МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Пятигорский институт (филиал) СКФУ

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по учебной работе
Пятигорского института (филиал) СКФУ
Н.В. Данченко

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине **«Математический анализ»**

Направление подготовки	**09.03.02 Информационные системы и технологии**	
Направленность (профиль)	Информационные системы и технологии обработки цифрового контента	
Год начала обучения	_2024___________	
Форма обучения	очная	заочная
Реализуется в семестре	__1,2_	__1,2___

Введение

1. Назначение фонда оценочных средств – комплекта методических материалов, нормирующих процедуры оценивания результатов обучения, т.е. установления соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям образовательных программ, рабочих программ дисциплин.
2. ФОС является приложением к программе дисциплины «Математический анализ».
3. Разработчик ____

____
4. Проведена экспертиза ФОС.
Членыэкспертной группы:

Председатель ____
(Ф.И.О., должность)

Члены комиссии: ____
(Ф.И.О., должность)

____
(Ф.И.О., должность)

Представитель организации-работодателя ______________________________
(Ф.И.О., должность)

Экспертное заключение____

____
«____»___________________ 20__ г.
5. Срок действия ФОС определяется сроком реализации образовательной программы.

1. Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенция (ии), индикатор (ы)	Уровни сформированности компетенци(ий)			
	Минимальный уровень не достигнут (неудовлетворительно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла	Средний уровень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов
Компетенция:ОПК-1				
Результаты обучения по дисциплине (модулю): *Индикатор:* **ИД-1$_{ОПК-1}$** Знаком с основами математики, физики, вычислительной техники и программирования.	*Не знаком* с основами теории пределов, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, дифференциальных уравнений	*Частичные знания* основ теории пределов, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, дифференциальных уравнений	*Знает* основы теории пределов, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, дифференциальных уравнений	*Знает* основы теории пределов, дифференциального исчисления, интегрального исчисления, теории рядов, дифференциальных уравнений с возможностью оценить их полноту и связь со смежными областями знания
	Отсутствуют умения применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности	*Частичные умения* применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности	*Умеет* применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности	*Умеет* применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности, требующих инновационных и нестандартных подходов и методов решения
	Не владеет навыками применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности	*Частично владеет навыками* применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности	*Владеет навыками* применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности	*Владеет навыками* применять основы применять основы математического анализа для решения задач исследования и моделирования профессиональной деятельности, требующих инновационных и нестандартных подходов и методов решения
ИД-2$_{ОПК-1}$ Решает стандартные	*Отсутствуют знания*	*Частичные знания*	*Хорошие знания* основных	*Отличные знания* основных

профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	основных понятий, законов и методологии применения аппарата математического анализа в профессиональной деятельности	основных понятий, законов и методологии применения аппарата математического анализа в профессиональной деятельности	понятий, законов и методологии применения аппарата математического анализа в профессиональной деятельности	понятий, законов и методологии применения аппарата математического анализа в профессиональной деятельности во взаимосвязи со смежными дисциплинами
	Отсутствуют умения применять основы математического анализа в профессиональной деятельности	*Частичные умения* применять основы математического анализа в профессиональной деятельности	*Умеет* пользоваться основами математического анализа для решения задач профессиональной деятельности	*Умеет* пользоваться основами математического анализа для решения задач профессиональной деятельности требующих инновационных и нестандартных подходов и методов решения
	Не владеет навыками решения задач математики и работы с информацией; составления математических моделей задач исследования в профессиональной деятельности; анализа информации на основе системного подхода	*Частично владеет навыками* решения задач математики и работы с информацией; составления математических моделей задач исследования в профессиональной деятельности; анализа информации на основе системного подхода	*Владеет навыками* решения задач математики и работы с информацией; составления математических моделей задач исследования в профессиональной деятельности; анализа информации на основе системного подхода	*Владеет навыками* решения задач математики и работы с информацией; анализа информации на основе системного подхода; составления математических моделей задач исследования в профессиональной деятельности, требующих инновационных и нестандартных подходов и методов решения

