot 10^5} = 0,45 \text{ мм}$.

Участок 2 (BC).



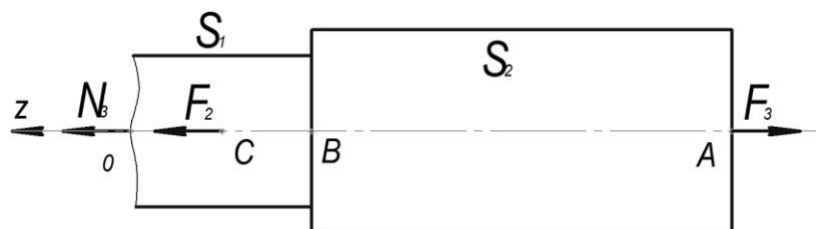
$$N_2 - F_3 = 0,$$

$$N_2 - F_3 = 30 \text{ кН}.$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{S_1} = \frac{30 \cdot 10^3}{200} = 150 \text{ МПа}.$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{\sigma_2 \cdot l_{BC}}{E} = \frac{150 \cdot 300}{2,0 \cdot 10^5} = 0,22 \text{ мм}.$$

Участок 3 (DC).



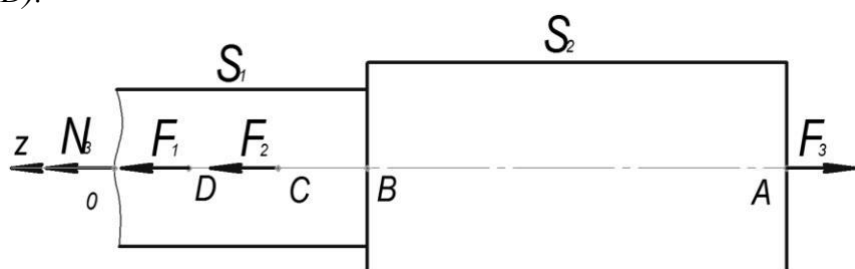
$$N_3 - F_3 + F_2 = 0,$$

$$N_3 = 30 - 12 = 18 \text{ кН.}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{S_1} = \frac{18 \cdot 10^3}{200} = 90 \text{ МПа.}$$

$$\Delta l_{DC} = \frac{\sigma_3 \cdot l_{DC}}{E} = \frac{90 \cdot 400}{2,0 \cdot 10^5} = 0,18 \text{ мм.}$$

Участок 4 (KD).



$$N_4 - F_4 + F_3 + F_2 = 0,$$

$$N_4 = 30 - 12 - 10 = 8 \text{ кН.}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{S_1} = \frac{8 \cdot 10^3}{200} = 40 \text{ МПа.}$$

=

$$\Delta l_{KD} = \frac{\sigma_4 \cdot l_{KD}}{E} = \frac{40 \cdot 360}{2,0 \cdot 10^5} = 0,072 \text{ мм.}$$

Для построения эпюры перемещений поперечных сечений, определим расстояния, на которые переместятся концы участков нагружения относительно жестко заделанного левого конца стержня (точки K).

Перемещение точки D относительно точки K:

$$\delta_{DK} = \Delta l_{KD} = 0,072 \text{ мм.}$$

Тогда, перемещение точки C относительно точки K составит:

$$\delta_{CK} = \delta_{DK} + \Delta l_{KD} = 0,072 + 0,18 = 0,252 \text{ мм.}$$

Аналогично определим перемещения остальных концов участков:

$$\delta_{BK} = \delta_{CK} + \Delta l_{BC} = 0,25 + 0,22 = 0,47 \text{ мм},$$

$$\delta_{AK} = \delta_{BK} + \Delta l_{AB} = 0,47 + 0,45 = 0,92 \text{ мм}.$$

Построив и проанализировав эпюры продольных сил N , нормальных напряжений

$\mathcal{R}$ и перемещений поперечных сечений (рис. 1.3), делаем вывод, что опасным участком вала является участок BC с $\sigma_{\max} = 150 \text{ МПа}$.

Т.к. $\sigma_{\max} < [\sigma]$, то условие прочности выполняется.

Определим степень загруженности стержня:

$$\frac{\sigma_{\max}}{[\sigma]} = \frac{150}{240} = 0,625.$$

Стержень нагружен на 62,5 %.

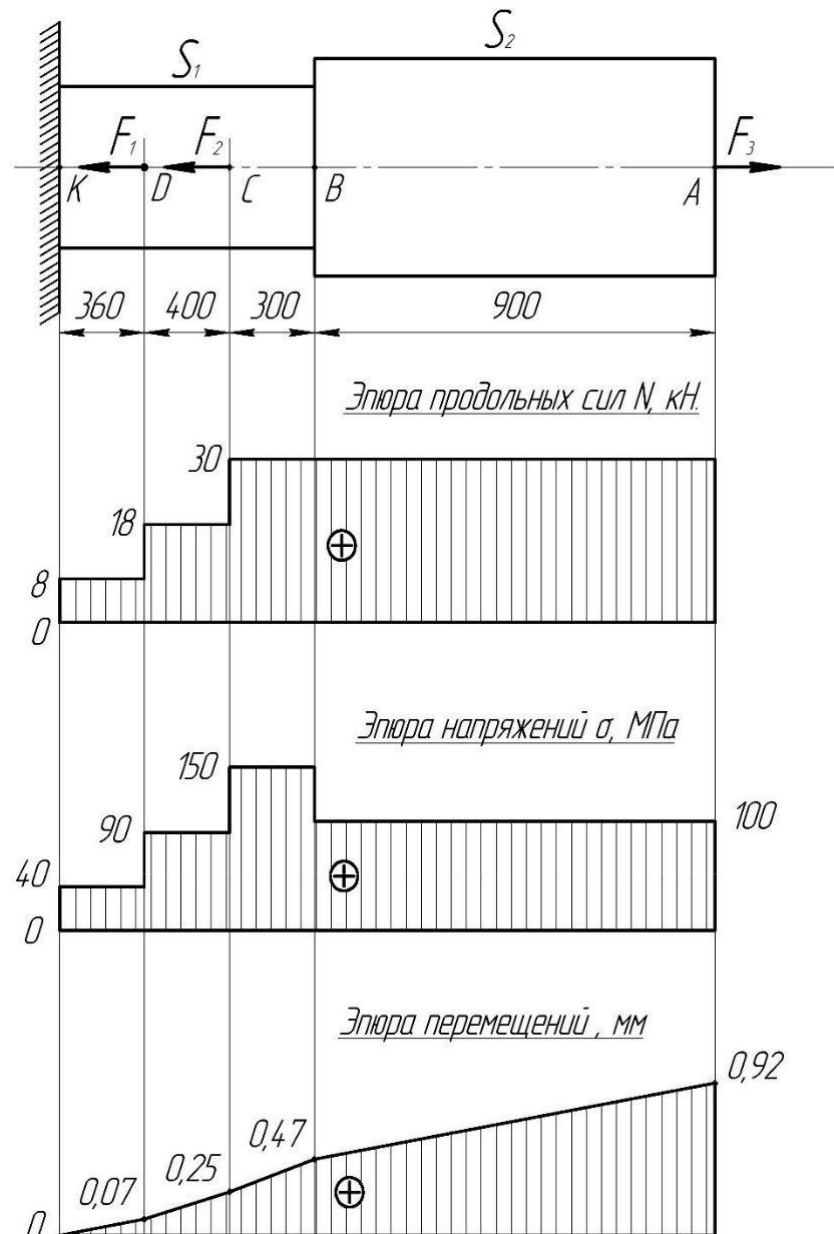


Рисунок 1.3

Вопросы и задания:

- 5) Какие твердые тела встречаются в природе?
Как определяются внутренние силовые факторы?
В чем заключается метод сечений?
Сформулируйте закон Гука.
- в Что такое истинная диаграмма растяжения?

Лабораторное занятие 5

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Линии влияния в статически определимых балках,

Цель: научиться решать задачи на сдвиг и кручение

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при сдвиге и кручении.

Теоретическая часть:

Сдвигом называют такой вид напряженного состояния, когда на гранях элемента действуют только касательные напряжения. При этом на двух взаимно перпендикулярных площадках действуют равные по величине и обратные по знаку касательные напряжения. Этот закон называется законом парности или взаимности касательных напряжений и имеет силу как для одноосного, так и для объемного напряженного состояний. Деформации, возникающие при сдвиге, называют угловыми деформациями или углом сдвига. Опыты показывают, что между напряжениями и деформациями при сдвиге существует линейная зависимость, аналогичная закону Гука при растяжении. Поэтому закон Гука при сдвиге имеет вид $\tau = \gamma G$, где γ - угловая деформация, а G - модуль сдвига.

Следует обратить внимание на то, что модуль продольной упругости, или модуль упругости первого рода E и модуль упругости при сдвиге, или модуль упругости второго рода G для одного и того же материала связан через коэффициент Пуассона μ зависимостью $G = E/[2(1 + \mu)]$. При расчетах на срез обычно принимают, что касательные напряжения распределены равномерно в поперечном сечении стержня и условие прочности на срез имеет вид $\tau = F/S \leq [\tau]$, где F – внешняя поперечная сила.

Допускаемые напряжения $[\tau]$ на сдвиг (срез) составляют некоторую часть от допускаемых напряжений на растяжение. Рассчитывают на срез соединения заклепочные, болтовые, сварные, шпоночные и некоторые другие типы соединений.

При проведении прочностных расчетов на сдвиг (срез) необходимо научиться правильно определять площади среза для односрезных и многосрезных заклепок, а также для углового сварного шва, в котором срез происходит по биссекторной плоскости прямого угла поперечного сечения шва.

Если в поперечном сечении стержня действует крутящий момент M_K , то стержень испытывает кручение. Необходимо, используя метод сечений, научиться строить эпюры крутящих моментов по длине стержня и определять возникающие касательные напряжения, которые определяются из соотношения $\tau = M_K / W_P$, где W_P - полярный момент сопротивления сечения кручению.

В поперечном сечении стержня касательные напряжения распределены неравномерно. Так, для стержня с круглым поперечным сечением касательные напряжения изменяются по линейному закону - от нуля на оси до максимального значения

6. поверхности. Так как сечения, расположенные у оси стержня, нагружены незначительно, то с целью экономии материала при кручении целесообразно использовать пустотелые профили. Крутящий момент в сечении скручиваемого стержня (вала) численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, действующих по одну сторону от сечения.

Вопросы и задания:

1. Что такое сдвиг?
Что такое кручение?
3. Закон Гука при сдвиге .
4. Определение крутящего момента.

Лабораторное занятие 6

Тема 2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.

Нахождение усилий по линиям влияния.

Общие сведения,

Цель: научиться решать задачи на сдвиг и кручение

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при сдвиге и кручении.

Теоретическая часть:

Пример Решения Задачи На Тему «Кручение»

С стальному ступенчатому валу, имеющему сплошное круглое сечение, приложены четыре внешних закручивающих момента (T_1 , T_2 , T_3 и T_4), левый конец вала жестко закреплен в опоре, а правый конец – свободен и его торец имеет угловые перемещения относительно левого конца.

Требуется:

6. построить эпюру крутящих моментов;
7. определить диаметры d_1 и d_2 вала из расчета на прочность, при заданном значении $[\tau]$, округлить величину найденных диаметров до ближайшего большего значения из ряда;
- 3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине вала;
- 4) построить эпюру абсолютных углов закручивания φ , приняв $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

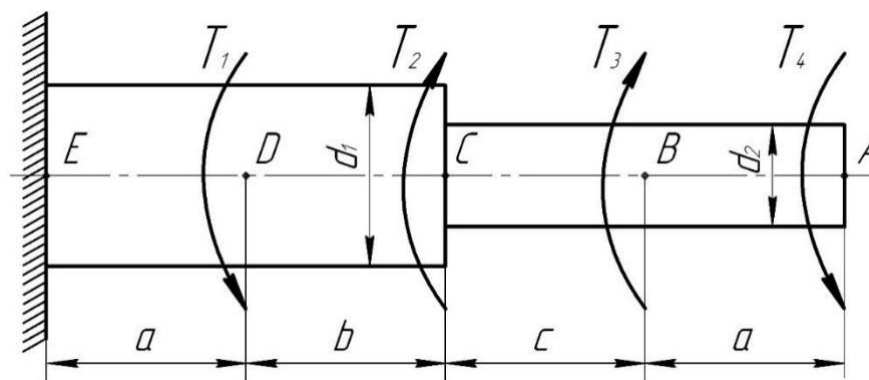


Рисунок 3.1

Исходные данные: $a = b = c = 1,6 \text{ м}$; $T_1 = 5,7 \text{ кНм}$; $T_2 = 2,7 \text{ кНм}$; $T_3 = 1,7 \text{ кНм}$;

$T_4 = 0,7 \text{ кНм}$; $[\tau] = 45 \text{ МПа}$.

Решение:

1. Определим крутящие моменты (рис. 3.2):

Участок AB:

$$M_{\kappa 1} = T_4 = 0,7 \text{ кНм};$$

Участок BC:

$$M_{\kappa 2} = T_4 - T_3 = 0,7 - 1,7 = -1,0 \text{ кНм};$$

Участок CD:

$$M_{\kappa 3} = T_4 - T_3 - T_2 = 0,7 - 1,7 - 2,7 = -3,7 \text{ кНм};$$

Участок DE:

$$M_{\kappa 4} = T_4 - T_3 - T_2 + T_1 = 0,7 - 1,7 - 2,7 + 5,7 = 2 \text{ кНм}.$$

2. Определим значения диаметров ступеней из условия прочности на опасных участках BC и DC.

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{M_{\kappa 3}}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{3,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 45}} = 74,4 \text{ мм},$$

Принимаем $d_1 = 80 \text{ мм}$.

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{M_{\kappa 2}}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 45}} = 48,1 \text{ мм},$$

Принимаем $d_2 = 50 \text{ мм}$.

3. Для построения эпюр напряжений найдем значения напряжений кручения, действующих на участках.

$$\tau_1 = \frac{M_{\kappa 1}}{W_{p1}} = \frac{0,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50^3} = 28 \text{ МПа},$$

$$\tau_2 = \frac{M_{\kappa 2}}{W_{p1}} = -\frac{1,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50^3} = -40 \text{ МПа},$$

$$\tau_3 = \frac{M_3}{W_{p3}} = \frac{3,7 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 80^3} = -36,1 \text{ МПа},$$

$$\tau_4 = \frac{M_{p4}}{W_{p2}} = \frac{2,0 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 80^3} = 19 \text{ МПа}.$$

4. Относительные угловые перемещения концов участков.

$$\varphi_{BA} = \frac{M_{\kappa 1} \cdot l_{AB}}{G \cdot J_{p1}} = \frac{0,7 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 50^4} = 0,0224 \text{ рад},$$

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{\kappa 2} \cdot l}{G \cdot J_{p1}} = \frac{-1,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 50^4} = -0,0320 \text{ рад},$$

$$\varphi_{CD} = \frac{M_{\kappa 3} \cdot l}{G \cdot J_{p2}} = \frac{-3,7 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 80^4} = -0,0181 \text{ рад},$$

$$\varphi_{DE} = \frac{M_{\kappa 4} \cdot l}{G \cdot J_{p2}} = \frac{2,0 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 80^4} = 0,0098 \text{ рад}.$$

Абсолютные углы закручивания, относительно жестко заделанного левого конца вала (сечение E).

$$\varphi_{CE} = \varphi_{DE} + \varphi_{CD} = 0,0098 - 0,0181 = -0,0083 \text{ рад},$$

$$\varphi_{BE} = \varphi_{CE} + \varphi_{BC} = -0,0083 - 0,0320 = -0,0403 \text{ рад},$$

$$\varphi_{AE} = \varphi_{BE} + \varphi_{AB} = -0,0403 + 0,0224 = -0,0179 \text{ рад}.$$

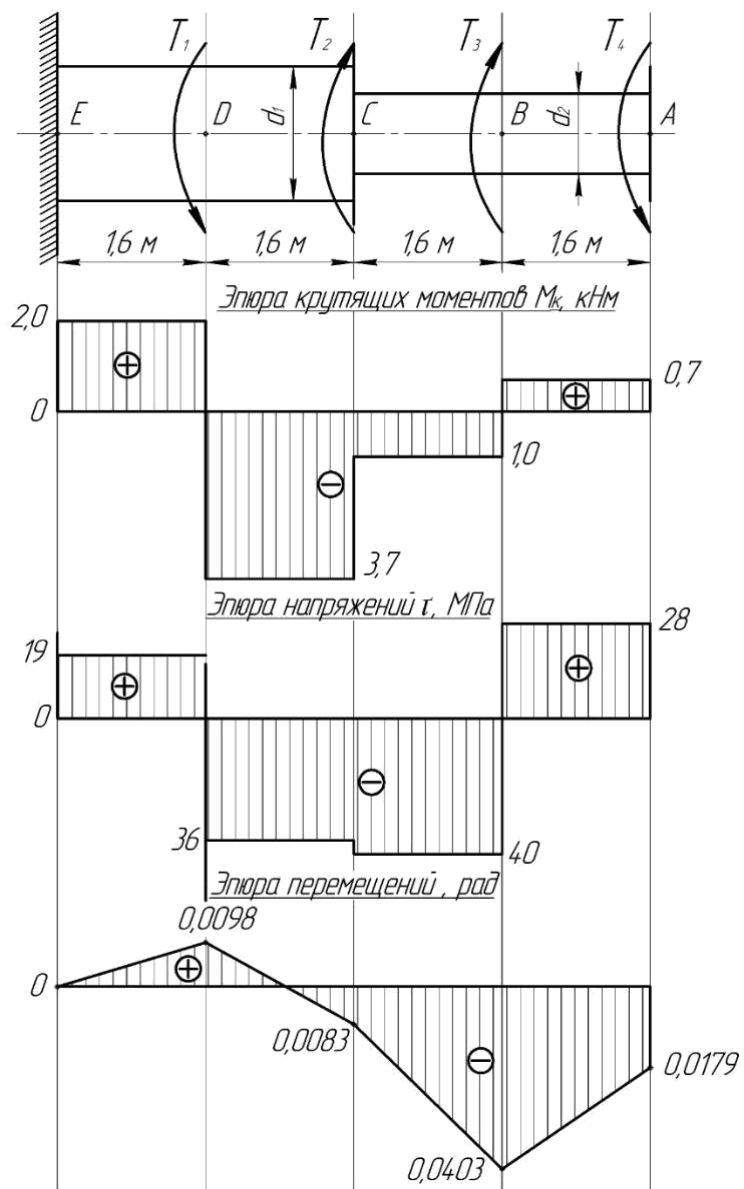


Рисунок 3.2

Вопросы и задания:

1. Что такое сдвиг?
2. Что такое кручение?
3. Закон Гука при сдвиге.
4. Определение крутящего момента.

Лабораторное занятие 7

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Общие сведения,.

Цель: научиться определять геометрические характеристики поперечных сечений

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения Геометрических характеристик поперечного сечения.

Теоретическая часть:

При расчетах на прочность, жесткость и устойчивость используются геометрические характеристики поперечного сечения бруса: *площадь, осевые и полярный моменты инерции, осевые и полярный моменты сопротивления*. Кроме того, при их определении вспомогательную роль играют *статические моменты и центробежные моменты инерции сечения*.

Напомним определения, свойства и методы вычисления перечисленных характеристик (рис. 2.1).

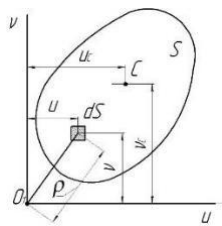


Рисунок 2.1

Площадь сечения . $S = \int_S dS$, где dS – площадь элементарной площадки.

Статический момент площади сечения – сумма произведений площадей элементарных площадок на их расстояния до данной оси, взятая по всей площади сечения. Статический момент сечения измеряется в единицах длины третьей степени (мм^3 , см^3 , м^3).

Статические моменты сечения относительно осей Ou и Ov :

$$S_u = \int_S v dS = S v_c ,$$

$$S_v = \int_S u dS = S u_c .$$

где u_c и v_c – расстояния от центра тяжести сечения соответственно до осей Ou и Ov .

Статический момент сечения может быть как положительным, так и отрицательным. Относительно любой оси, проходящей через центр тяжести сечения, он равен нулю.

Осевой момент инерции сечения – сумма произведений площадей элементарных площадок на квадраты их расстояний до данной оси, взятая по всей площади сечения.

$$J_u = \int_S v^2 dS ;$$

$$J_v = \int_S u^2 dS .$$

Полярный момент инерции – сумма произведений площадей элементарных площадок на квадраты их расстояний до точки (полюса), взятая по всей площади сечения.

$$J_p = \int_S \rho^2 dS .$$

Осевые и полярный моменты инерции – величины существенно положительные. Осевые и полярные моменты инерции сечения измеряются в единицах длины четвертой степени (мм^4 , см^4 , м^4).

Центробежный момент инерции – сумма произведений площадей элементарных площадок на их координаты, взятая по всей площади сечения.

$$J_{uv} = \int_S uv dS .$$

Центробежный момент инерции измеряется в единицах длины четвертой степени (мм^4 , см^4 , м^4), может быть положительным, отрицательным и равным нулю.

Через любую точку, взятую в плоскости сечения, можно провести две взаимно перпендикулярные оси, относительно которых центробежный момент инерции сечения равен нулю. Эти оси называются *главными осями* (иногда их называют *главными осями инерции*). Практический интерес представляют лишь главные оси, проходящие через центр тяжести сечения, они называются *главными центральными осями* (для краткости в дальнейшем будем в большинстве случаев называть их просто *главными осями*).

Осевые моменты инерции относительно главных осей (*главные моменты инерции*) экстремальны – относительно одной из них момент инерции максимален, а относительно другой – минимален. Для расчетов на прочность и жесткость при изгибе, сочетании изгиба с растяжением и в ряде других случаев нужно знать положение главных центральных осей и величины соответствующих моментов инерции.

В случае, если сечение имеет хотя бы одну ось симметрии, то эта ось и ось к ней перпендикулярная, проходящая через центр тяжести сечения, являются главными центральными осями.

При вычислении главных моментов инерции сечений, составленных из простейших геометрических фигур или стандартных прокатных профилей, широко применяются формулы перехода от центральных к параллельным им нецентральных осям (рис. 2.2).

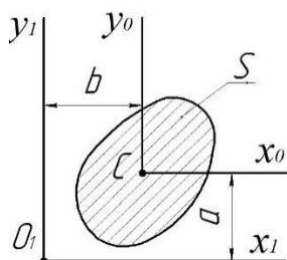


Рисунок 2.2

Эти формулы имеют следующий вид: для осевого момента инерции

$$J_{x_1} = J_{x_0} + a^2 S;$$

для центрбежного момента инерции

$$J_{x_1, y_1} = J_{x_0, y_0} + abS.$$

Координаты a и b должны быть подставлены со своими знаками (a и b – координаты начала новой системы координат в старых осях). В частном случае, если исходные оси Ox_0 и Oy_0 угловые, $J_{x_0, y_0} = 0$ тогда имеем:

$$J_{x_1, y_1} = abS.$$

Приведем формулы для вычисления моментов инерции прямоугольника, треугольника, круга и кольца.

А. Прямоугольник (рис. 2.3): $J_x = \frac{bh^3}{12}$, где b – сторона, параллельная оси, относительно которой вычисляется момент инерции.

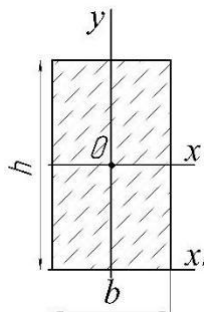


Рисунок 2.3

Для оси, совпадающей с одной из сторон прямоугольника (не главный момент инерции): $J_{x_1} = \frac{bh^3}{3}$.

Б. Равнобедренный треугольник (рис. 2.4).

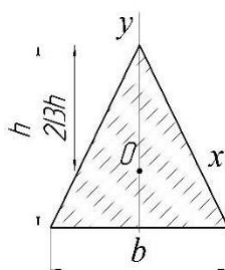


Рисунок 2.4

Главные моменты инерции: $J_x = \frac{bh^3}{36}$; $J_y = \frac{b^3h}{48}$.

Заметим, что формула J_x дает величину момента инерции любого треугольника относительно оси, параллельной его основанию, но, если треугольник неравнобедренный, указанная ось не будет главной.

В. Круг (рис. 2.5):

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{4}$$

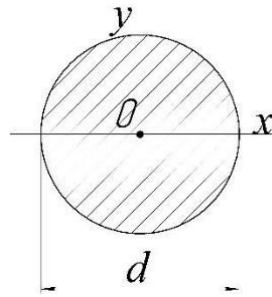


Рисунок 2.5

Г. Кольцо (рис. 2.6): $J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4)$, где: $c = \frac{d_0}{d}$, коэффициент трубы.

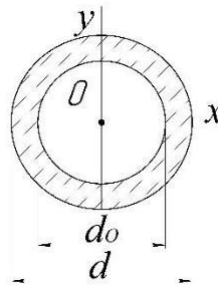


Рисунок 2.6.

Заметим, что для круга и кольца все центральные оси главные и моменты инерции относительно этих осей равны между собой. Этим же свойством обладает любое сечение, у которого два главных центральных момента инерции одинаковы.

При вычислении моментов инерции сложных сечений (составленных из простейших фигур или прокатных профилей) координаты их центра тяжести определяют по формулам:

$$u_c = \frac{S_v}{S} = \frac{\sum S_i u_i}{\sum S_i};$$

$$v_c = \frac{S_u}{S} = \frac{\sum S_i v_i}{\sum S_i},$$

где: $S_i; u_i; v_i$ – соответственно площадь и координаты центра тяжести каждой из составляющих фигур; $S; S_v; S_u$ – площадь и статические моменты всего сечения.

Моменты инерции (осевые и центробежные) сложных сечений относительно данных осей определяют путем суммирования соответствующих моментов инерции составляющих фигур относительно тех же осей.

При этом используются формулы перехода от центральных к параллельным им нецентральному осям.

В тех случаях, когда сечение не имеет ни одной оси симметрии, сначала вычисляют моменты инерции относительно некоторых целесообразно выбранных центральных осей Ox_0 и Oy_0 (исходные оси), затем определяют угол наклона главных осей по отношению к исходным и величины главных моментов инерции.

Связь между моментами инерции относительно исходных осей (Ox_0, Oy_0) и осей, повернутых на произвольный угол α (рис. 2.7), имеет вид:

$$J_{x_1} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} + \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \cos 2\alpha - J_{x_0 y_0} \sin 2\alpha;$$

$$J_{y_1} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} - \frac{J_{x_0} - J_{y_0}}{2} \cos 2\alpha + J_{x_0 y_0} \sin 2\alpha.$$

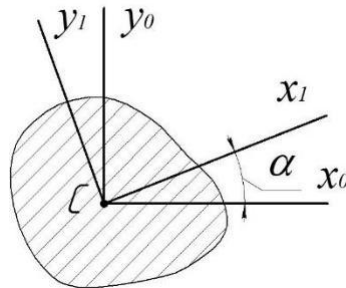


Рисунок 2.7

Угол поворота главных осей по отношению к исходным определяется из зависимости

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = - \frac{2J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}}.$$

Эта формула дает два значения угла α_0 : α'_0 и $\alpha''_0 = \alpha'_0 + 90^\circ$. При $J_{x_0} > J_{y_0}$, угол α'_0 дает положение главной оси, относительно которой момент инерции максимален.

Положительный угол α'_0 следует откладывать от оси x_0 против хода часовой стрелки.

Для определения положения (угла наклона) главных осей можно применять формулы:

$$\operatorname{tg} \alpha_{0x} = \frac{2J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{0y} = \frac{J_{x_0 y_0}}{J_{x_0} - J_{y_0}},$$

где: α_{0x} , и α_{0y} , – углы, образуемые главными осями x и y соответственно с осью x_0 ; J_{x_0} и J_{y_0} – главные моменты инерции.

Главные моменты инерции можно вычислить, подставляя в нее последовательно $\alpha_0 = \alpha'_0$ и $\alpha_0 = \alpha''_0$, но практически удобнее пользоваться формулами, не содержащими тригонометрических функций. Эти формулы имеют вид:

$$J_{\max} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x_0} - J_{y_0})^2 + 4J_{x_0 y_0}^2};$$

$$J_{\min} = \frac{J_{x_0} + J_{y_0}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_{x_0} - J_{y_0})^2 + 4J_{x_0 y_0}^2}.$$

Вопросы и задания:

1. Определение геометрических характеристик простых сечений?
2. Определение геометрических характеристик сложных сечений?
3. Определение моментов инерции.
4. Что такое сортамент.

Лабораторное занятие 8

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Расчет трехшарнирных арок и рам

Цель: научиться решать задачи на прямой поперечный изгиб

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при изгибе.

Теоретическая часть:

При изгибе стержни подвергаются воздействию поперечной силы или изгибающего момента. Изгиб называется чистым, если действует только изгибающий момент, и поперечным, если действует нагрузка, перпендикулярная оси стержня. Брус (стержень), работающий на изгиб, обычно называют балкой. Балки являются наиболее часто встречающимися элементами сооружений и машин, воспринимающими нагрузки от других элементов конструкций и, передающими их тем частям, которые поддерживают балку (чаще всего опорам).

В строительных сооружениях и машиностроительных конструкциях чаще всего можно встретить следующие случаи крепления балок: консольные - с одним заделанным концом (с жесткой заделкой), двухопорные - с одной шарнирно-неподвижной опорой и с одной шарнирно-подвижной опорой и многоопорные балки. Если опорные реакции могут быть найдены из одних уравнений статики, то балки называют статически определимыми. Если же число неизвестных опорных реакций больше, чем число уравнений статики, то такие балки называют статически неопределимыми. Для определения реакций в таких балках приходится составлять дополнительные уравнения - уравнения перемещений. При плоском поперечном изгибе все внешние нагрузки перпендикулярны к оси балки.

Определение внутренних силовых факторов, действующих в поперечных сечениях балки, следует начинать с определения опорных реакций. После этого используем метод сечений, мысленно рассекаем, балку на две части и рассматриваем равновесие одной части. Взаимодействие частей балки заменяем внутренними факторами: изгибающим моментом и поперечной силой.

Поперечная сила в сечении равна алгебраической сумме проекций всех сил, а изгибающий момент равен алгебраической сумме моментов всех сил, расположенных по одну сторону от сечения. Знаки действующих сил и моментов следует определять в соответствии с принятыми правилами. Необходимо научиться правильно определять

равнодействующую силу и изгибающий момент от равномерно распределенной по длине балки нагрузки.

Следует иметь в виду, что при определении напряжений, возникающих при изгибе, принимают следующие допущения: сечения плоские до изгиба остаются плоскими и после изгиба (гипотеза плоских сечений); продольные соседние волокна не давят одно на другое; зависимость между напряжениями и деформациями линейная.

При изучении изгиба следует обратить внимание на неравномерность распределения нормальных напряжений в поперечном сечении балки. Нормальные напряжения изменяются по высоте поперечного сечения пропорционально расстоянию от нейтральной оси. Следует уметь определять напряжения изгиба, которые зависят от величины действующего изгибающего момента $M_{из}$ и момента сопротивления сечения при изгибе $W_{из}$ (осевой момент сопротивления сечения).

Условие прочности при изгибе: $\sigma = M_{из} / W_{из} \leq [\sigma]$. Значение $W_{из}$ зависит от размеров, формы и расположения поперечного сечения относительно оси.

Наличие поперечной силы, действующей на балку, связано с возникновением касательных напряжений в поперечных сечениях, а по закону парности касательных напряжений - и в продольных сечениях. Касательные напряжения определяют по формуле Д. И. Журавского.

Поперечная сила сдвигает рассматриваемое сечение относительно смежного. Изгибающий момент, складывающийся из элементарных нормальных усилий, возникающих в поперечном сечении балки, поворачивает сечение относительно смежного, чем и обусловлено искривление оси балки, т. е. ее изгиб.

Когда балка испытывает чистый изгиб, то по всей длине балки или на отдельном ее участке в каждом сечении действует изгибающий момент постоянной величины, а поперечная сила в любом сечении данного участка равна нулю. При этом в поперечных сечениях балки возникают только нормальные напряжения.

Для того чтобы глубже разобраться в физических явлениях изгиба и в методике решения задач при расчете на прочность и жесткость, необходимо хорошо усвоить геометрические характеристики плоских сечений, а именно: статические моменты сечений, моменты инерции сечений простейшей формы и сложных сечений, определение центра тяжести фигур, главные моменты инерции сечений и главные оси инерции, центробежный момент инерции, изменение моментов инерции при повороте осей, теоремы о переносе осей.

При изучении этого раздела следует научиться правильно строить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил, определять опасные сечения и действующие в них напряжения. Помимо определения напряжений следует научиться определять перемещения (прогибы балки) при изгибе. Для этого используется дифференциальное уравнение изогнутой оси балки (упругой линии), записанное в общем виде.

Для определения прогибов проводится интегрирование уравнения упругой линии. При этом следует правильно определять постоянные интегрирования C и D исходя из условий опирания балки (граничных условий). Зная величины C и D , можно определить угол поворота и прогиб любого сечения балки. Изучение сложного сопротивления обычно начинают с косоугольного изгиба.

Явление косоугольного изгиба особенно опасно для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции; балки с таким сечением хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, но даже при небольших углах наклона плоскости внешних сил к плоскости наибольшей жесткости в балках возникают значительные дополнительные напряжения и деформации. Для балки круглого сечения косоугольный изгиб невозможен, так как все центральные оси такого сечения являются главными и нейтральный слой всегда будет перпендикулярен плоскости внешних сил. Косоугольный изгиб невозможен и для балки квадратного сечения.

При определении напряжений в случае внецентренного растяжения или сжатия необходимо знать положение главных центральных осей сечения; именно от этих осей отсчитывают расстояния точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения.

Приложенная эксцентрично сжимающая сила может вызвать в поперечном сечении стержня растягивающие напряжения. В связи с этим внецентренное сжатие является особенно опасным для стержней из хрупких материалов, которые слабо сопротивляются растягивающим усилиям.

В заключение следует изучить случай сложного сопротивления, когда тело испытывает одновременно несколько деформаций: например, изгиб совместно с кручением, растяжение-сжатие совместно с изгибом и т. д. При этом следует иметь в виду, что изгибающие моменты, действующие в различных плоскостях, могут складываться как векторы.

Пример решения задачи на тему «прямой поперечный изгиб»

Для заданной схемы балки (рис. 4.1) требуется написать выражения внутренних поперечных сил Q и изгибающих моментов M_u для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и M_u , найти $M_u^{\max}$ и подобрать стальную двутавровую балку с указанием её номера. Допускаемое напряжение на изгиб принять $[\sigma] = 150 \text{ МПа}$. Значения моментов сопротивления сечения при изгибе W_x для балок двутаврового сечения (ГОСТ 8239–89).

Исходные данные: $a = 3,2 \text{ м}, b = 4,4 \text{ м}, c = 2,4 \text{ м}, l = 13 \text{ м},$
 $M = 10 \text{ кНм}, F = 13 \text{ кН}, q = 16 \text{ кН/м}.$

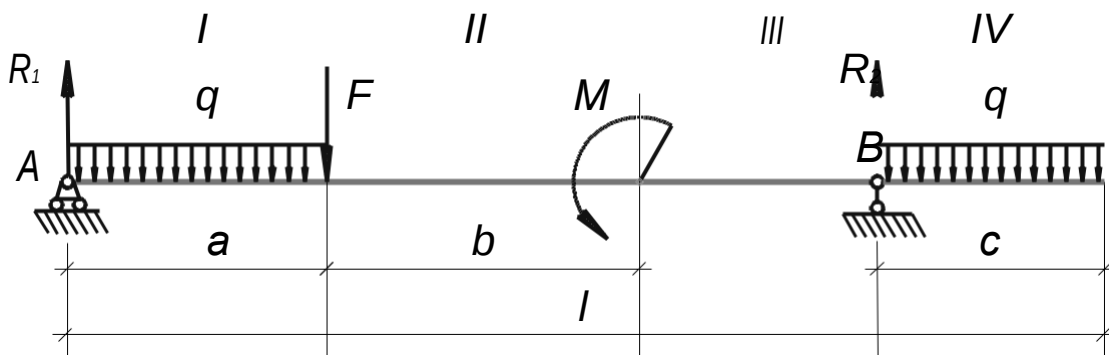


Рисунок 4.1

Решение:

1. Определим опорные реакции R_1 и R_2 :

$$\begin{aligned} \sum Y_i &= 0, R_1 - q \cdot a - F + R_2 - q \cdot c = 0 ; \\ \sum m_A (F_i) &= 0; \\ R_2 &= \frac{0,5qa^2 + Fa - M + qc(l - 0,5c)}{l - c} = \\ &= \frac{0,5 \cdot 16 \cdot 3,2^2 + 13 \cdot 3,2 - 10 + 16 \cdot 2,4(13 - 0,5 \cdot 2,4)}{13 - 2,4} = 53,5 \text{ кН}. \\ R_1 &= qa + F - R_2 + qc = 16 \cdot (3,2 + 2,4) + 13 - 53,5 = 49,1 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Проверка: $\sum m_B (F_i) = 0$,
 $-R_1 (l-c) + qa(l-c-0,5a) + F(l-c-a) + M - 0,5qc^2 =$
 $= -49,1(13-2,4) + 16 \cdot 3,2(13-2,4-0,5 \cdot 3,2) + 16(13-2,4-3,2) + 10 - 0,5 \cdot 16 \cdot 2,4^2 = 0$
 Опорные реакции найдены верно.

2. Найдем значения изгибающих моментов M_u и поперечных сил Q на концах участков нагружения методом сечения.

I Участок (рис. 4.2): $0 \leq z_1 \leq a$,

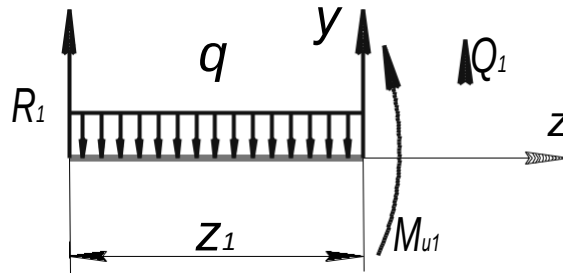


Рисунок 4.2

$$Q_1 = R_1 - qz_1,$$

$$M_{u1} = R_1 z_1 - 0,5qz_1^2,$$

при $z_1 = 0$, $Q_1 = R_1 = 49,1 \text{ кН}$; $M_{u1} = 0$

при $z_1 = a = 3,2 \text{ м}$, $Q_1 = R_1 - qa = 49,1 - 16 \cdot 3,2 = -2,1 \text{ кН}$;

$M_{u1} = R_1 \cdot a - 0,5qa^2 = 49,1 \cdot 3,2 - 0,5 \cdot 16 \cdot 3,2^2 = 75,2 \text{ кНм}$.

II Участок (рис. 4.3): $0 \leq z_2 \leq a + b$,

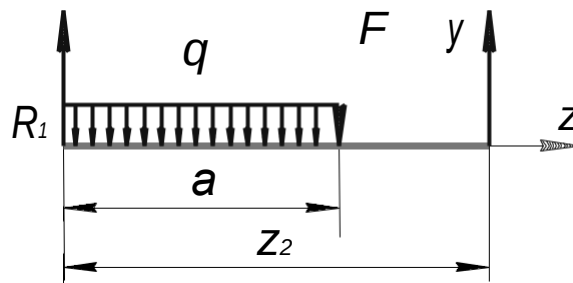


Рисунок 4.3

$$Q_2 = R_1 - qa - F = 49,1 - 16 \cdot 3,2 - 13 = -15,1 \text{ кН};$$

$$M_{u2} = R_1 \cdot z_2 - qa(z_2 - 0,5a) - F(z_2 - a)$$

при $z_2 = 3,2 \text{ м}$,

$$M_{u2} = R_1 \cdot a - qa(a - 0,5a) - F(a - a) = 49,1 \cdot 3,2 - 16 \cdot 3,2(3,2 - 0,5 \cdot 3,2) = 75,2$$

кНм,

при $z_2 = 7,6 \text{ м}$,

$$M_{u2} = 49,1 \cdot 7,6 - 16 \cdot 3,2(7,6 - 0,5 \cdot 3,2) - 13(7,6 - 3,2) = 8,76 \text{ кНм}.$$

IV Участок (рис. 4.4): $0 \leq z_4 \leq c$

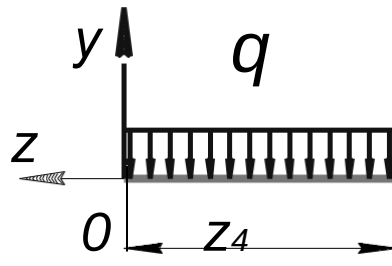


Рисунок 4.4

$$Q_4 = qz_4,$$

$$M_{u4} = -0,5qz_4^2,$$

$$\text{при } z_4 = 0, \quad Q_4 = 0, \quad M_{u4} = 0,$$

$$\text{при } z_4 = 2,4 \text{ м,} \quad Q_4 = 16 \cdot 2,4 = 38,4 \text{ кН};$$

$$M_{u4} = -0,5 \cdot 16 \cdot 2,4^2 = -46,08 \text{ кНм}.$$

III Участок (рис. 4.5) : $c \leq z_3 \leq l - a - b$ ($\leq 5,4$)
 $2,4 \leq z_3$

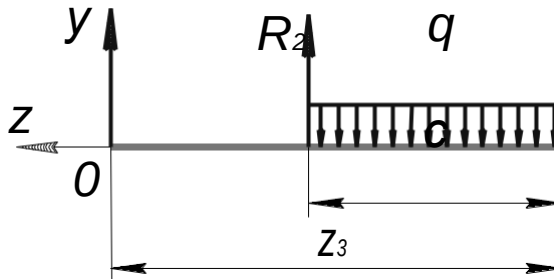


Рисунок 4.5

$$Q_3 = qc - R_2 = 16 \cdot 2,4 - 53,5 = -15,1 \text{ кН},$$

$$M_{u3} = -qc(z_3 - 0,5c) + R_2(z_3 - c).$$

$$\text{при } z_3 = 2,4, \quad M_{u3} = -16 \cdot 2,4(2,4 - 0,5 \cdot 2,4) + 53,5 \cdot 0 = -46,08 \text{ кНм}.$$

$$\text{при } z_3 = 5,4 \text{ м,} \quad M_{u3} = -16 \cdot 2,4(5,4 - 0,5 \cdot 2,4) + 53,5(5,4 - 2,4) = -0,78 \text{ кНм}.$$

Определим координату сечения $z_1^{\max}$, при которой $Q_1 = 0$ и $M_{u1} = \max$.

$$R_1 - qz_1^{\max} = 0$$

$$z_1^{\max} = \frac{R_1}{q_1} = \frac{49,1}{16} = 3,07 \text{ м}.$$

$$M_{u1}^{\max} = R_1 \cdot z_1^{\max} - 0,5q(z_1^{\max})^2 = 49,1 \cdot 3,07 - 0,5 \cdot 16 \cdot 3,07^2 = 75,3 \text{ кНм}.$$

Из построенных эпюр (рис. 4.6) видно, что опасным является сечение, расположенное на 3,07 м от левого конца балки с $M_{u1}^{\max} = 75,3 \text{ кНм}$.

Определим минимально необходимый момент сопротивления сечения балки при изгибе $W_x^{\min}$, из условия прочности по нормальным напряжениям.

$$W_{x\min} = \frac{M_{u1}^{\max}}{[\sigma]} = \frac{75,3 \cdot 10^6}{150} = 502252 \text{ мм}^3.$$

Назначаем двутавр №33 (ГОСТ 8239-89) с осевым моментом сопротивления сечения $W_x = 597 \text{ см}^3$.

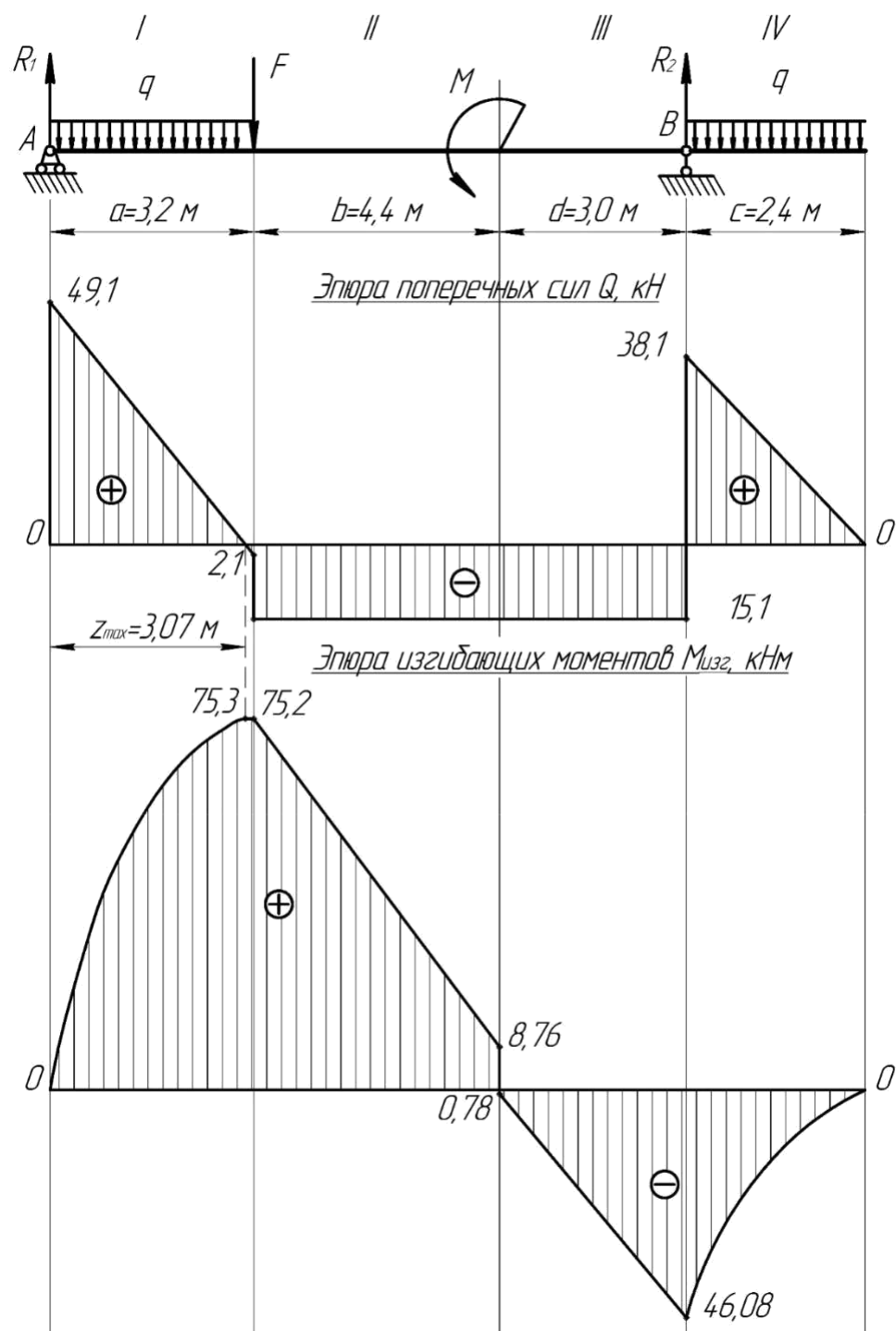


Рисунок 4.6

Вопросы и задания:

1. Что такое изгиб?
2. Построение эпюр при изгибе.
3. Внутренние силовые факторы .
4. Определение изгибающего момента.