Оценивание уровня сформированности компетенции по дисциплине осуществляется на основе «Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры - в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Северо-Кавказский федеральный университет» в актуальной редакции.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Номер задания	**Правильный ответ**	**Содержание вопроса**	**Компетенция**
Вопросы открытого типа (вопросы к экзамену), 2 семестр			
1.	Функция F(x) называется первообразной функцией функции f(x) на отрезке [a,b], если в любой точке этого отрезка верно равенство: F´(x) = f(x). Неопределенным интегралом функции f(x) называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением: F(x) + C.	Первообразная функции. Понятие неопределенного интеграла	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
2.	$\left(\int f(x)dx\right)' = (F(x)+C)' = f(x);$ $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx;$ $\int dF(x) = F(x)+C;$ $\int (u+v-w)dx = \int udx + \int vdx - \int wdx;$ где u, v, w – некоторые функции от x. $\int C\cdot f(x)dx = C\cdot\int f(x)dx;$	Свойства неопределенного интеграла	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
3.	Интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции (или выражения) и применения свойств интеграла приводится к одному или нескольким интегралам элементарных функций. Применим только для некоторых весьма ограниченных классов функций	Метод непосредственного интегрирования	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
4.	Если требуется найти интеграл $\int f(x)dx$, но сложно отыскать первообразную, то с помощью замены x = φ(t) и dx = φ´(t)dt получается:	Замена переменной в неопределенном интеграле	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$

	$\int f(x)dx = \int f(\phi(t))\phi'(t)dt$.		
5.	Способ основан на формуле производной произведения: (uv)´ = u´v + v´u, где u и v – некоторые функции от x. В дифференциальной форме: d(uv) = udv + vdu. Проинтегрировав, получаем: $\int d(uv) = \int udv + \int vdu$, а в соответствии со свойствами неопределенного интеграла: $uv = \int udv + \int vdu$ или $\int udv = uv - \int vdu$.	Метод интегрирования по частям	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
6.	Если функция F(x) – какая- либо первообразная от непрерывной функции f(x), то $$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$ Иногда применяют обозначение F(b) – F(a) = F(x) $\Big\vert_a^b$. Формула Ньютона – Лейбница представляет собой общий подход к нахождению определенных интегралов.	Теорема Ньютона-Лейбница	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
7.	Для вычисления определенных интегралов применяются методы подстановки (замены переменной), метод интегрирования по частям, те же приемы нахождения первообразных для тригонометрических, иррациональных и трансцендентных функций. Особенностью является только то, что при применении этих приемов надо распространять преобразование не только на подынтегральную функцию, но и на пределы интегрирования.	Приемы вычисления определенных интегралов	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$

8.	1.Вычисление площадей плоских фигур. 2. Вычисление длины дуги кривой. 3. Вычисление объемов тел вращения. 4. Вычисление площади поверхности тела вращения.	Геометрические приложения определенного интеграла	ОПК-1 ИД-1$_{ОПК1}$ ИД-2$_{ОПК1}$
9.	Формула трапеций основана на замене криволинейной функции на интервале отрезком прямой. Формула Симпсона основана на замене криволинейной части элементарной трапеции частью параболы.	Основные формулы численного интегрирования	ОПК-1 ИД-1$_{ОПК1}$ ИД-2$_{ОПК1}$
10.	Пусть в некоторой области задана функция z = f(x, y). Возьмем произвольную точку M(x, y) и зададим приращение Δx к переменной x. Тогда величина $\Delta_x z = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$ называется **частным приращением функции по x.** Можно записать $$\frac{\Delta_x z}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}.$$ Тогда $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta_x z}{\Delta x}$ называется **частной производной** функции z = f(x, y) по x. Обозначение: $$\frac{\partial z}{\partial x};\ z'_x;\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial x};\ f'_x(x, y).$$ Аналогично определяется частная производная функции по y. $$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}.$$	Понятие частной производной функции двух переменных	ОПК-1 ИД-1$_{ОПК1}$ ИД-2$_{ОПК1}$
11.	Градиентом функции в точке называется направленный отрезок, отложенный от точки, который указывает направление наибыстрейшего возрастания данной функции в данной точке.	Градиент функции двух переменных	ОПК-1 ИД-1$_{ОПК1}$ ИД-2$_{ОПК1}$