Лабораторное занятие 9

Тема 3. Трехшарнирные арки и рамы.

Расчет трехшарнирных арок на подвижную нагрузку,

Цель: научиться решать задачи на изгиб с кручением

Знать: принципы сопротивления конструкционных материалов, методы и алгоритмы проектирования различных механических систем; методы и алгоритмы конструирования элементов различных механических систем, методики расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и их конструкций;

Уметь: осуществлять рациональный выбор конструкционных и эксплуатационных материалов; производить расчеты на прочность и жесткость при растяжении-сжатии, кручении, изгибе и сложном нагружении, при статическом и ударном приложении нагрузок; выполнять стандартные виды прочностных расчетов.

Актуальность темы объясняется основными принципами определения внутренних факторов при изгибе с кручением.

Теоретическая часть:

Для решения задач необходимо усвоить тему «Гипотезы прочности и их применение», так как в них рассматривается совместное действие изгиба и кручения и расчет производится с применением гипотез прочности.

Условие прочности в этом случае имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W} \leq [\sigma],$$

где: $M_{\text{экв}}$ - так называемый эквивалентный момент.

При гипотезе наибольших касательных напряжений (иначе - третья гипотеза):

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_u^2 + M_k^2}.$$

При гипотезе потенциальной энергии формоизменения (иначе - пятая гипотеза):

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_u^2 + 0,75M_k^2}.$$

В обеих формулах M_k и M_u - соответственно крутящий и суммарный изгибающий моменты в рассматриваемом сечении вала. Числовое значение суммарного изгибающего момента равно геометрической сумме изгибающих моментов, возникающих в данном сечении от вертикально и горизонтально действующих внешних сил, т.е.:

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Последовательность решения задачи:

1. Привести действующие на вал нагрузки к его оси, освободить вал от опор, заменив их действие реакциями в вертикальной и горизонтальной плоскостях.
2. По заданной мощности P и угловой скорости ω определить вращающие моменты, действующие на вал.
3. Вычислить нагрузки F_1, F_{r1}, F_2, F_{r2} , приложенные к валу.

4. Составить уравнения равновесия всех сил, действующих на вал, отдельно в вертикальной плоскости и отдельно в горизонтальной плоскости и определить реакции опор в обеих плоскостях
5. Построить эпюру крутящих моментов,
6. Построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях (эпюры M_x и M_y).
7. Определить наибольшее значение эквивалентного момента:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

или

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}$$

8. Считая, что $\sigma_{\text{экв}} = [\sigma]$, определить требуемый осевой момент сопротивления:

$$W_x = \frac{M_{\text{экв}}}{[\sigma]}.$$

Учитывая, что для сплошного круглого сечения:

$$W_u = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3,$$

определяем d по следующей формуле:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{экв}}}{\pi[\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1[\sigma]}}.$$

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ НА ТЕМУ «ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ»

Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами (рис. 5.1, а), передающего мощность $P = 15 \text{ кВт}$ при угловой скорости $\omega = 30 \text{ рад/с}$, определить диаметр вала по двум вариантам: а) используя третью гипотезу прочности; б) используя пятую гипотезу прочности. Принять: $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$; $F_{r1} = 0,4F_1$; $F_{r2} = 0,4F_2$.

Решение:

1. Составляем расчетную схему вала, приводя действующие на вал нагрузки к оси (рис. 5.1, б). При равномерном вращении вала $M_1 = M_2$, где M_1 и M_2 - скручивающие пары, которые добавляются при переносе сил F_1 и F_2 на ось вала.

2. Определяем вращающий момент, действующий на вал:

$$M_1 = M_2 = \frac{P}{\omega} = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 0,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. Вычислим нагрузки, приложенные к валу:

$$F_1 = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН}; \quad F_{r1} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ кН};$$

$$F_2 = \frac{2M_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН}; \quad F_{r2} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ кН}.$$

4. Определяем реакции опор в вертикальной плоскости (рис. 5.1, б):

$$\sum M_A = F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD - R_B \cdot AB = 0 ;$$

$$R_{B_y} = \frac{F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD}{AB} = \frac{4 \cdot 0,05 + 1,6 \cdot 0,25}{0,3} = 2 \text{ кН} ;$$

$$\sum M_B = R_{A_y} \cdot AB - F_{r1} \cdot BC - F_{r2} \cdot DB = 0 ;$$

$$R_{A_y} = \frac{F_{r1} \cdot BC + F_{r2} \cdot DB}{AB} = \frac{4 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,05}{0,3} = 3,6 \text{ кН} ;$$

$$\sum Y = R_{A_y} - F_{r1} - F_{r2} + R_{B_y} = 2 - 4 - 1,6 + 3,6 = 0 .$$

$\sum Y = 0$, следовательно, R_{A_y} , и R_{B_y} найдены правильно.

Определяем реакции опор в горизонтальной плоскости (рис. 5.1, б):

$$\sum M_A = \frac{F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD}{AB \cdot 0,3} = \frac{10 \cdot 0,05 - 4 \cdot 0,25}{0,3} = -1,66 \text{ кН} .$$

Знак минус указывает, на то, что истинное направление реакции противоположно выбранному:

$$\sum M_B = R_{A_x} \cdot AB - F_1 \cdot CB + F_2 \cdot DB = 0$$

$\sum X = 0$, следовательно, R_{A_x} и R_{B_x} найдены верно.

5. Строим эпюру крутящих моментов M_z (рис. 5.1, в).

6. Определяем в характерных сечениях значения изгибающих моментов M_x в вертикальной плоскости и M_y в горизонтальной плоскости и строим эпюры (рис. 5.1, г, д):

$$M_{C_x} = R_{A_y} \cdot AC = 3,6 \cdot 0,05 = 0,18 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{D_x} = R_{A_y} \cdot AD - F_{r1} \cdot CD = 3,6 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,2 = 0,1 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{C_y} = R_{A_x} \cdot AC = 7,66 \cdot 0,05 = 0,383 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{D_y} = R_{A_x} \cdot AD - F_1 \cdot CD = 7,66 \cdot 0,25 - 10 \cdot 0,2 = -0,085 \text{ кН} \cdot \text{м} .$$

7. Вычисляем наибольшее значение эквивалентного момента по заданным гипотезам прочности. Так как в данном примере значение суммарного изгибающего момента в сечении C больше, чем в сечении D,

$$M_{uC} = \sqrt{M_{C_x}^2 + M_{C_y}^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2} = 0,423 \text{ кН} \cdot \text{м} ;$$

$$M_{uD} = \sqrt{M_{D_x}^2 + M_{D_y}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,085^2} = 0,13 \text{ кН} \cdot \text{м} ,$$

то сечение C и является опасным. Определяем эквивалентный момент в сечении C.

Вариант а):

$$M_{экв III} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,5^2} = \sqrt{0,429} = 0,655 \text{ кН} \cdot \text{м} .$$

Вариант б):

$$M_{экв V} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75 M_z^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,383^2 + 0,75 \cdot 0,5^2} = \sqrt{0,366} = 0,605 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

8. Определяем требуемые размеры вала по вариантам а и б. По варианту а

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{эквIII}}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,655 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 34,5 \text{ мм}.$$

По варианту б

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{эквV}}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0,605 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 33,6 \text{ мм}$$

Принимаем $d_{\text{вала}} = 34 \text{ мм}$.

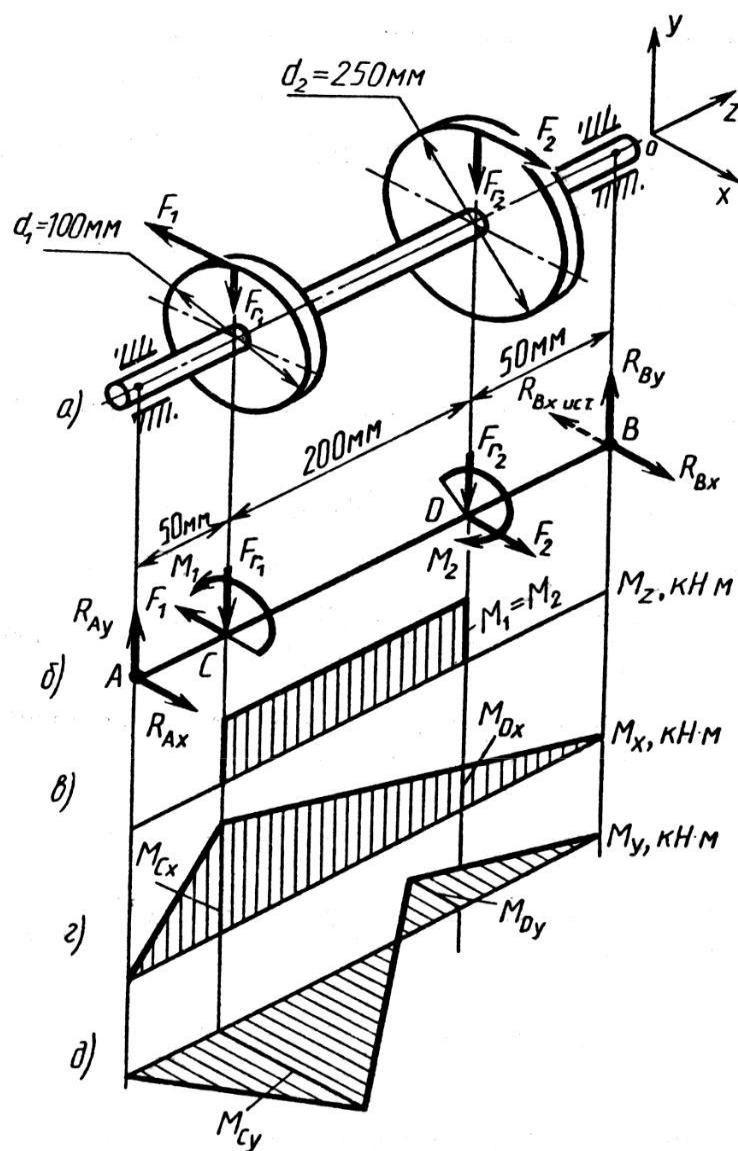


Рисунок 5.1

Вопросы и задания:

1. Что такое изгиб с кручением?
2. Построение эпюр при изгибе с кручением.
3. Внутренние силовые факторы .
4. Определение изгибающего момента при изгибе с кручением.

Лабораторное занятие 10

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Классификация ферм, Аналитические методы расчета ферм.

Цель: дать студенту понятие о центре параллельных сил.

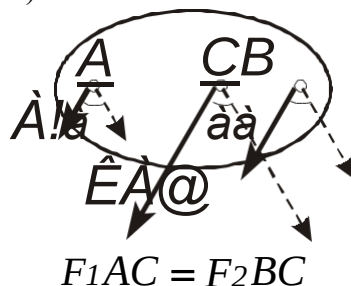
Знать: условий равновесия плоской и пространственной систем сил,

Уметь: приводить систему сил к простейшему виду; составлять и решать уравнения равновесия;

Актуальность темы объясняется нахождением центра параллельных сил, тем самым упрощается расчетная схема.

Теоретическая часть:

Система двух параллельных и одинаково направленных сил $A!$ и $A@$ имеют равнодействующую $K=A!+A@$, линия действия которой проходит через точку C , определяемую соотношением (1.5):



Очевидно, что если повернуть силы $A!$ и $A@$ на один и тот же угол α в одну и ту же сторону, то на этот же угол повернется и их равнодействующая, причем ее линия действия будет проходить через ту же точку C , так как в определяющее положение точки C выражение (1.5) входят только модули сил F_1 и F_2 .

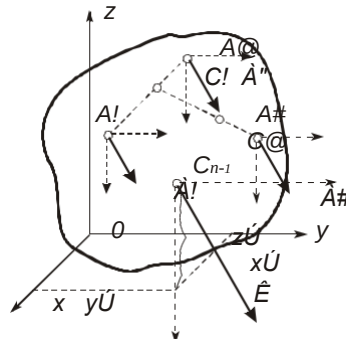


Рис. 1.37 Определение положения центра параллельных сил

Рассмотрим теперь систему параллельных и одинаково направленных сил ($A!$, $A@, A\#, \dots, A\%$), приложенных в точках $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, ..., $A_n(x_n, y_n, z_n)$ твердого тела (рис.1.34). Эта система сил имеет равнодействующую $K=CA\$,$ а ее линия действия проходит через точку C_{n-1} , положение которой найдем, определяя последовательно положения точек $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}$ с помощью выражений

$$\left(\sum_{m=1}^k F_m \right) \cdot A_k C_k = F_{k+1} \cdot A_{k+1} C_k, \text{ записанных для } k=1,2,3, \dots, n-1 \quad (1.18)$$

Так как в равенства (1.18) входят только модули рассматриваемых сил, положение точки C_{n-1} относительно точек $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ не изменится при любых одинаковых изменениях ориентации сил системы.

Определение: точка, через которую проходит линия действия равнодействующей системы параллельных сил при любых поворотах этих сил на один и тот же угол в одну и ту же сторону, называется центром параллельных сил.

Найдем координаты этого центра в произвольной декартовой системе координат. Воспользуемся тем, что его положение не зависит от направления сил и направим все силы системы параллельно оси z (рис.1.34). Тогда по теореме Вариньона

$$M_y(R) = \sum M_y(F_k) \quad M_y(\bar{R}) = R x_{c_{n-1}}^{n-1}, \quad \sum F_k x_k$$

. Учитывая, что

$$\sum M_y(F_k) = F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n, \text{ получаем } x_{c_{n-1}} = \frac{\sum F_k x_k}{R}.$$

Применяя теорему Вариньона относительно оси x и относительно оси z (в последнем случае направив все силы параллельно оси y) получаем аналогичные формулы для

$$y_{c_{n-1}} \text{ и } z_{c_{n-1}}:$$

$$x_{c_{n-1}} = \frac{\sum F_k x_k}{R}, \quad y_{c_{n-1}} = \frac{\sum F_k y_k}{R}, \quad z_{c_{n-1}} = \frac{\sum F_k z_k}{R}. \quad (1.19)$$

Полученные формулы используем для определения положения центров тяжести тел, находящихся в однородном гравитационном поле земного тяготения. Действительно, силы тяжести отдельных частиц тела, размеры которого малы по сравнению с радиусом Земли, образуют систему параллельных сил, аналогичную рассмотренной выше. Назовем равнодействующую сил тяжести отдельных частиц тела весом этого тела и будем обозначать его буквой P . Центром тяжести будем называть центр параллельных сил

тяжести отдельных частиц тела и обозначать его буквой P . В новых обозначениях формулы (1.19) переписутся в виде:

$$x_P = \frac{\sum p_k x_k}{P}, \quad y_P = \frac{\sum p_k y_k}{P}, \quad z_P = \frac{\sum p_k z_k}{P} \quad (1.20)$$

Для однородных тел вес p_k отдельных частиц тела пропорционален объемам этих частиц: $p_k = \gamma v_k$, а вес тела пропорционален объему тела $P = \gamma V$ (γ — вес единицы объема).

Подставляя данные выражения в (1.20), после сокращения на γ , получаем формулы для определения центра тяжести объема:

$$x_P = \frac{\sum v_k x_k}{V}, \quad y_P = \frac{\sum v_k y_k}{V}, \quad z_P = \frac{\sum v_k z_k}{V} \quad (1.21)$$

Для однородных плоских пластин и изделий из однородных линейных элементов (например из однородной проволоки постоянного сечения), вводя вес единицы площади и вес единицы длины, аналогичным образом получаем формулы для определения центра тяжести площади и центра тяжести линии:

$$x_P = \frac{\sum s_k x_k}{S}, \quad y_P = \frac{\sum s_k y_k}{S}, \quad z_P = \frac{\sum s_k z_k}{S},$$

(1.22)

где S - площадь всей пластины, s_k - площади ее частей.

$$x_P = \frac{\sum l_k x_k}{L}, \quad y_P = \frac{\sum l_k y_k}{L}, \quad z_P = \frac{\sum l_k z_k}{L}, \quad (1.23)$$

где L - длина всей линии, l_k - длина ее частей.

Вопросы и задания:

1. Определение центра параллельных сил.
2. Определение координат центра параллельных сил.
3. Определение центра параллельных сил с помощью теоремы Вариньона..

Лабораторное занятие 11

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Метод двух или нескольких сечений

Цель: дать студенту понятия о коэффициенте трения и его определении.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

общие теоремы динамики

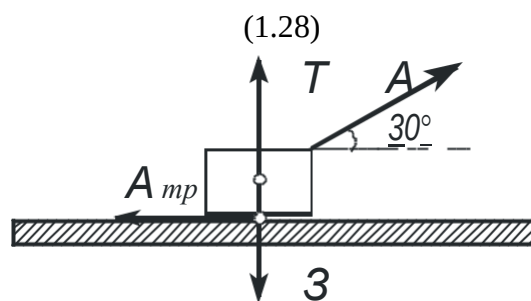
Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением коэффициента трения различных материалов и сплавов.

Теоретическая часть:

Сила трения скольжения. Как показывает опыт, при стремлении двигать одно тело по поверхности другого в плоскости соприкосновения этих тел возникает сила трения, которая может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения, определяемого законом Кулона $F_{тр} = fN$, где f - безразмерный коэффициент трения скольжения, N - нормальная реакция. Коэффициент трения скольжения определяется опытным путем и зависит от материала соприкасающихся тел и состояния их поверхностей (характер обработки, смазки, температуры и т.п.). Опыты показывают, что сила трения скольжения в широких пределах не зависит от размеров трущихся поверхностей тел. Так для того, чтобы сдвинуть обычный кирпич, нужно приложить одинаковую силу независимо от того лежит ли он плашмя или на ребре. При решении задач с учетом сил трения скольжения необходимо четко различать обычное и предельное равновесие тела. В первом случае величина силы трения неизвестна и должна определяться из решения соответствующих уравнений равновесия. Если же в задаче речь идет о предельном равновесии, то сила трения определяется законом Кулона:

$$F_{тр} = fN$$



Простейший пример: пусть на тело, находящееся в равновесии на горизонтальной шероховатой поверхности, действует сила $F=10$ Н. Определить, чему равна сила трения скольжения.

Решение: в данном случае тело заведомо находится в равновесии и сила трения определится из уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = F \cos \alpha - F_{тр} = 0, \quad \text{откуда } F_{тр} = F \cos 30^\circ = 8,66 \text{ Н.}$$

Изменим теперь условие задачи: определим минимальную силу F , способную сдвинуть тело с места, если его вес P равен 10 Н, а коэффициент трения скольжения $f=0,1$.

Решение: так как речь идет о предельном состоянии равновесия,

$$F_{mp} = fN, N = P, F_{mp} = fP = 1H, \sum F_{kx} = F \cos 30^\circ - Pf = 0, \\ F = fP / \cos 30^\circ = 1,15H.$$

Как известно полную реакцию шероховатой поверхности принято представлять суммой двух составляющих: нормальной реакции T и силы трения $A_{тр}$ (рис. 1. 38)

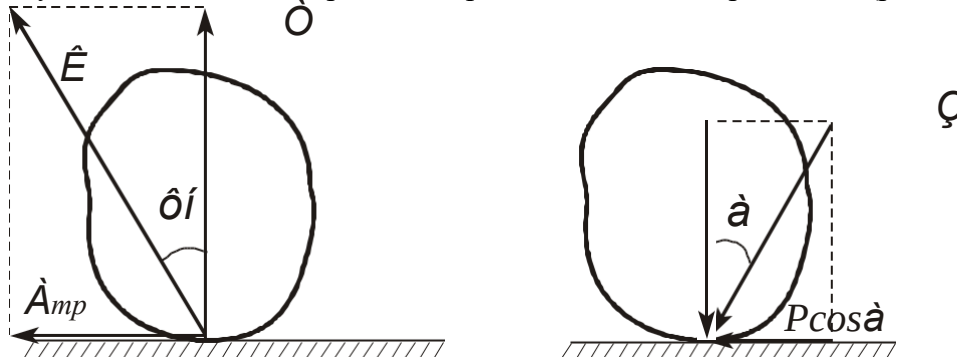
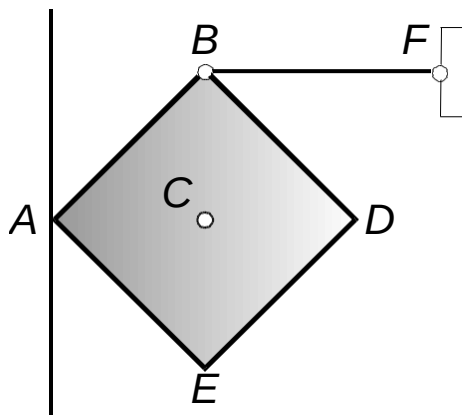


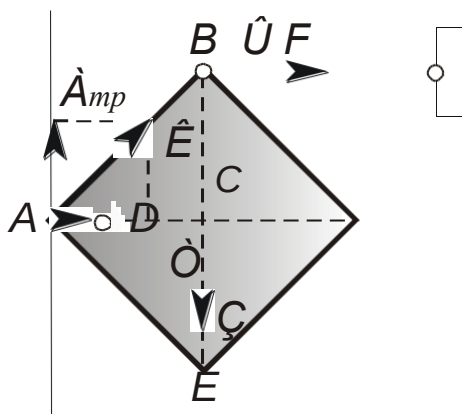
Рис. 1.38. Реакция шероховатой поверхности

Следовательно, полная реакция K будет отклонена от нормали к поверхности на некоторый угол. При изменении силы трения от нуля до ее предельного значения, сила K изменяется от T до своего максимального значения, а ее угол с нормалью растет от нуля до некоторого предельного значения ϕ_n , называемого углом трения. Из рисунка видно, что $\tan \phi_n = F_{mp} / N$, тогда с учетом того, что $F_{mp} = fN$, получаем $\tan \phi_n = f$.

Если к телу приложить силу Z под углом α к нормали (рис.1.34), то тело сдвинется только тогда, когда сдвигающее усилие $P \cos \alpha$ будет больше $F_{mp} = fN$. Это означает, что никакой силой, образующей с нормалью угол $\alpha < \phi_n$, тело вдоль данной поверхности сдвинуть нельзя.



Пример 1. Каков должен быть минимальный коэффициент трения скольжения f в месте контакта однородной квадратной пластины весом P с вертикальной стенкой, если пластина в заданном положении находится в равновесии. Весом стержня BF пренебречь.



Решение. Так как линия действия полной реакции K вертикальной стенки при равновесии пластины должна пройти через точку B (на основании теоремы о трех силах), то $F_{тр} = N$ или, поскольку речь в условии задачи идет о предельном равновесии, $F_{тр} = fN$, $fN = N$, $f = 1$. Тот же результат можно получить и из уравнения равновесия пластины:

$$\sum M_B(\vec{F}_k) = N \cdot BC - F_{тр} \cdot AC = 0, F_{тр} = N, fN = N, f = 1.$$

Вопросы и задания:

1. Что называют трением?
2. Что называют трением скольжения?
3. Что такое трение качения?
4. Определение коэффициента трения.

Лабораторное занятие 12

Тема 4. Плоские статически определимые фермы.

Метод замкнутых сечений, Метод замены стержней.

Цель: дать студенту знания в области сопротивления при качении.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением сопротивления при качении возникающих при взаимодействии деформации тел.

Теоретическая часть:

Трение качение. Трением качения называют сопротивление, возникающее при качении одного тела по поверхности другого.

Причины возникновения этого сопротивления невозможно объяснить без учета деформаций тел, возникающих при их взаимодействии. Рассмотрим круглый цилиндрический каток радиусом R весом $З$, лежащей на горизонтальной шероховатой плоскости, которая под тяжестью катка слегка деформировалась, так что касание катка с поверхностью теперь происходит не в одной точке, а по некоторой площадке AB (рис.1.39). Под действием силы $Й$, приложенной к центру катка, давление у края A убывает и возрастает у края B . В результате нормальная реакция T

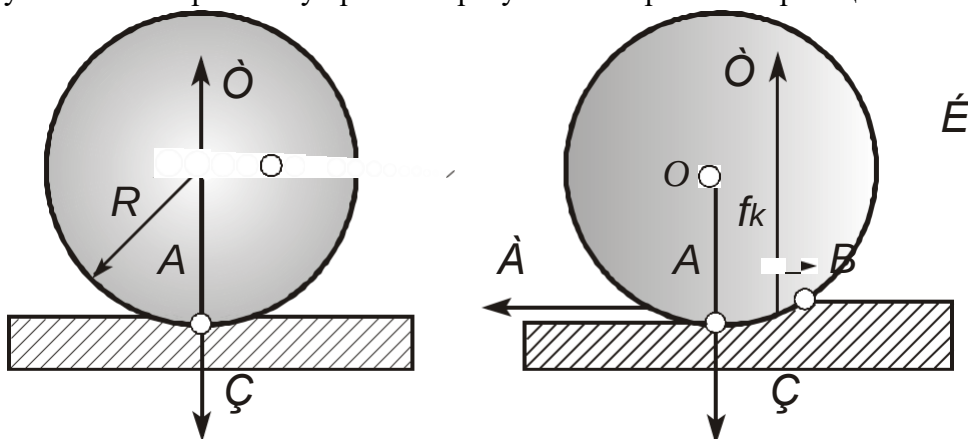


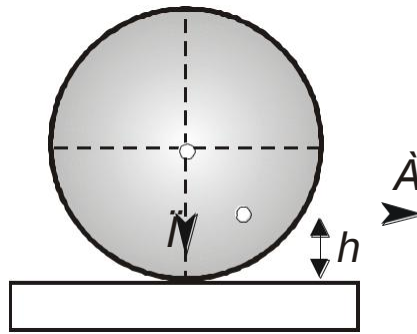
Рис.1.39 Момент сопротивления при качении

являющаяся равнодействующей распределенных на площадке AB сил, смещается в сторону действия силы $Й$. С увеличением Q до некоторого предельного значения Q_{np} это смещение растет до некоторой предельной величины f_k . В этот момент на каток будут действовать две уравновешивающие друг друга пары сил ($Й_{np}$, $A_{тр}$) и (T , $З$) с моментами $M_{вр} = Q_{np}R$ и $M_{т} = Nf_k$ соответственно. Пока $Q < Q_{np}$ каток будет находиться в покое, при $Q > Q_{np}$ начнется качение. Входящая в формулу $M_c = Nf_k$ (1.29)

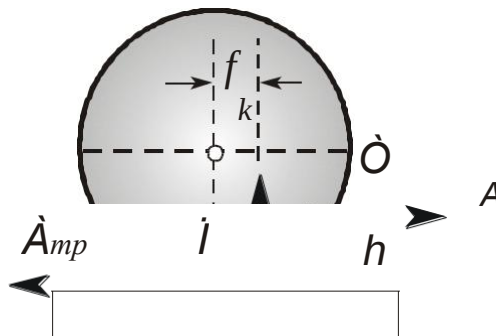
линейная величина f_k называется коэффициентом трения качения. Для большинства материалов, входящее в выражение для предельного значения Q :

$$Q_{np} = (f_k/R)N \quad (1.30)$$

отношение f_k/R значительно меньше коэффициента трения скольжения f из формулы (1.28). Этим объясняется то, что в технике, везде где это возможно, стремятся заменить скольжение качением.



Пример. На какой высоте h и какую горизонтальную силу F нужно приложить, чтобы каток, сила тяжести которого $G=1000$ Н, равномерно скользи по горизонтальной плоскости без качения. Коэффициент трения качения $f_k = 0,01$ м, коэффициент трения скольжения $f = 0,1$.



Решение. Для того чтобы каток двигался равномерно вправо, сила F должна быть равна максимальному значению силы трения скольжения:

$F = F_{тр} = fN = 100$ Н. Каток не будет вращаться, если момент, создаваемый парой сил (A , $A_{тр}$) не будет превышать максимального значения момента сопротивления $M_c = f_k N = kG = 10$ Нм, т.е. максимальное значение $h = M_c/F = 0,1$ м.

Вопросы и задания:

1. Что называют качением?
2. Причины возникновения качения?
3. Почему в технике, везде где это возможно, стремятся заменить скольжение качением?

Лабораторное занятие 13

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Понятие грузового пояса,.

Цель: научиться определять ядро сечения при внецентренном сжатии.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы заключается в применении знаний в области кинематики на практике.

Теоретическая часть:

При конструировании стержней из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению (бетон), весьма желательно добиться того, чтобы все сечение работало лишь на сжатие. Этого можно достигнуть, не давая точке приложения силы P слишком далеко отходить от центра тяжести сечения, ограничивая величину эксцентриситета.

Конструктору желательно заранее знать, какой эксцентриситет при выбранном типе сечения можно допустить, не рискуя вызвать в сечениях стержня напряжений разных знаков. Здесь вводится понятие о так называемом ядре сечения. Этим термином обозначается некоторая область вокруг центра тяжести сечения, внутри которой можно располагать точку приложения силы P , не вызывая в сечении напряжений разного знака.

Пока точка A располагается внутри ядра, нейтральная ось не пересекает контура сечения, все оно лежит по одну сторону от нейтральной оси и, стало быть, работает лишь на сжатие. При удалении точки A от центра тяжести сечения нейтральная ось будет приближаться к контуру; граница ядра определится тем, что при расположении точки A на этой границе нейтральная ось подойдет вплотную к сечению, коснется его.

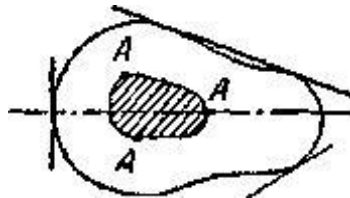


Рис.1. Комбинации положения сжимающей силы и нейтральной линии

Таким образом, если мы будем перемещать точку A так, чтобы нейтральная ось катилась по контуру сечения, не пересекая его, то точка A обойдет по границе ядра сечения. Если контур сечения имеет «впадины», то нейтральная ось будет катиться по огибающей контура.

Чтобы получить очертание ядра, необходимо дать нейтральной оси несколько

положений, касательных к контуру сечения, определить для этих положений отрезки α_y и α_z и вычислить координаты y_P и z_P точки приложения силы по формулам, вытекающим из известных зависимостей:

$$y_P = -\frac{i_x^2}{\alpha_y}; \quad z_P = -\frac{i_y^2}{\alpha_z}$$

это и будут координаты точек контура ядра y_P и z_P .

При многоугольной форме контура сечения (Рис.2), совмещая последовательно нейтральную ось с каждой из сторон многоугольника, мы по отрезкам α_y и α_z определим координаты y_P и z_P точек границы ядра, соответствующих этим сторонам.

При переходе от одной стороны контура сечения к другой нейтральная ось будет вращаться вокруг вершины, разделяющей эти стороны; точка приложения силы будет перемещаться по границе ядра между полученными уже точками. Установим, как должна перемещаться сила Р, чтобы нейтральная ось проходила все время через одну и ту же точку В (y_B, z_B) — вращалась бы около нее. Подставляя координаты этой точки нейтральной оси в известное уравнение нейтральной оси (линии), получим:

$$1 + \frac{y_P y_B}{i_x^2} + \frac{z_P z_B}{i_y^2} = 0$$

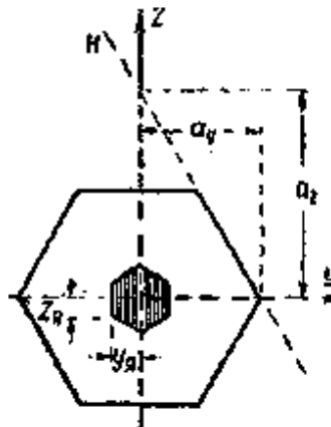


Рис.2. Ядро сечения для многоугольной формы поперечного сечения

Таким образом координаты y_P и z_P точки А приложения силы Р связаны линейно. При вращении нейтральной оси около постоянной точки В точка А приложения силы движется по прямой. Обратно, перемещение силы Р по прямой связано с вращением нейтральной оси около постоянной точки.

На Рис.3 изображены три положения точки приложения силы на этой прямой и соответственно три положения нейтральной оси. Таким образом, при многоугольной форме контура сечения очертание ядра между точками, соответствующими сторонам многоугольника, будет состоять из отрезков прямых линий.

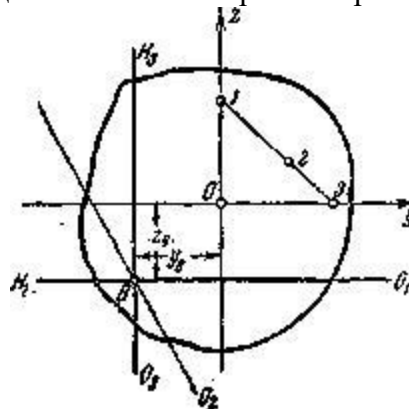


Рис.3. Динамика построения ядра сечения

Если контур сечения целиком или частично ограничен кривыми линиями, то построение границы ядра можно вести по точкам. Рассмотрим несколько простых примеров построения ядра сечения.

При выполнении этого построения для прямоугольного поперечного сечения воспользуемся полученными формулами.

Для определения границ ядра сечения при движении точки А по оси Оу найдем то значение $e = e_0$, при котором нейтральная ось займет положение H_1O_1 . Имеем:

$$a_y = -\frac{b}{2} = -\frac{b^2}{12e_0},$$

откуда

$$e_0 = \frac{b}{6}$$

Таким образом, границы ядра по оси Оу будут отстоять от центра сечения на $1/6$ величины b (Рис.4, точки 1 и 3); по оси Оz границы ядра определяются расстояниями $\frac{d}{6}$ (точки 2 и 4).

Для получения очертания ядра целиком изобразим положения нейтральной оси H_1O_1 и H_2O_2 , соответствующие граничным точкам 1 и 2.

При перемещении силы из точки 1 в точку 2 по границе ядра нейтральная ось должна перейти из положения H_1O_1 в положение H_2O_2 , все время касаясь сечения, т. е. поворачиваясь вокруг точки D.

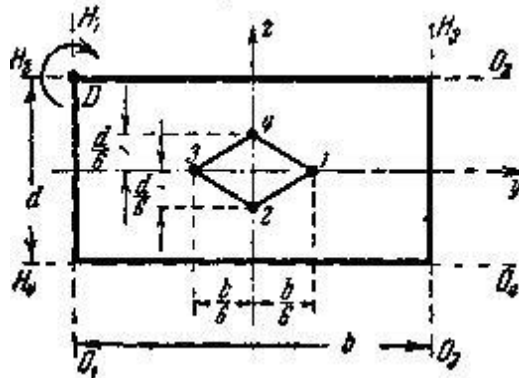


Рис.4. построение ядра для прямоугольного сечения.

Для этого сила должна двигаться по прямой 1 — 2. Точно так же можно доказать, что остальными границами ядра будут линии 2—3, 3—4 и 4—1.

Таким образом, для прямоугольного сечения ядро будет ромбом с диагоналями, равными одной трети соответствующей стороны сечения. Поэтому прямоугольное сечение при расположении силы по главной оси работает на напряжения одного знака, если точка приложения силы не выходит за пределы средней трети стороны сечения.

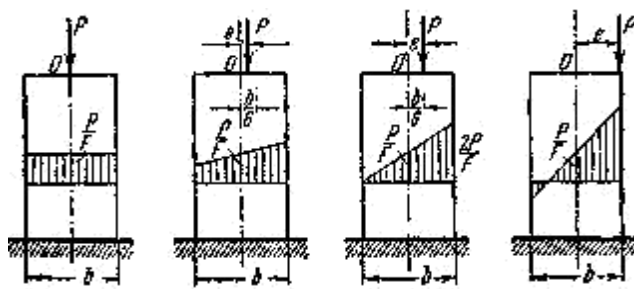


Рис.5. Динамика изменения напряжений при изменении эксцентриситета.

Эпюры распределения нормальных напряжений по прямоугольному сечению при эксцентриситете, равном нулю, меньшему, равному и большему одной шестой ширины сечения, изображены на Рис.5.

Отметим, что при всех положениях силы P напряжение в центре тяжести сечения (точка O) одинаково и равно $\frac{P}{F}$ и что сила P не имеет эксцентриситета по второй главной оси.

Для круглого сечения радиуса r очертание ядра будет по симметрии кругом радиуса r_0 . Возьмем какое-либо положение нейтральной оси, касательное к контуру. Ось Oy расположим перпендикулярно к этой касательной. Тогда

$$\alpha_y = r; \alpha_z = \infty; z_x = r_0 = -\frac{i_z^2}{\alpha_y} = -\frac{\frac{\pi r^4}{4}}{\frac{\pi r^2}{4}} = -\frac{r}{4}$$

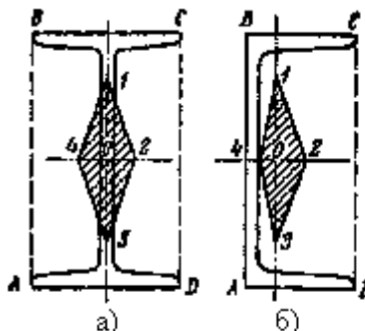


Рис.6. Ядро сечения для двутавра — а) и швеллера — б)

Таким образом, ядро представляет собой круг с радиусом, вчетверо меньшим, чем радиус сечения.

Для двутавра нейтральная ось при обходе контура не будет пересекать площади поперечного сечения, если будет касаться прямоугольного контура $ABCD$, описанного около двутавра (Рис.6а). Следовательно, очертание ядра для двутавра имеет форму ромба, как и для прямоугольника, но с другими размерами.

Для швеллера, как и для двутавра, точки 1, 2, 3, 4 контура ядра (Рис.6 б) соответствуют совпадению нейтральной оси со сторонами прямоугольника $ABCD$.

Вопросы и задания:

1. Что такое ядро сечения?
2. Какие бывают эпюры распределения нормальных напряжений.
3. Запишите формулу определения полного ускорения точки, движущейся вращательно.
4. Дайте определение мгновенного центра ускорения.

Лабораторное занятие 14

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Построение линии влияния усилия.

Цель: научиться рассчитывать балки на упругом основании

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем;

кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения.

Теоретическая часть:

К числу статически неопределимых балок может быть отнесена балка на упругом основании. Так называется балка, опирающаяся по всей своей длине (Рис.1) на упругое основание, оказывающее в каждой точке на балку реакцию, пропорциональную y — прогибу балки в этой точке. Коэффициент пропорциональности обозначается буквой k .

Введение предположения о пропорциональности реакций прогибу является приближением, хотя и достаточно близким к действительным условиям.

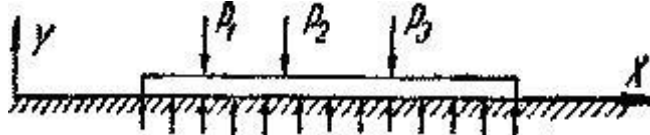


Рис.1. Расчетная схема балки на упругом основании.

Предложение ввести в расчет коэффициент пропорциональности k , именуемый «коэффициентом постели», было впервые сделано русским академиком Николаем Ивановичем Фуссом в 1801 году. Принимая это предположение, получаем, что интенсивность реакции основания в каждой точке сила равна ky и измеряется в единицах силы и длины; размерность коэффициента k при этом будет сила и квадрат длины. Будем считать, что основание оказывает реакцию при прогибах балки как вниз, так и вверх.

На практике задачи о расчете балки на упругом основании встречаются в железнодорожном деле (рельс, шпала), в строительстве — фундаменты различных сооружений, передающие нагрузку на грунт.

Статически неопределимой такая балка будет потому, что условие статики — сумма нагрузок равна всей реакции основания — не дает возможности установить распределение этой реакции по длине балки, а значит, вычислить изгибающие моменты и поперечные силы.

Интенсивность реакции в каждой точке связана с прогибами балки. Поэтому для решения задачи необходимо найти сначала уравнение изогнутой оси $y = f(x)$, а уже

затем формулы для вычисления изгибающего момента и поперечной силы. Ход решения оказывается обратным обычному.

Найдем уравнение изогнутой оси для балки постоянного сечения, лежащей на упругом основании и нагруженной сосредоточенными силами $P_1, P_2, \dots$ (Рис.1). Начало координат возьмем в любой точке, ось x направим вправо, ось y вертикально вверх. Направление нагрузок вверх будем считать положительным. Напишем обычное дифференциальное уравнение изгиба

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x)$$

Так как $M(x)$ нам неизвестен, то постараемся связать прогибы непосредственно с нагрузкой, для этого дифференцируем дважды предыдущее уравнение:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x) \quad (1)$$

где $q(x)$ —интенсивность сплошной нагрузки, действующей на балку в сечении с абсциссой x .

Сплошной нагрузкой для нашей балки является лишь реакция упругого основания. Интенсивность ей пропорциональна прогибам; эта нагрузка направлена вверх, т. е. положительна, когда прогибы идут вниз, т. е. отрицательны, и наоборот. Таким образом, эта нагрузка имеет знак, обратный знаку прогибов:

$$q(x) = -ky$$

Тогда

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = -ky \quad (2)$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EJ} y = 0 \quad (3)$$

Если обозначить $\sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}} = \beta$, то общий интеграл уравнения (25.3) имеет вид:

$$y = e^{+\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (25.4)$$

Постоянные A, B, C, D должны быть определены в каждом частном случае нагрузки и длины балки. Величина β имеет измерение обратное длине.

Расчет бесконечно длинной балки на упругом основании, нагруженной одной силой P .

Наиболее просто решается задача об изгибе бесконечно длинной балки, нагруженной одной сосредоточенной силой (Рис.2). Помимо непосредственного практического значения решение этой задачи позволит путем последовательных приближений рассчитывать и балки конечной длины.

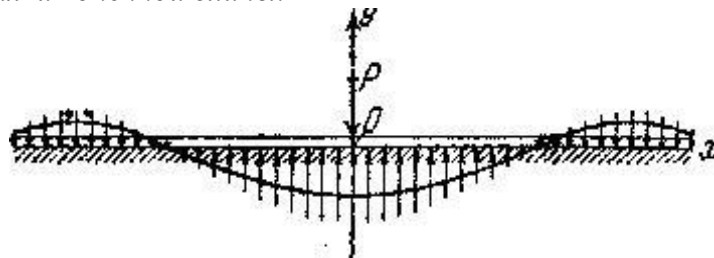


Рис.2. Расчетная схема балки бесконечной длины.

Начало координат расположим в точке приложения силы P . Определим постоянные A, B, C и D . Так как вся реакция основания, равная силе P должна быть конечной величиной,

то прогибы балки в точках, бесконечно удаленных от точки приложения силы, должны обращаться в нуль:

$$y_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (5)$$

При бесконечно больших значениях x два вторых слагаемых в правой части формулы (4) обращаются в нуль благодаря множителю $e^{-\beta x}$, два же первых могут обратиться в нуль лишь при

$$A = 0 \text{ и } B = 0;$$

таким образом,

$$y = e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (6)$$

Далее, по симметрии нагрузки и реакции основания, касательная к изогнутой оси в точке приложения силы должна идти параллельно оси абсцисс:

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0$$

Дифференцируя (6), получаем:

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -\beta e^{-\beta x} [\sin \beta x (C + D) + \cos \beta x (D - C)]$$

Подставляя в это выражение $x = 0$ и приравнявая результат нулю, находим:

$$D - C = 0 \text{ и } C = D;$$

таким образом, уравнения будут:

$$y = e^{-\beta x} C (\sin \beta x + \cos \beta x) \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -2e^{-\beta x} C \beta \sin \beta x \quad (8)$$

Для определения последней постоянной C имеем еще одно уравнение: нам известна величина поперечной силы в начале координат.

Разрезав балку сечением в точке O справа от силы P и рассматривая правую часть балки, видим, что поперечная сила в этом сечении равна реакции основания, действующей на правую половину балки со знаком минус; так как реакция направлена вверх (для правой половины) и вся реакция основания равна P , значит, поперечная сила в сечении при $x = 0$ равна

$$Q(x)_{x=0} = -\frac{P}{2}$$

Но, с другой стороны

$$EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = Q(x) \quad (9)$$

Таким образом,

$$EJ \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} = -\frac{P}{2} \quad (10)$$

Вычисляем, пользуясь (8), $\frac{d^2 y}{dx^2}$ и $\frac{d^3 y}{dx^3}$:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -2C\beta^2 e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] \quad (11)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = +4C\beta^3 e^{-\beta x} \cos \beta x \quad (12)$$

Подставляя (12) в (10) и приравнявая x нулю, получаем:

$$4EJC\beta^3 = -\frac{P}{2} \quad C = -\frac{P}{8EJ\beta^3}$$

Теперь значения y и ее производных получают вид

$$y = -\frac{P}{8EJ\beta^3} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x) = -\frac{P}{8EJ\beta^3} \cdot \eta$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = +\frac{P}{4EJ\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x = +\frac{P}{4EJ\beta^2} \cdot \eta_3$$

$$M(x) = EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = +\frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] = \frac{P}{4\beta} \cdot \eta_1$$

$$Q(x) = EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x = -\frac{P}{2} \cdot \eta_2$$

Таким образом, напряженное состояние и деформации балки на упругом основании всецело определяются нагрузкой и коэффициентом β , зависящим от соотношения жесткостей балки и упругого основания.

Вопросы и задания:

1. Какими уравнениями задается плоскопараллельное движение?
2. Сформулируйте теорему о проекциях скоростей двух точек плоской фигуры.
3. Какие существуют способы задания движения точки?
4. Назвать случаи, когда кориолисово ускорение точки равно нулю.
5. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.

Лабораторное занятие 15

Тема 5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.

Построение линии влияния опорных реакций.

Цель: научить студента рассчитывать заклепки на перерезывание.

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем;

кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением скорости и ускорения точек звеньев механизма с помощью МЦС

Теоретическая часть:

Мы изучали, что при простом растяжении или простом сжатии две части стержня, разделенные наклонным сечением, стремятся не только оторваться друг от друга, но и сдвинуться одна относительно другой. Растяжению сопротивляются нормальные, а сдвигу — касательные напряжения.