	Градиент функции вычисляется по формуле: $$\operatorname{grad} f = \frac{\partial f}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\bar{j}.$$		
12.	Производная по направлению, определяемому вектором: $$\bar{l} = \cos\alpha \cdot \bar{i} + \sin\alpha \cdot \bar{j}$$ определяется как: $\frac{\partial f}{\partial l} = \frac{\partial f}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial f}{\partial y}\sin\alpha,\ \ \frac{\partial f}{\partial l} = grad\, f \cdot \bar{l}.$ Производная по направлению является линейной комбинацией частных производных.	Производная функции двух переменных по направлению вектора	ОПК-1 ИД-1ОПК1 ИД-2ОПК1
13.	Если функция f(x,y) в точке (x_0, y_0) имеет экстремум, то в этой точке либо обе ее частные производные первого порядка равны нулю $f'_x(x_0,y_0)=0,\ f'_y(x_0,y_0)=0$, либо хотя бы одна из них не существует. Эту точку (x_0, y_0) называют критической точкой.	Необходимые условия экстремума функции двух переменных. Критические точки	ОПК-1 ИД-1ОПК1 ИД-2ОПК1
14.	Пусть в окрестности критической точки (x_0, y_0) функция f(x, y) имеет непрерывные частные производные до второго порядка включительно. Рассмотрим выражение: $D(x,y)=f''_{x^2}(x,y)\cdot f''_{y^2}(x,y)-\left[f''_{xy}(x,y)\right]^2$ **1)** Если D(x_0, y_0) > 0, то в точке (x_0, y_0) функция f(x, y) имеет экстремум, если $f''_{x^2}(x_0,y_0)<0$ - максимум, если $f''_{x^2}(x_0,y_0)>0$ - минимум. **2)** Если D(x_0, y_0) < 0, то в точке (x_0, y_0) функция f(x, y) не имеет экстремума.	Достаточные условия экстремума функции двух переменных.	ОПК-1 ИД-1ОПК1 ИД-2ОПК1

	В случае, если D = 0, вывод о наличии экстремума сделать нельзя.		
15.	Дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее независимые переменные, их функции и производные (или дифференциалы) этой функции. Если дифференциальное уравнение имеет одну независимую переменную, то оно называется обыкновенным дифференциальным уравнением, если же независимых переменных две или более, то такое дифференциальное уравнение называется дифференциальным уравнением в частных производных. Наивысший порядок производных, входящих в уравнение, называется порядком дифференциального уравнения.	Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Дифференциальное уравнение в частных производных. Порядок дифференциального уравнения.	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
16.	Дифференциальным уравнением первого порядка называется соотношение, связывающее функцию, ее первую производную и независимую переменную, т.е. соотношение вида: $$F(x,y,y')=0$$ Дифференциальное уравнение $y'=f(x,y)$ называется уравнением с разделяющимися переменными, если его можно записать в виде $$y'=\alpha(x)\beta(y)\ .$$	Дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение с разделяющимися переменными.	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
17.	Дифференциальное уравнение называется **линейным** относительно неизвестной функции и ее производной, если оно может быть записано в виде: $$y'+P(x)y=Q(x),$$ при этом, если правая часть *Q(x)* равна нулю, то такое уравнение называется линейным однородным дифференциальным уравнением, если правая часть *Q(x)* не равна нулю, то такое уравнение называется	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$