На практике целый ряд деталей и элементов конструкций работает в таких условиях, что внешние силы стремятся их разрушить именно путем сдвига.

В соответствии с этим при проверке прочности таких элементов на первый план выступают касательные напряжения. Простейшими примерами подобных деталей являются болтовые и заклепочные соединения. Заклепки во многих случаях уже вытеснены сваркой; однако они имеют еще очень большое применение для соединения частей всякого рода металлических конструкций: стропил, ферм мостов, кранов, для соединения листов в котлах, судах, резервуарах и т. п. Для образования заклепочного соединения в обоих листах просверливают или продавливают отверстия. В них закладывается нагретый до красного каления стержень — заклепки с одной головкой; другой конец заклепки расклепывается ударами специального молотка или давлением гидравлического пресса (клепальной машины) для образования второй головки. Мелкие заклепки (малого диаметра — меньше 8 мм) ставятся в холодном состоянии (авиационные конструкции).

Для изучения работы заклепок рассмотрим простейший пример заклепочного соединения (Рис.1). Шесть заклепок, расположенных в два ряда, соединяют два листа внахлестку. Под действием сил P эти листы стремятся сдвинуться один по другому, чему препятствуют заклепки, на которые и будет передаваться действие сил P).

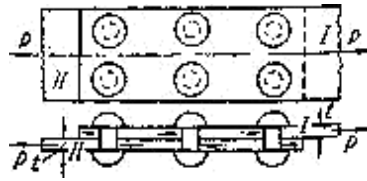


Рис.1. Расчетная схема заклепочного соединения

Для проверки прочности заклепок применим общий порядок решения задач сопротивления материалов.

На каждую заклепку передаются по две равные и прямо противоположные силы: одна — от первого листа, другая — от второго. Опытные исследования показывают, что одни из заклепок ряда нагружаются больше, другие — меньше. Однако к моменту разрушения усилия, передающиеся на различные заклепки, более или менее выравниваются за счет пластических деформаций. Поэтому принято считать, что все заклепки работают одинаково. Таким образом, при n заклепках в соединении, изображенном на фиг. 1, на

каждую из них действуют по две равные и противоположные силы $P_1 = \frac{P}{n}$ (Рис.2); эти силы передаются на заклепку путем нажима соответствующего листа на боковую полуцилиндрическую поверхность стержня. Силы P_1 стремятся перерезать заклепку по плоскости $m-k$ раздела обоих листов.

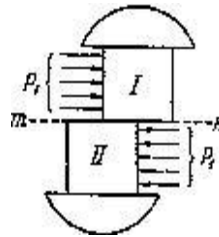


Рис.2. Силы, действующие на заклепочное соединение.

Для вычисления напряжений, действующих по этой плоскости, разделим мысленно заклепочный стержень сечением $m-k$ и отбросим нижнюю часть (Рис.2). Внутренние усилия, передающиеся по этому сечению от нижней части на верхнюю, будут уравнивать силу P_1 т. е. будут действовать параллельно ей в плоскости сечения, и в сумме дадут равнодействующую, равную P_1 . Следовательно, напряжения, возникающие в этом сечении и действующие касательно к плоскости сечения, это — касательные напряжения τ . Обычно принимают равномерное распределение этих напряжений по сечению. Тогда при диаметре заклепки d на единицу площади сечения будет приходиться напряжение:

$$\tau = \frac{P_1}{F} = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}}$$

Величина допускаемого касательного напряжения $[\tau]_в$, или, как говорят, допускаемого напряжения на срез, принято определять в виде: $[\tau] = (0,7 \div 0,8) [\sigma]$ Зная $[\tau]_в$, мы напишем условие прочности заклепки на перерезывание в таком виде:

$$\tau = \frac{P}{F} = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]_в$$

т. е. действительное касательное напряжение τ в материале заклепки должно быть равно допускаемому $[\tau]_s$ или меньше его.

Из этого условия можно определить необходимый диаметр заклепок, если задаться их числом, и наоборот. Обычно задаются диаметром заклепочных стержней d в соответствии с толщиной t склепываемых частей (обычно $d \approx 2t$) и определяют необходимое число заклепок n :

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]_s}$$

Знаменатель этой формулы представляет собой ту силу, которую безопасно может взять на себя каждая заклепка.

Пусть $P = 720 \text{ КН}$, $d = 2 \text{ см}$, $[\tau]_s = 100 \text{ МПа}$; тогда

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]_s} = \frac{720000}{\frac{3,14 \cdot 4 \cdot 10^2}{4} \cdot 100} \approx 24$$

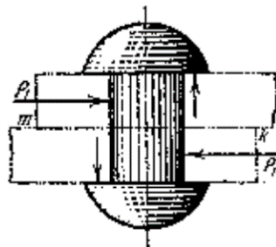


Рис.3. Расчетная модель действия нормальных напряжений

При выводе формулы расчета заклепки на перерезывание, помимо оговоренных, допущена еще одна неточность. Дело в том, что силы P_1 действующие на заклепку, не направлены по одной прямой, а образуют пару. Эта пара уравнивается другой парой, образующейся из реакций соединенных листов на головку заклепки (Рис.3) и ведет к появлению нормальных напряжений, действующих по сечению mk .

Кроме этих нормальных напряжений, по сечению mk действуют еще нормальные напряжения, вызванные тем, что при охлаждении заклепочный стержень стремится сократить свою длину, чему мешает упор головок заклепки в листы. Это обстоятельство, с одной стороны, обеспечивает стягивание заклепками листов и возникновение между ними сил трения, с другой — вызывает значительные нормальные напряжения по сечениям стержня заклепки. Особых неприятностей эти напряжения принести не могут. На заклепки идет сталь, обладающая значительной пластичностью; поэтому даже если бы нормальные напряжения достигли предела текучести, можно ожидать некоторого пластического удлинения стержня заклепки, что вызовет лишь уменьшение сил трения между листами и осуществление в действительности той схемы работы заклепки на перерезывание, на которую она и рассчитывается. Поэтому эти нормальные напряжения расчетом не учитываются.

Вопросы и задания:

1. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
2. Как по уравнениям движения плоской фигуры найти скорость полюса и угловую скорость вращения вокруг полюса?
3. Как определить скорость любой точки плоской фигуры?
4. Что называется мгновенным центром скоростей плоской фигуры и как найти положение МЦС в различных случаях?
5. Сформулируйте теорему об ускорениях точек плоской фигуры.

Лабораторное занятие 16

Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

Фермы с простой решеткой.

Цель: научить определять скорости и ускорения точек плоской фигуры

Знать: дифференциальных уравнений движения точки;

кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки;

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением скоростей и ускорений точек фигуры в плоскости.

Теоретическая часть:

Скорости точек при плоском движении

Для определения скоростей при плоскопараллельном движении используются: **формула распределения скоростей, теорема о проекциях и понятие мгновенного центра скоростей (МЦС).**

а) Формула распределения скоростей

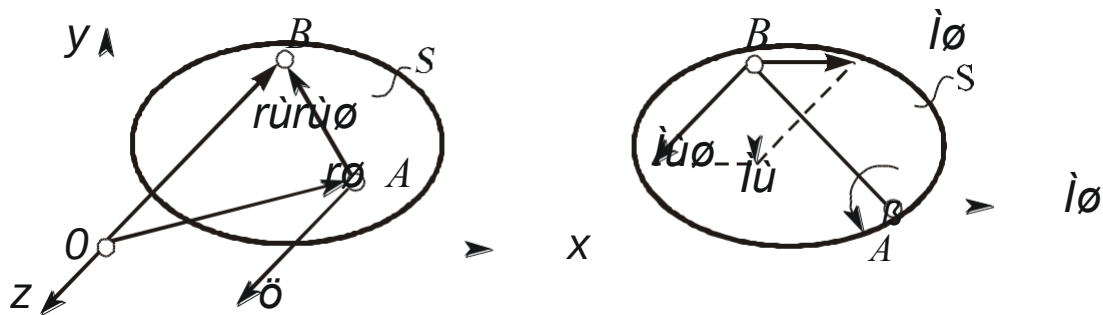


Рис. 2.25. К выводу формулы распределения скоростей

Из рис. 2.25 видно, что положение произвольной точки **B** плоской фигуры **S** в каждый момент времени определяется следующим векторным равенством:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{BA}$$

Продифференцируем данное выражение по времени

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt},$$

согласно формуле Эйлера (2.38)

$$\frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA},$$

Обозначая $\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA} = \vec{V}_{BA}$ получаем формулу распределения скоростей:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad V_{BA} = \omega AB, \quad \vec{V}_{BA} \perp AB. \quad (2.41)$$

Согласно (41), скорость произвольной точки B плоской фигуры равна геометрической сумме скорости полюса $\vec{V}_A$ и скорости вращения точки B вокруг полюса - $\vec{V}_{BA}$.

б) Теорема о проекциях: при любом движении твердого тела проекции скоростей любых двух его точек на прямую, соединяющую эти точки, равны между собой (рис. 2.26).

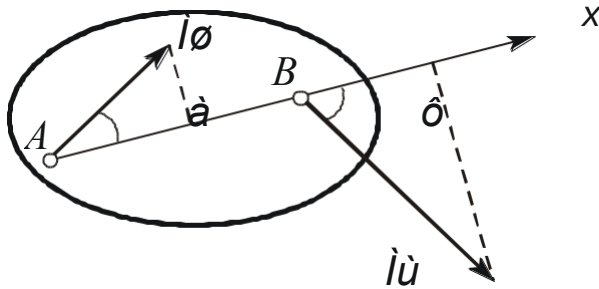


Рис. 2.26. К теореме о проекциях

Спроецируем на ось x , проходящую через точки A и B формулу (2.41). Так как $\vec{V}_{BA} \perp AB$, получаем

$$V_A \cos \alpha = V_B \cos \varphi,$$

что и требовалось доказать.

в) Использование понятия мгновенного центра скоростей.

Определение: мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. МЦС принято обозначать буквой P .

Покажем, что если плоская фигура не движется поступательно, то такая точка существует в каждый момент времени. Для этого восстановим перпендикуляры к скоростям двух произвольных точек A и B и найдем точку их пересечения (рис. 2.27).

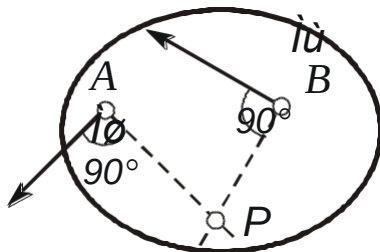


Рис. 2.28. Основной случай определения положения М.Ц.С.

Покажем, что скорость точки P равна нулю и, следовательно, эта точка по определению является мгновенным центром скоростей. Согласно (2.41) имеем

$$\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{PA}, \quad \vec{V}_P = \vec{V}_B + \vec{V}_{PB}.$$

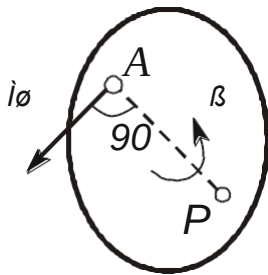
Поскольку векторы $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ перпендикулярны отрезкам AP и BP по построению, а векторы $\vec{V}_{PA}$ и $\vec{V}_{PB}$ перпендикулярны этим отрезкам по определению, вектор $\vec{V}_A$ должен быть одновременно перпендикулярен обоим отрезкам, что невозможно, если только он не равен нулю.

Если теперь взять за полюс точку P , то для точек A и B формула (2.41) запишется в виде:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_P + \vec{V}_{AP}, \quad \vec{V}_B = \vec{V}_P + \vec{V}_{BP}.$$

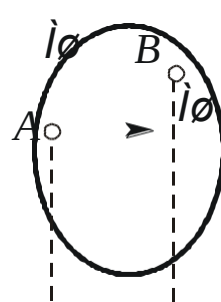
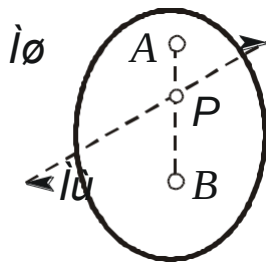
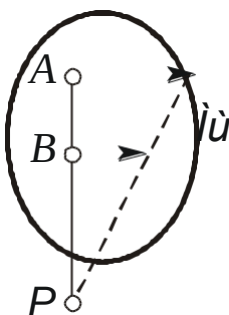
Учитывая, что $\vec{V}_P = 0$, получаем: $V_A = \omega AP$, $V_B = \omega BP$ или $V_A / AP = V_B / BP = \omega$. (2.42)

Из (2.42) следует, что скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям от мгновенного центра скоростей и движение плоской фигуры можно рассматривать как вращение вокруг меняющего свое положение мгновенного центра скоростей. Мгновенную угловую скорость этого вращения можно найти, поделив скорость любой точки на ее расстояние от мгновенного центра скоростей. Кроме основного случая нахождения положения МЦС, рассмотренного выше, при решении задач встречаются следующие варианты:

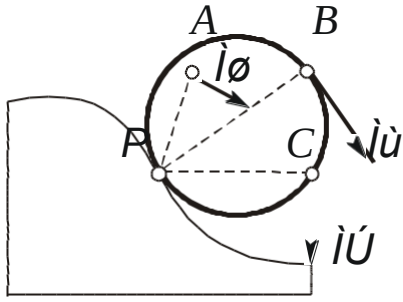


Если известны скорость какой-либо точки A и мгновенная угловая скорость ω то расстояние от этой точки до мгновенного центра скоростей P равно $AP = V_A / \omega$

При построении прямой угол откладывается от вектора V_A в сторону вращения плоской фигуры.



$\dot{u}$ Случай мгновенно- $\rightarrow$ поступательного движения. Скорости всех точек тела равны по величине и по направлению, $\omega=0$, МЦС находится в бесконечности.



При качении тела по неподвижной поверхности, мгновенный центр скоростей P находится в точке касания это тела с неподвижной поверхностью, т.к. отсутствие проскальзывания означает равенство скоростей соприкасающихся точек.

Рис. 2.28. Частные случаи определения положения МЦС

3. Ускорения точек в плоском движении. Формула распределения ускорений.

Для вывода данной формулы распределения ускорений запишем выражение (2.41) в виде:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB}$$

и, продифференцировав его по времени, получим:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt}.$$

Учитывая, что $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon}$, а по формуле Эйлера $\frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}$, имеем:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{BA} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA})$$

Введем следующие обозначения:

$$\vec{W}_{BA}^{ep} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_{BA}, \quad \vec{W}_{BA}^u = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}).$$

Векторы $\vec{W}_{BA}^{ep}$ и $\vec{W}_{BA}^u$ называют вращательным и центростремительным ускорением точки B в ее относительном вращении вокруг полюса A .

По определению векторного произведения вектор $\vec{W}_{BA}^{ep}$ перпендикулярен отрезку AB , лежит в плоскости движения, а его модуль равен $\varepsilon \cdot AB$, так как $r_{BA} = AB$. По формуле для двойного векторного произведения

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}),$$

получаем
$$\vec{W}_{BA}^u = \vec{\omega} (\vec{\omega} \cdot \vec{r}_{BA}) - \vec{r}_{BA} (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) = -\omega^2 \vec{r}_{BA} = -\omega^2 \vec{AB},$$

поскольку $(\vec{\omega} \cdot \vec{r}_{BA}) = \omega AB \cos 90^\circ = 0$. Таким образом, вектор $\vec{W}_{BA}^u$ направлен вдоль отрезка AB от точки B к точке A (см. рис. 2.29), а его модуль равен $\omega^2 AB$.

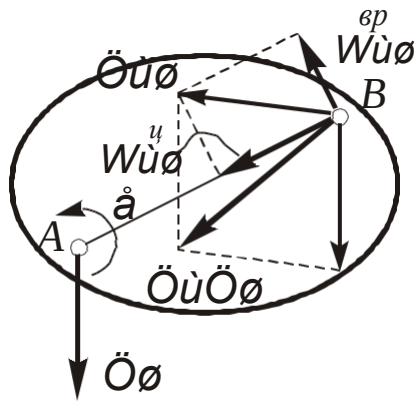


Рис. 2.29. Иллюстрация формулы распределения ускорений

Окончательно формулу распределения ускорений можно записать в виде:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^u + \vec{W}_{BA}^{ep}, \quad (2.43)$$

в которой $\vec{W}_{BA}^u = -\omega^2 AB$, $\vec{W}_{BA}^{ep} = \varepsilon AB$.

Формулу (2.43) иногда используют в виде $\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}$ (2.43*)

где вектор $\vec{W}_{BA} = \vec{W}_{BA}^u + \vec{W}_{BA}^{ep}$ направлен под углом $\gamma = \arctg\left(\frac{\varepsilon}{\omega^2}\right)$ к отрезку

AB и равен по модулю $W_{BA} = AB\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$.

Пример 1. Найти ускорение точки B , угловое ускорение шатуна AB и угловое ускорение кривошипа BC четырехзвенного механизма в положении, указанном на рис. 2.29. Кривошип OA вращается равномерно с угловой скоростью $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$, длина шатуна AB равна 0,8 м.

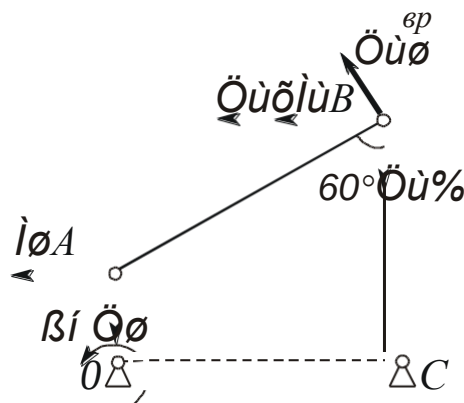


Рис. 2.29. Пример использования формулы распределения ускорений

Решение. Определим скорость и ускорение точки A , которую затем выберем в качестве полюса:

$$V_A = \omega OA = 2 \text{ м/с}, \quad W_A = \omega^2 OA = 10 \text{ м/сек}^2.$$

Так как *М.Ц.С.* звена *AB* находится в бесконечности (*Мш* параллелен *Мш*), $\omega_{AB} = 0$. Ускорение точки *B*, как точки, принадлежащей звену *AB*, по формуле распределения ускорений равно:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^u + \vec{W}_{BA}^{ep} = \vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^{ep}, \text{ так как } W_{BA}^u = \omega_{AB}^2 AB = 0.$$

С другой стороны, ускорение точки *B*, как точки принадлежащей звену *BC* и вращающейся вокруг точки *C*, можно представить в виде сумму ее касательного и нормального ускорений:

$$\vec{W}_B = \vec{W}_{B\tau} + \vec{W}_{Bn}, \text{ где } W_{Bn} = \frac{V_B^2}{BC} = 5 \frac{M}{c^2}, W_{B\tau} = \varepsilon_{BC} BC.$$

Приравнивая правые части выражений для $\vec{W}_B$, получаем:

$$\vec{W}_A + \vec{W}_{BA}^{ad} = \vec{W}_{B\tau} + \vec{W}_{Bn}. \quad (*)$$

Проектируя (*) на направления отрезков *BC* и *AB* имеем:

$$W_{Bn} = W_A - W_{BA} \cos 30^\circ, -W_{Bn} \cos 60^\circ - W_{B\tau} \cos 30^\circ = -W_A \cos 30^\circ$$

$$\text{откуда } W_{BA}^{ep} = \frac{W_A - W_{Bn}}{\cos 30^\circ} = 5,78 \frac{M}{c^2}, \varepsilon_{AB} = \frac{W_{BA}^{ep}}{AB} = 7,22 \frac{rad}{c^2},$$

$$W_{B\tau} = (W_A - W_{Bn}) \operatorname{tg} 30^\circ = 2,89 \frac{M}{c^2}, \varepsilon_{BC} = \frac{W_{B\tau}}{BC} = 3,61 \frac{rad}{c^2}.$$

$$W_B = \sqrt{W_{Bn}^2 + W_{B\tau}^2} = 5,77 \frac{M}{c^2}.$$

4. Мгновенный центр ускорений (М.Ц.У)

Мгновенным центром ускорений называется точка плоской фигуры, ускорение которой в данный момент времени равно нулю. *М.Ц.У* принято обозначать буквой *Q*.

Покажем, что если плоская фигура (рис. 2.30) не движется поступательно, то такая точка существует в каждый момент времени и ее положение легко определить (зная

ускорение какой-либо точки $\vec{W}_A$ и величины ω и ε) следующим образом:

из выражения $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$ определим угол γ ,

$$\omega^2$$

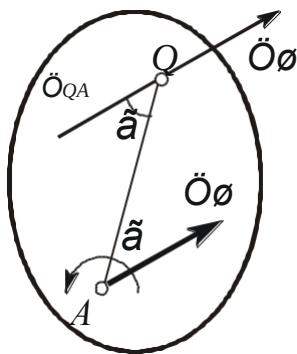


Рис. 2.30. К определению положения мгновенного центра ускорений

от точки A под углом γ к вектору $\vec{W}_A$ проведем отрезок AQ . При этом отрезок AQ должен быть отклонен от вектора ускорения в сторону направления углового ускорения ε . Длина отрезка AQ определяется равенством:

$$AQ = W_A \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (2.44)$$

Найденная таким образом точка Q и будет являться мгновенным центром ускорений. Действительно, по формуле распределения ускорений, имеем

$$\vec{W}_Q = \vec{W}_A + \vec{W}_{QA}, \text{ где } W_{QA} = AQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Подставляя сюда AQ из (2.44), находим, что $W_{QA} = W_A$. Кроме того, вектор $\vec{W}_{QA}$ должен образовывать с линией AQ угол γ и, следовательно, вектор $\vec{W}_A$ параллелен QA

$\vec{W}_A$, но направлен в противоположную сторону. Поэтому

$W_{QA} = -W_A$ и $W_Q = 0$. Если теперь за полюс выбрать точку Q , то ускорение произвольной точки M , согласно (2.43) будет равно:

$$W_M = W_Q + W_{MQ} = W_{MQ}, \quad W_M = MQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4},$$

Следовательно, ускорения точек плоской фигуры определяются в каждый данный момент времени так, как если бы движение плоской фигуры было вращением вокруг мгновенного центра ускорений Q (рис. 2.31). При этом ускорения точек плоской фигуры будут пропорциональны их расстояниям от $М.Ц.У.$

$$\frac{W_M}{MQ} = \frac{W_A}{AQ} = \frac{W_B}{BQ} = \frac{W_C}{CQ} = \dots = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

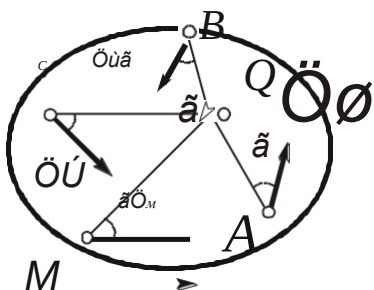
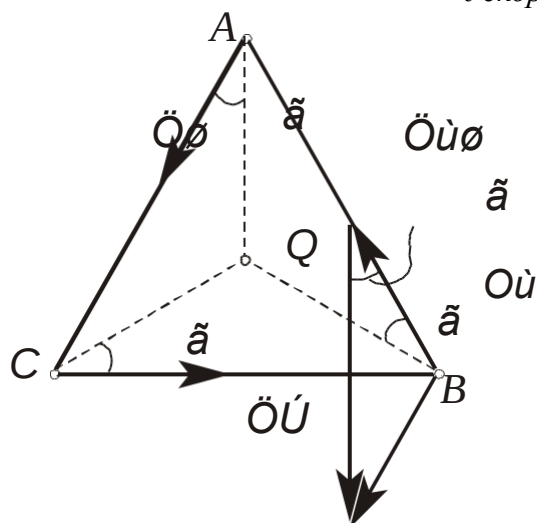


Рис. 2.31. Определение ускорений с помощью М.Ц.У.

Пример 2. Равносторонний треугольник ABC движется в плоскости чертежа.

Ускорения вершин A и B равны в данный момент времени 16 см/с^2 и направлены по сторонам треугольника. Определить ускорение третьей вершины C треугольника.



Решение. Определим ускорение точки C используя понятие мгновенного центра ускорений. Для определения его положения необходимо знать угол $\approx 30^\circ$ между вектором $\vec{CQ}$ и отрезком AB . (см. рис 2.30). Очевидно, что в нашем случае этот угол равен 30° .

Положение мгновенного центра ускорений Q определим как точку пересечения двух прямых, проведенных под углом γ к векторам $\vec{C_1C}$ и $\vec{C_2C}$. Так как расстояния вершин треугольника от точки Q одинаковы, $CQ = 16 \text{ см/с}^2$. Направление этого вектора показано на рисунке.

Вопросы и задания:

1. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
2. Как по уравнениям движения плоской фигуры найти скорость полюса и угловую скорость вращения вокруг полюса?
3. Как определить скорость любой точки плоской фигуры?
4. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.
5. Сформулируйте теорему об ускорениях точек плоской фигуры.

Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

Шпренгельные фермы.

Цель: научиться определять ядро сечения при внецентренном сжатии.

Знать: кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы заключается в применении знаний в области кинематики на практике.

Теоретическая часть:

При конструировании стержней из материалов, плохо сопротивляющихся растяжению (бетон), весьма желательно добиться того, чтобы все сечение работало лишь на сжатие. Этого можно достигнуть, не давая точке приложения силы P слишком далеко отходить от центра тяжести сечения, ограничивая величину эксцентриситета.

Конструктору желательно заранее знать, какой эксцентриситет при выбранном типе сечения можно допустить, не рискуя вызвать в сечениях стержня напряжений разных знаков. Здесь вводится понятие о так называемом ядре сечения. Этим термином обозначается некоторая область вокруг центра тяжести сечения, внутри которой можно располагать точку приложения силы P , не вызывая в сечении напряжений разного знака.

Пока точка A располагается внутри ядра, нейтральная ось не пересекает контура сечения, все оно лежит по одну сторону от нейтральной оси и, стало быть, работает лишь на сжатие. При удалении точки A от центра тяжести сечения нейтральная ось будет приближаться к контуру; граница ядра определится тем, что при расположении точки A на этой границе нейтральная ось подойдет вплотную к сечению, коснется его.

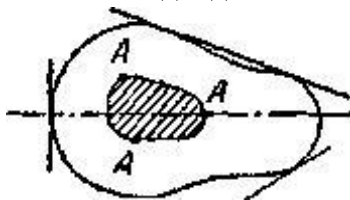


Рис.1. Комбинации положения сжимающей силы и нейтральной линии

Таким образом, если мы будем перемещать точку A так, чтобы нейтральная ось катилась по контуру сечения, не пересекая его, то точка A обойдет по границе ядра сечения. Если контур сечения имеет «впадины», то нейтральная ось будет катиться по огибающей контура.

Чтобы получить очертание ядра, необходимо дать нейтральной оси несколько положений, касательных к контуру сечения, определить для этих положений отрезки α_y и α_z и вычислить координаты y_P и z_P точки приложения силы по формулам, вытекающим из известных зависимостей:

$$y_P = -\frac{i_x^2}{a_y}; \quad z_P = -\frac{i_y^2}{a_x}$$

это и будут координаты точек контура ядра y_P и z_P .

При многоугольной форме контура сечения (Рис.2), совмещая последовательно нейтральную ось с каждой из сторон многоугольника, мы по отрезкам a_y и a_x определим координаты y_P и z_P точек границы ядра, соответствующих этим сторонам.

При переходе от одной стороны контура сечения к другой нейтральная ось будет вращаться вокруг вершины, разделяющей эти стороны; точка приложения силы будет перемещаться по границе ядра между полученными уже точками. Установим, как должна перемещаться сила P , чтобы нейтральная ось проходила все время через одну и ту же точку $B (y_B, z_B)$ — вращалась бы около нее. Подставляя координаты этой точки нейтральной оси в известное уравнение нейтральной оси (линии), получим:

$$1 + \frac{y_P y_B}{i_x^2} + \frac{z_P z_B}{i_y^2} = 0$$

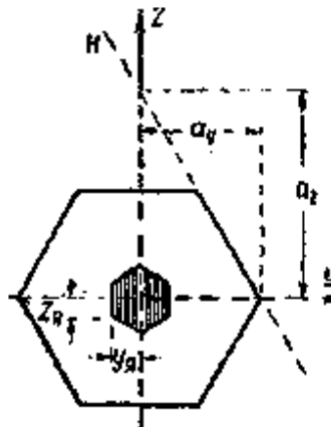


Рис.2. Ядро сечения для многоугольной формы поперечного сечения

Таким образом координаты y_P и z_P точки A приложения силы P связаны линейно. При вращении нейтральной оси около постоянной точки B точка A приложения силы движется по прямой. Обратно, перемещение силы P по прямой связано с вращением нейтральной оси около постоянной точки.

На Рис.3 изображены три положения точки приложения силы на этой прямой и соответственно три положения нейтральной оси. Таким образом, при многоугольной форме контура сечения очертание ядра между точками, соответствующими сторонам многоугольника, будет состоять из отрезков прямых линий.

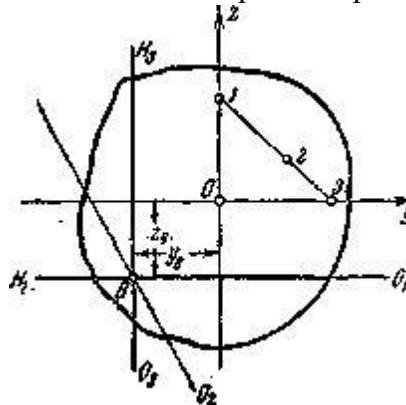


Рис.3. Динамика построения ядра сечения

Если контур сечения целиком или частично ограничен кривыми линиями, то построение границы ядра можно вести по точкам. Рассмотрим несколько простых примеров построения ядра сечения.

При выполнении этого построения для прямоугольного поперечного сечения воспользуемся полученными формулами.

Для определения границ ядра сечения при движении точки А по оси Оу найдем то значение $e = e_0$, при котором нейтральная ось займет положение H_1O_1 . Имеем:

$$a_y = -\frac{b}{2} = -\frac{b^2}{12e_0},$$

откуда

$$e_0 = \frac{b}{6}$$

Таким образом, границы ядра по оси Оу будут отстоять от центра сечения на $1/6$ величины b (Рис.4, точки 1 и 3); по оси Оz границы ядра определяются расстояниями $\frac{d}{6}$ (точки 2 и 4).

Для получения очертания ядра целиком изобразим положения нейтральной оси H_1O_1 и H_2O_2 , соответствующие граничным точкам 1 и 2.

При перемещении силы из точки 1 в точку 2 по границе ядра нейтральная ось должна перейти из положения H_1O_1 в положение H_2O_2 , все время касаясь сечения, т. е. поворачиваясь вокруг точки D.

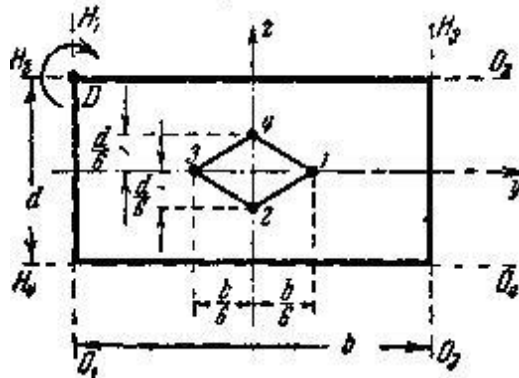


Рис.4. построение ядра для прямоугольного сечения.

Для этого сила должна двигаться по прямой 1 — 2. Точно так же можно доказать, что остальными границами ядра будут линии 2—3, 3—4 и 4—1.

Таким образом, для прямоугольного сечения ядро будет ромбом с диагоналями, равными одной трети соответствующей стороны сечения. Поэтому прямоугольное сечение при расположении силы по главной оси работает на напряжения одного знака, если точка приложения силы не выходит за пределы средней трети стороны сечения.

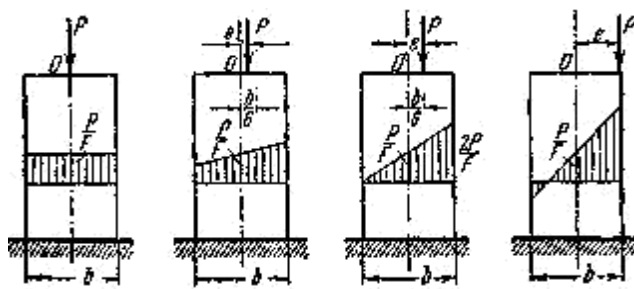


Рис.5. Динамика изменения напряжений при изменении эксцентриситета.

Эпюры распределения нормальных напряжений по прямоугольному сечению при эксцентриситете, равном нулю, меньшему, равному и большему одной шестой ширины сечения, изображены на Рис.5.

Отметим, что при всех положениях силы P напряжение в центре тяжести сечения (точка O) одинаково и равно $\frac{P}{F}$ и что сила P не имеет эксцентриситета по второй главной оси.

Для круглого сечения радиуса r очертание ядра будет по симметрии кругом радиуса r_0 . Возьмем какое-либо положение нейтральной оси, касательное к контуру. Ось Oy расположим перпендикулярно к этой касательной. Тогда

$$\alpha_y = r; \alpha_z = \infty; z_0 = r_0 = -\frac{i_z^2}{\alpha_y} = -\frac{\frac{\pi r^4}{4}}{r} = -\frac{r}{4}$$

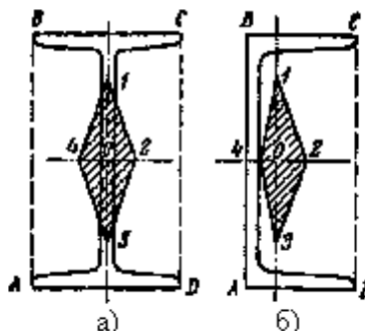


Рис.6. Ядро сечения для двутавра — а) и швеллера — б)

Таким образом, ядро представляет собой круг с радиусом, вчетверо меньшим, чем радиус сечения.

Для двутавра нейтральная ось при обходе контура не будет пересекать площади поперечного сечения, если будет касаться прямоугольного контура $ABCD$, описанного около двутавра (Рис.6а). Следовательно, очертание ядра для двутавра имеет форму ромба, как и для прямоугольника, но с другими размерами.

Для швеллера, как и для двутавра, точки 1, 2, 3, 4 контура ядра (Рис.6 б) соответствуют совпадению нейтральной оси со сторонами прямоугольника $ABCD$.

Вопросы и задания:

5. Что такое ядро сечения?
6. Какие бывают эпюры распределения нормальных напряжений.
7. Запишите формулу определения полного ускорения точки, движущейся вращательно.
8. Дайте определение мгновенного центра ускорения.

Лабораторное занятие 18

Тема 6. Расчет шпренгельных ферм.

Фермы со сложной решеткой

Цель: научиться рассчитывать балки на упругом основании

Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия материальных тел;

постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем; кинематические характеристики точки, дифференциальные уравнения движения точки; общие теоремы динамики; теорию удара.

Уметь: вычислять скорости и ускорения точек и точек тела при поступательном, вращательном и плоском движениях

Актуальность темы объясняется определением скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения.

Теоретическая часть:

К числу статически неопределимых балок может быть отнесена балка на упругом основании. Так называется балка, опирающаяся по всей своей длине (Рис.1) на упругое основание, оказывающее в каждой точке на балку реакцию, пропорциональную y — прогибу балки в этой точке. Коэффициент пропорциональности обозначается буквой k .

Введение предположения о пропорциональности реакций прогибу является приближением, хотя и достаточно близким к действительным условиям.

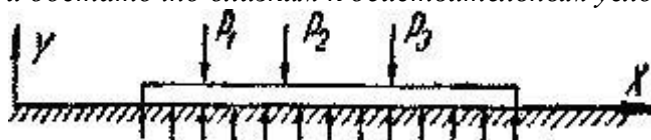


Рис.1. Расчетная схема балки на упругом основании.

Предложение ввести в расчет коэффициент пропорциональности k , именуемый «коэффициентом постели», было впервые сделано русским академиком Николаем Ивановичем Фуссом в 1801 году. Принимая это предположение, получаем, что интенсивность реакции основания в каждой точке сила равна ky и измеряется в единицах силы и длины; размерность коэффициента k при этом будет сила и квадрат длины. Будем считать, что основание оказывает реакцию при прогибах балки как вниз, так и вверх.

На практике задачи о расчете балки на упругом основании встречаются в железнодорожном деле (рельс, шпала), в строительстве — фундаменты различных сооружений, передающие нагрузку на грунт.

Статически неопределимой такая балка будет потому, что условие статики — сумма нагрузок равна всей реакции основания — не дает возможности установить распределение этой реакции по длине балки, а значит, вычислить изгибающие моменты и поперечные силы.

Интенсивность реакции в каждой точке связана с прогибами балки. Поэтому для решения задачи необходимо найти сначала уравнение изогнутой оси $y = f(x)$, а уже

затем формулы для вычисления изгибающего момента и поперечной силы. Ход решения оказывается обратным обычному.

Найдем уравнение изогнутой оси для балки постоянного сечения, лежащей на упругом основании и нагруженной сосредоточенными силами $P_1, P_2, \dots$ (Рис.1). Начало координат возьмем в любой точке, ось x направим вправо, ось y вертикально вверх. Направление нагрузок вверх будем считать положительным. Напишем обычное дифференциальное уравнение изгиба

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x)$$

Так как $M(x)$ нам неизвестен, то постараемся связать прогибы непосредственно с нагрузкой, для этого дифференцируем дважды предыдущее уравнение:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x) \quad (1)$$

где $q(x)$ —интенсивность сплошной нагрузки, действующей на балку в сечении с абсциссой x .

Сплошной нагрузкой для нашей балки является лишь реакция упругого основания. Интенсивность ей пропорциональна прогибам; эта нагрузка направлена вверх, т. е. положительна, когда прогибы идут вниз, т. е. отрицательны, и наоборот. Таким образом, эта нагрузка имеет знак, обратный знаку прогибов:

$$q(x) = -ky$$

Тогда

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = -ky \quad (2)$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{k}{EJ} y = 0 \quad (3)$$

Если обозначить $\sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}} = \beta$, то общий интеграл уравнения (25.3) имеет вид:
 $y = e^{+\beta x} (A \sin \beta x + B \cos \beta x) + e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (25.4)$

Постоянные A, B, C, D должны быть определены в каждом частном случае нагрузки и длины балки. Величина β имеет измерение обратное длине.

Расчет бесконечно длинной балки на упругом основании, загруженной одной силой P .

Наиболее просто решается задача об изгибе бесконечно длинной балки, нагруженной одной сосредоточенной силой (Рис.2). Помимо непосредственного практического значения решение этой задачи позволит путем последовательных приближений рассчитывать и балки конечной длины.

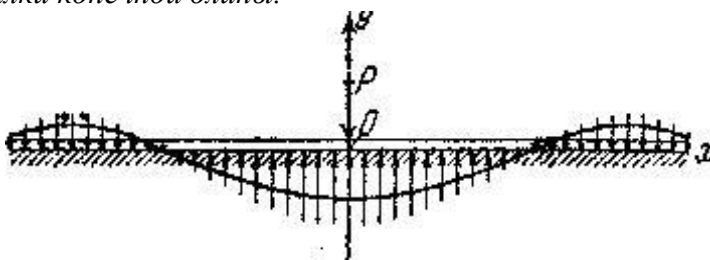


Рис.2. Расчетная схема балки бесконечной длины.

Начало координат расположим в точке приложения силы P . Определим постоянные A, B, C и D . Так как вся реакция основания, равная силе P должна быть конечной величиной,

то прогибы балки в точках, бесконечно удаленных от точки приложения силы, должны обращаться в нуль:

$$y_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (5)$$

При бесконечно больших значениях x два вторых слагаемых в правой части формулы (4) обращаются в нуль благодаря множителю $e^{-\beta x}$, два же первых могут обратиться в нуль лишь при

$$A = 0 \text{ и } B = 0;$$

таким образом,

$$y = e^{-\beta x} (C \sin \beta x + D \cos \beta x) \quad (6)$$

Далее, по симметрии нагрузки и реакции основания, касательная к изогнутой оси в точке приложения силы должна идти параллельно оси абсцисс:

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0$$

Дифференцируя (6), получаем:

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -\beta e^{-\beta x} [\sin \beta x (C + D) + \cos \beta x (D - C)]$$

Подставляя в это выражение $x = 0$ и приравнявая результат нулю, находим:

$$D - C = 0 \text{ и } C = D;$$

таким образом, уравнения будут:

$$y = e^{-\beta x} C (\sin \beta x + \cos \beta x) \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = -2e^{-\beta x} C \beta \sin \beta x \quad (8)$$

Для определения последней постоянной C имеем еще одно уравнение: нам известна величина поперечной силы в начале координат.

Разрезав балку сечением в точке O справа от силы P и рассматривая правую часть балки, видим, что поперечная сила в этом сечении равна реакции основания, действующей на правую половину балки со знаком минус; так как реакция направлена вверх (для правой половины) и вся реакция основания равна P , значит, поперечная сила в сечении при $x = 0$ равна

$$Q(x)_{x=0} = -\frac{P}{2}$$

Но, с другой стороны

$$EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = Q(x) \quad (9)$$

Таким образом,

$$EJ \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=0} = -\frac{P}{2} \quad (10)$$

Вычисляем, пользуясь (8), $\frac{d^2 y}{dx^2}$ и $\frac{d^3 y}{dx^3}$:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -2C\beta^2 e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] \quad (11)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = +4C\beta^3 e^{-\beta x} \cos \beta x \quad (12)$$

Подставляя (12) в (10) и приравнявая x нулю, получаем:

$$4EJC\beta^3 = -\frac{P}{2} \text{ и } C = -\frac{P}{8EJ\beta^3}$$

Теперь значения y и ее производных получают вид

$$y = -\frac{P}{8EJ\beta^3} e^{-\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x) = -\frac{P}{8EJ\beta^3} \cdot \eta$$

$$\frac{dy}{dx} = \theta = +\frac{P}{4EJ\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x = +\frac{P}{4EJ\beta^2} \cdot \eta_3$$

$$M(x) = EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = +\frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] = \frac{P}{4\beta} \cdot \eta_1$$

$$Q(x) = EJ \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x = -\frac{P}{2} \cdot \eta_2$$

Таким образом, напряженное состояние и деформации балки на упругом основании всецело определяются нагрузкой и коэффициентом β , зависящим от соотношения жесткостей балки и упругого основания.

Вопросы и задания:

6. Какими уравнениями задается плоскопараллельное движение?
7. Сформулируйте теорему о проекциях скоростей двух точек плоской фигуры.
8. Какие существуют способы задания движения точки?
9. Назвать случаи, когда кориолисово ускорение точки равно нулю.
10. Абсолютное, относительное, переносное движение точки.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьюгин. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940) (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827) (30.10.2016).
3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ; То же [Электронный ресурс]. URL:[//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650) (30.10.2016).

Дополнительная литература:

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783) (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т. II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. -URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149) (30.10.2016).

Интернет-ресурсы:

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks
2. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека on-line»
3. Электронно-библиотечная система Лань

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине «**Строительная механика**»
для студентов направления подготовки
08.03.01 Строительство
направленность (профиль) «Строительство зданий и сооружений»

Пятигорск, 2026

Содержание

Введение	
1. Общая характеристика самостоятельной работы студента.....	
2. План - график выполнения самостоятельной работы	
3. Методические указания по изучению теоретического материала.....	
3.1. Вид самостоятельной работы: самостоятельное изучение литературы	
3.2. Вид самостоятельной работы: подготовка к практическим работам	
4. Методические указания	
5. Методические указания к экзамену	
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	

Введение

Методические указания и задания для выполнения самостоятельной работы студентами по дисциплине «Строительная механика» по направлению подготовки бакалавров: 08.03.01 Строительство.

Методическое указание содержит весь необходимый материал для выполнения самостоятельной работы по дисциплине «Строительная механика»

В данном методическом указании приведены темы и вопросы для самостоятельного изучения.

1. Общая характеристика самостоятельной работы студента

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, выполняемый учащимся без непосредственного контакта с преподавателем или управляемый преподавателем опосредованно через специальные учебные материалы; неотъемлемое обязательное звено процесса обучения, предусматривающее прежде всего индивидуальную работу учащихся в соответствии с установкой преподавателя или учебника, программы обучения.

На современном этапе самостоятельную работу студента следует разделить на работу с бумажными источниками информации, т.е. учебниками, методическими пособиями, монографиями, журналами и т.д. и электронными источниками информации, т.е. доступ к электронным ресурсам через Интернет.

Сегодня самостоятельную работу студента невозможно представить без использования информационной сети – Интернет. Необходимость использования Интернета возникает не только при подготовке к практическим и семинарским занятиям, но, в большей степени, при написании различных исследовательских и творческих работ. Многие современные монографии, периодические журналы изданы только в электронном виде и с ними можно познакомиться только в Интернете.

Цели и задачи самостоятельной работы: формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Уровни сформированности компетенции (ий), индикатора (ов)	Дескрипторы			
	Минимальный уровень не достигнут (Неудовлетворительно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла	Средний уровень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов
Компетенция: ПК-3 Способен проводить расчетное обоснование и конструирование строительных конструкций зданий и сооружений промышленного и гражданского назначения				
Результаты обучения по дисциплине: <i>Индикатор:</i> <i>ИД-1</i> <i>ИД-2</i> <i>ИД-3</i> <i>ИД-4</i> <i>ИД-5</i> <i>ИД-6</i> <i>ИД-7</i> <i>ИД-8</i>	Не способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надежностью,	Частично способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми

	прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.	надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.	точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.	точностью и надежностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.
	Не способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Частично способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.

2. План - график выполнения самостоятельной работы

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателям	Всего
5 семестр					
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Самостоятельное изучение литературы по темам № 1-6	Собеседование	36	4	40
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Подготовка к практическим занятиям	Отчёт (устный)	5,4	0,6	6
ПК-3 (ИД-1; ИД-2; ИД-3; ИД-4; ИД-5; ИД-6; ИД-7; ИД-8.)	Подготовка к лабораторным занятиям	Отчёт (устный)	7,2	0,8	8
Итого за 5 семестр			48,6	5,4	54
Итого			48,6	5,4	54

3. Методические указания по изучению теоретического материала

3.1. Вид самостоятельной работы: самостоятельное изучение литературы

Изучать учебную дисциплину «Строительная механика» рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них в программе дисциплины. При теоретическом изучении дисциплины студент должен пользоваться соответствующей литературой. Примерный перечень литературы приведен в рабочей программе

Для более полного освоения учебного материала студентам читаются лекции по важнейшим разделам и темам учебной дисциплины. На лекциях излагаются и детально рассматриваются наиболее важные вопросы, составляющие теоретический и практический фундамент дисциплины.