	линейным неоднородным дифференциальным уравнением. Для интегрирования линейных неоднородных уравнений (*Q(x)*$\neq$*0)* применяются в основном два метода: метод Бернулли и метод Лагранжа.		
18.	Линейным дифференциальным уравнением *n* – го порядка называется любое уравнение первой степени относительно функции *y* и ее производных $y', y'', \ldots, y^{(n)}$ вида: $p_0 y^{(n)} + p_1 y^{(n-1)} + p_2 y^{(n-2)} + \ldots + p_{n-1} y' + p_n y = f(x);$ где p_0, p_1, ...,p_n – функции от *x* или постоянные величины, причем $p_0 \neq 0$.	Линейное дифференциальное уравнение n – го порядка	ОПК-1 ИД-1ОПК1 ИД-2ОПК1
19.	Сумма членов бесконечной числовой последовательности $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$ называется числовым рядом. $u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$, при этом числа $u_1, u_2, \ldots$ называют членами ряда, а u_n – общим членом ряда. Суммы $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$, *n = 1, 2, ...* называются частными (частичными) суммами ряда. Ряд $u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ называется **сходящимся**, если сходится последовательность его частных сумм. Если последовательность частных сумм ряда расходится, т.е. не имеет предела, или имеет бесконечный предел, то ряд называется расходящимся.	Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда.	ОПК-1 ИД-1ОПК1 ИД-2ОПК1

20.	Знакочередующийся ряд можно записать в виде: $$u_1-u_2+u_3-u_4+\ldots+(-1)^{n+1}u_n+\ldots$$ где $u_n>0,\ n=1,2,3,\ldots$ <u>Признак Лейбница.</u> *Если у знакочередующегося ряда* $u_1-u_2+u_3-u_4+\ldots+(-1)^{n+1}u_n+\ldots$ *абсолютные величины* u_i *убывают* $u_1>u_2>u_3>\ldots$ *и общий член стремится к нулю* $u_n\to 0$ *, то ряд сходится.*	Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.	ОПК-1 ИД-1$_{ОПК1}$ ИД-2$_{ОПК1}$
Вопросы закрытого типа, 1семестр			
21.	В	Вычислить значение производной функции в указанной точке: $f(x)=2x\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$; $f'(4)$ А) 6 Б) 2 В) 6,0625 Г) 0 Д) 1	ОПК-1 ИД-1$_{ОПК1}$ ИД-2$_{ОПК1}$
22.	А	Материальная точка движется по закону $s=6t^2-3t+2$. Определите ускорение материальной точки. А) 12 Б) 6 В) 3 Г) 2 Д) -3	ОПК-1 ИД-1$_{ОПК1}$ ИД-2$_{ОПК1}$

23.	А	Найти значения x, при которых функция $f(x)=4x+\frac{9}{x}$ имеет экстремумы: А) -1,5; 1,5 Б) -2; 2 В) 1; 0 Г) 3 Д) -5	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
24.	Д	Найдите предел: $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x^2+1}$ А) ∞ Б) 1 В) 2 Г) 4 Д) 0	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$
25.	А	Найдите предел: $\lim\limits_{x\to 7}\frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$ А) $-\frac{1}{56}$ Б) $\frac{1}{49}$ В) 0 Г) ∞ Д) 1	ОПК-1 ИД-$1_{ОПК1}$ ИД-$2_{ОПК1}$

26.	Б	Вычислить предел: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$ А) 0 Б) 1 В) ∞ Г) 2 Д) 4	ОПК-1 ИД-1ОПК1 ИД-2ОПК1
27.	А)	Вычислить значение производной функции в указанной точке $f(x) = (x^2 - 5x + 7)e^x$; $f'(0)$ А) 2 Б) -2 В) 0 Г) 1 Д) 5	ОПК-1 ИД-1ОПК1 ИД-2ОПК1

2. Описание шкалы оценивания

В рамках рейтинговой системы успеваемость студентов по дисциплине оценивается в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации. Рейтинговая система оценки знаний студентов основана на использовании совокупности контрольных мероприятий по проверке пройденного материала (контрольных точек), оптимально расположенных на всем временном интервале изучения дисциплины. Принципы рейтинговой системы оценки знаний студентов основываются на положениях, описанных в Положении об организации образовательного процесса на основе рейтинговой системы оценки знаний студентов в ФГАОУ ВО «СКФУ».

Для студентов, обучающихся на заочной форме обучения, рейтинговая система оценки не предусмотрена.

3. Критерии оценивания компетенций*

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.