Итоговый продукт: конспект лекций

Средства и технологии оценки: Собеседование

Критерии оценивания: Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине.

Темы для самостоятельного изучения:

1. Общие понятия и определения.
2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок.
3. Трехшарнирные арки и рамы.
4. Плоские статически определимые фермы.
5. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм.
6. Расчет шпренгельных ферм.

3.2. Вид самостоятельной работы: подготовка к практическим работам

Итоговый продукт: отчет по практическому занятию

Средства и технологии оценки: защита отчета

Критерии оценивания: Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно, если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены практические задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине

3.3. Вид самостоятельной работы: подготовка к лабораторным работам

Итоговый продукт: отчет по лабораторному занятию

Средства и технологии оценки: защита отчета

Критерии оценивания: Оценка «отлично» выставляется студенту, если в полном объеме изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если достаточно полно изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, недостаточно, если полно изучен курс данной дисциплины и выполнены лабораторные задания

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если отсутствуют знания и практические навыки по данной дисциплине

4. Методические указания

1. Методические указания для проведения практических работ по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.
2. Методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.

3. Методические указания для выполнения расчетно-графической работы по дисциплине «Строительная механика» студентами направления подготовки 08.03.01 Строительство.

5. Методические указания к экзамену

Процедура проведения экзамена осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются три вопроса (один вопрос для проверки знаний и два вопроса для проверки умений и навыков студента).

Для подготовки по билету отводиться 30 минут.

При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования справочными таблицами

При проверке практического задания, оцениваются:

- знание параметра;
- последовательность и рациональность выполнения.

Вопросы (задача, задание) для проверки уровня обученности

1. Основные задачи предмета «Строительная механика».
2. Опорные устройства, виды нагрузок.
3. Классификация сооружений и расчетных схем.
4. Основные разрешающие уравнения «Строительной механики».
5. Плоская и пространственная система.
6. Стержень, оболочка, пластика-определение.
7. Принцип независимости действия сил.
8. Геометрическая независимость системы.
9. Статическое определение систем.
10. Определение линий влияния.
11. Какие задачи можно решить с примирением линий влияния.
12. Матрица влияния- определения.
13. Трех шарнирные арки, рамы.
14. Фермы, как стержневые системы.
15. Балочные и консольно-балочные фермы.
16. Методы расчета статически определенных ферм.
17. Ординаты линий влияния.
18. Линии влияния шарнирно - опертой балки.
19. Линии влияния M и Q в сечениях консольной балки.
20. Линии влияния M и Q в сечениях однопролетной балки.
21. Линии влияния усилий в сечениях трех шарнирной балки.
22. Нулевые точки в трех шарнирных арках и рамах.
23. Прочность строительных конструкций. Критерии и основные оценки.
24. Элементы строительных конструкций.
25. Диаграмма Прандля.
26. Нормальные и поперечные силы в трех шарнирных арках, кривая давления.
27. Метод линий влияния при расчете статически определимых систем.
28. Определение реакции в распорных системах.
29. Кинематический метод определения усилий.
30. Система с одной степенью свободы.
31. Установившиеся вынужденные колебания.
32. Сейсмические колебания.
33. Поперечные колебания балки с распределёнными параметрами.
34. Основные виды динамических нагрузок.

35. Что называется явлением резонанса.
36. Поперечные колебания балки с распределенными параметрами.
37. Дайте определение степенного и свободного кручения.
38. Определение понятия секторальной площади. Точка называется секторальным полюсом.
39. Основные положения без моментной и моментной теории оболочек.
40. Цилиндрические оболочки как геометрические формы.
41. Основные положения деформационной теории пластичности.
42. Понятия релаксации.
43. Принцип Вольтера.
44. Определение свойств пластичности и ползучести материалов.
45. Формула Чебушева.
46. Принцип Лагранжа в равновесных системах.
47. Линии влияния опорных реакций в консольной балки.
48. Линии влияния опорных реакций однопролетных балок.
49. Основные группы узлов стержневых систем
50. Виды стержневых систем.
51. Методы исследования устойчивости стержневых систем.
52. Определение усилий однопролетной балки с помощью линий влияния (действие сосредоточенных сил).
53. Определение усилий однопролетной балки с помощью линий влияния (действие равномерно распределенной нагрузки).
54. Определение опорных реакций в трехшарнирных арках.
55. Определение внутренних усилий в арке при произвольной нагрузке.
56. Определение внутренних усилий в арке при вертикальной нагрузке.
57. Уравнение рациональной оси трехшарнирной арки.
58. Построение линий влияния при узловой передаче нагрузки.
59. Метод допускаемых напряжений.
60. Метод придельного равновесия.
61. Метод двух моментов.
62. Метод статических испытаний
63. Закон Гаусса.
64. Расчет статически неопределимых систем смешанным способом.
65. Расчет статически неопределимых систем комбинированным способом.
66. Расчет конструкций матричным методом.
67. Расчет статически неопределимых систем методом сил.
68. Расчет статически неопределимых систем методом перемещений.
69. Предмет и задачи устойчивости.
70. Критерии определения устойчивости упругих систем.
71. Устойчивость стержней с различными концевыми условиями их закрепления.
72. Выражение изгибающих моментов и поперечных сил в концевых сечениях стержней.
73. Устойчивость рам при действии узловых нагрузок.
74. Определение перемещений в стержневой системе.
75. Уравнение трех моментов.
76. Предмет и задачи динамики сооружений.
77. Поперечные колебания балки с распределенными параметрами.
78. Метод конечных элементов.
79. Определение предельного состояния системы при растяжении – сжатии.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глозов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьюгин. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил.,

- табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940) (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827) (30.10.2016).
 3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ; То же [Электронный ресурс]. URL:[//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650) (30.10.2016).

Дополнительная литература:

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783) (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т. II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. -URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149) (30.10.2016).

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Пятигорский институт (филиал) СКФУ

Методические указания

по выполнению расчетно-графической работы
по дисциплине «**Строительная механика**»
для студентов направления подготовки
08.03.01 Строительство
направленность (профиль) «Строительство зданий и сооружений»

Пятигорск, 2026

Содержание

Введение	
1.Цель, задачи и реализуемые компетенции	
2. Формулировка задания и его объем.....	
3.Общие требования к написанию и оформлению работы.....	
4.Указания по выполнению задания	
6.Критерии оценивания работы.....	
7. Порядок защиты работы.....	
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	

Введение

Методические указания и задания для выполнения РГР студентами по дисциплине «Строительная механика» по направлению подготовки бакалавров: 08.03.01 Строительство.

Методическое указание содержит весь необходимый материал для выполнения РГР по дисциплине «Строительная механика».

В данном методическом указании приведены темы и вопросы для самостоятельного изучения и выполнения РГР.

1.Цель, задачи и реализуемые компетенции

Учебным планом специальности 08.03.01 Строительство, предусматривается написание РГР по дисциплине. Этот вид письменной работы выполняется каждый год, по темам выбранным самостоятельно. Перечень тем разрабатывается преподавателем.

РГР – самостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала.

Цель выполняемой работы:

- получить специальные знания по выбранной теме;

Основные задачи выполняемой работы:

- 1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
 - 2) выработка навыков самостоятельной работы;
 - 3) выяснение подготовленности студента к будущей практической работе;
- Весь процесс написания РГР можно условно разделить на следующие этапы:
- а) выбор темы и составление предварительного плана работы;
 - б) сбор научной информации, изучение литературы;
 - в) анализ составных частей проблемы, изложение темы;
 - г) обработка материала в целом.

Тема РГР выбирается студентом самостоятельно из предложенного списка тем.

Подготовку РГР следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические указания по подготовке РГР, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Наименование компетенции

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-3 Способен проводить расчетное обоснование и конструирование строительных конструкций зданий и сооружений промышленного и гражданского назначения	ИД-1 _{ПК-3} Выбирает исходную информацию и нормативно-технические документы для выполнения расчётного обоснования проектных решений здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	Способен принимать теоретические положения к традиционным и новым техническим решениям конструкций и конструктивных систем; определять с необходимыми точностью и надёжностью, прочность строительных конструкций, зданий и инженерных сооружений.
	ИД-2 _{ПК-3} Выбирает нормативно-технические документы,	

	устанавливающие требования к расчётному обоснованию проектного решения здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	Способен самостоятельно осваивать отдельные теоретические положения строительной механики.
	ИД-3 _{ПК-3} Выполняет сбор нагрузок и воздействий на здание (сооружение) промышленного и гражданского назначения.	
	ИД-4 _{ПК-3} Выбирает методики расчётного обоснования проектного решения конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	
	ИД-5 _{ПК-3} Выбирает параметры расчетной схемы здания (сооружения), строительной конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	
	ИД-6 _{ПК-3} Выполняет расчеты строительной конструкции, здания (сооружения), основания по первой, второй группам предельных состояний.	
	ИД-7 _{ПК-3} Составляет графическое оформление проектной документации на строительную конструкцию.	
	ИД-8 _{ПК-3} Обеспечивает представление и защиту результатов работ по расчетному обоснованию и конструированию строительной конструкции здания (сооружения) промышленного и гражданского назначения.	

2. Формулировка задания и его объем

Вариант 1

Задача (задание)1 - Определение многопролетной статически определимой балки.

Для многопролетной статически определимой балки требуется:

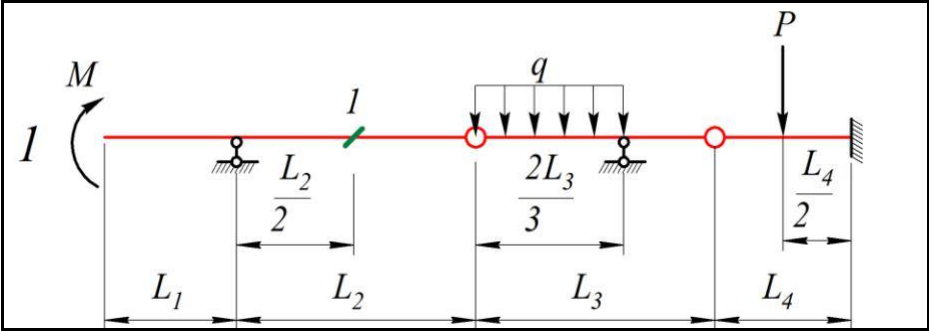
3. Проверить геометрическую неизменяемость системы;
4. Построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил от заданной нагрузки;
5. Построить линии влияния для заданного сечения 1 статическим способом;
6. Загрузить эти линии влияния заданной внешней нагрузкой и сравнить полученные результаты со значениями ординат эпюр и в этом же сечении в п.2.

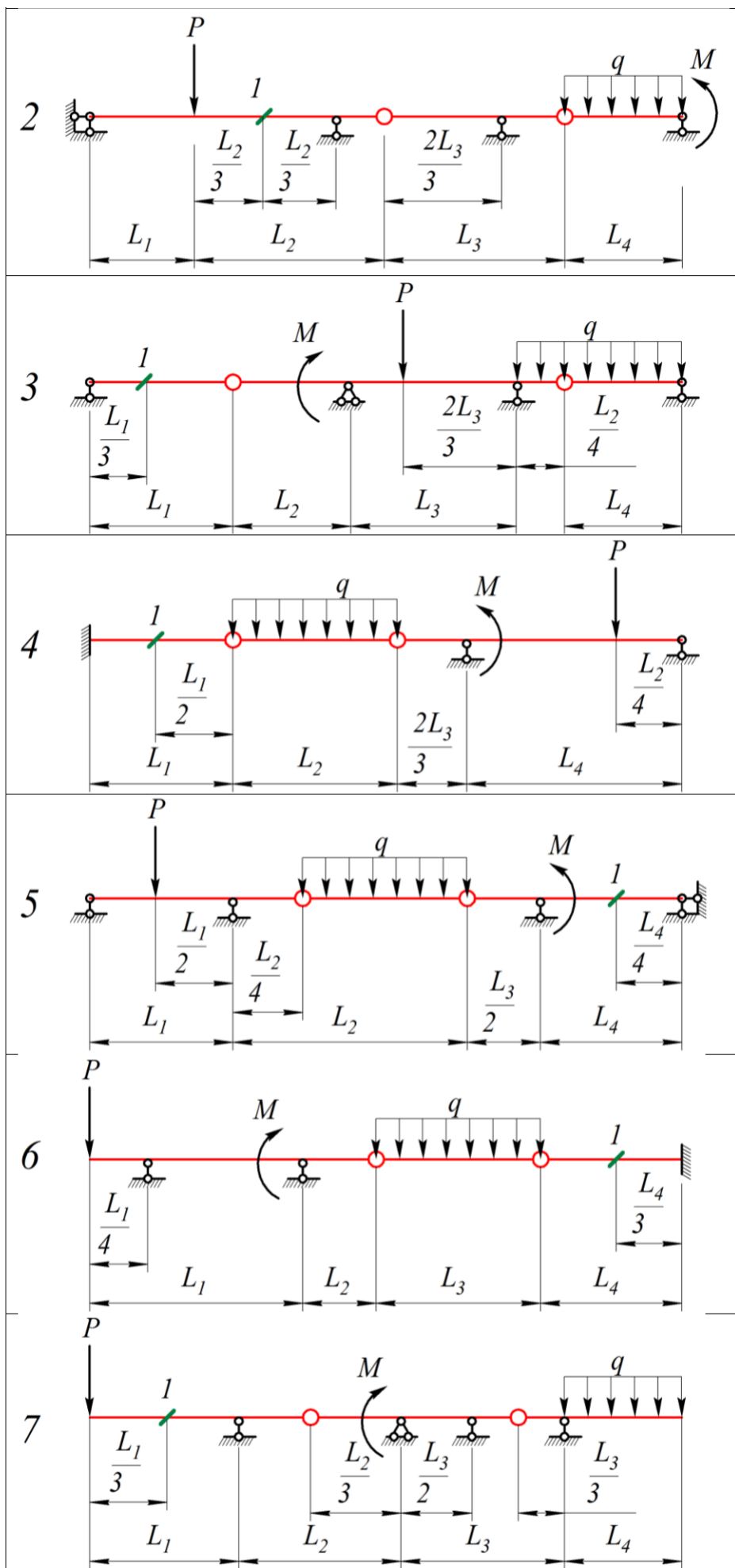
Вариант выбирается по последним двум цифрам зачетной книжки (для заочного отделения) или выдается преподавателем (для очного отделения).

По последней цифре выбирается расчетная схема (Рисунок Error! No text of specified style in document..1), по предпоследней числовые значения (Таблица 1).

Таблица 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
· (xII)·(x)	15	23	30	17	14	20	24	16	28	19
· (xII)	10	25	20	60	45	80	30	65	50	40
· (xII)·(x)	11	32	26	23	27	34	19	35	29	10
· (x)	0,8	1	1,5	0,7	0,5	0,8	2	1	2	2,1
· (x)	0,6	0,4	1,7	2	1	0,9	1,5	1	1,9	0,5
· (x)	1	1,8	1	1	2	1	1,6	1	1,1	2,4
· (x)	1,5	1,6	0,9	0,5	3	1,5	2	1	2,4	1





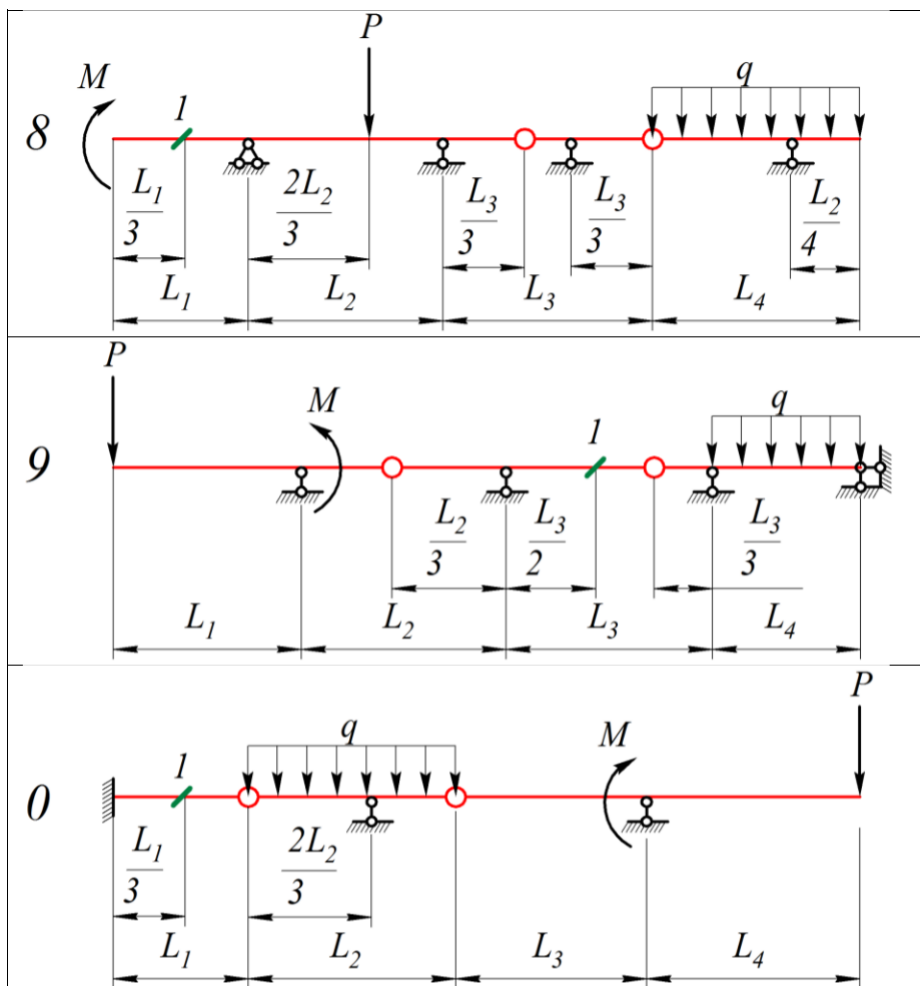


Рисунок Error! No text of specified style in document..1

Вариант 2

Задача (задание)1 - Расчет трехшарнирной арки.

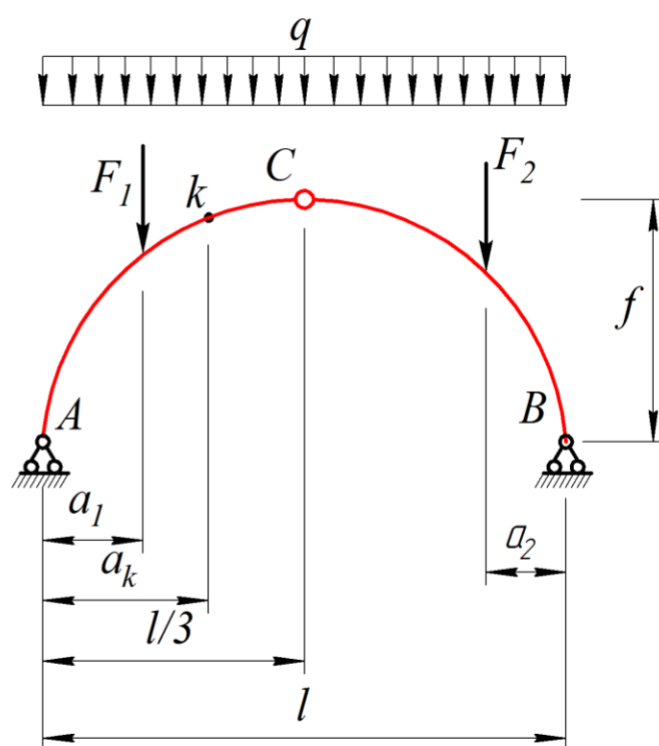
Требуется определить изгибающий момент M , поперечную силу Q и продольную силу N в сечении K арки, пролетом .

Задания выбирать по двум последним цифрам студенческого билета (зачетной книжки). По последней цифре выбрать схему задания, по предпоследней числовые значения (таблица). Пример: номер студенческого билета ОП-123456 соответственно вариант задания 56, схема 6, числовые значения 5.

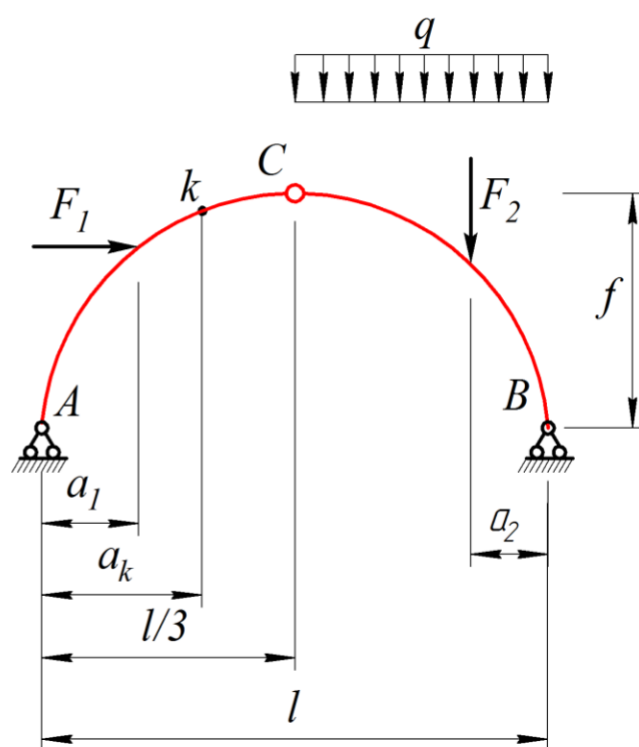
Предпоследняя цифра варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
...	15	17	20	14	19	10	16	18	11	20
...	21	18	10	30	21	17	15	20	19	11
...x1/10	5	8	3	10	15	9	18	12	22	32
f , м	0,5	0,63	0,54	0,39	1,1	0,85	1,4	1	1,4	2
...	0,33	0,427	0,22	0,45	0,25	0,315	0,27	0,427	0,22	0,517
...	0,495	0,28	0,337	0,3	0,382	0,21	0,405	0,285	0,337	0,34
...	0,935	0,807	0,637	0,85	0,722	0,59	0,76	0,807	0,637	0,977
l , м	2,2	1,9	1,5	2,0	1,7	1,4	1,8	1,9	1,5	2,3

Последняя цифра варианта

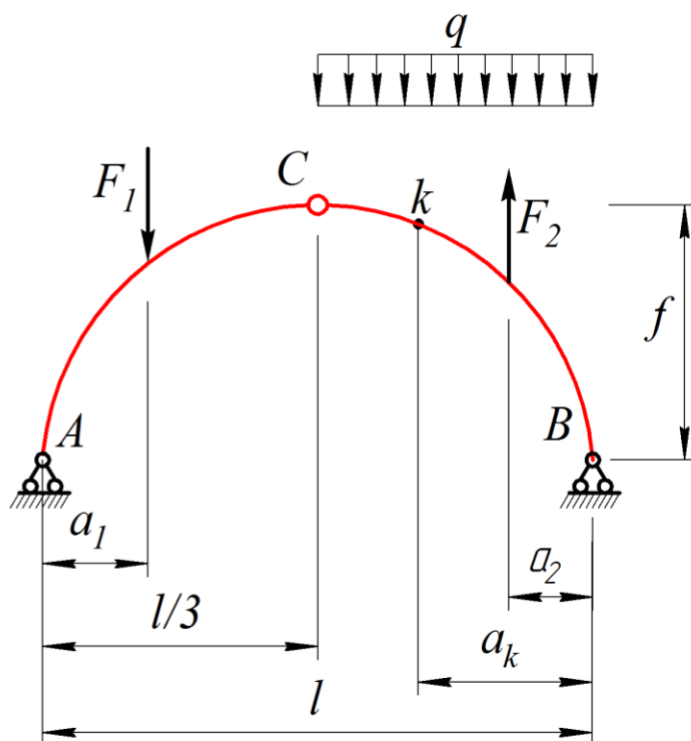
0



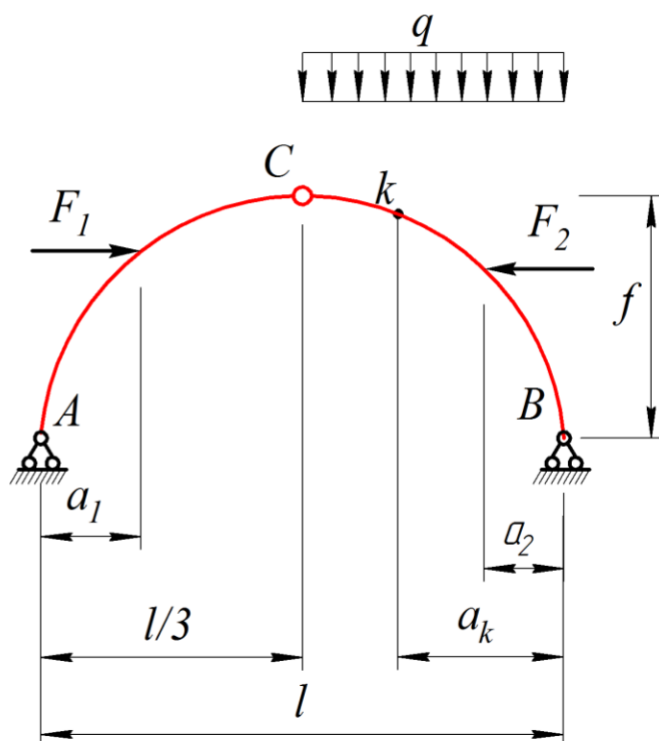
1



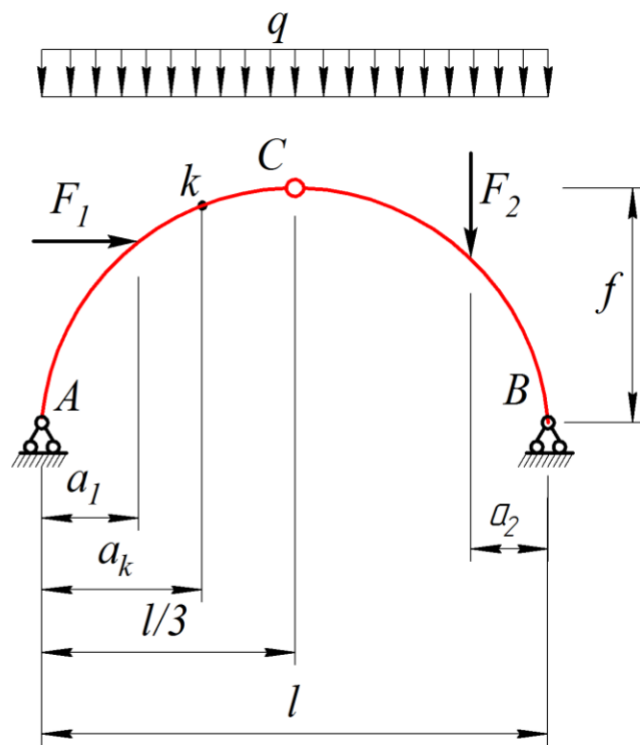
2



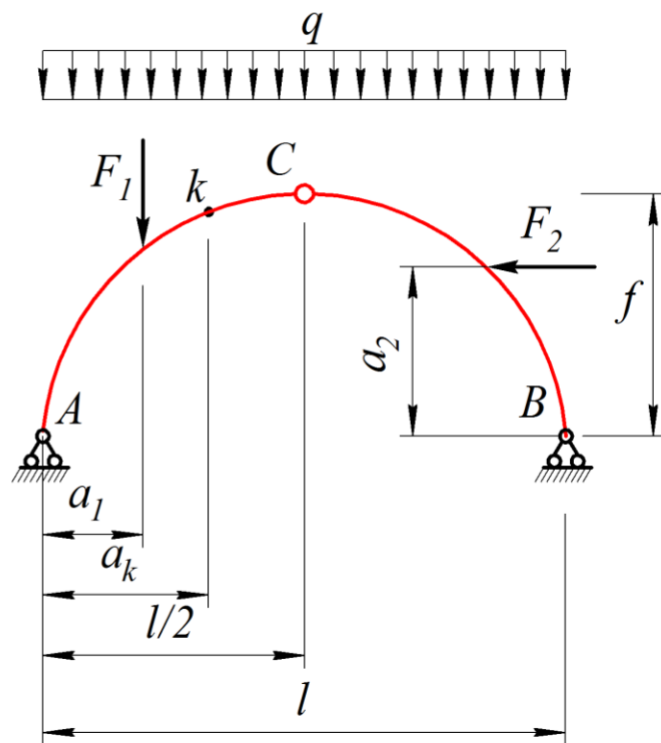
3



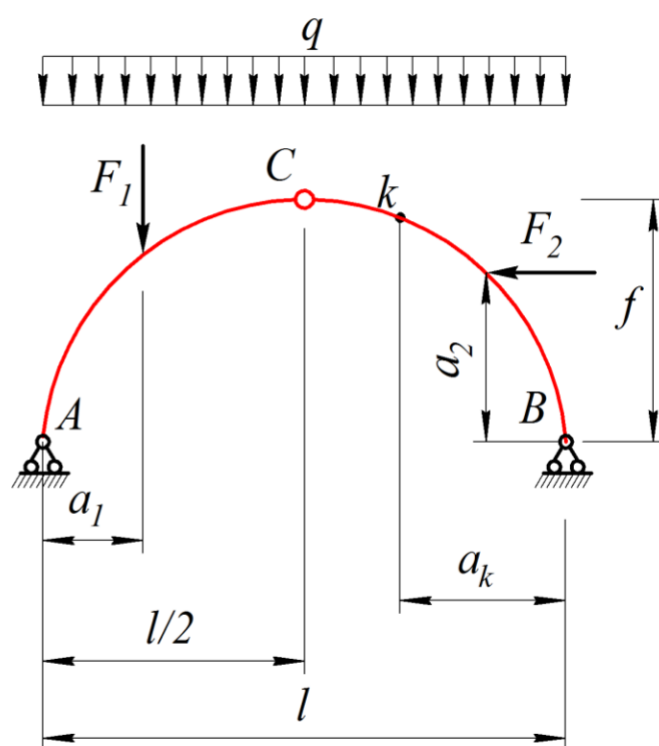
4



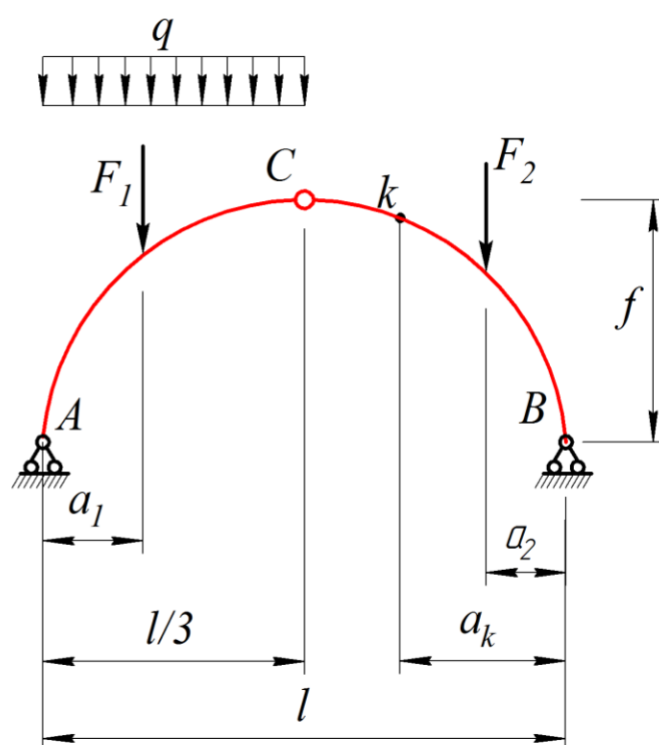
5



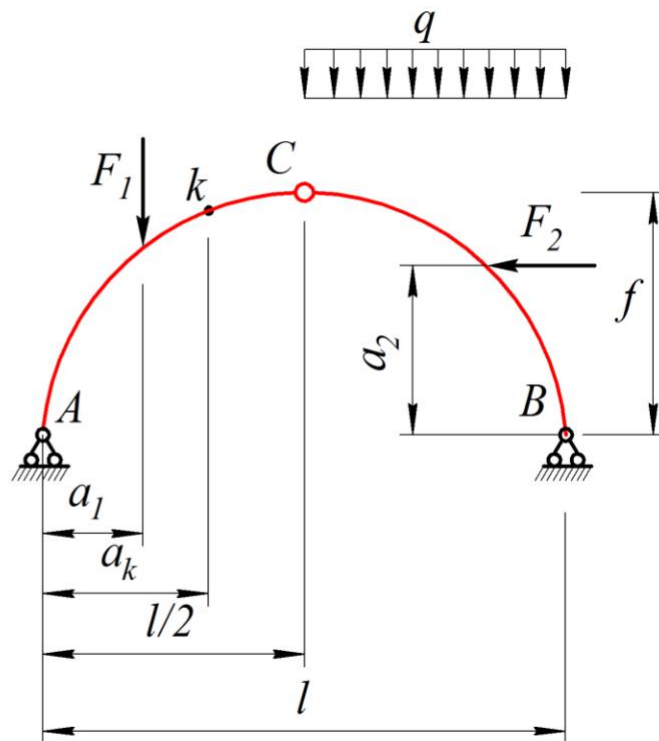
6



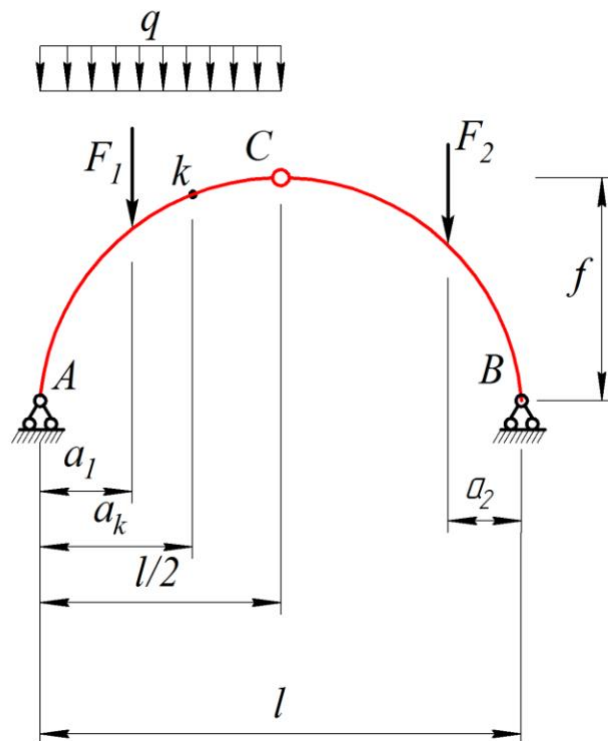
7



8



9



Вариант 3

Задача (задание) 1- Определение центра тяжести сложных фигур

Задания выбирать по двум последним цифрам студенческого билета (зачетной книжки).

По последней цифре выбрать схему задания, по предпоследней числовые значения (таблица).
Пример: номер студенческого билета ОП-123456 соответственно вариант задания 56, схема 6, числовые значения 5.

Для одной из балочных ферм, изображенных на рис. 1.4.1 - 1.4.25 требуется:

2. определить аналитически усилия в отмеченных стержнях от неподвижной нагрузки в виде сосредоточенных сил, приложенных в каждом узле прямолинейного пояса фермы;
3. построить линии влияния опорных реакций;

2. построить линии влияния усилий для отмеченных стержней при «езде» по прямолинейному поясу фермы;

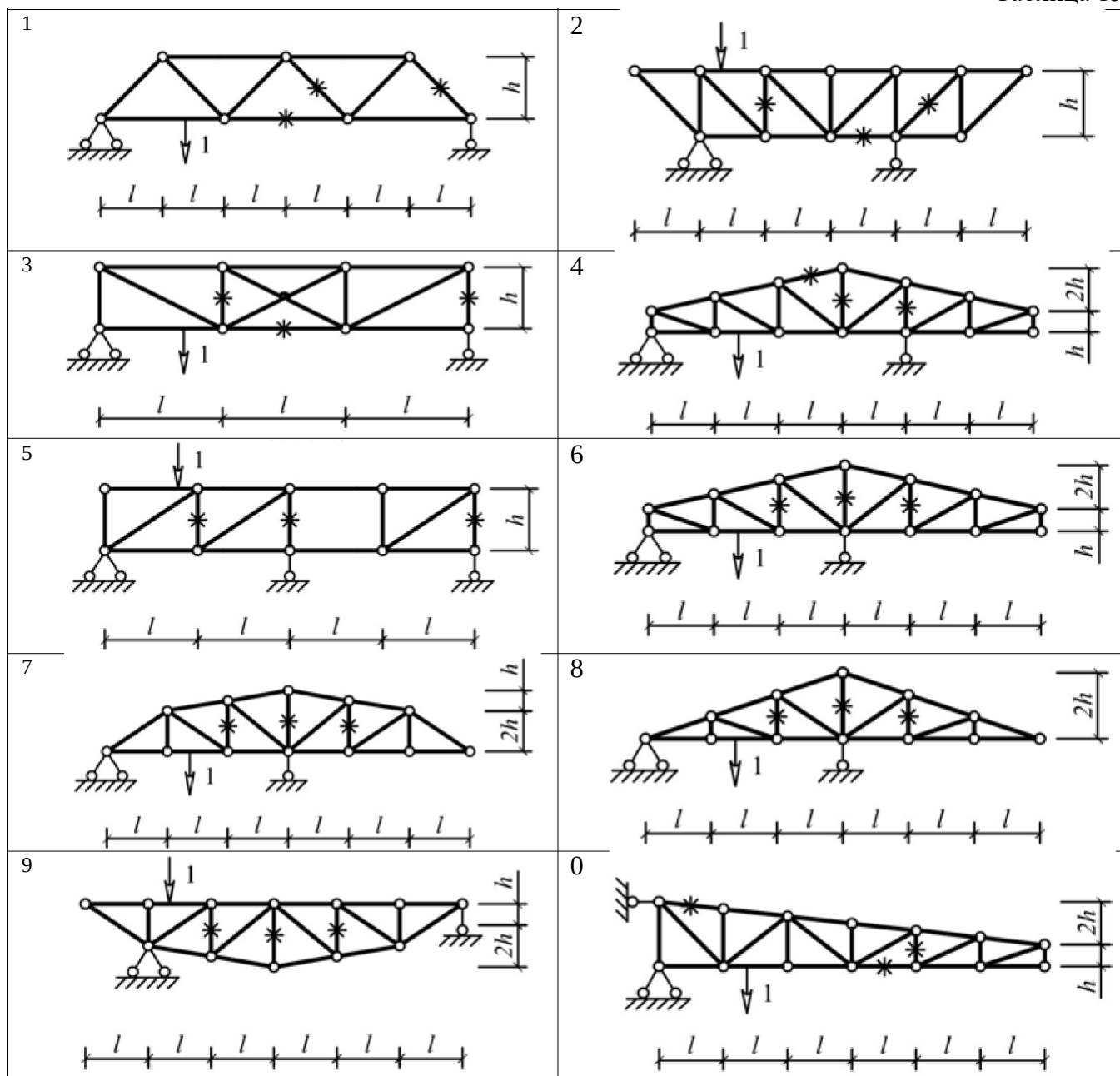
3. вычислить по линиям влияния усилия в отмеченных стержнях от сил и результаты сравнить со значениями усилий, полученными аналитически.

Исходные данные для расчета принять согласно варианту. По предпоследней цифре варианта выбрать числовые значения из табл. 1.4, по последней – схему из таблицы 15.

Таблица 1.4

Номер варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.м	3,5	2	1	1,5	1,5	1	2	2,5	3,5	1,5
2.м	1,5	2	1,5	0,75	1,75	2	3	3	2	1,5
3.м	3	5	7	9	10	8	6	4	7	5

Таблица 15



3. Общие требования к написанию и оформлению работы

В содержании РГР необходимо показать знание рекомендованной литературы по данной теме, но при этом следует правильно пользоваться первоисточниками, избегать чрезмерного цитирования. При использовании цитат необходимо указывать точные ссылки на используемый источник: указание автора (авторов), название работы, место и год издания, страницы.

В процессе работы над первоисточниками целесообразно делать записи, выписки абзацев, цитат, относящихся к избранной теме. При изучении специальной юридической литературы (монографий, статей, рецензий и т.д.) важно обратить внимание на различные точки зрения авторов по исследуемому вопросу, на его приводимую аргументацию и выводы, которыми опровергаются иные концепции.

Кроме рекомендованной специальной литературы, можно использовать любую дополнительную литературу, которая необходима для раскрытия темы контрольной работы. Если в период написания контрольной работы были приняты новые нормативно-правовые акты, относящиеся к излагаемой теме, их необходимо изучить и использовать при её выполнении.

В конце РГР приводится полный библиографический перечень использованных нормативно-правовых актов и специальной литературы. Данный список условно можно подразделить на следующие части:

1. Нормативно-правовые акты (даются по их юридической силе).
2. Учебники, учебные пособия.
3. Монографии, учебные, учебно-практические пособия.
4. Периодическая печать.

Первоисточники 2,3,4 даются по алфавиту.

Оформление библиографических ссылок осуществляется в следующем порядке:

1. Фамилия и инициалы автора (коллектив авторов) в именительном падеже. При наличии трех и более авторов допускается указывать фамилии и инициалы первых двух и добавить «и др.». Если книга написана авторским коллективом, то ссылка делается на название книги и её редактора. Фамилию и инициалы редактора помещают после названия книги.

2. Полное название первоисточника в именительном падеже.
3. Место издания.
4. Год издания.
5. Общее количество страниц в работе.

Ссылки на журнальную или газетную статью должны содержать кроме указанных выше данных, сведения о названии журнала или газеты.

Ссылки на нормативный акт делаются с указанием Собрания законодательства РФ, исключение могут составлять ссылки на Российскую газету в том случае, если данный нормативный акт еще не опубликован в СЗ РФ.

При использовании цитат, идей, проблем, заимствованных у отдельных авторов, статистических данных необходимо правильно и точно делать внутри текстовые ссылки на первоисточник.

Ссылки на используемые первоисточники можно делать в конце каждой страницы, либо в конце всей работы, нумерация может начинаться на каждой странице.

Структурно РГР состоит только из нескольких вопросов (3-6), без глав. Она обязательно должна содержать теорию и практику рассматриваемой темы.

4. Указания по выполнению задания

РГР излагается логически последовательно, грамотно и разборчиво. Она обязательно должна иметь титульный лист. Он содержит название высшего учебного заведения, название темы, фамилию, инициалы, учёное звание и степень научного руководителя, фамилию, инициалы автора, номер группы.

На следующем листе приводится содержание РГР. Оно включает в себя: введение, название вопросов, заключение, список литературы.

Введение должно быть кратким, не более 1 страницы. В нём необходимо отметить актуальность темы, степень ее научной разработанности, предмет исследования, цель и задачи, которые ставятся в работе. Изложение каждого вопроса необходимо начать с написания заголовка, соответствующему оглавлению, который должен отражать содержание текста. Заголовки от текста следует отделять интервалами. Каждый заголовок обязательно должен предшествовать непосредственно своему тексту. В том случае, когда на очередной странице остаётся место только для заголовка и нет места ни для одной строчки текста, заголовок нужно писать на следующей странице.

Излагая вопрос, каждый новый смысловой абзац необходимо начать с красной строки. Закончить изложение вопроса следует выводом, итогом по содержанию данного раздела.

Изложение содержания всей РГР должно быть завершено заключением, в котором необходимо дать выводы по написанию работы в целом.

Страницы контрольной работы должны иметь нумерацию (сквозной). Номер страницы ставится вверху в правом углу. На титульном листе номер страницы не ставится. Оптимальный объём контрольной работы 10-15 страниц машинописного текста (размер шрифта 12-14) через полуторный интервал на стандартных листах формата А-4, поля: верхнее –15 мм, нижнее –15мм, левое –25мм, правое –10мм.

В тексте контрольной работы не допускается произвольное сокращение слов (кроме общепринятых).

По всем возникшим вопросам студенту следует обращаться за консультацией преподавателю. Срок выполнения контрольной работы определяется преподавателем и она должна быть сдана не позднее, чем за неделю до экзамена. По результатам проверки Контрольная работа оценивается на 2-5 баллов. В случае отрицательной оценки, студент должен ознакомиться с замечаниями и, устранив недостатки, повторно сдать работу на проверку.

5. План – график выполнения задания

№	Этап выполнения задания	Объем часов для выполнения задания (акад.)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Выполнение контрольных заданий											
1	Получение задания на установочном занятии, анализ его с преподавателем	+									
2	Изучение литературы для выполнения заданий контрольной работы		+	+	+	+	+	+	+		
3	Выполнение заданий контрольной работы, её оформление									+	+

6.Критерии оценивания работы

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено

числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

7. Порядок защиты работы

Получив проверенную работу, студент должен внимательно ознакомиться с рецензией, пометками на полях и выполнить все указания научного руководителя. Если работа не допущена до защиты, необходимо ознакомиться с рецензией, доработать контрольную работу, устранив все недостатки, указанные научным руководителем, и в новом варианте сдать на проверку.

В установленный кафедрой срок исполнитель обязан явиться на защиту контрольной работы, имея с собой последний вариант, рецензию на первый вариант с замечаниями руководителя и зачётную книжку.

При защите студент должен быть готов ответить на вопросы научного руководителя по всей теме контрольной работы.

Оценка работы производится по четырёхбалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». После защиты положительная оценка выставляется в зачётную книжку. Защищённые контрольные работы не возвращаются и хранятся в фонде кафедры.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Строительная механика и металлические конструкции машин : учебное пособие / В.А. Глотов, А.В. Зайцев, В.Ю. Игнатьев. - М. ; Берлин : Директ-Медиа, 2015. - 95 с. : ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-4475-5266-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426940) (30.10.2016).
2. Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций : учебное пособие : 2-х частях / В.А. Пшеничкина, Г.В. Воронкова, С.С. Рекунов, А.А. Чураков ; Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, Министерство образования и науки Российской Федерации. - Волгоград : Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2015. - Ч. I. - 92 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-98276-733-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=434827) (30.10.2016).
3. Строительство и механика : краткий справочник / В.В. Леденев ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 244 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн.. - ISBN 978-5-8265-1392-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444650) (30.10.2016).

Дополнительная литература:

1. Нелинейная инкрементальная строительная механика / В.В. Петров.М. : Инфра-Инженерия, 2014. - 480 с. - ISBN 978-5-9729-0076-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=234783) (30.10.2016).
2. Строительная механика для архитекторов: учебник : в 2-х т. / Ю.Э. Сеницкий, А.К. Синельник ; Министерство образования и науки РФ, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». - Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2014. - Т. II. - 280 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9585-0563-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: [//biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149](http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256149) (30.10.2016).